Ministério da Educação
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
Campus Cornélio Procópio

AULA 1

VETORES DE FORÇA E FORÇAS COPLANARES

Professor: Dr. Paulo Sergio Olivio Filho

CONTEÚDO DA AULA

- Trabalhar com vetores de força
- Calcular adição e subtração de forças coplanares.
- Aplicar a lei dos senos e cossenos
- Utilizar-se de métodos matemáticos para resolução de problemas de força.
- Calcular resultantes de forças

ESCALARES E VETORES

- **Escalar:** Quantidade física positiva ou negativa que pode ser completamente especificada por sua intensidade.

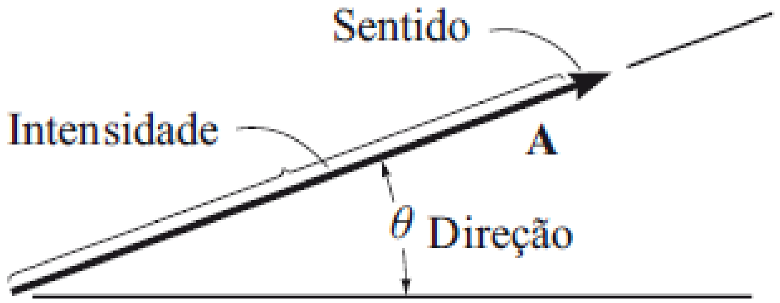
  EX: comprimento, tempo, massa;

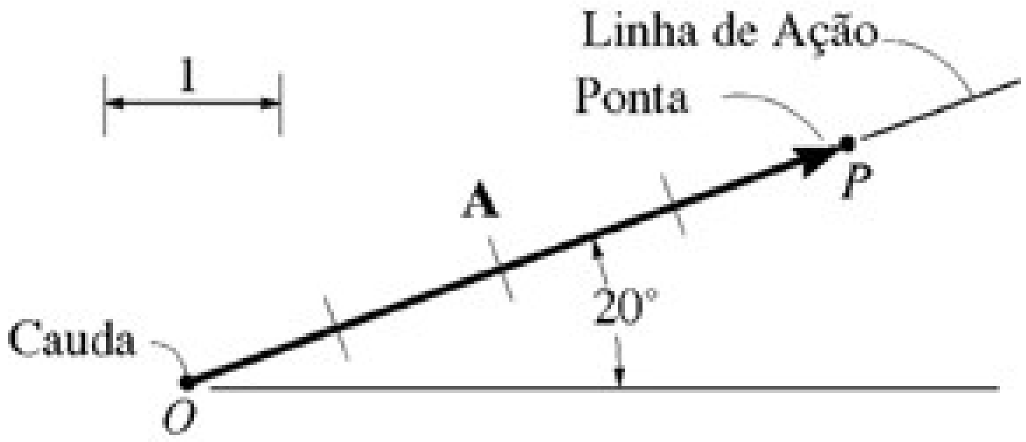
- **Vetor:** Quantidade física que requer uma intensidade, direção e sentido para sua descrição.

  EX: Torque, força, aceleração.

Vetores serão representados por:

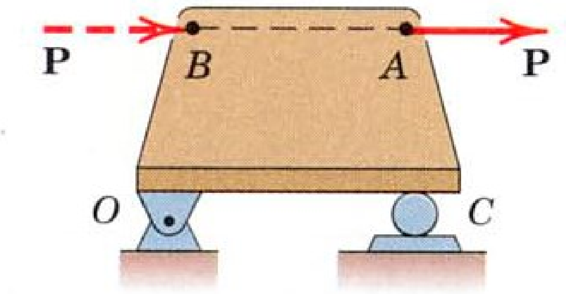
$\overrightarrow{A}$ ou **A**

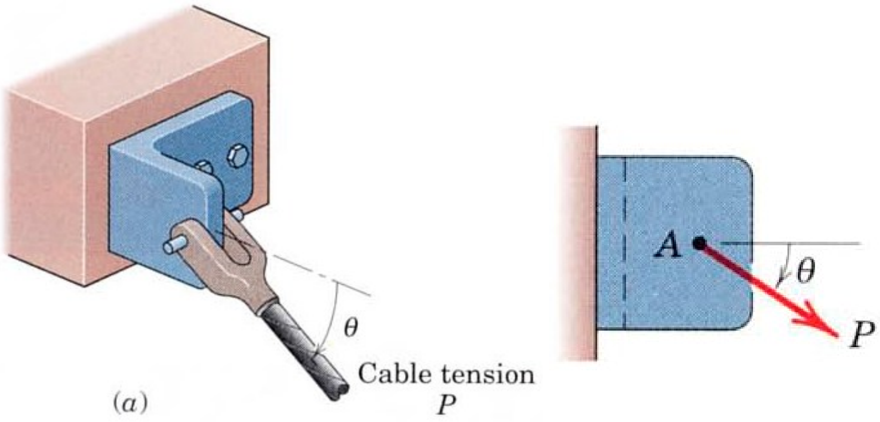


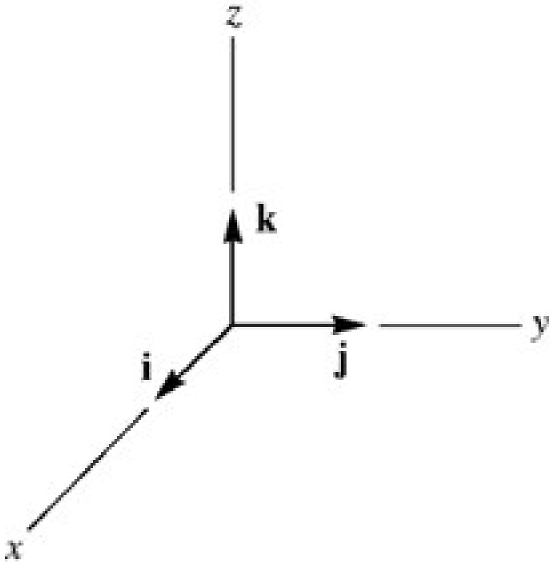


OPERAÇÕES VETORIAIS

- **Vetor Deslizante:** pode ser movido para qualquer ponto ao longo da sua linha de ação, desde que se mantenham a mesma direção, sentido e magnitude.
- **Vetor Fixo:** é aquele para o qual um único ponto de aplicação é especificado.
- **Vetor unitário:** é um vetor cujo comprimento é a unidade. São utilizados para representar as direções de acordo com o sistema referencial.

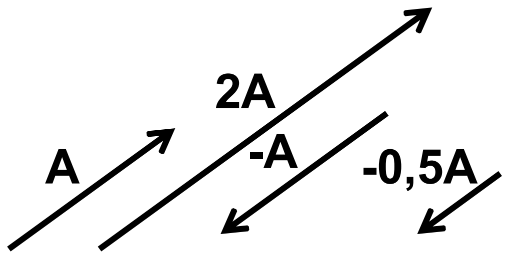




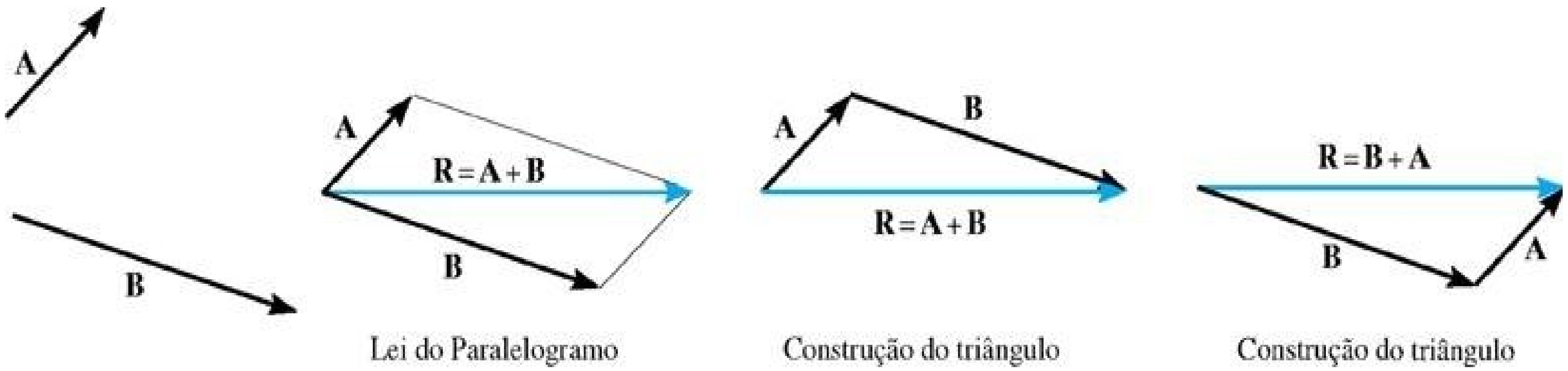


OPERAÇÕES VETORIAIS

- Multiplicação e Divisão de um vetor por um escalar:

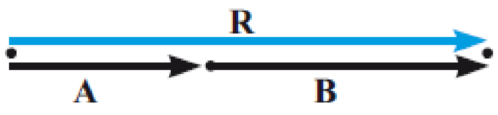


- Adição de vetores: Todas as quantidades vetoriais obedecem à lei do paralelogramo da adição



OPERAÇÕES VETORIAIS

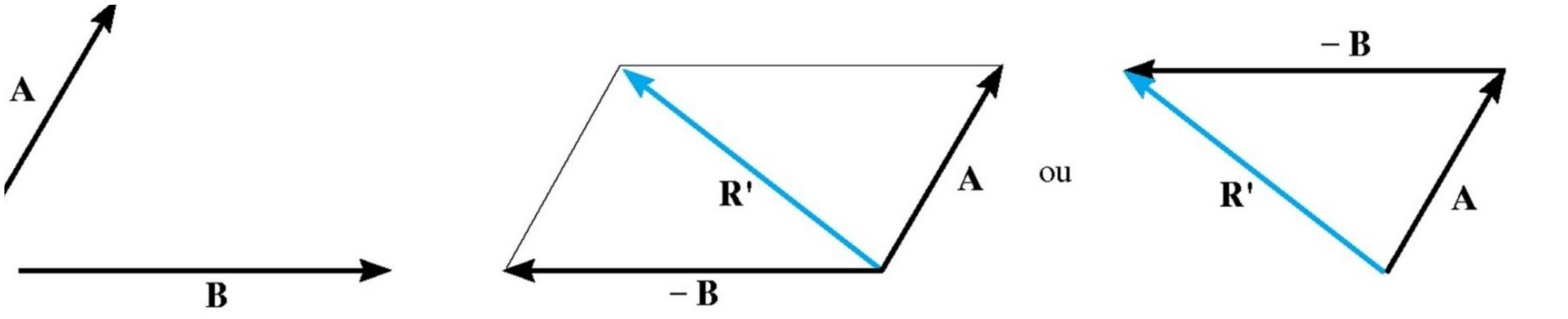
➢ <u>Adição de Vetores Colineares:</u>



$R = A + B$

Adição de vetores colineares

➢ <u>Subtração de vetores:</u>



Lei do paralelogramo

Construção do triângulo

MULTIPLICAÇÃO DE VETORES POR ESCALARES

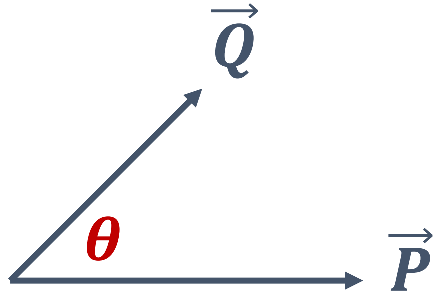
$$(m+n)\vec{P} = m\vec{P} + n\vec{P}$$

$$m(\vec{P} + \vec{Q}) = m\vec{P} + m\vec{Q}$$

$$m\left(n\vec{P}\right) = n\left(m\vec{P}\right) = (mn)\vec{P}$$

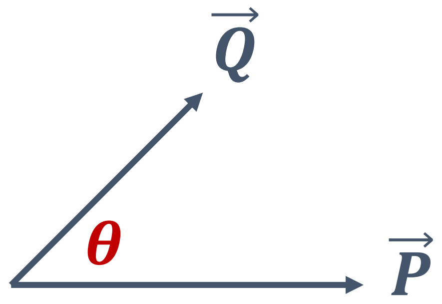
PRODUTO ESCALAR E VETORIAL

Produto Escalar



$$\vec{P} \,.\, \vec{Q} = |\vec{P}||\vec{Q}|cos\theta$$

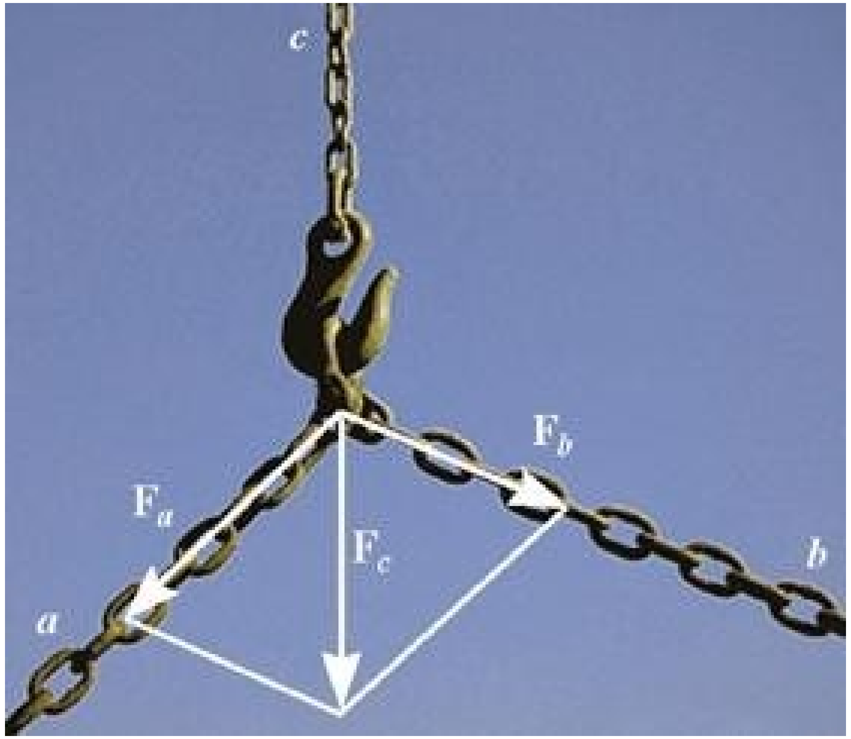
Produto Vetorial

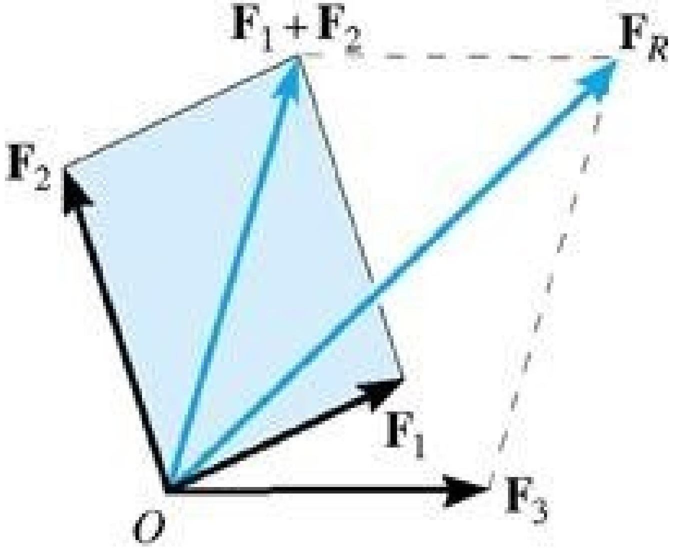


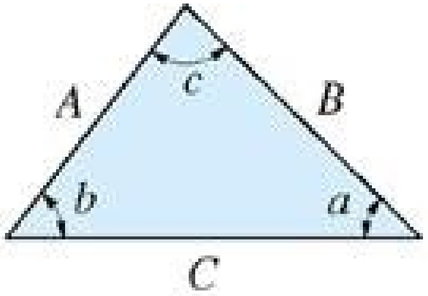
$$\vec{P} \; x \; \vec{Q} = |\vec{P}||\vec{Q}| \; sin\theta$$

ADIÇÃO VETORIAL DE FORÇAS

- Determinando a força resultante:







Lei dos senos:

$$\frac{A}{\text{sen } a} = \frac{B}{\text{sen } b} = \frac{C}{\text{sen } c}$$

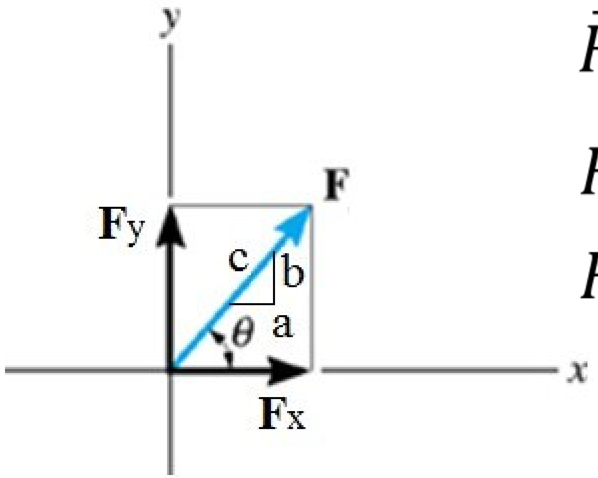
Lei dos cossenos:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos c}$$

ADIÇÃO VETORIAL DE FORÇAS

Componentes da força resultante em relação a quaisquer eixos:

- Utiliza-se a lei dos seno para encontrar as componentes



$$\vec{F} = \overrightarrow{F_x} + \overrightarrow{F_y}$$

$$F_x = F.\cos\theta$$

$$F_y = F.\sin\theta$$

$$\frac{F_x}{F} = \frac{a}{c} \rightarrow F_x = F\left(\frac{a}{c}\right)$$

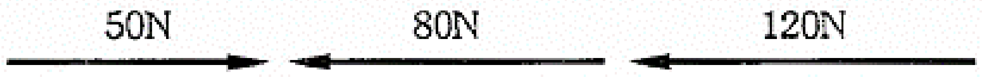
$$\frac{F_y}{F} = \frac{a}{c} \rightarrow F_y = F\left(\frac{b}{c}\right)$$

EXEMPLOS

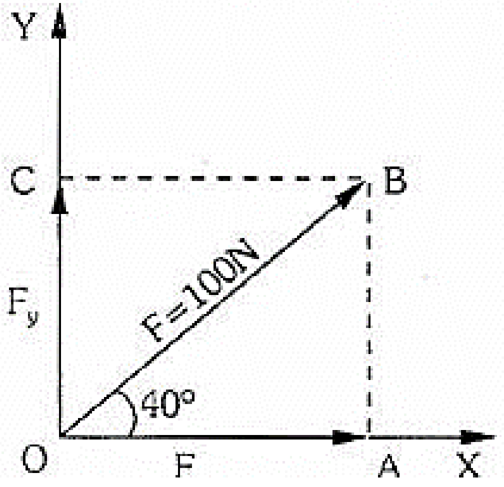
Ex.1 - Determine a resultante F dos sistemas de forças a seguir:

a)

b)



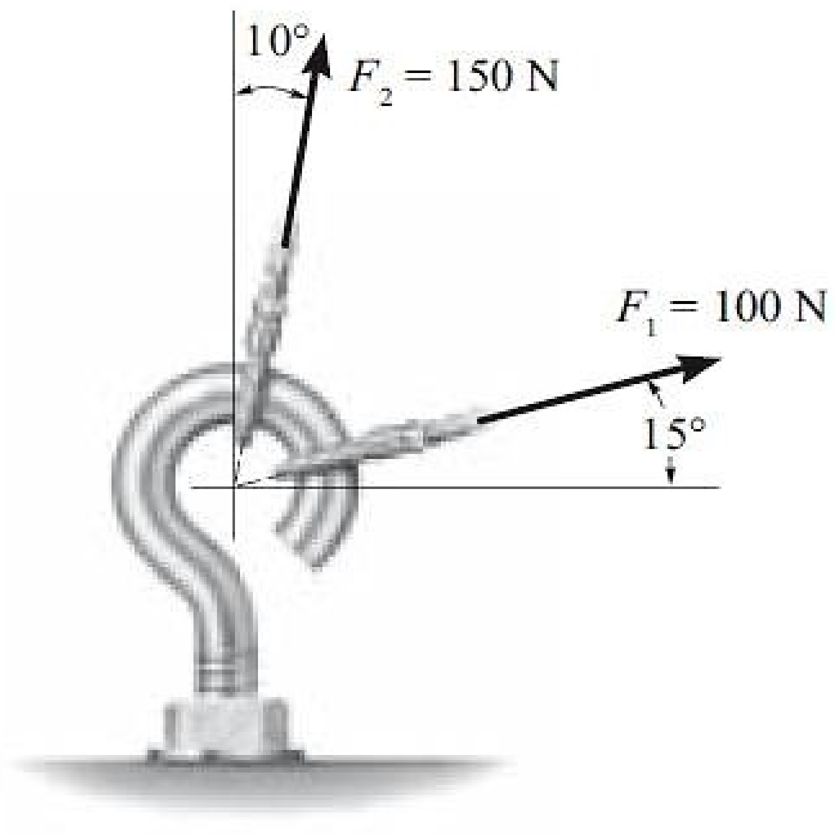
Ex.2 - Determine os componentes ortogonais F_x e F_y de uma carga F de 100N que forma 40° com a horizontal.

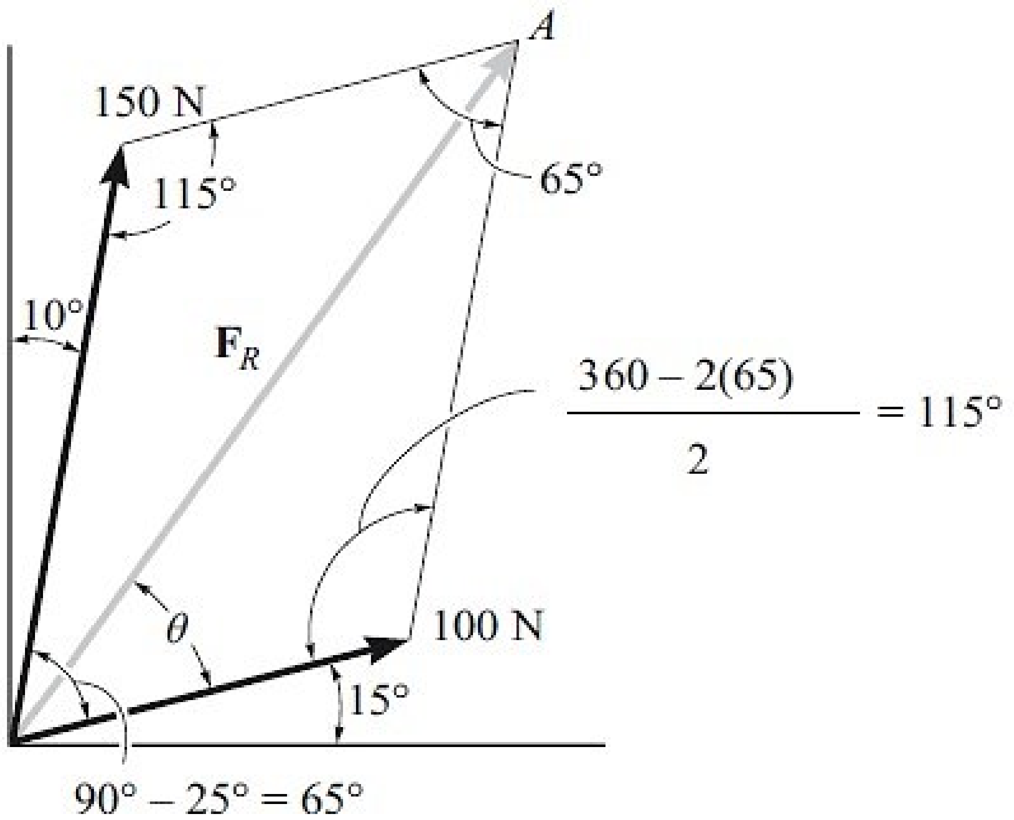


Ex.3 - As cargas $F_1 = 200$ N e $F_2 = 600$ N formam entre si um ângulo $\alpha=60°$. Determinar a resultante das cargas (F) e o ângulo (γ) que F forma com a horizontal.

EXEMPLOS

Ex.4. O parafuso tipo gancho da Figura 2.10a está sujeito a duas forças F1 e F2. Determine a intensidade (módulo) e a direção da força resultante.





SOLUÇÃO DO EXEMPLO 4

$$F_R = \sqrt{(100N)^2 + (150N)^2 - 2(100N)(150N)\cos 115^\circ}$$
$$= \sqrt{10000 + 22500 - 30000(-0{,}4226)} = 212{,}6N$$
$$= 213N$$

O ângulo θ é determinado aplicando-se a lei dos senos, usando-se o valor calculado de F_R.

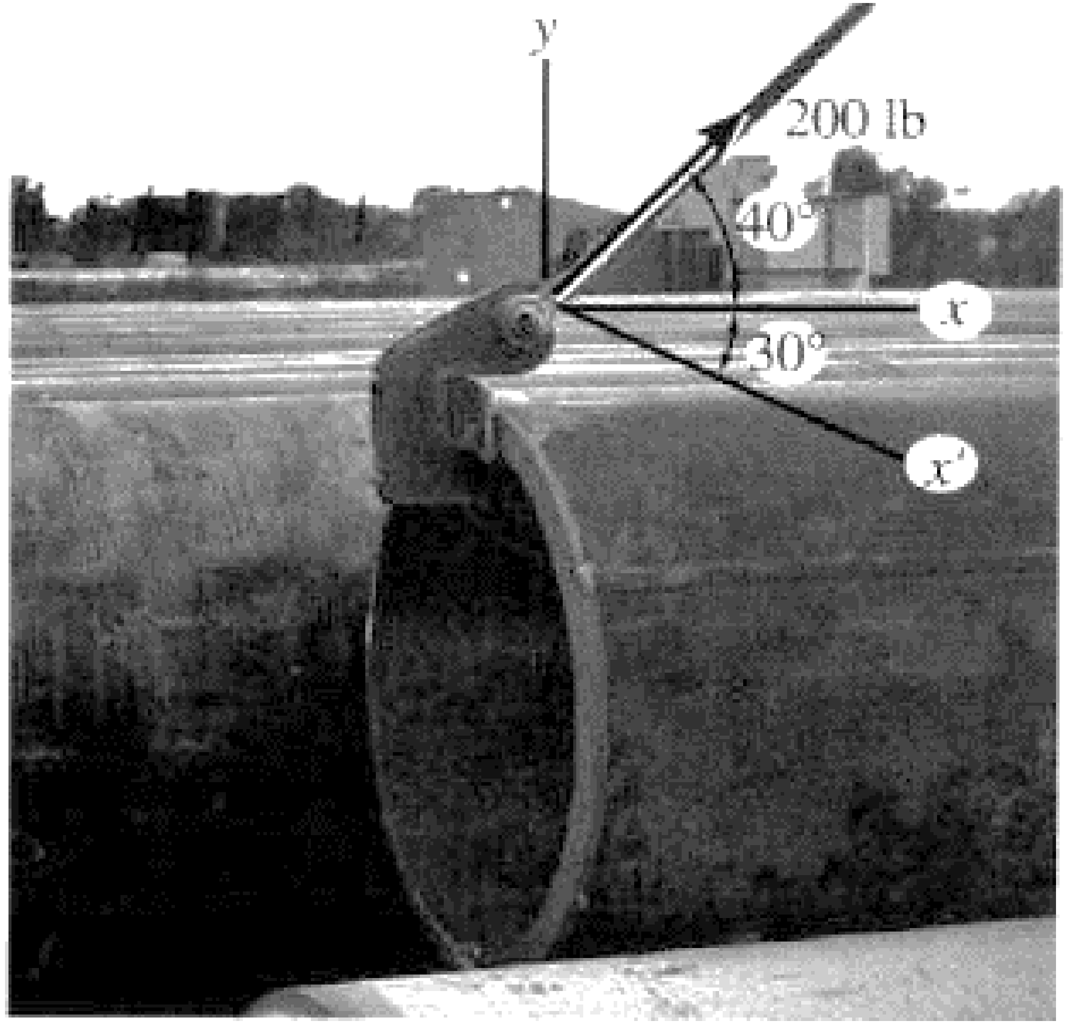
$$\frac{150N}{sen\theta} = \frac{212{,}6N}{sen115^\circ}$$
$$sen\theta = \frac{150N}{212{,}6N}(0{,}9063)$$
$$\theta = 39{,}8^\circ$$

Assim, a direção ϕ de F_R medida a partir da horizontal é:

$$\Phi = 39{,}8^\circ + 15^\circ = 54{,}8^\circ$$

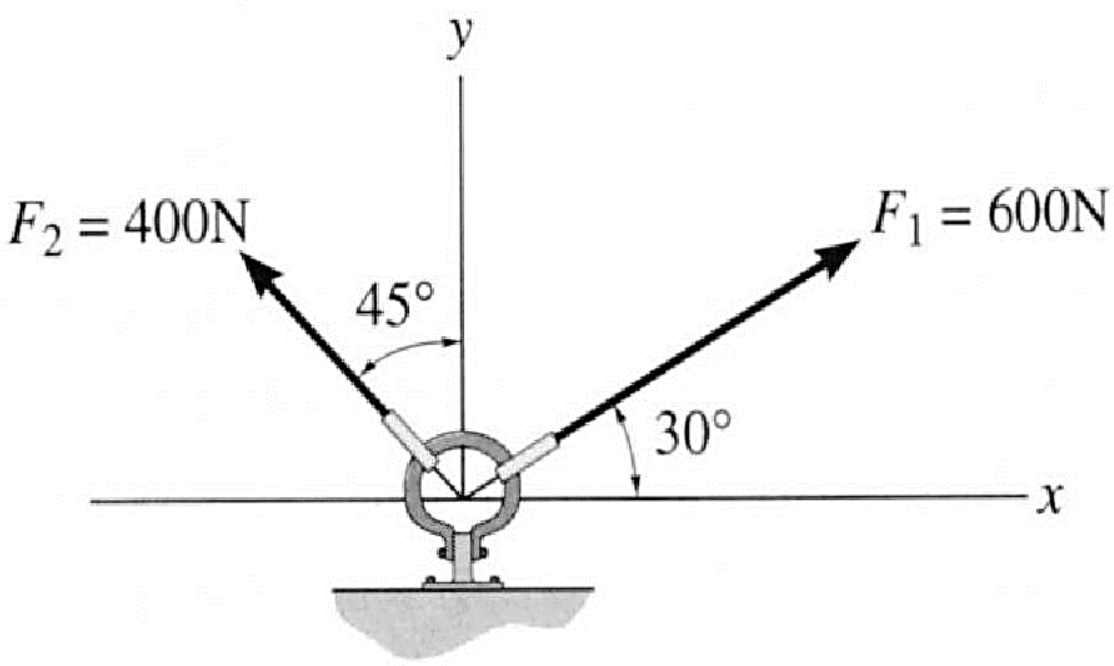
EXEMPLOS

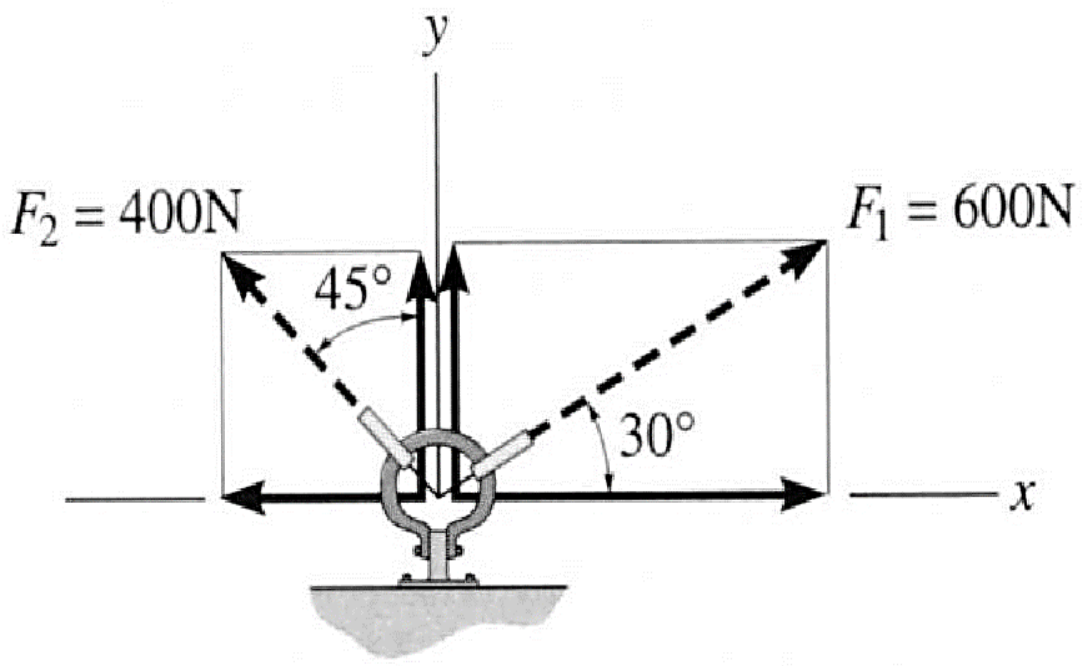
Ex.5. Decomponha a força de 200lb que atua sobre o tubo, em componentes, na direção: (a) x e y; (b) x’ e y;



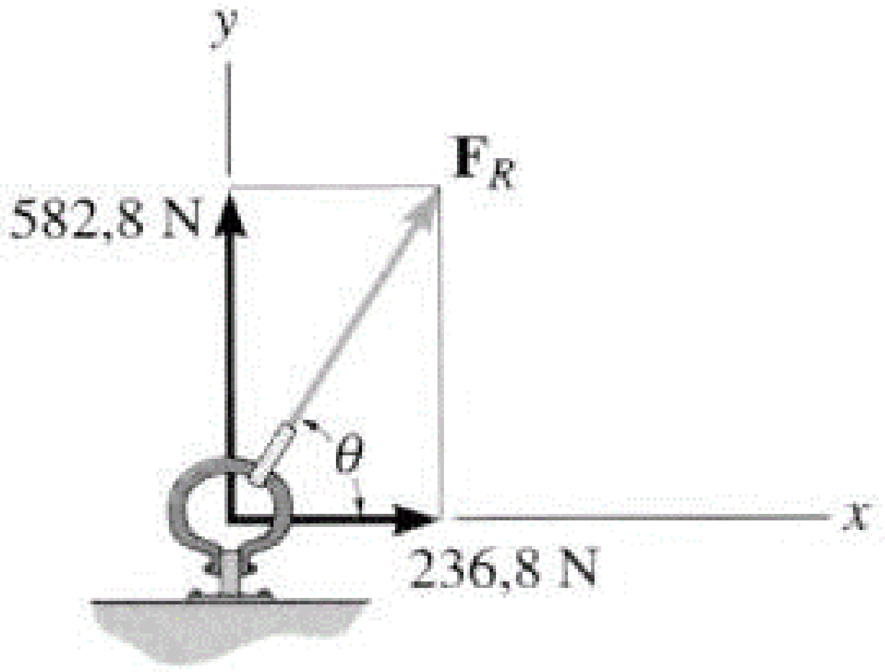
EXEMPLOS

Ex.6. O elo da figura está submetido a duas forças F1 e F2. Determine a intensidade e a orientação da força resultante.





SOLUÇÃO DO EXEMPLO 6



$$\overset{+}{\rightarrow} F_{Rx} = \sum F_x \qquad F_{Rx} = 600 \cos 30^\circ N - 400\ sen\ 45^\circ N$$

$$= 236{,}8N \rightarrow$$

$$+\uparrow F_{Ry} = \sum F_y \qquad F_{Ry} = 600\ sen\ 30^\circ N + 400 \cos 45^\circ N$$

$$= 582{,}8N \uparrow$$

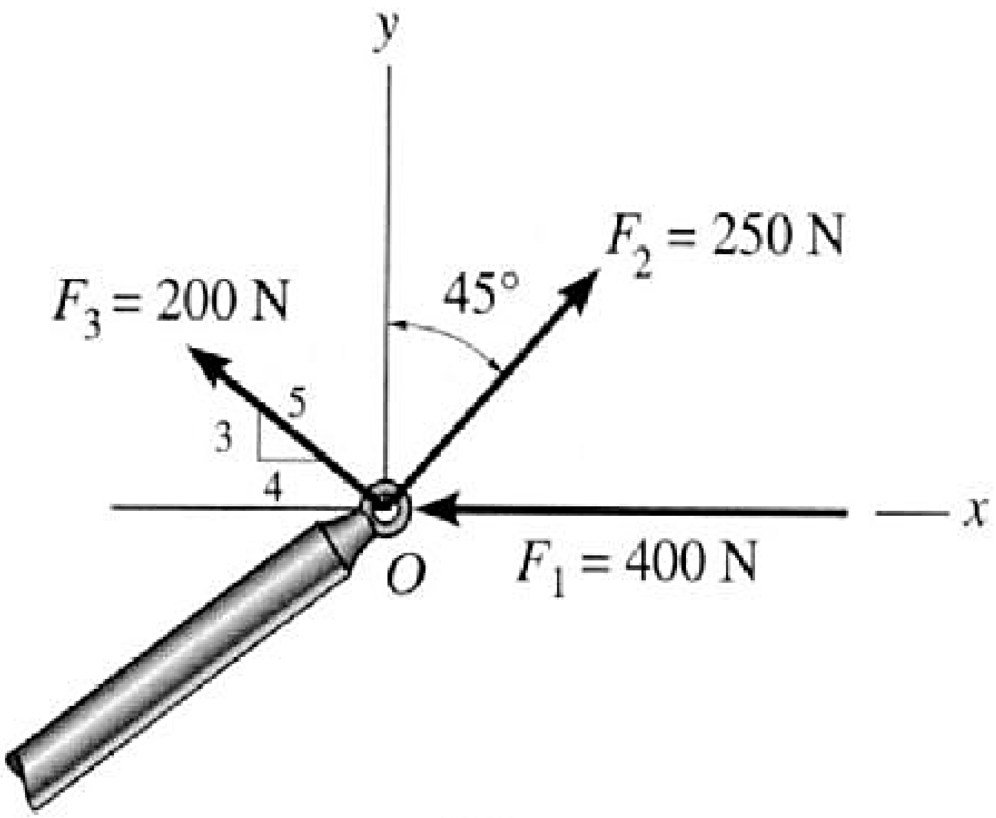
$$F_R = \sqrt{(236{,}8N)^2 + (582{,}8N)^2}$$

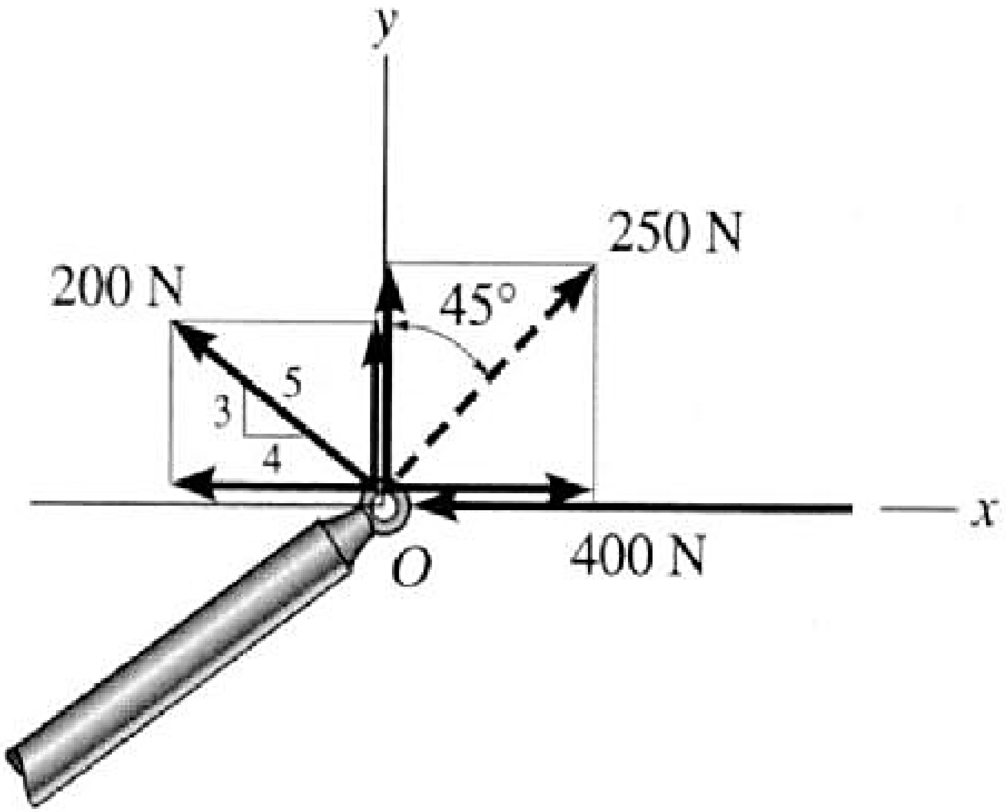
$$= 629N$$

$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{582{,}8N}{236{,}8N}\right) = 67{,}9^\circ$$

EXEMPLOS

Ex.7. A extremidade de uma lança O na Figura está submetida a três forças concorrentes e coplanares. Determine a intensidade e a orientação da força resultante.

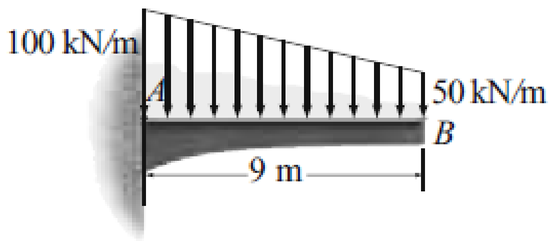




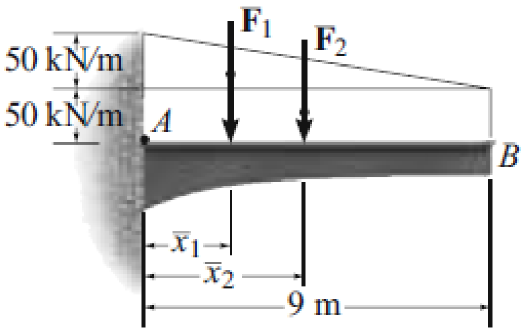
CLASSIFICAÇÃO DAS FORÇAS

- Força de Contato: é produzida por contato físico direto;

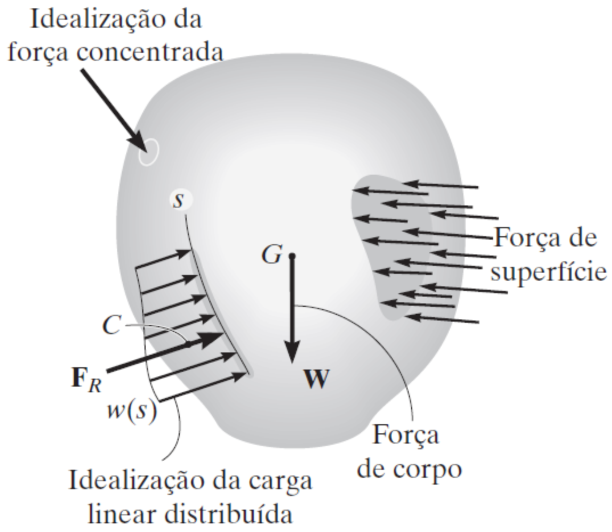
- Força de Corpo: é gerada em virtude da posição de um corpo dentro de um campo de forças, como gravitacional, elétrico ou magnético;



Força Distribuída



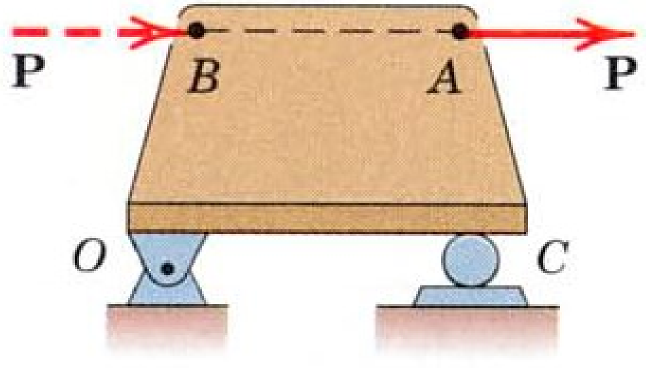
Força Concentrada

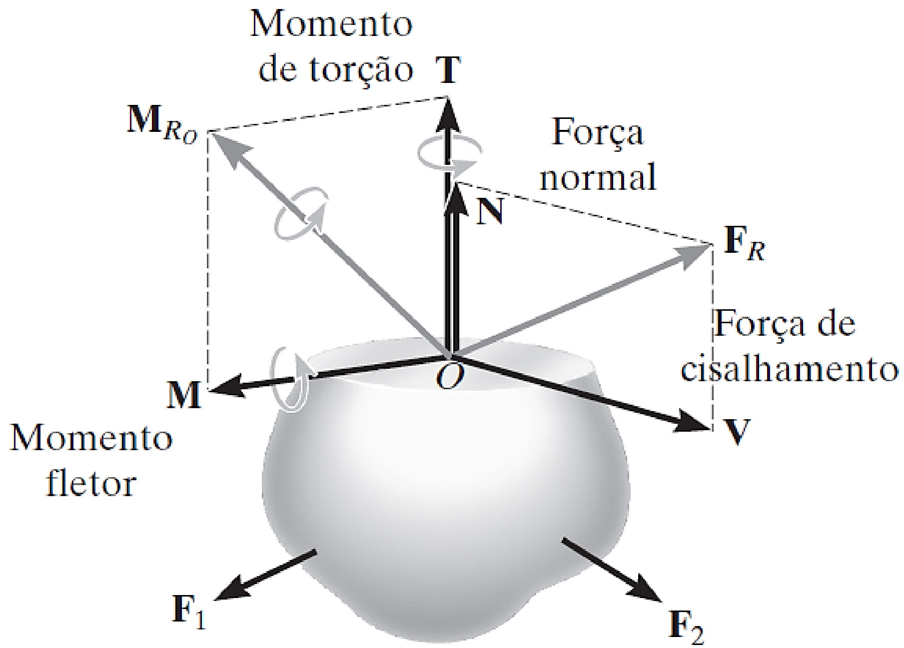


EFEITO DAS FORÇAS

- Efeito Externo: São as forças reativas nos suportes em O e em C.

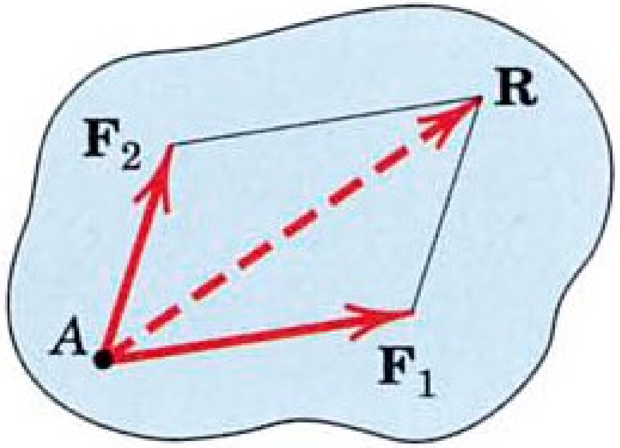
- Efeito Interno: Dependem das propriedades do material do corpo e será estudada na disciplina de Resistência dos Materiais.

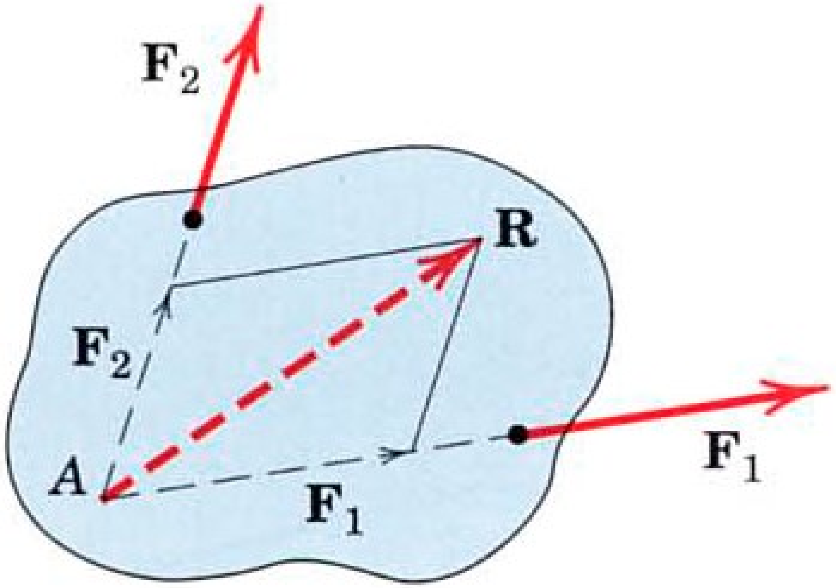




FORÇAS CONCORRENTES

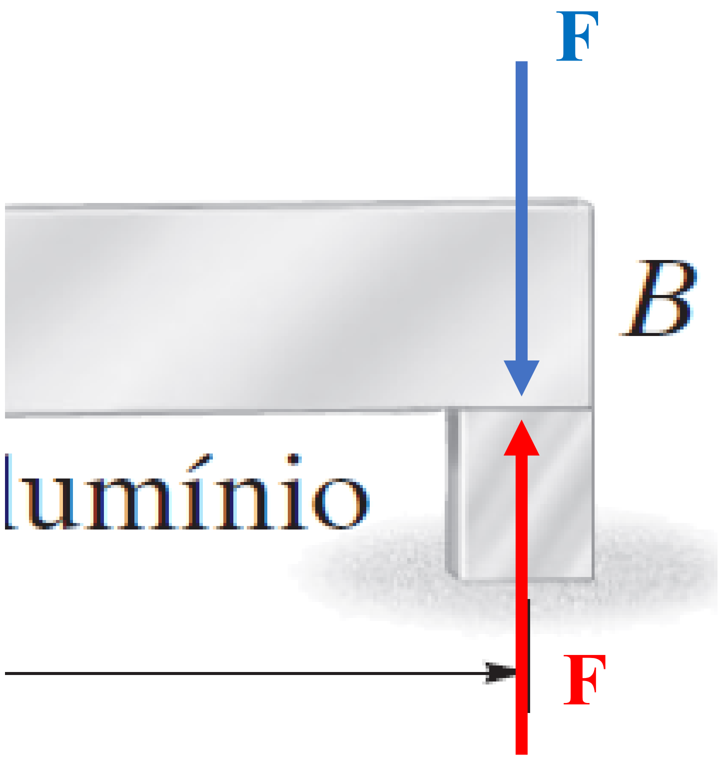
- Duas ou mais forças são concorrentes em um ponto se suas linhas de ação se interceptam nesse ponto.





AÇÃO REAÇÃO

- De acordo com a 3ª Lei de Newton, a ação de uma força é sempre acompanhada por uma reação de igual magnitude e direção, porém de sentido oposto.

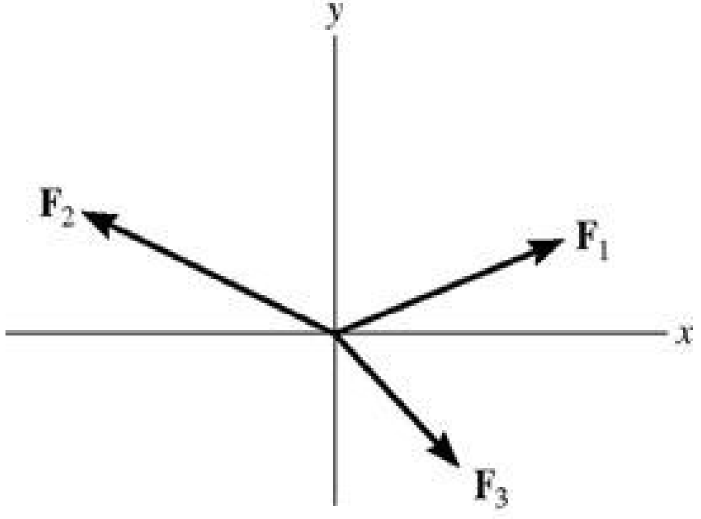


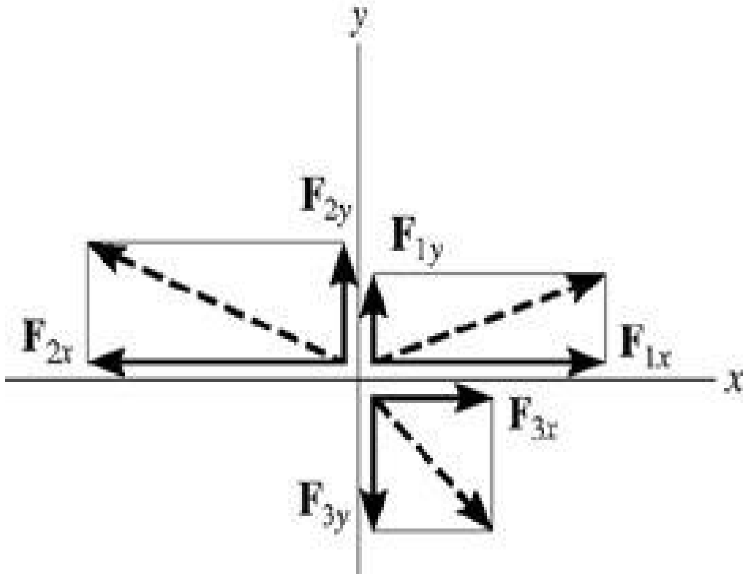
ADIÇÃO DE FORÇAS COPLANARES

- Notação vetorial cartesiana: $\vec{F} = F_x\vec{\imath} + F_y\vec{\jmath}$

- Resultante de forças coplanares:

➢ A resultante pode ser obtida por qualquer uma das notações





$$F_{Rx} = \sum F_x$$

$$F_{Ry} = \sum F_y$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}}\right)$$

EXERCÍCIOS E ATIVIDADES

Orientação para realização das Atividades:

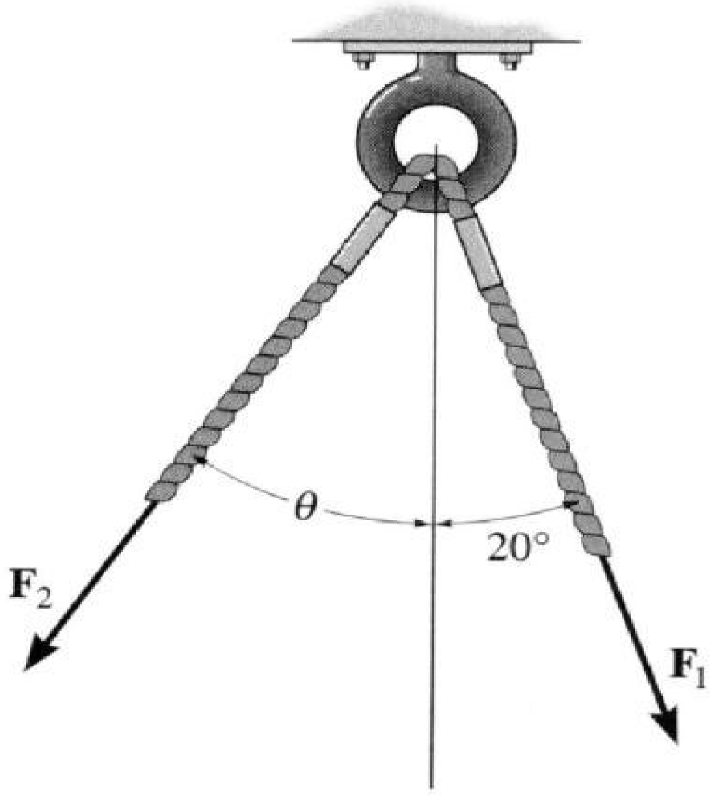
- Realizar as atividade a mão livre;
- Realizar diagramas e desenhos para compreensão;
- Realizar todas as contas de forma detalhada;
- Colocar as repostas principais a caneta;
- Entregar as atividades e resolução dos exercícios em forma digital no sala virtual da disciplina.

EXERCÍCIO 1

O anel mostrado na Figura está submetido a duas forças F1 e F2. Se for necessário que a força resultante tenha intensidade de 1kN e seja orientada verticalmente para baixo, determine:

(a) a intensidade de F1 e F2, desde que $\theta = 30°$;

(b) as intensidades de F1 e F2, se F2 for mínima.



(a)

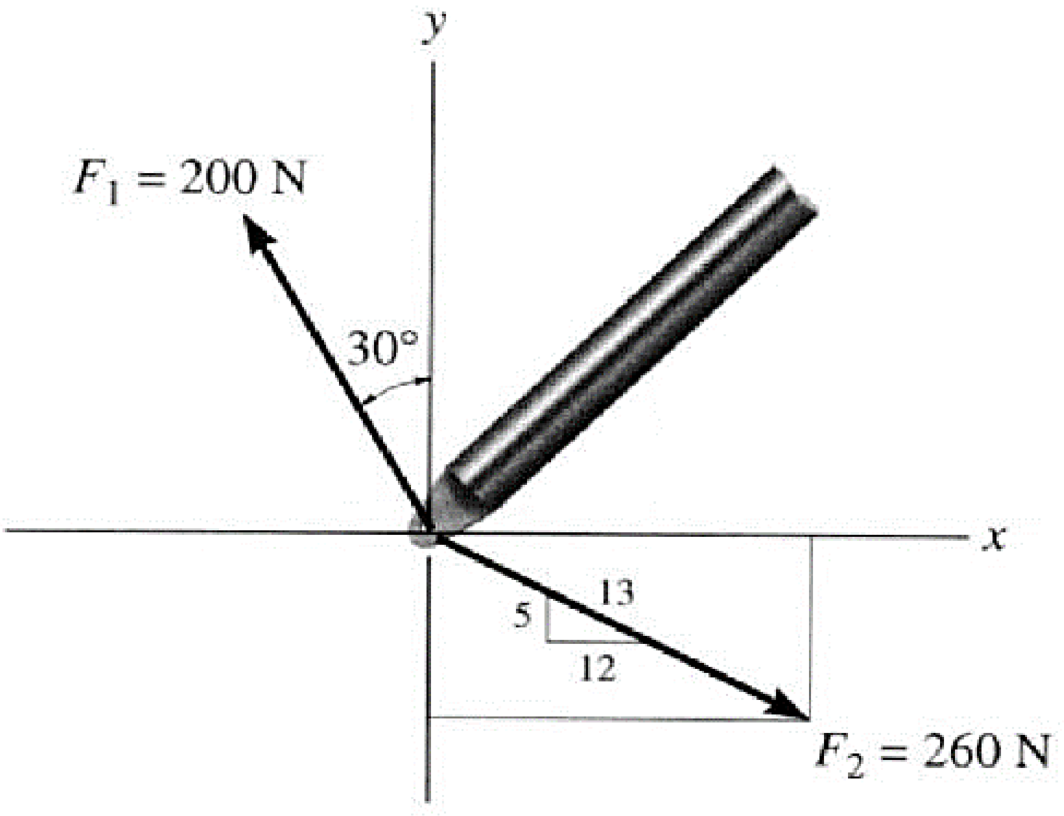
Respostas:

a) F1 = 653N ; F2 = 446N

B) F1 = 940N ; F2 = 342N

EXERCÍCIO 2

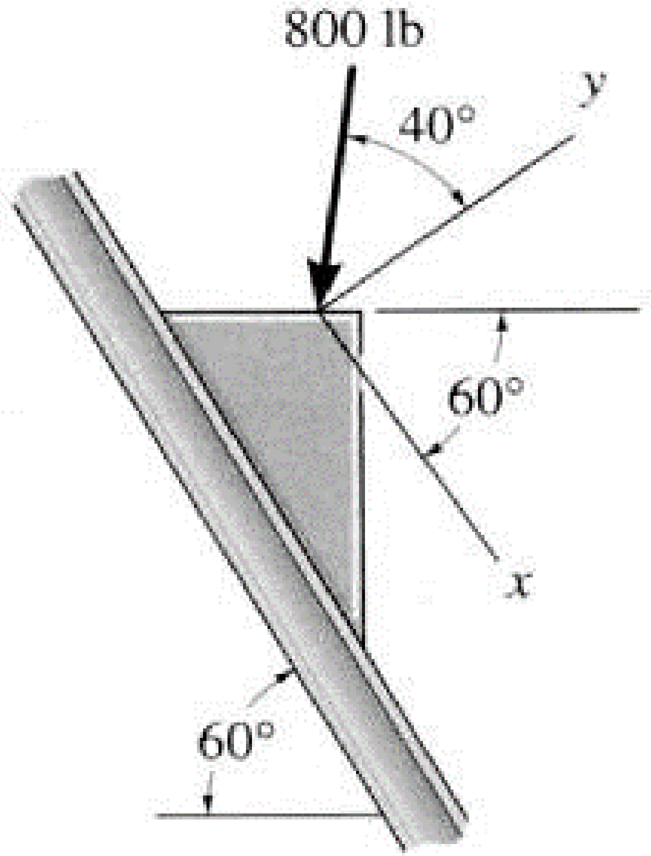
Determine os componentes x e y de F1 e F2 que atuam sobre a lança mostrada na Figura. Calcule a Força Resultante do Sistema pelo método de adição de forças coplanares e pela lei do Paralelogramo (lei do cosseno)



Respostas:
FR = 157,9N

EXERCÍCIO 3

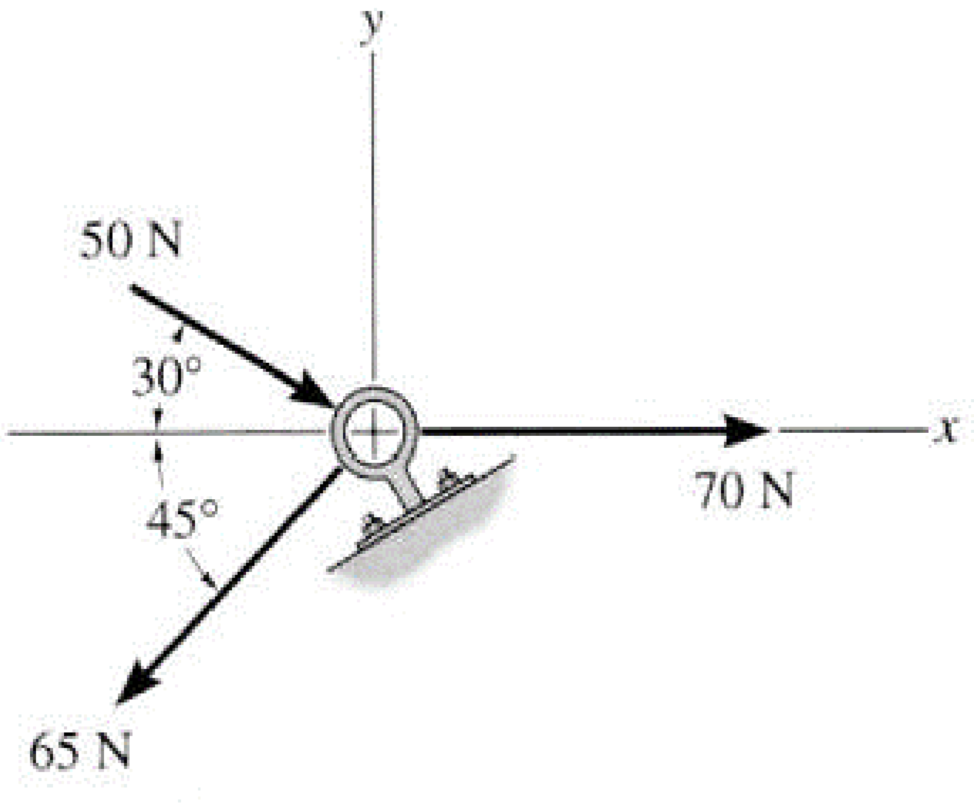
Determine os componentes x e y da força de 800 lbf.



Respostas:
Fx = 514 lb
Fy = -613 lb

EXERCÍCIO 4

Determine a intensidade da força resultante e sua direção, medida no sentido horário a partir do eixo x positivo.

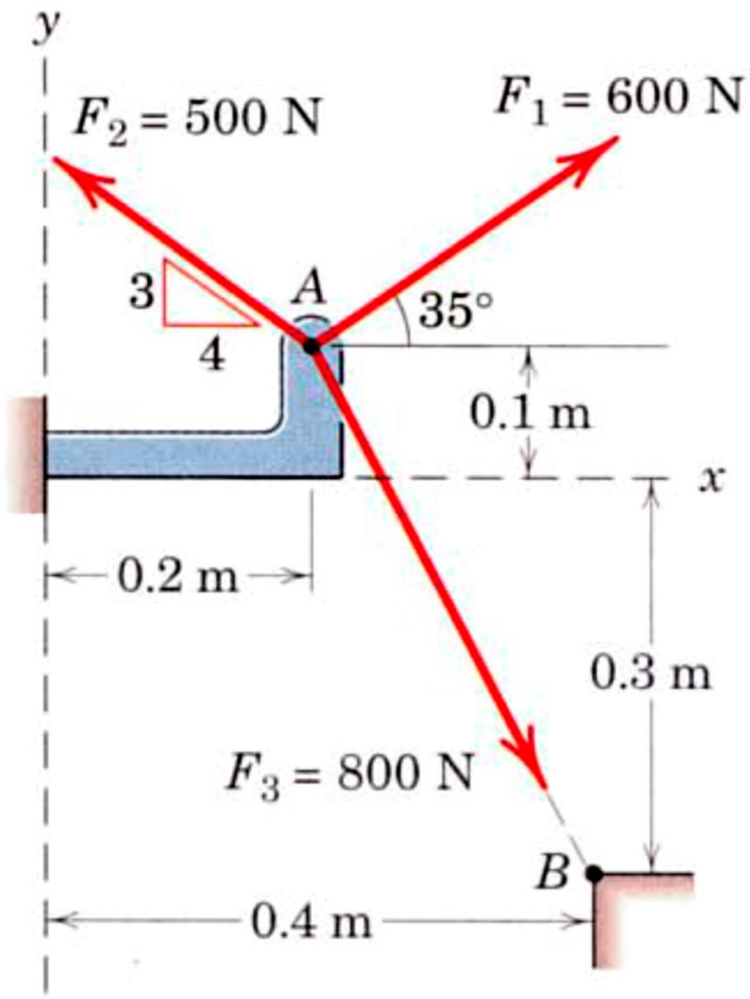


Respostas:
FR = 97,8N
Θ = 313,5º

EXERCÍCIO 5

As forças F1, F2 e F3, todas atuando no ponto A do suporte, são especificadas de três modos diferentes.

Determine os componentes escalares em x e y de cada uma das três forças.



Respostas:

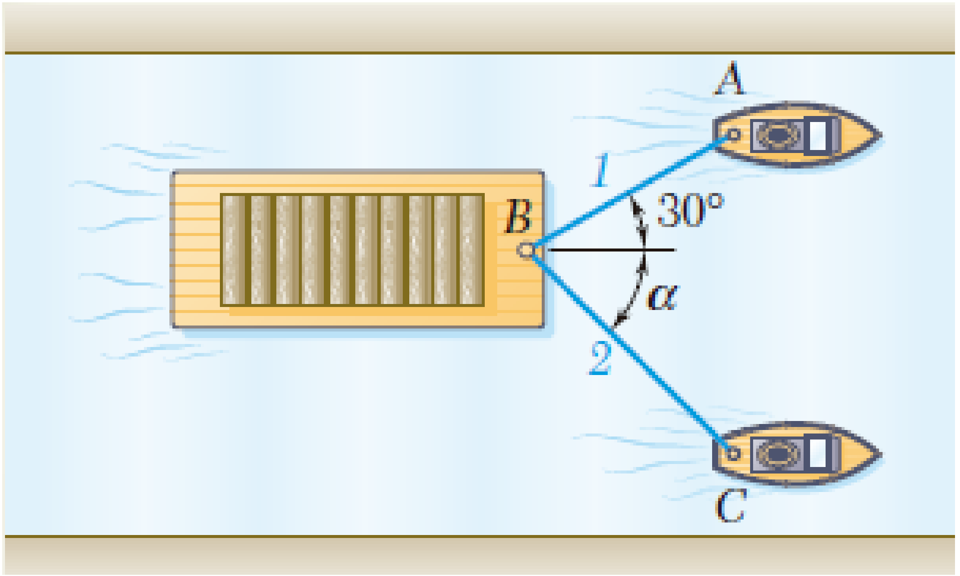
F1 = 491,5N i ; 344 N j.

F2 = -400 N i ; 300 N j.

F3 = 357,8 N i ; -715,5 N j.

EXERCÍCIO 6

Uma barcaça é puxada por dois rebocadores. Se a resultante das forças exercidas pelos rebocadores é de 5 [kN] e tem a direção do eixo da barcaça, determine: a) a tração em cada corda, sabendo que α=45°; b) o valor de α para que a tração na corda 2 seja mínima.



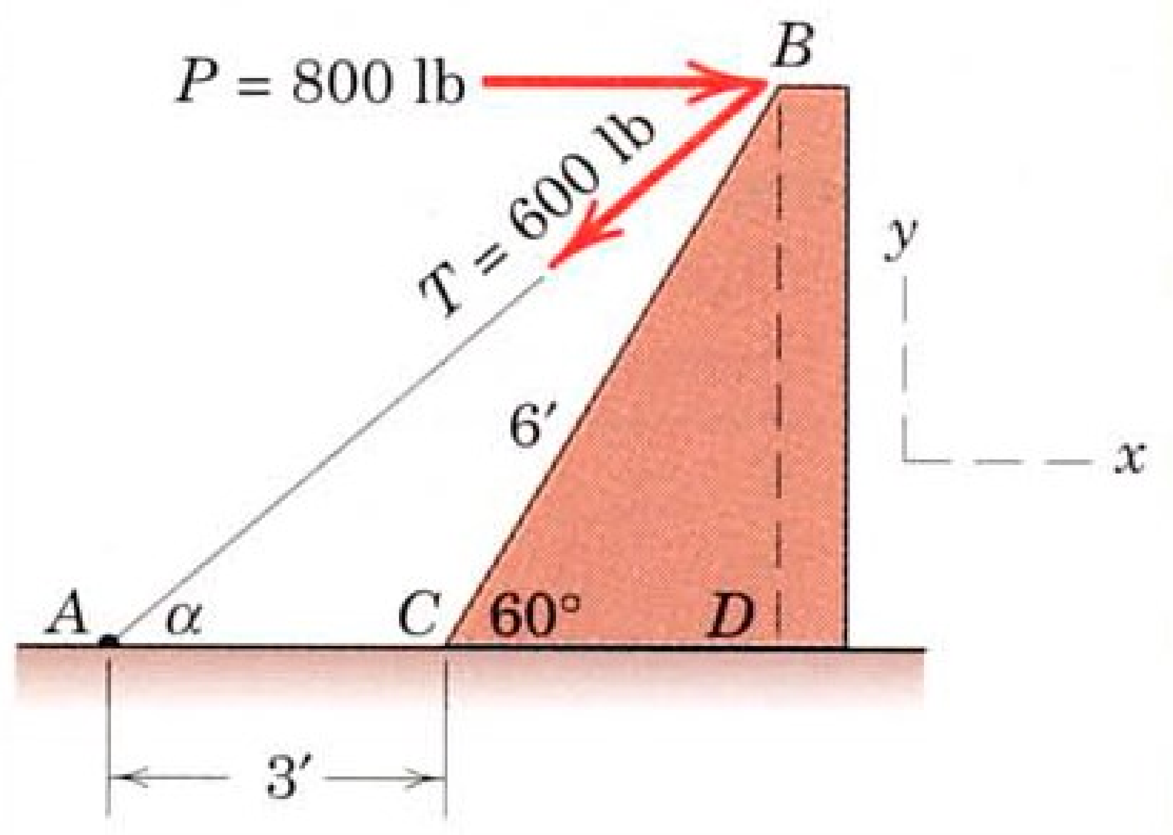
Respostas:

a) FBA = 3,6 kN ; FBC = 2,588 kN

b) Θ = 60^o

EXERCÍCIO 7

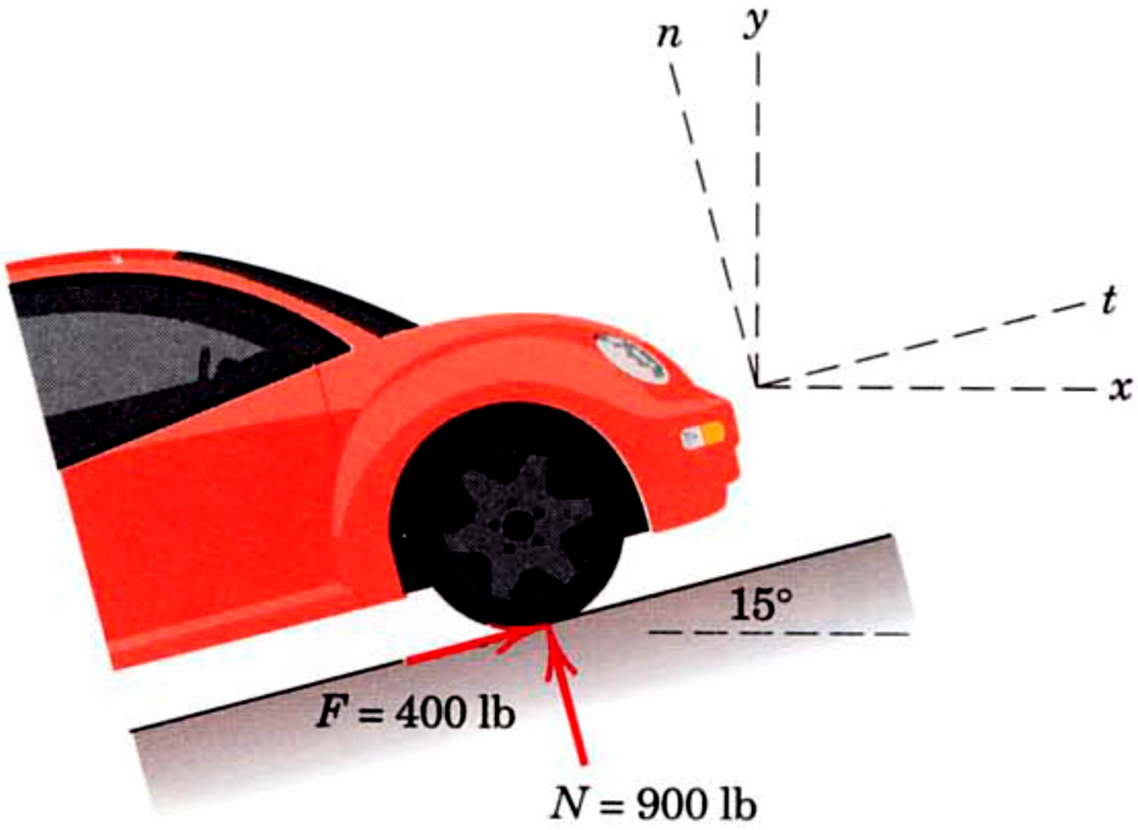
Combine em uma única força equivalente, **R**, as duas forças **P** e **T**, que atuam em B na estrutura fixa.



Respostas:
R = 523,9 N

EXERCÍCIO 8

A força normal de reação, **N**, e a força tangencial de atrito, **F**, atuam no pneu de um carro com tração dianteira, como mostrado. Expresse a resultante **R** dessas duas forças em termos dos vetores unitários: (a) **i** e **j** ao longo dos eixos x e y; (b) $\mathbf{e}_t$ e $\mathbf{e}_n$ ao longo dos eixos n e t mostrados.



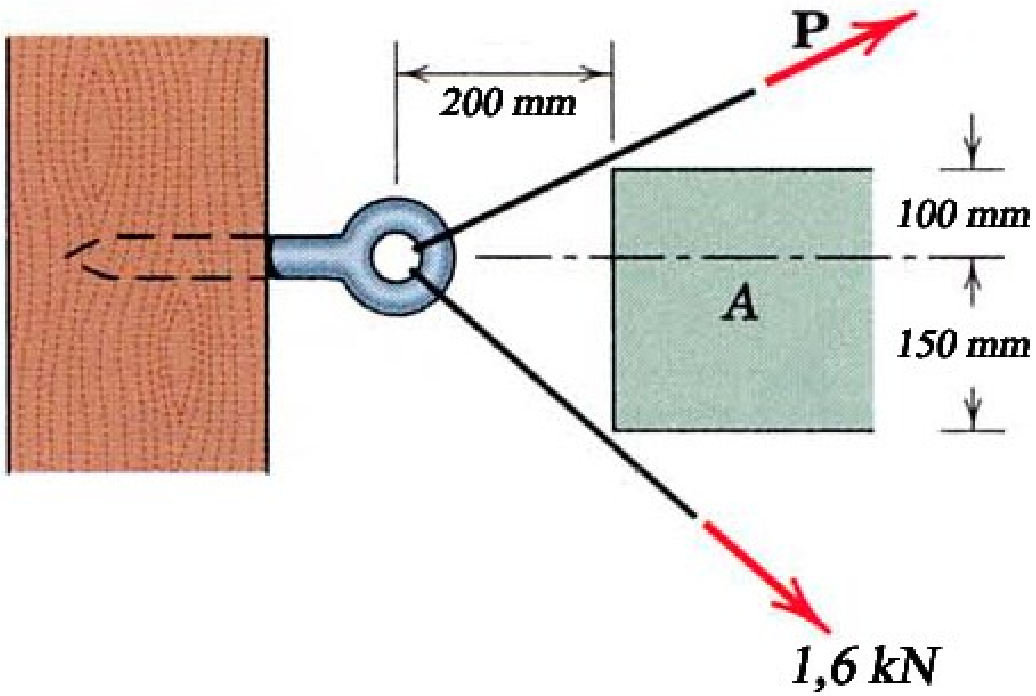
Respostas:

a)Fr = (153,44 i + 972,85 j) lb

b)Fr = (400 n + 900 t) lb

EXERCÍCIO 9

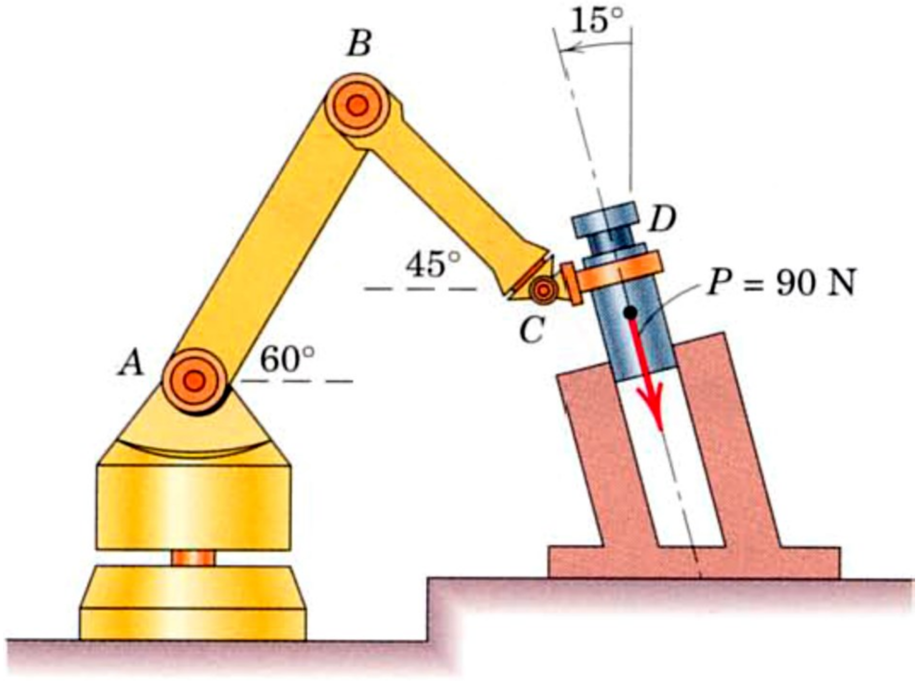
Deseja-se remover o pino da madeira pela aplicação de uma força ao longo de seu eixo horizontal. Um obstáculo evita um acesso direto, de modo que duas forças, uma de 1,6 [kN] e a outra P, são aplicadas por cabos, como mostrado. Calcule o módulo de P necessário para assegurar uma resultante T direcionada ao longo do pino. Determine também o módulo de T.



Respostas:
P = 2,15 KN
T = 3,20 kN

EXERCÍCIO 10

No projeto de um robô para colocar a pequena parte cilíndrica em um furo circular praticamente sem folga, o braço do robô deve exercer uma força **P** de 90 [N] na peça paralela ao eixo do furo, como mostrado. Determine os componentes da força que a peça exerce no robô nos eixos: (a) paralelo e perpendicular ao braço AB; (b) paralelo e perpendicular ao braço BC.



Respostas:
FAB = -63,6N i ; 63,6N j
FBC = 45N i ; -77,9N j