



AULA 4

FORÇAS INTERNAS E TENSÕES EM SÓLIDOS

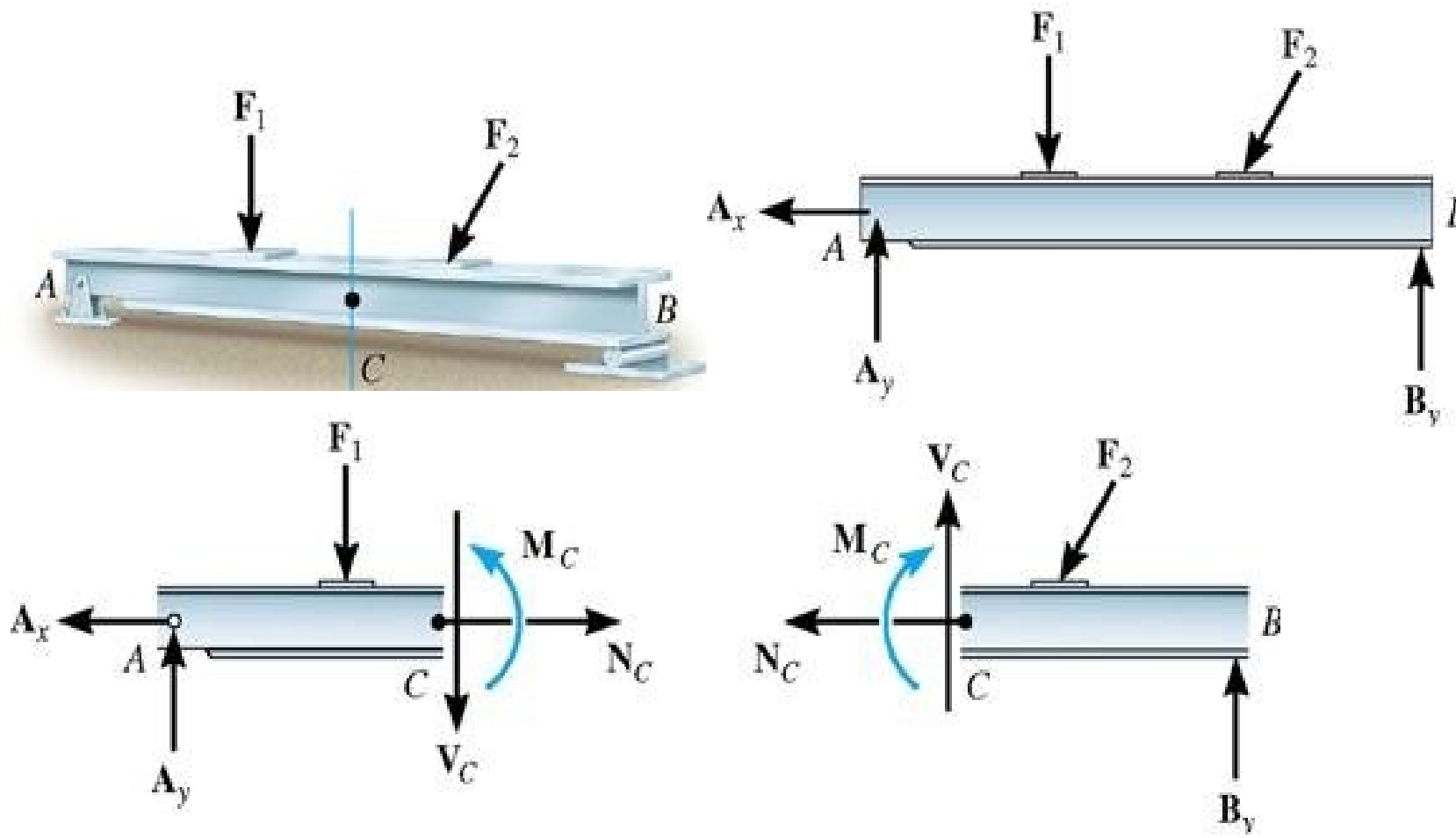
Professor: Dr. Paulo Sergio Olivio Filho

CONTEÚDO DA AULA

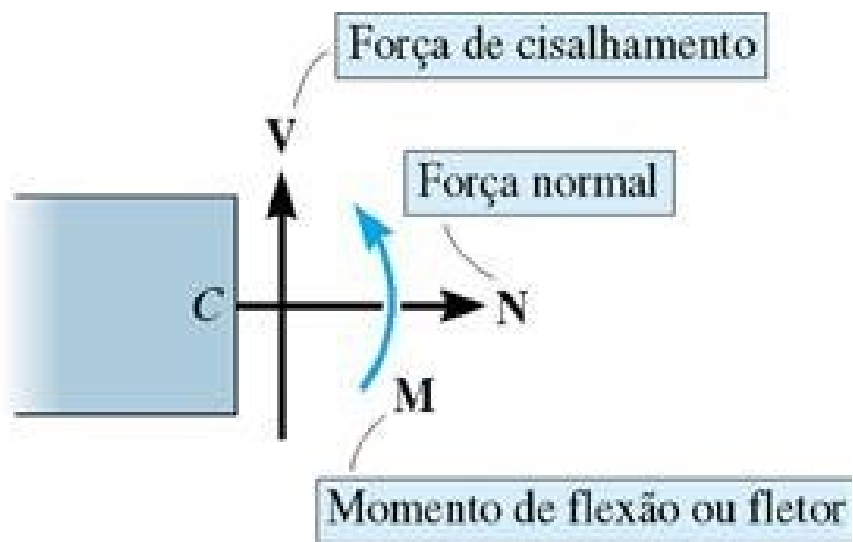
- Introdução a força cortante, força normal e momento fletor.
- Introdução unidades básicas de Tensão
- Introdução a Tensão média e Tensão Cisalhante
- Introdução a Tensão admissível
- Introdução a Fator de Segurança

FORÇAS INTERNAS

Para projetar membro estrutural ou mecânico é necessário conhecer a carga atuante dentro do membro, com o intuito de verificar se o material resistirá a carga aplicada.



FORÇAS INTERNAS

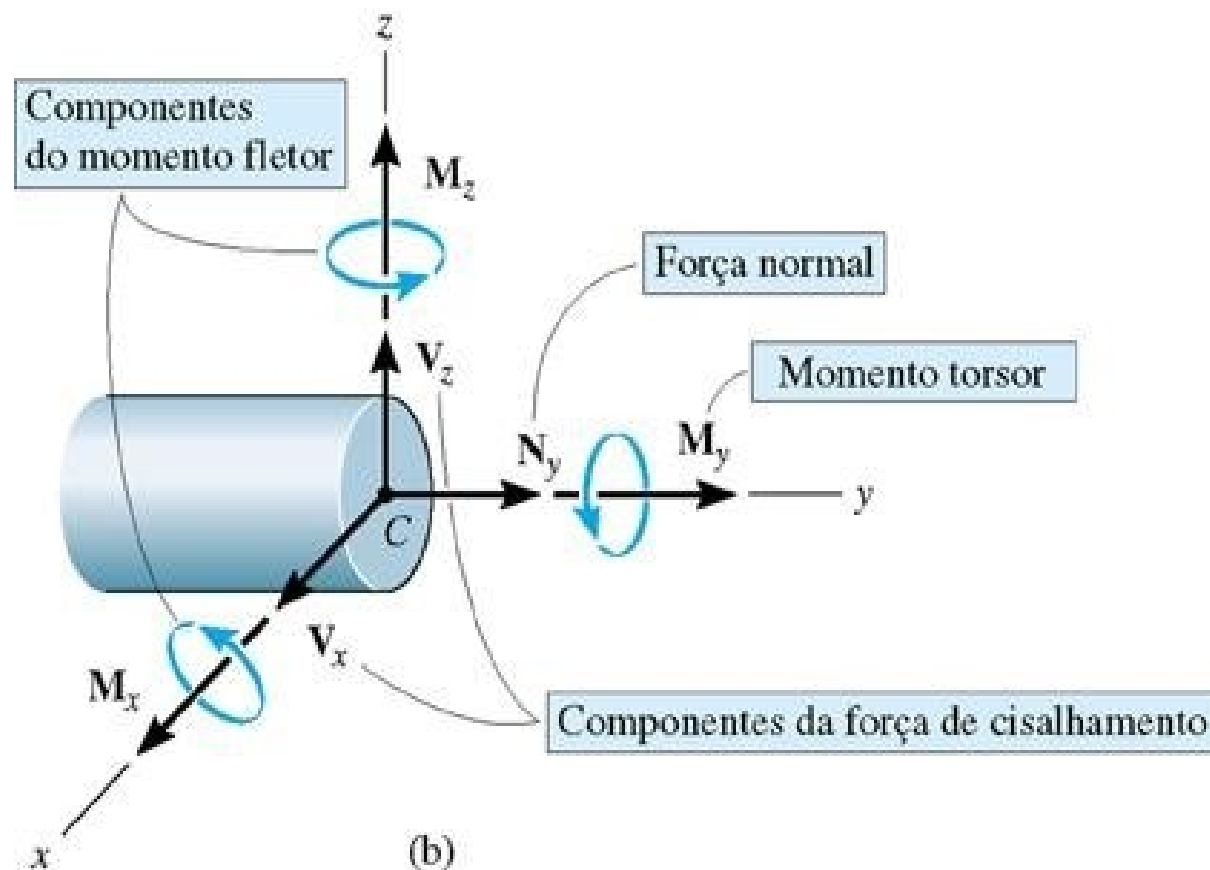


Força Normal, N.

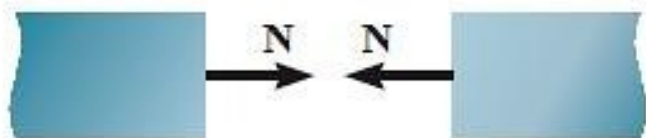
Essa força atua perpendicularmente a área. É criada sempre que as forças externas tendem a empurrar ou puxar as duas partes do corpo.

Momento de Torção ou Torque, T.

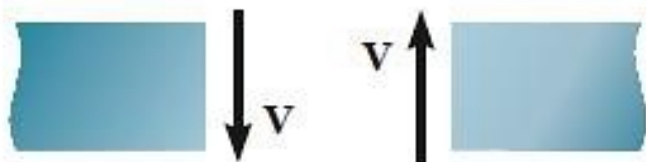
Esse efeito é criado quando as cargas externas tendem a torcer uma parte do corpo em relação a outra.



FORÇAS INTERNAS



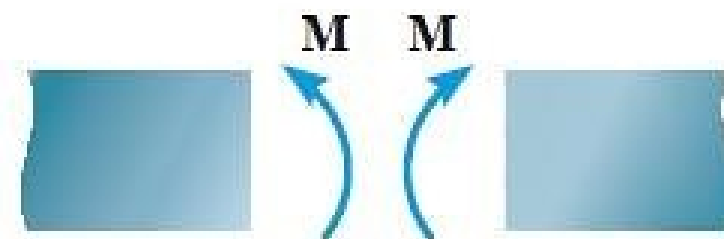
Força normal positiva



Esforço cortante positivo

Momento Fletor, M .

O momento fletor é provocado pelas cargas externas que tendem a fletir o corpo em relação ao eixo localizado no plano da área



Momento positivo

Força de Cisalhamento, V .

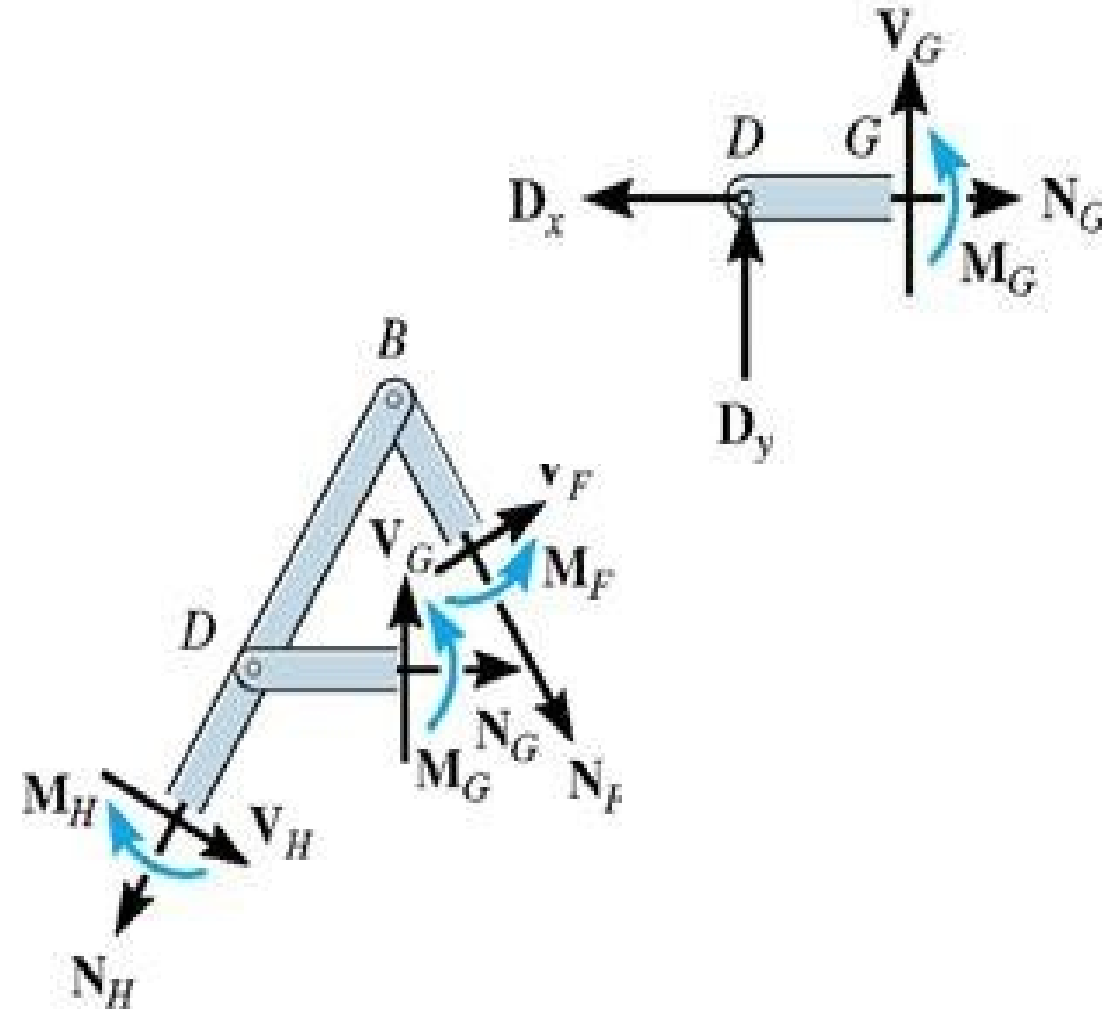
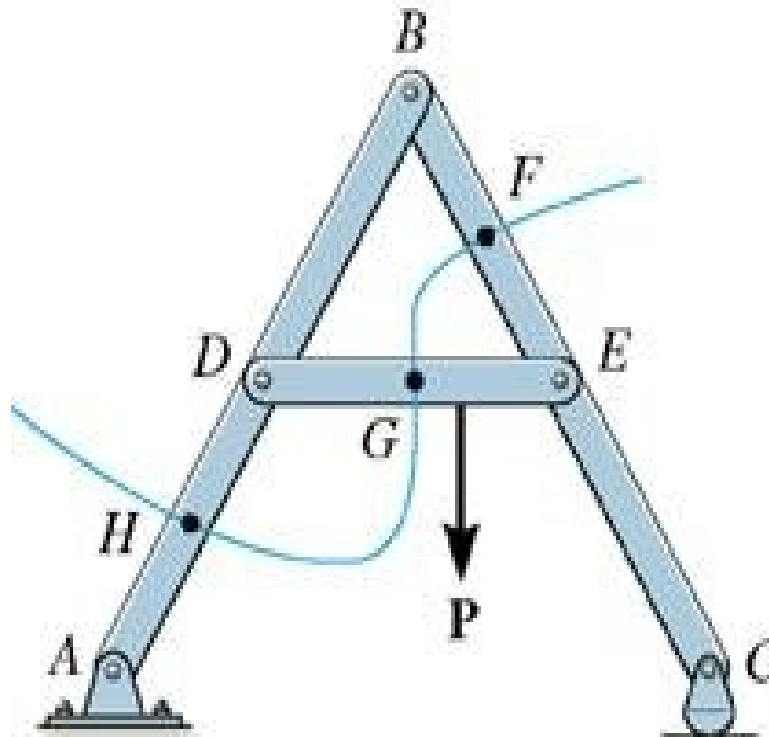
A força de cisalhamento localiza-se no plano da área e é criada quando as cargas externas tendem a provocar o deslizamento das duas partes do corpo, uma sobre a outra.



FORÇAS INTERNAS

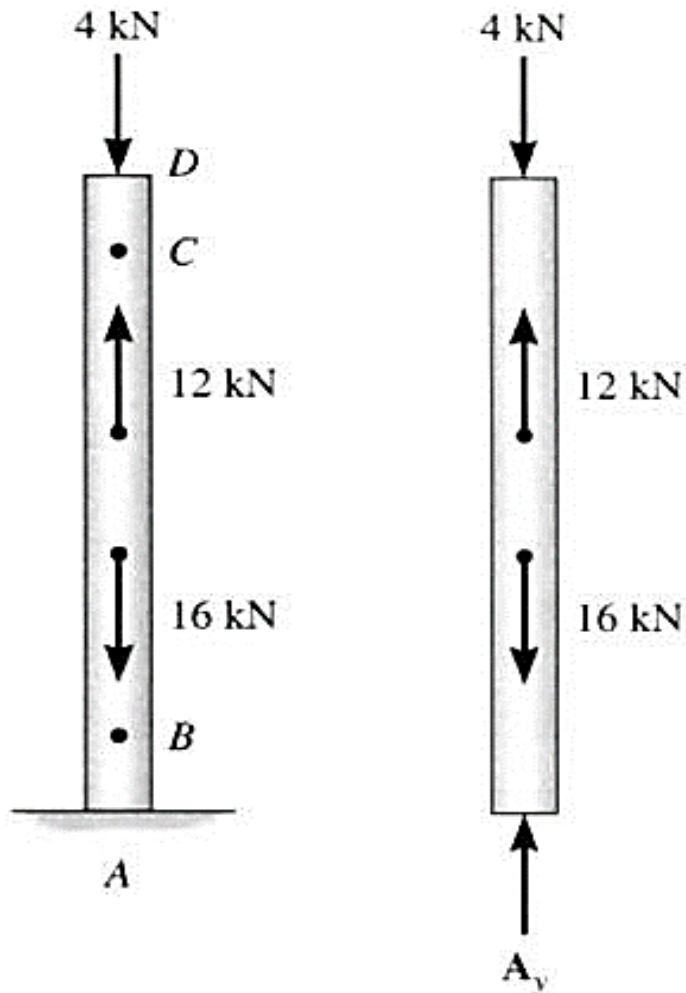
O método das seções pode ser usado para determinar as cargas internas sobre a seção transversal de um membro da seguinte forma:

- ✓ Reações de apoio;
- ✓ Diagrama de corpo livre;
- ✓ Equações de equilíbrio.



EXEMPLO 1

Uma barra é fixada em suas extremidades e é carregada como mostra a Figura. Determine as forças normais internas nos pontos B e C



Reações de apoio:

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$$

$$A_y - 16 \text{ kN} + 12 \text{ kN} - 4 \text{ kN} = 0$$

$$A_y = 8 \text{ kN}$$

EXEMPLO 1



Seguimento AB:

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$$

$$8 \text{ kN} - N_B = 0$$

$$N_B = 8 \text{ kN}$$



Seguimento BC:

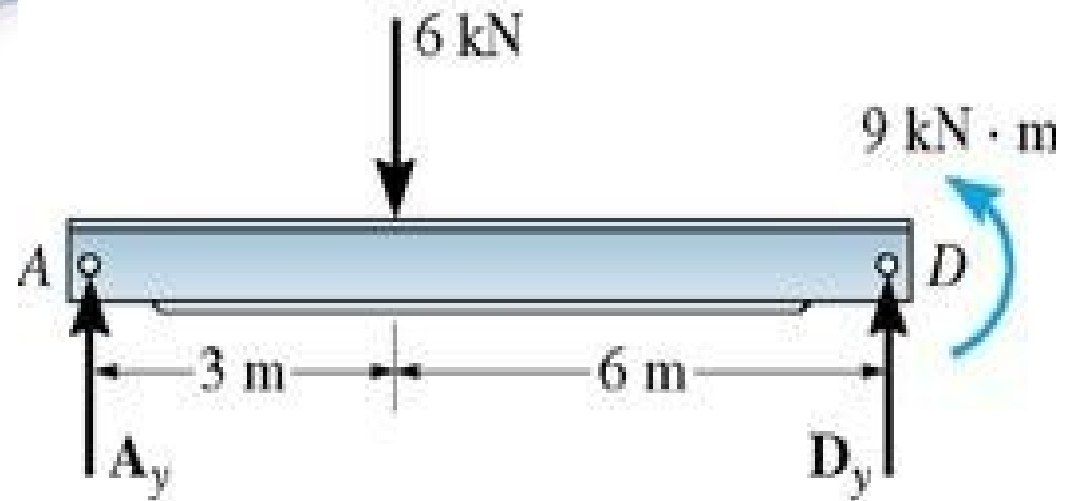
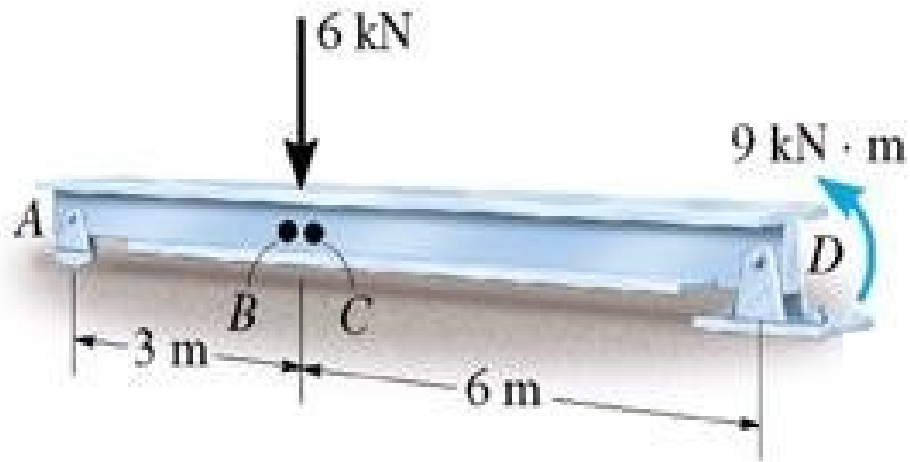
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$$

$$N_C - 4 \text{ kN} = 0$$

$$N_C = 4 \text{ kN}$$

EXEMPLO 2

A viga sustenta o carregamento, conforme figura. Determine as forças internas normal, de cisalhamento e o momento fletor que atuam nos pontos B e C , localizados, respectivamente, à esquerda e à direita do ponto de aplicação da força de 6 kN .



EXEMPLO 2

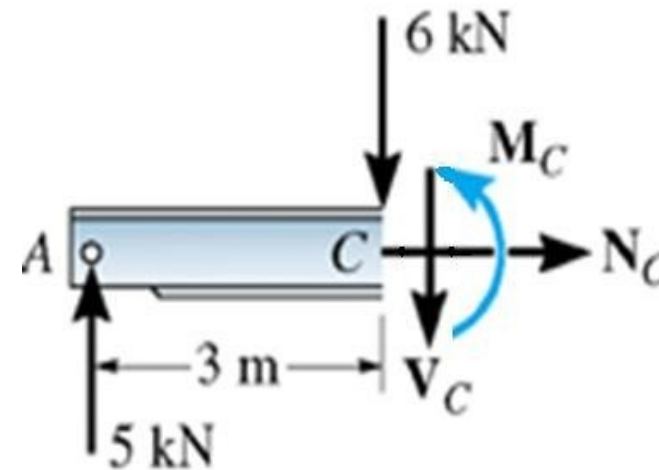
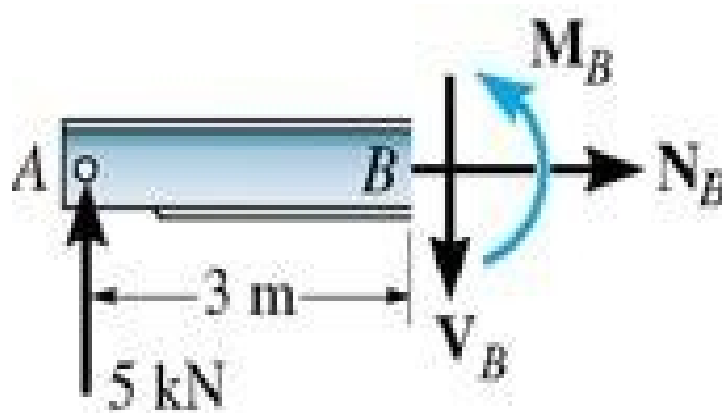
Reações de apoio:

$$\Sigma M_D = 0$$

$$9\text{kN}\cdot\text{m} + (6\text{kN})(6\text{m}) - A_y(9\text{m}) = 0$$

$$A_y = 5\text{kN}$$

Diagrama de corpo livre:



EXEMPLO 2

Equações de equilíbrio:

➤ Segmento AB

$$\Sigma F_x = 0;$$

$$N_B = 0$$

$$\Sigma F_y = 0;$$

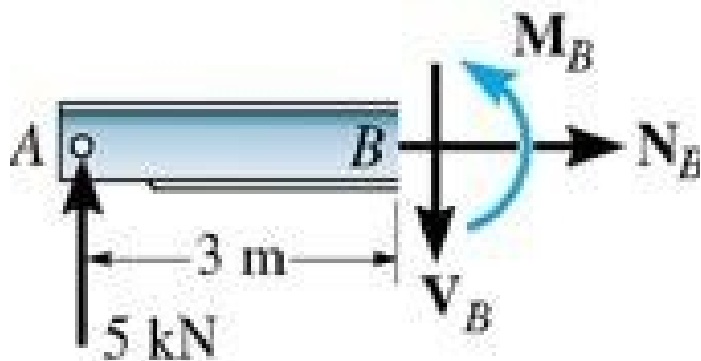
$$5\text{kN} - V_B = 0$$

$$V_B = 5\text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0;$$

$$-(5\text{kN})(3\text{m}) + M_B = 0$$

$$M_B = 15\text{kN}\cdot\text{m}$$



➤ Segmento AC

$$\Sigma F_x = 0;$$

$$N_C = 0$$

$$\Sigma F_y = 0;$$

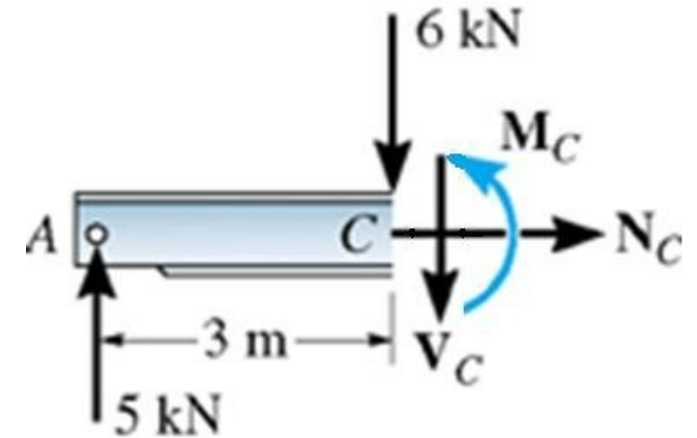
$$5\text{kN} - 6\text{kN} - V_C = 0$$

$$V_C = -1\text{ kN}$$

$$\Sigma M_C = 0;$$

$$-(5\text{kN})(3\text{m}) + M_C = 0$$

$$M_C = 15\text{kN}\cdot\text{m}$$



TENSÃO

A relação atribuída entre a intensidade da força interna do membro rígido sobre um plano específico que passa por determinado ponto (área) é chamado de tensão.

A tensão pode ser descrita como tensão normal, cisalhante ou admissível. Sua unidade de medida é expressa em Pa (Pascal) no sistema internacional.

MEDIDA	SISTEMA INTERNACIONAL	SISTEMA INGLÊS
TENSÃO	N/m ² ou Pa	lb/in ² ou psi
FORÇA	N (Newton)	lb (Libras)
COMPRIMENTO	m (metros)	In (polegadas)
ÁREA	m ² (metros quadrada)	In (polegadas quadrada)

Ksi - quilolibra por polegada quadrada 1 Kip = 1000 libras

TENSÃO NORMAL MÉDIA

A carga normal P , que atua na peça, origina nesta, uma tensão normal que é determinada através da relação entre a intensidade da carga aplicada, e a área da secção transversal da peça.

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Tensão de tração (puxa)

Tensão de compressão (empurra)

Onde:

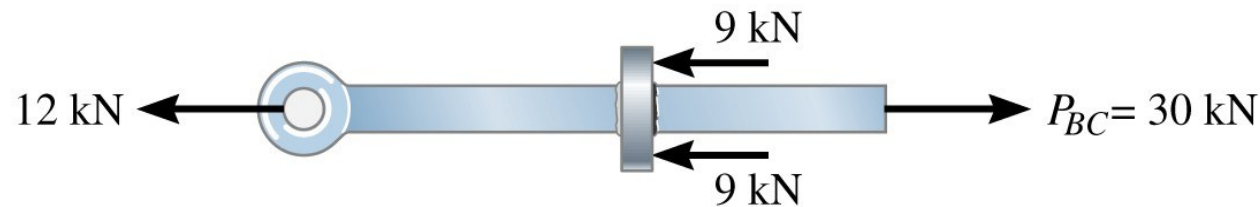
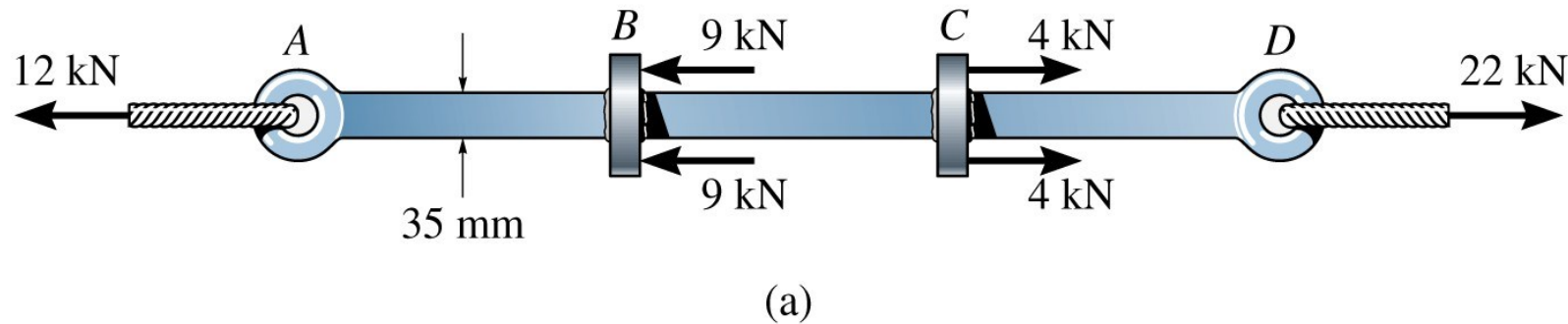
σ - tensão normal [Pa;]

P - força normal ou axial [N;]

A - área da secção transversal da peça [m²;]

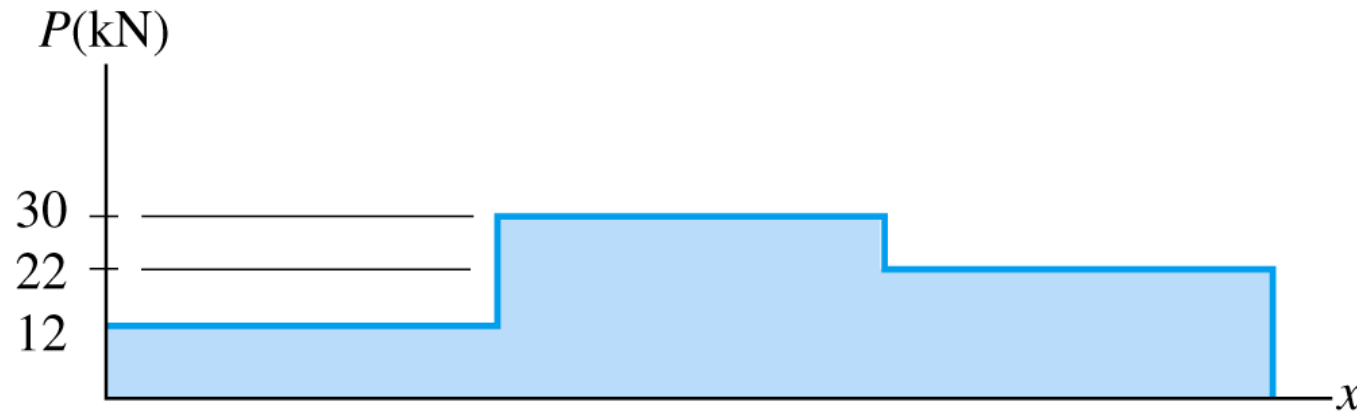
EXEMPLO 3

A barra da Figura tem largura constante de 35 mm e espessura de 10 mm. Determinar a tensão normal média máxima da barra quando submetida ao carregamento mostrado.

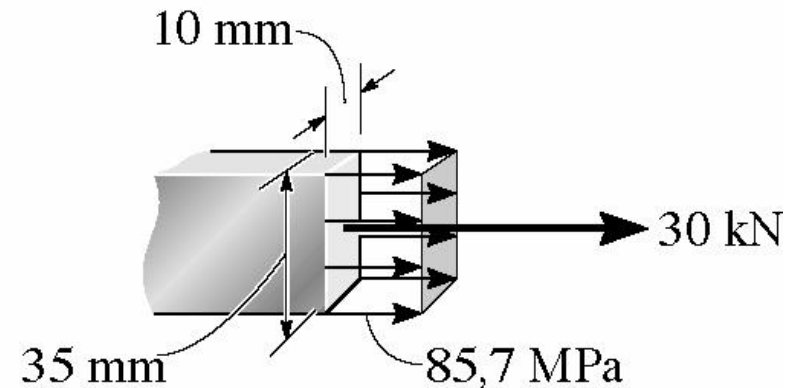


EXEMPLO 3

DIAGRAMA DE TENSÃO NORMAL:



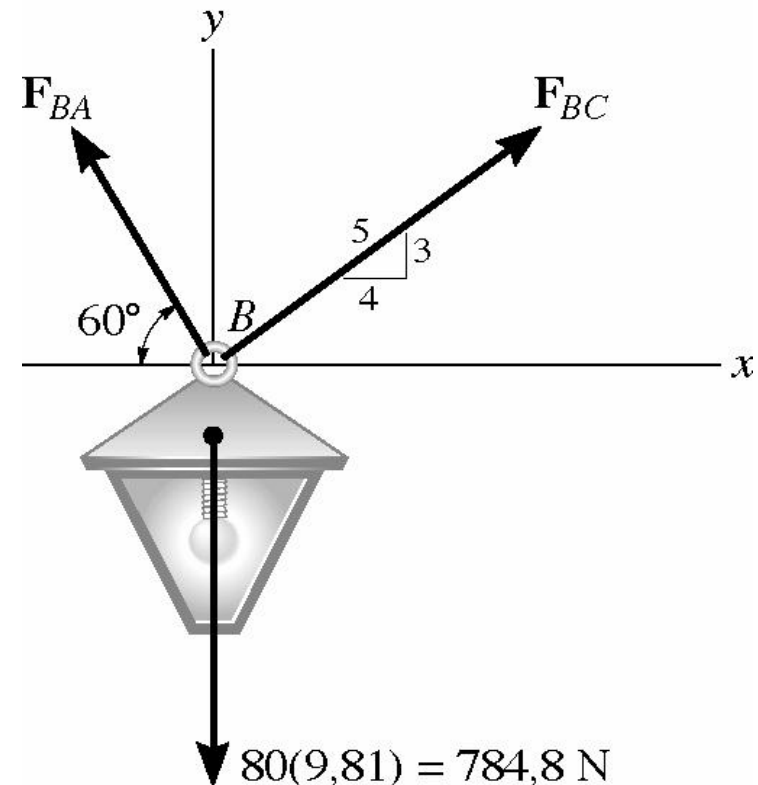
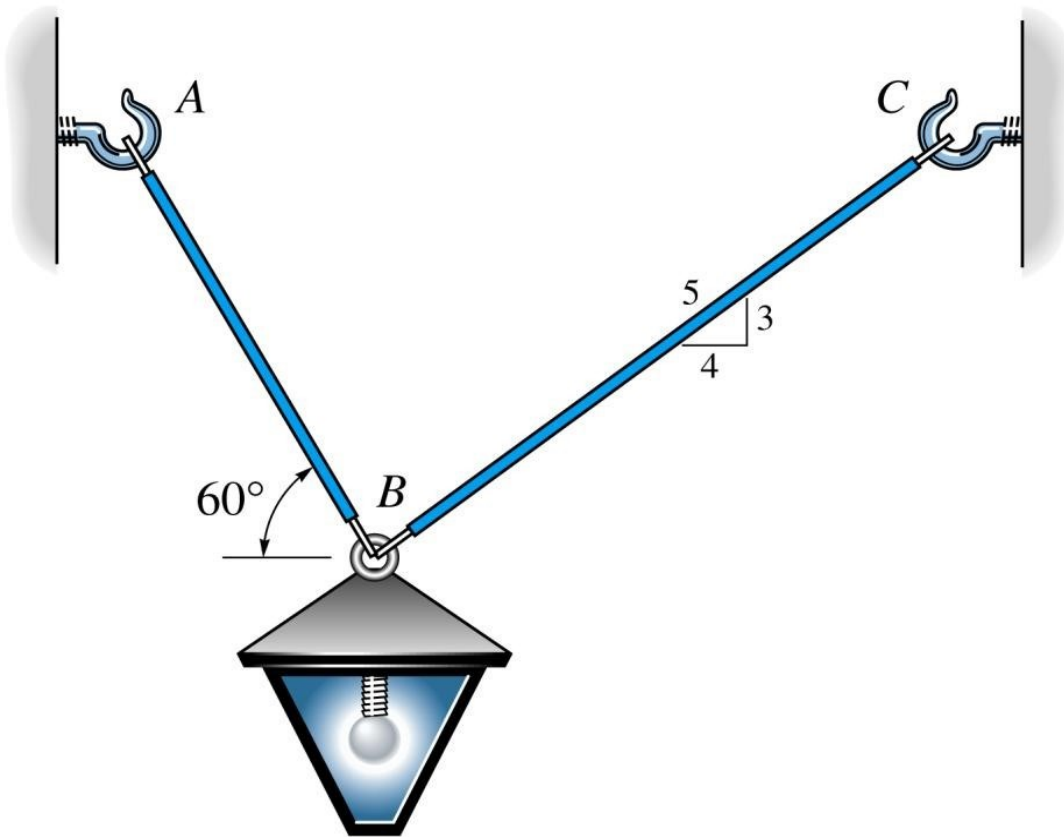
TENSÃO NORMAL MÉDIA:



$$\sigma_{BC} = \frac{P_{BC}}{A} = \frac{30(10^3) \text{ N}}{(0,035 \text{ m}) \times 0,010 \text{ m}} = 85,7 \text{ MPa}$$

EXEMPLO 4

A luminária de 80 kg é suportada por duas hastes AB e BC como mostra a Figura. Se AB tem diâmetro de 10 mm, e BC tem diâmetro de 8 mm, determinar a tensão normal média em cada haste.



EXEMPLO 4

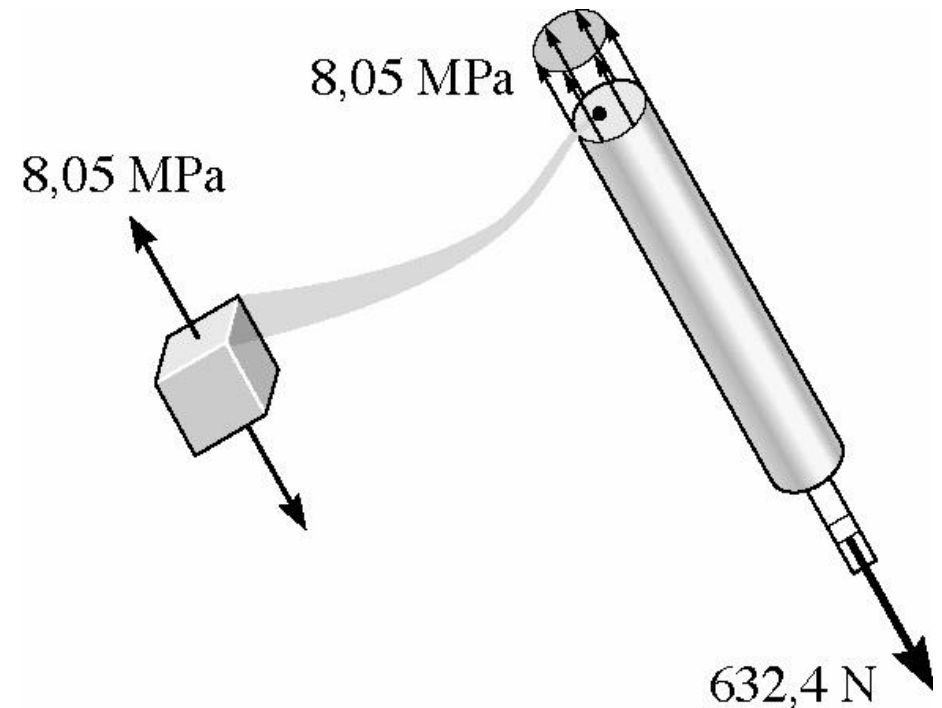
EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO:

$$\begin{aligned}\rightarrow \Sigma F_x &= 0; & F_{BC}\left(\frac{4}{5}\right) - F_{BA} \cos 60^\circ &= 0 \\ +\uparrow \Sigma F_y &= 0; & F_{BC}\left(\frac{3}{5}\right) + F_{BA} \sin 60^\circ - 784,8 \text{ N} &= 0 \\ & & F_{BC} &= 395,2 \text{ N}, \quad F_{BA} = 632,4 \text{ N}\end{aligned}$$

TENSÃO NORMAL MÉDIA:

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{395,2 \text{ N}}{\pi(0,04 \text{ m})^2} = 7,86 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{BA} = \frac{F_{BA}}{A_{BA}} = \frac{632,4 \text{ N}}{\pi(0,005 \text{ m})^2} = 8,05 \text{ MPa}$$



TENSÃO CISALHANTE MÉDIA

A tensão de cisalhamento é a intensidade da força aplicada tangencialmente a área de superfícies do corpo gerando cisalhamento por quebra de discordância do material.

A tensão de cisalhamento média distribuída sobre cada área seccionada é definida por:

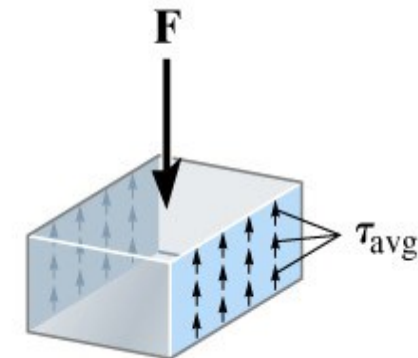
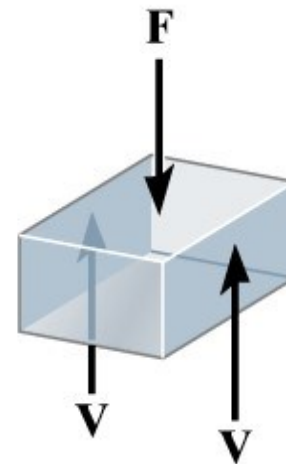
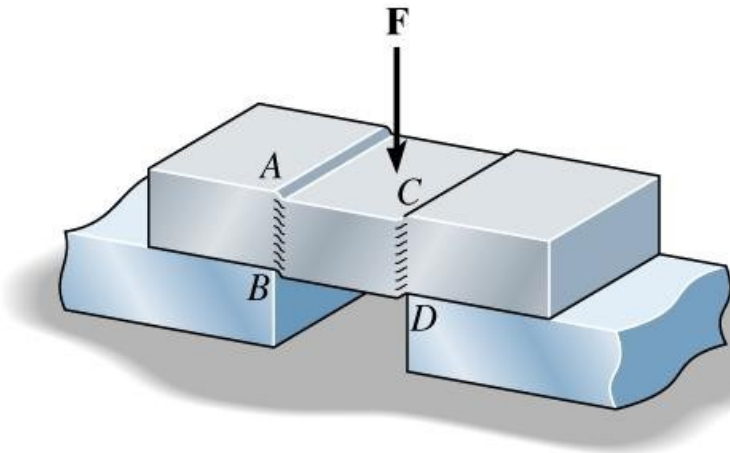
$$\tau_{\text{méd}} = \frac{V}{A}$$

Onde:

$\tau_{\text{méd}}$ - tensão de cisalhamento média [Pa;]

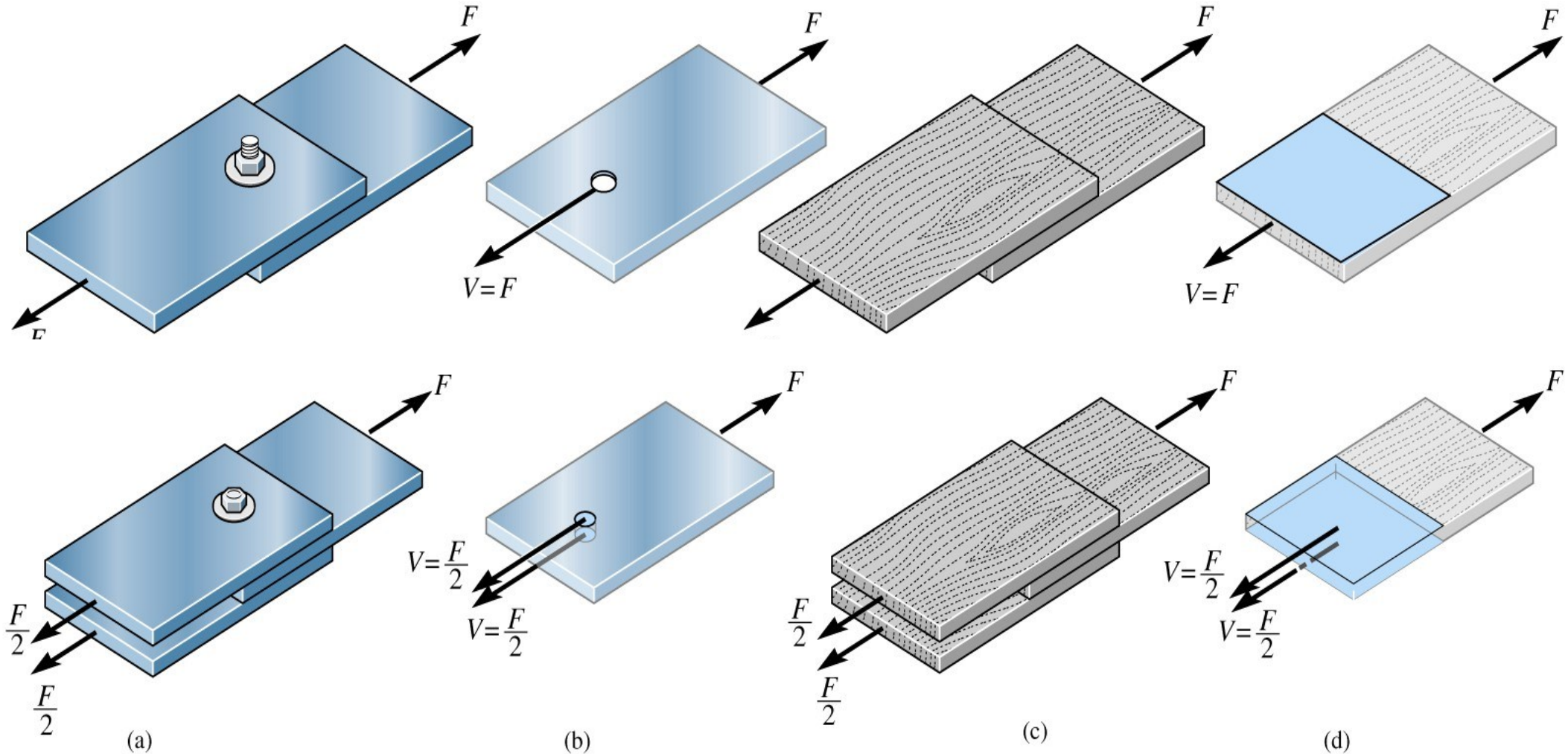
V - força cortante ou cisalhamento [N;]

A - área da secção transversal da peça [m²;]



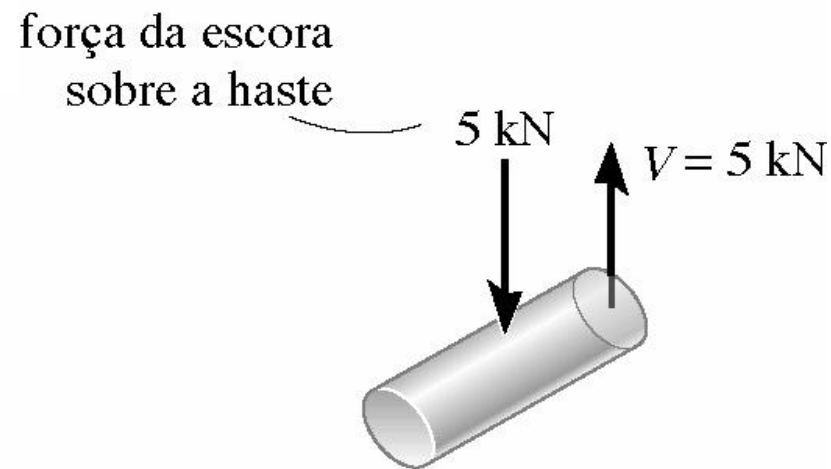
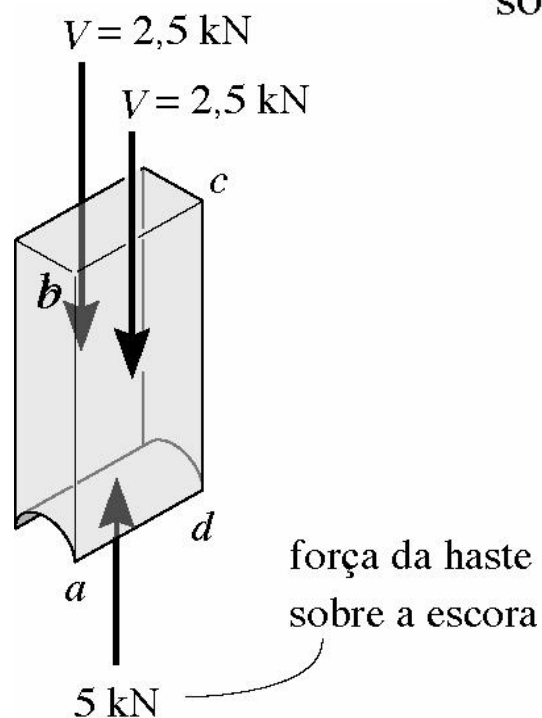
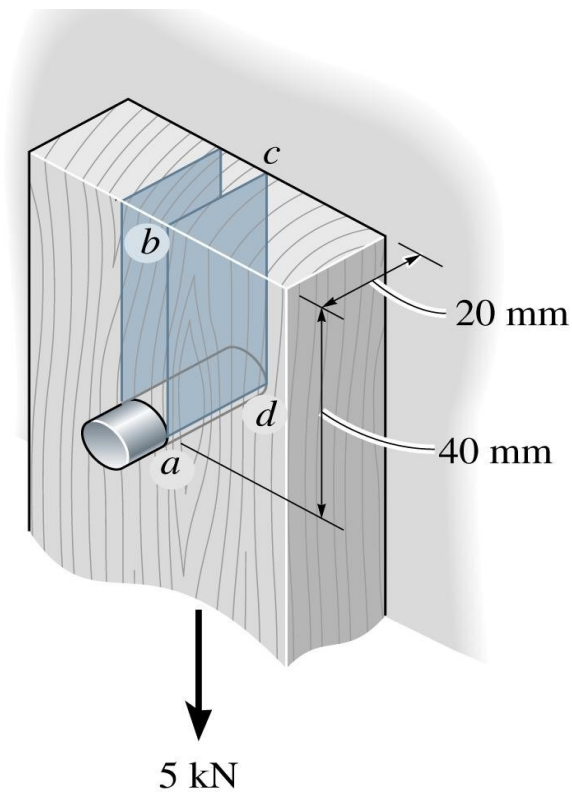
TENSÃO CISALHANTE MÉDIA

EXEMPLOS:



EXEMPLO 5

A escora de madeira mostrada na Figura está suportada por uma haste de aço de 10 mm de diâmetro presa na parede. Se a escora suporta uma carga vertical de 5 kN, calcular a tensão de cisalhamento média da haste na parede e ao longo das duas áreas sombreadas de escora, uma das quais está identificada com abcd.



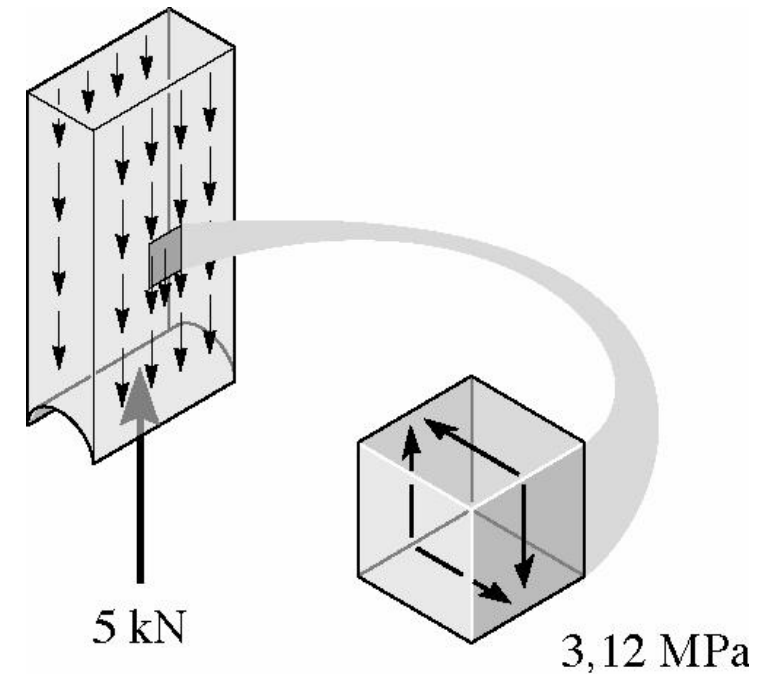
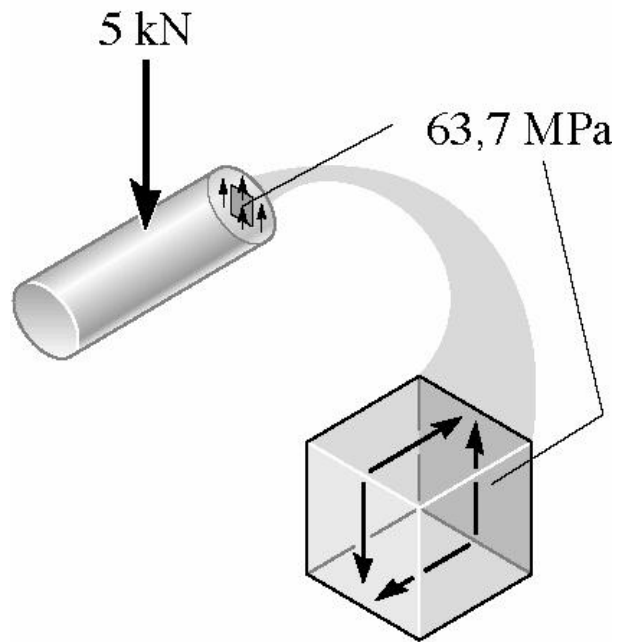
EXEMPLO 5

Tensão de Cisalhamento Média. Na haste,

$$\tau_{\text{méd}} = \frac{V}{A} = \frac{5.000 \text{ N}}{\pi(0,005 \text{ m})^2} = 63,7 \text{ MPa}$$

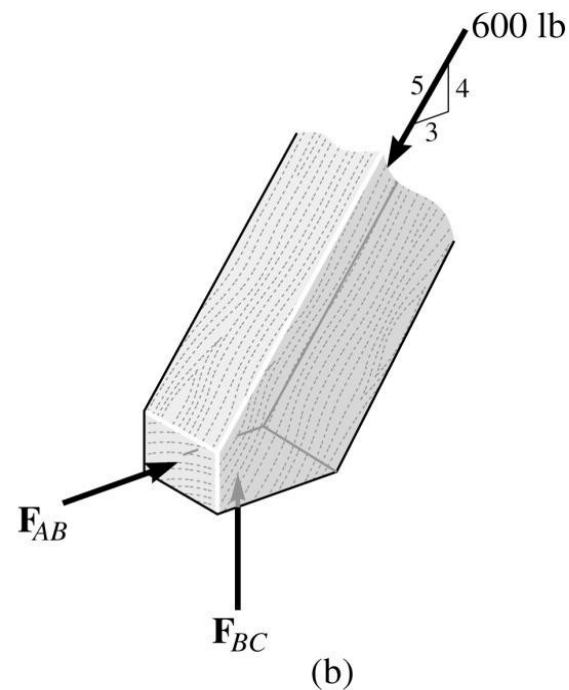
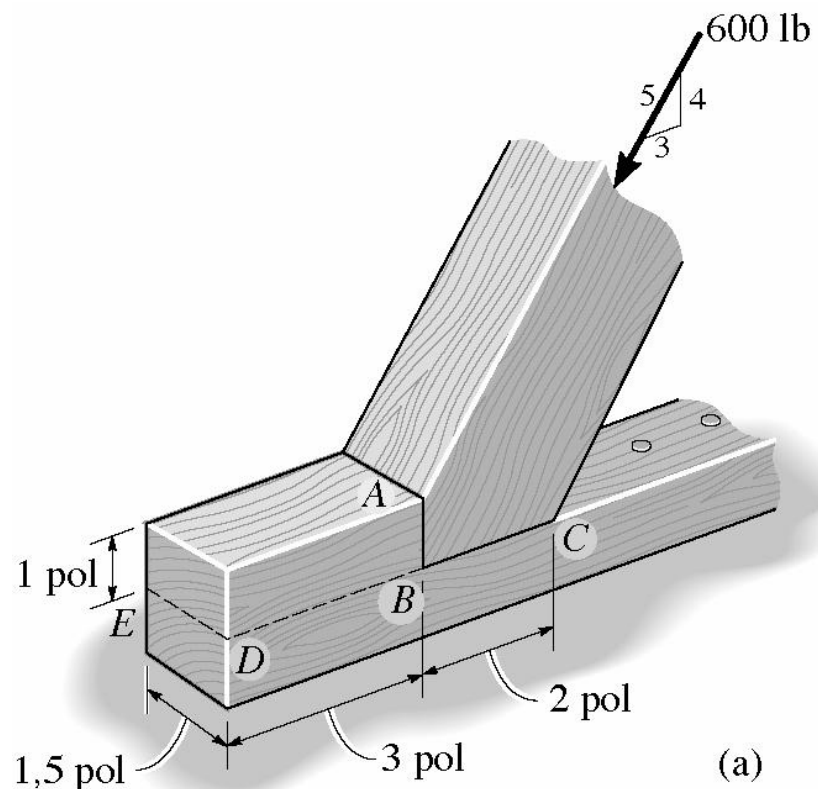
Na escora,

$$\tau_{\text{méd}} = \frac{V}{A} = \frac{2.500 \text{ N}}{(0,04 \text{ m})(0,02 \text{ m})} = 3,12 \text{ MPa}$$



EXEMPLO 6

O elemento inclinado da Figura está submetido a uma força de compressão de 600 lb. Determinar a tensão de compressão média ao longo das áreas de contato planas definidas por AB e BC e a tensão de cisalhamento média ao longo do plano definido por e EDB



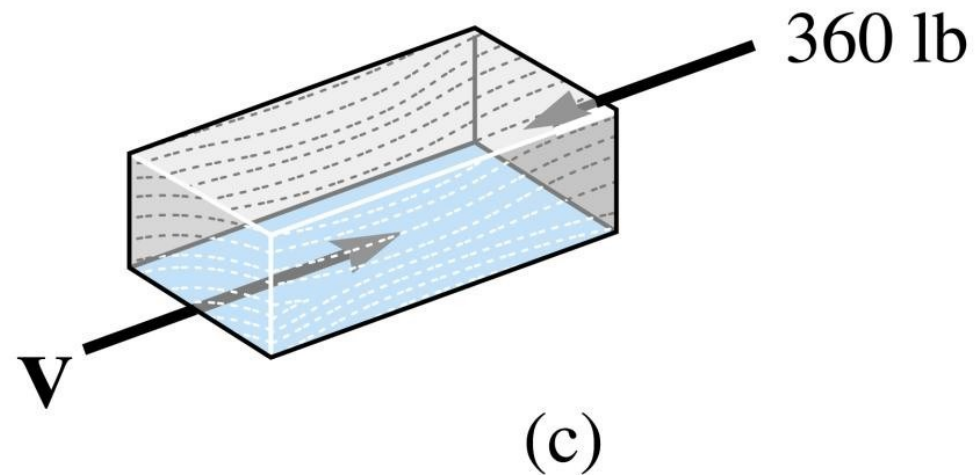
EXEMPLO 6

DECOMPOSIÇÃO DA FORÇA DE CISALHAMENTO:

$$\begin{array}{lll} \overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; & F_{AB} - 600 \text{ lb}(\frac{3}{5}) = 0 & F_{AB} = 360 \text{ lb} \\ +\uparrow \Sigma F_y = 0 & F_{BC} - 600 \text{ lb}(\frac{4}{5}) = 0 & F_{BC} = 480 \text{ lb} \end{array}$$

TENSÃO DE COMPRESSÃO MÉDIA:

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad V = 360 \text{ lb}$$



EXERCÍCIO 6

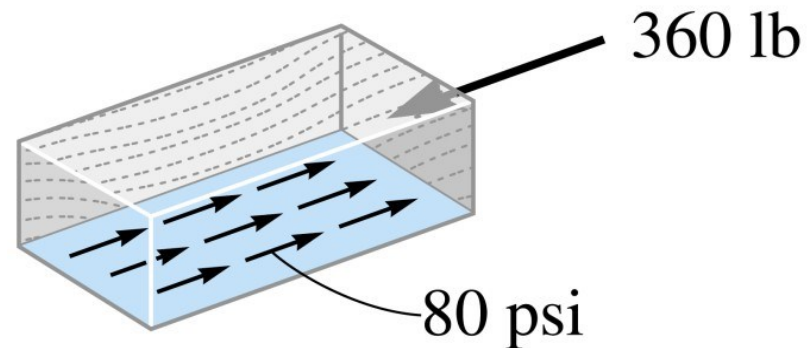
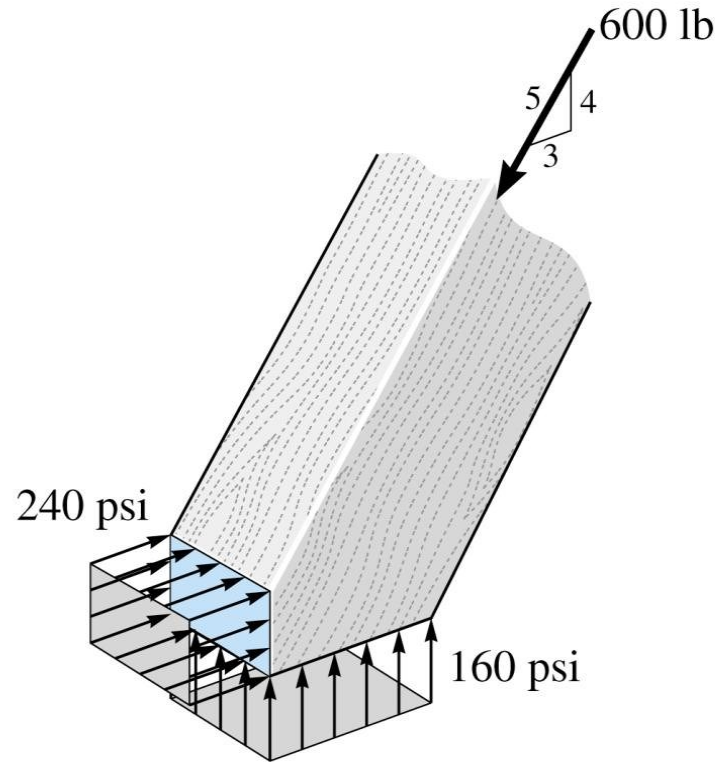
TENSÃO DE COMPRESSÃO MÉDIA:

$$\sigma_{AB} = \frac{360 \text{ lb}}{(1 \text{ pol})(1,5 \text{ pol})} = 240 \text{ psi}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{480 \text{ lb}}{(2 \text{ pol})(1,5 \text{ pol})} = 160 \text{ psi}$$

TENSÃO DE CISALHAMENTO MÉDIA:

$$\tau_{\text{méd}} = \frac{360 \text{ lb}}{(3 \text{ pol})(1,5 \text{ pol})} = 80,0 \text{ psi}$$



TENSÃO ADMISSÍVEL

- A tensão admissível é a ideal de trabalho para o material nas circunstâncias delimitadas pelo engenheiro.

**TENSÃO ADMITIDA PELO ENGENHEIRO
DADAS AS CIRCUNSTÂNCIAS DE TRABALHO.**



- Geralmente, essa tensão deverá ser mantida na região de deformação elástica do material.



**A INFLUÊNCIA DE MECANISMOS DE FLUÊNCIA
E FADIGA DEVIDO AO TIPO DE CARGA PODEM
PROVOCAR FALHA PRECOCE**



TENSÃO ADMISSÍVEL

- Porém, há casos em que a tensão admissível poderá estar na região da deformação plástica do material, principalmente a redução do peso visando construção como acontece no caso de aviões, foguetes, mísseis, etc.
- A tensão admissível é determinada através da relação, (tensão de escoamento) coeficiente de segurança para os materiais dúcteis, e (tensão de ruptura) coeficiente de segurança para os materiais frágeis.

$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_e}{k}$
$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_r}{k}$

materiais dúcteis

materiais frágeis

TENSÃO ADMISSÍVEL

Aço é um produto siderúrgico que se obtém através de via líquida, cujo teor de carbono não supere a 2,11%.

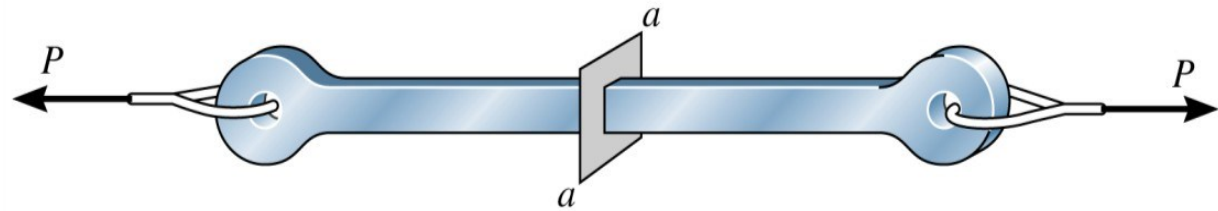
Classificação

Aço	extra doce	< 0,15%C		
Aço	doce	0,15%	a	0,30%C,
Aço	meio doce	0,30%	a	0,40%C
Aço	meio duro	0,40%	a	0,60%C
Aço	duro	0,60%	a	0,70%C
Aço	extra duro	> 0,70%C		

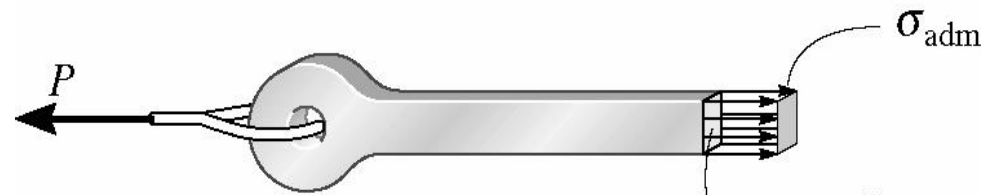
TENSÃO ADMISSÍVEL

Para força normal:

$$A = \frac{P}{\sigma_{\text{adm}}}$$



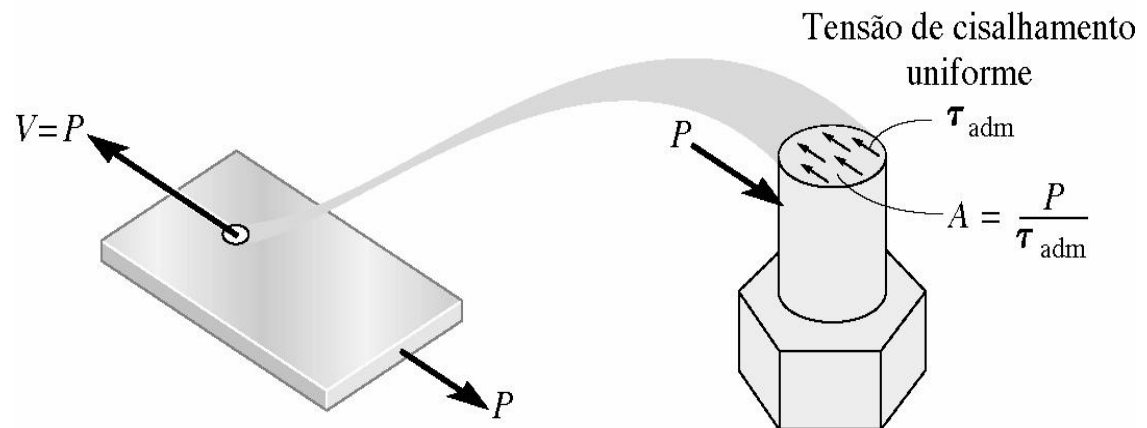
Tensão normal uniforme



(b) $A = \frac{P}{\sigma_{\text{adm}}}$

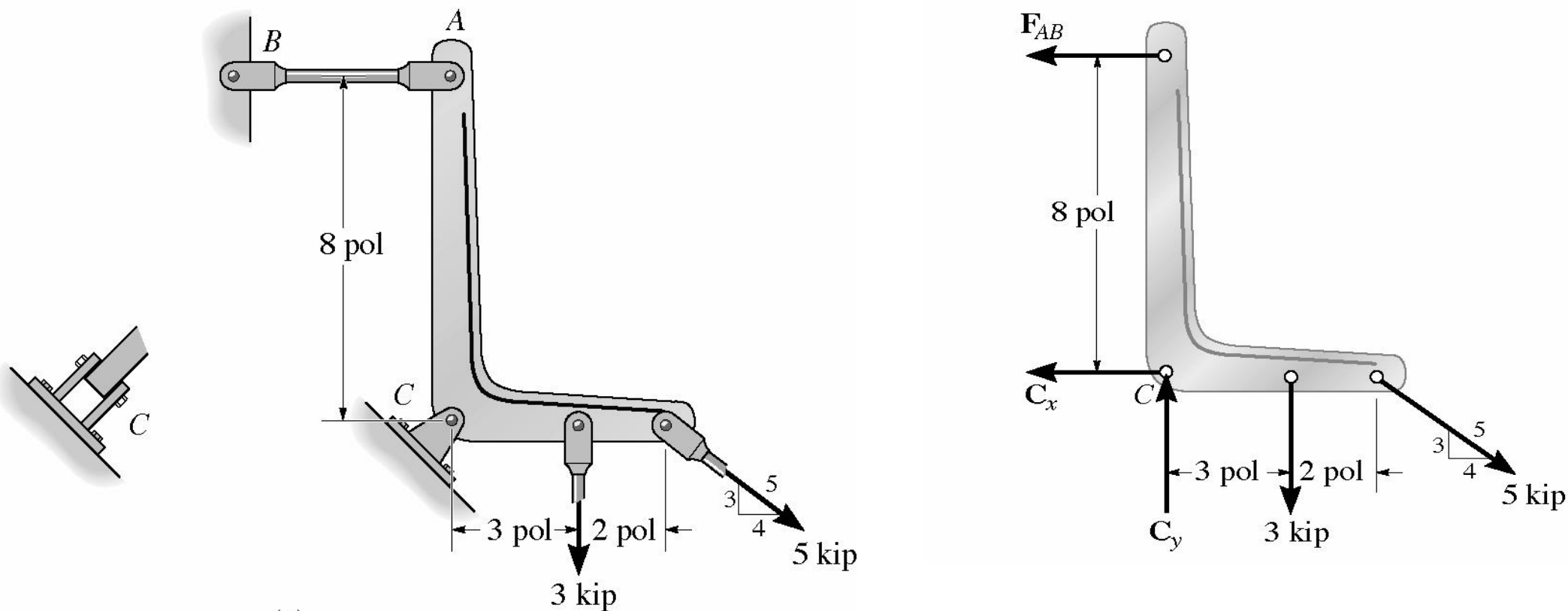
Para força de cisalhamento:

$$A = \frac{V}{\tau_{\text{adm}}}$$



EXEMPLO 7

O braço de controle está submetido ao carregamento mostrado na figura. Determinar, com aproximação de $\frac{1}{4}$ polegada, o diâmetro requerido do pino de aço em C se a tensão de cisalhamento admissível do aço for de 8 ksi. Na figura o pino está sujeito a cisalhamento duplo



EXEMPLO 7

Forças Internas:

$$\begin{aligned} \downarrow^+ \Sigma M_C &= 0; & F_{AB}(8 \text{ pol}) - 3 \text{ kip}(3 \text{ pol}) - 5 \text{ kip}\left(\frac{3}{5}\right)(5 \text{ pol}) &= 0 \\ & & F_{AB} &= 3 \text{ kip} \\ \rightarrow^+ \Sigma F_x &= 0; & -3 \text{ kip} - C_x + 5 \text{ kip}\left(\frac{4}{5}\right) &= 0 & C_x &= 1 \text{ kip} \\ +\uparrow \Sigma F_y &= 0; & C_y - 3 \text{ kip} - 5 \text{ kip}\left(\frac{3}{5}\right) &= 0 & C_y &= 6 \text{ kip} \end{aligned}$$

Forças cisalhante:

$$F_C = \sqrt{(1 \text{ kip})^2 + (6 \text{ kip})^2} = 6,082 \text{ kip}$$

Área Requerida:

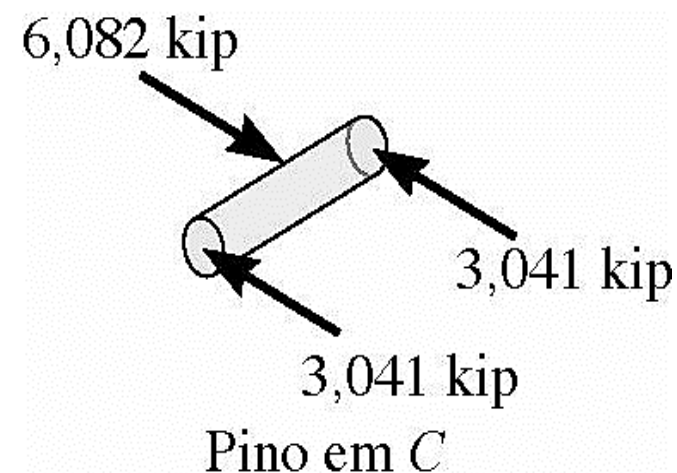
$$A = \frac{V}{\tau_{\text{adm}}} = \frac{3,041 \text{ kip}}{8 \text{ kip/pol}^2} = 0,3802 \text{ pol}^2$$

$$\pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = 0,3802 \text{ pol}^2$$

$$d = 0,696 \text{ pol}$$

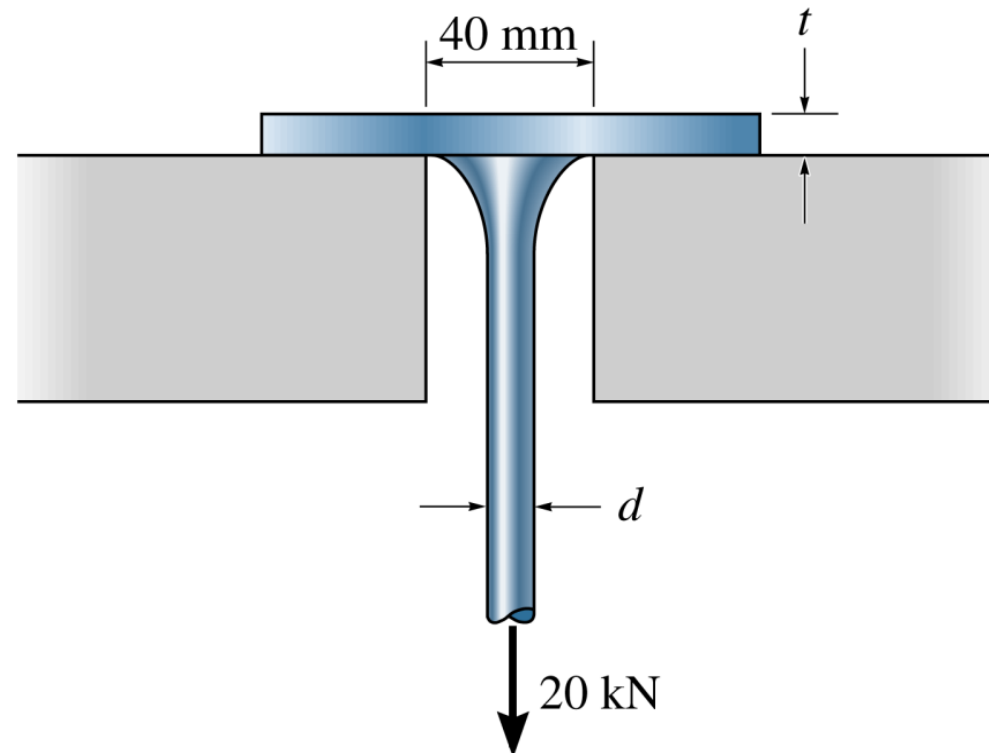
Usar um pino com diâmetro de:

$$d = \frac{3}{4} \text{ pol} = 0,750 \text{ pol}$$



EXEMPLO 8

O tirante está apoiado em suas extremidades por um disco circular fixo como mostrado na figura. Se a haste passa por um furo, qual é a espessura mínima do disco necessários para suportar uma carga de 20 kN. A tensão normal admissível da haste é de 60 MPa, e a tensão de cisalhamento admissível do disco é de 35 MPa.



EXEMPLO 8

Diâmetro da Haste:

$$A = \frac{P}{\sigma_{adm}} = \frac{20(10^3) \text{ N}}{60(10^6) \text{ N/m}^2} = 0,3333(10^{-3}) \text{ m}^2$$

$$A = \pi\left(\frac{d^2}{4}\right) = 0,3333(10^{-3}) \text{ m}^2$$

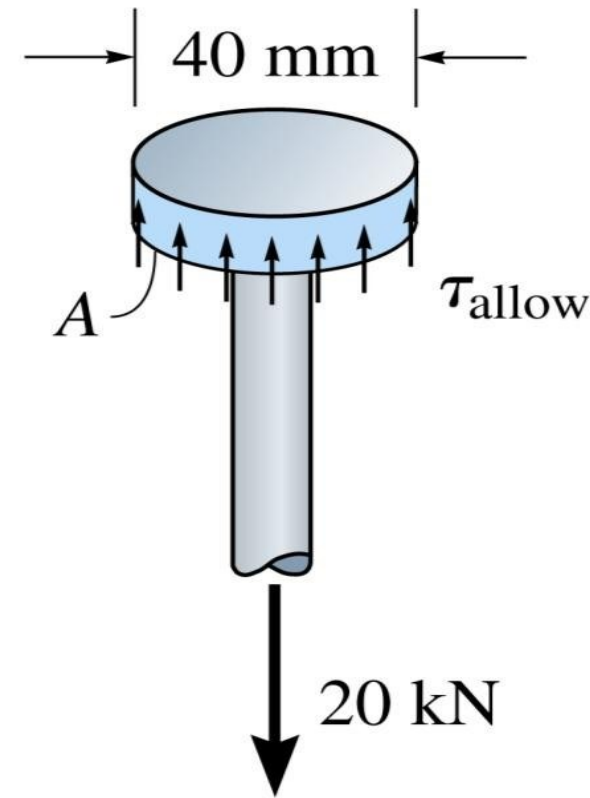
$$d = 0,0206 \text{ m} = 20,6 \text{ mm}$$

Área de cisalhamento do Disco:

$$A = \frac{V}{\tau_{adm}} = \frac{20(10^3) \text{ N}}{35(10^6) \text{ N/m}^2} = 0,5714(10^{-3}) \text{ m}^2$$

Espessura do Disco:

$$t = \frac{0,5714(10^{-3}) \text{ m}^2}{2\pi(0,02 \text{ m})} = 4,55(10^{-3}) \text{ m} = 4,55 \text{ mm}$$



COEFICIENTE DE SEGURANÇA

O coeficiente de segurança é utilizado no dimensionamento dos elementos de construção, visando assegurar o equilíbrio entre a qualidade da construção e seu custo.

O projetista poderá obter o coeficiente em normas ou determiná-la em função das circunstâncias apresentadas pelos tipos de esforços.

➤ **Carga Estática**

A carga é aplicada na peça permanece constante, exemplo: Um parafuso prendendo uma luminária.

Uma corrente suportando um lustre.

Para carga estática, normalmente utiliza-se $2 \sim k \sim 3$

COEFICIENTE DE SEGURANÇA

➤ Carga Intermitente

A carga é aplicada gradativamente na peça, fazendo com que o seu esforço atinja o máximo, utilizando para isso um determinado intervalo de tempo.

Ao atingir o ponto máximo, a carga é retirada gradativamente no mesmo intervalo de tempo utilizado para se atingir o máximo, fazendo com que a tensão atuante volte a zero. E assim sucessivamente.

Ex.: o dente de uma engrenagem .

COEFICIENTE DE SEGURANÇA

➤ Carga Alternada

Neste tipo de solicitação, a carga aplicada na peça varia de um máximo positivo para máximo negativo ou vice e versa, constituindo-se na pior situação para o material.

Ex.: eixos, molas, amortecedores, etc.

Para determinar o coeficiente de segurança em função das circunstâncias apresentadas, deverá ser utilizada a expressão a seguir:

$$k = x \cdot y \cdot z \cdot w$$

COEFICIENTE DE SEGURANÇA

- valores para x (fator de tipo de material)
 - x = 2 para materiais comuns
 - x = 1,5 para aços de qualidade e aço liga
- valores para y (fator do tipo de solicitação)
 - y = 1 para carga constante
 - y = 2 para carga intermitente
 - y = 3 para carga alternada
- valores para z (fator do tipo de carga)
 - z = 1 para carga gradual
 - z = 1,5 para choques leves
 - z = 2 para choques bruscos
- valores para w (fator que prevê possíveis falhas de fabricação)
 - w = 1 a 1,5 para aços
 - w = 1,5 a 2 para fofo

Esses coeficiente não devem ser usados como regra. O dimensionamento correto devido ao tipo de carga, fluência e fadiga devem ser levados em consideração em primeiro lugar

EXERCÍCIOS E ATIVIDADES

Orientação para realização das Atividades:

- Realize as atividades a mão livre;
- Realize diagramas e desenhos para compreensão;
- Realize todas as contas de forma detalhada;
- Coloque as repostas principais a caneta;
- Entregue as atividades e resolução dos exercícios em forma digital no sala virtual da disciplina.

EXERCÍCIOS PARA ENTREGAR

Realizar os exercícios do livro:
Hibbeler – Resistência os Materiais

Capitulo 1

- Item 1.33 ; R:
- Item 1.39 ; R:
- Item 1.55 ; R:
- Item 1.67 ; R:
- Item 1.79 ; R:
- Item 1.80 ; R:
- Item 1.82 ; R:
- Item 1.111; R:

