

# Ministério da Educação UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ Campus Cornélio Procópio





AULA 1

## VETORES DE FORÇA E FORÇAS COPLANARES

Professor: Dr. Paulo Sergio Olivio Filho

#### CONTEÚDO DA AULA



- Trabalhar com vetores de força
- Calcular adição e subtração de forças.
- Aplicar a lei dos senos e cossenos
- Usar o método de soma de forças coplanares
- Calcular resultantes de forças
- Calcular sentido e direção da força resultante

#### **ESCALARES E VETORES**



➤ **Escalar:** Quantidade física positiva ou negativa que pode ser completamente especificada por sua intensidade.

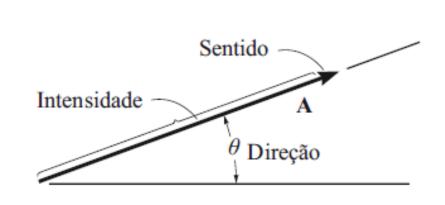
EX: comprimento, tempo, massa;

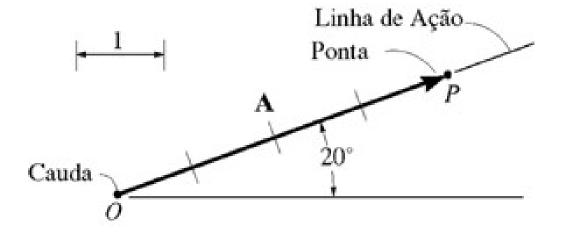
Vetor: Quantidade física que requer uma intensidade, direção e sentido para sua descrição.

EX: Torque, força, aceleração.

Vetores serão representados por:



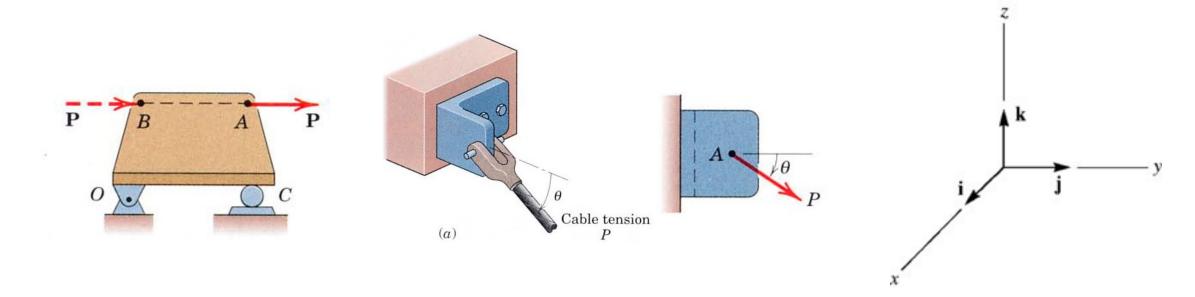




## OPERAÇÕES VETORIAIS



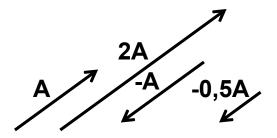
- Vetor Deslizante: pode ser movido para qualquer ponto ao longo da sua linha de ação, desde que se mantenham a mesma direção, sentido e magnitude.
- Vetor Fixo: é aquele para o qual um único ponto de aplicação é especificado.
- **Vetor unitário**: é um vetor cujo comprimento é a unidade. São utilizados para representar as direções de acordo com o sistema referencial.



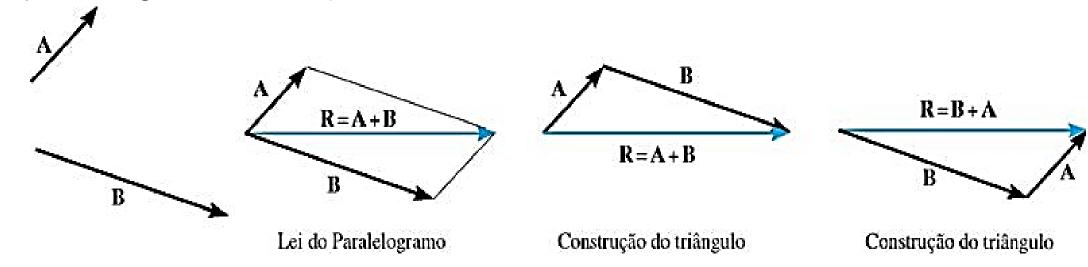
## OPERAÇÕES VETORIAIS



Multiplicação e Divisão de um vetor por um escalar:



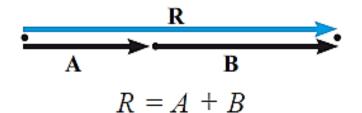
Adição de vetores: Todas as quantidades vetoriais obedecem à lei do paralelogramo da adição



## OPERAÇÕES VETORIAIS

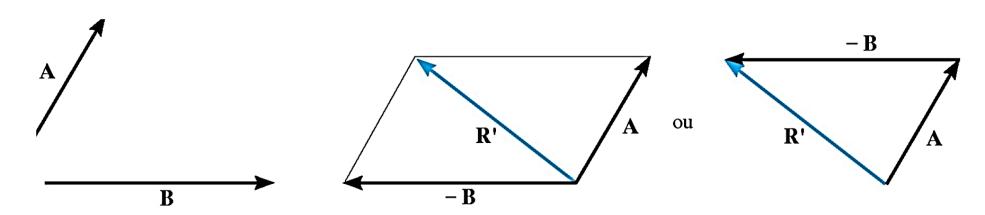


Adição de Vetores Colineares:



Adição de vetores colineares

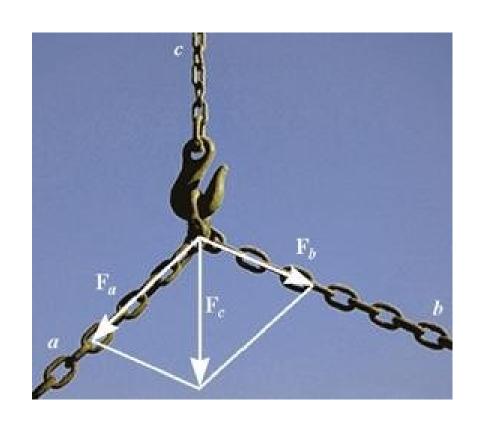
Subtração de vetores:

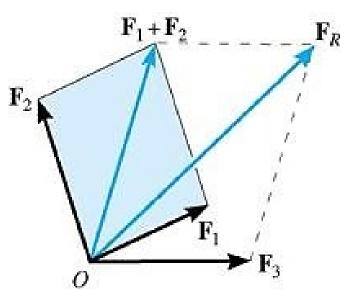


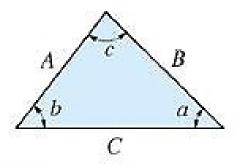
## ADIÇÃO VETORIAL DE FORÇAS



#### Determinando a força resultante:







Lei dos senos:  

$$\frac{A}{\text{sen } a} = \frac{B}{\text{sen } b} = \frac{C}{\text{sen } c}$$
Lei dos cossenos:  

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB} \cos c$$

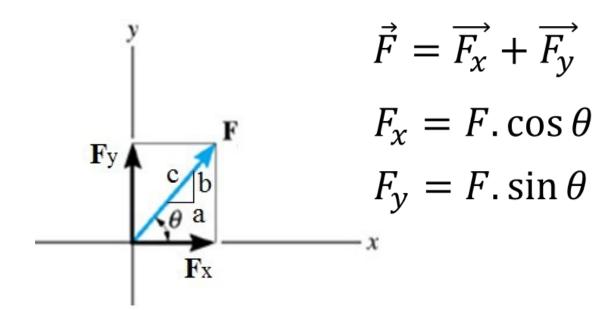
Produto Escalar 
$$\longrightarrow$$
  $\vec{P}$  .  $\vec{Q} = |\vec{P}||\vec{Q}|cos\theta$ 

## ADIÇÃO VETORIAL DE FORÇAS



Componentes da força resultante em relação a quaisquer eixos:

Utiliza-se a lei dos seno para encontrar as componentes



$$\frac{F_{x}}{F} = \frac{a}{c} \to F_{x} = F\left(\frac{a}{c}\right)$$

$$\frac{F_{y}}{F} = \frac{a}{c} \to F_{y} = F\left(\frac{b}{c}\right)$$

#### **EXEMPLOS**

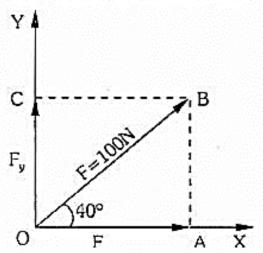


Ex.1 - Determine a resultante F dos sistemas de forças a seguir:

a)  $F_1=10N$   $F_2=20N$   $F_3=25N$ 

b) 50N 80N 120N

**Ex.2** - Determine os componentes ortogonais  $F_x$  e  $F_y$  de uma carga F de 100N que forma  $40^{\circ}$  com a horizontal.

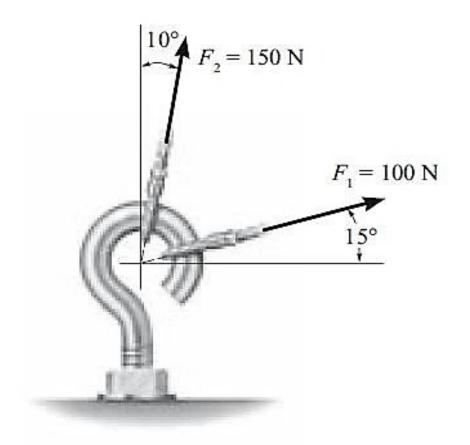


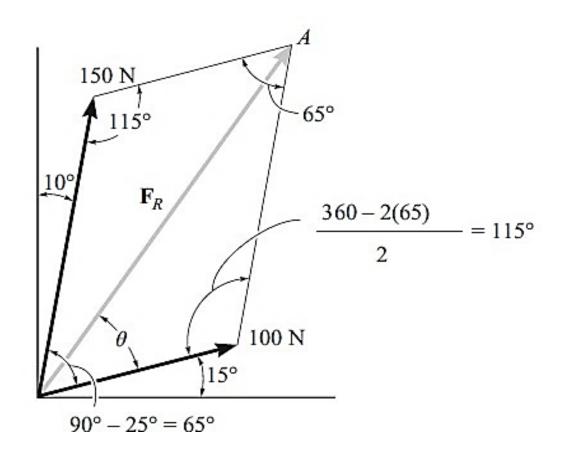
**Ex.3** - As cargas  $F_1 = 200$  N e  $F_2 = 600$  N formam entre si um angulo  $\alpha = 60^{\circ}$ . Determinar a resultante das cargas (F) e o ângulo ( $\gamma$ ) que F forma com a horizontal.

#### **EXEMPLOS**



Ex.4. O parafuso tipo gancho da Figura 2.10a está sujeito a duas forças F1 e F2. Determine a intensidade (módulo) e a direção da força resultante.





### SOLUÇÃO DO EXEMPLO 4



$$F_R = \sqrt{(100N)^2 + (150N)^2 - 2(100N)(150N)\cos 115^\circ}$$
$$= \sqrt{10000 + 22500 - 30000(-0,4226)} = 212,6N$$
$$= 213N$$

O ângulo e é determinado aplicando-se a lei dos senos, usando-se o valor calculado de F<sub>R</sub>.

$$\frac{150N}{sen\theta} = \frac{212,6N}{sen115^{\circ}}$$

$$sen\theta = \frac{150N}{212,6N} (0,9063)$$

$$\theta = 39,8^{\circ}$$

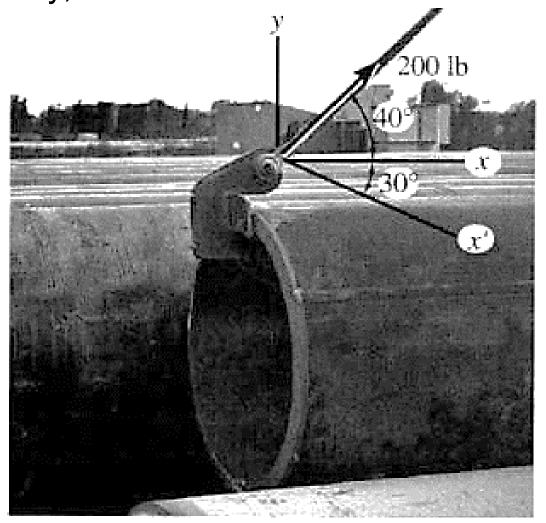
Assim, a direção φ de F<sub>R</sub> medida a partir da horizontal é:

$$\Phi = 39.8^{\circ} + 15^{\circ} = 54.8^{\circ}$$

#### **EXEMPLOS**



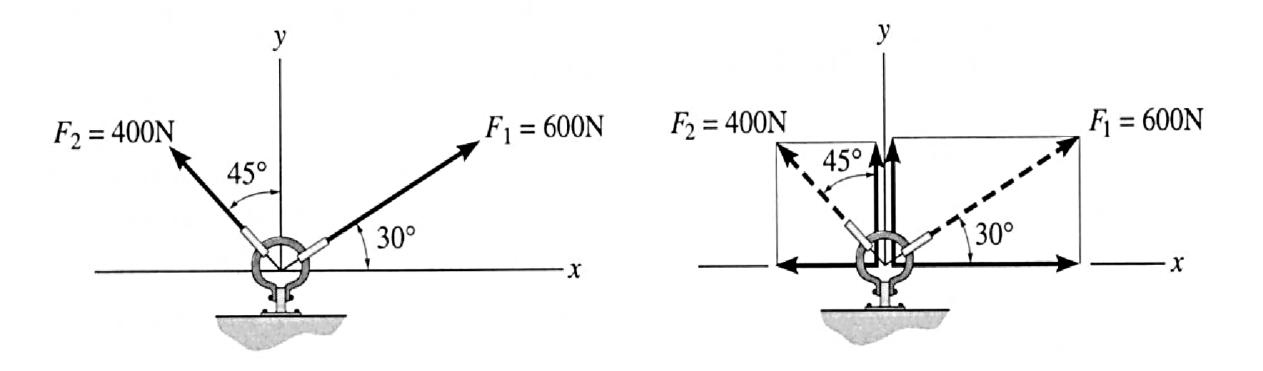
Ex.5. Decomponha a força de 200lb que atua sobre o tubo, em componentes, na direção: (a) x e y; (b) x' e y;



#### **EXEMPLOS**

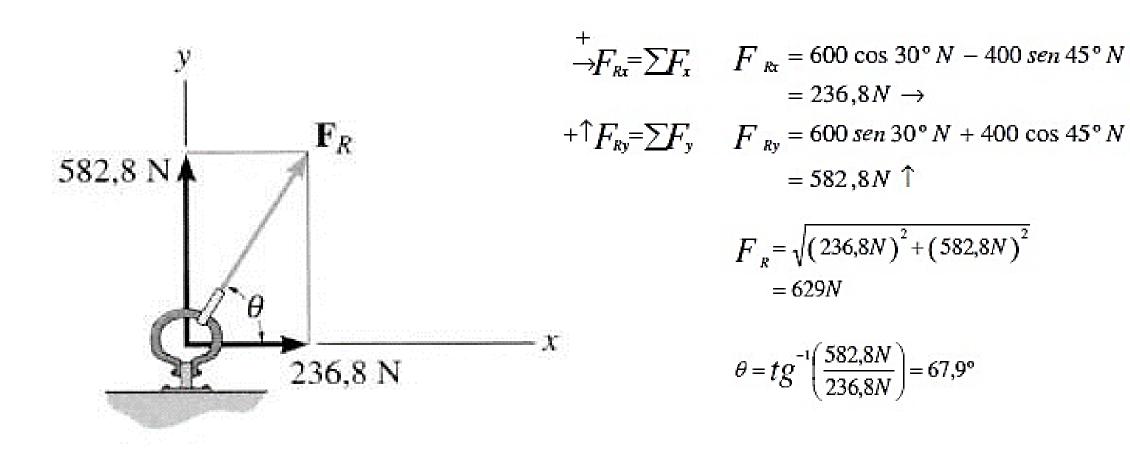


Ex.6. O elo da figura está submetido a duas forças F1 e F2. Determine a intensidade e a orientação da força resultante.



## SOLUÇÃO DO EXEMPLO 6





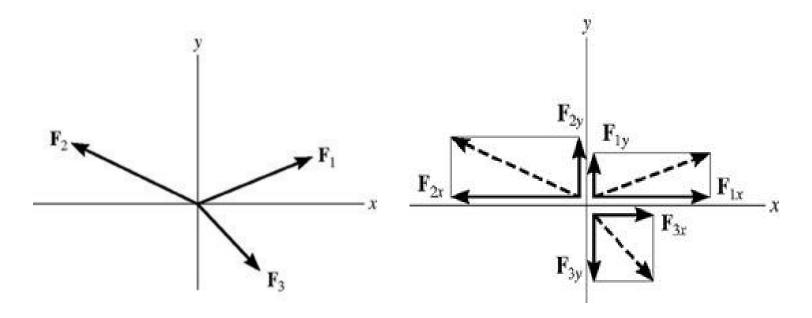
## ADIÇÃO DE FORÇAS COPLANARES



Notação vetorial cartesiana:

$$\vec{F} = F_{\chi}\vec{\imath} + F_{y}\vec{\jmath}$$

- Resultante de forças coplanares:
- > A resultante pode ser obtida por qualquer uma das notações



$$F_{Rx} = \sum F_x$$

$$F_{Ry} = \sum F_y$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}}\right)$$

#### EXERCÍCIOS E ATIVIDADES



Orientação para realização das Atividades:

- > Realize as atividade a mão livre;
- ➤ Realize diagramas e desenhos para compreensão;
- ➤ Realize todas as contas de forma detalhada;
- ➤ Coloque as repostas principais a caneta;
- ➤Entregue as atividades e resolução dos exercícios em forma digital no sala virtual da disciplina.

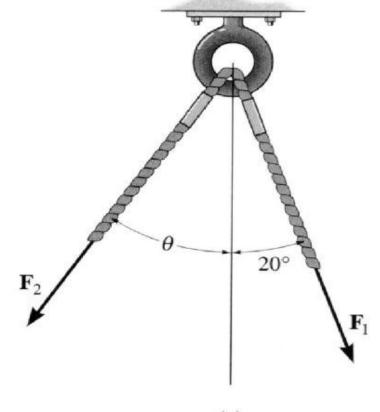
O anel mostrado na Figura está submetido a duas forças F1 e F2. Se for necessário que a força resultante tenha intensidade de 1kN e seja orientada verticalmente para baixo, determine:

- (a) a intensidade de F1 e F2, desde que  $\theta = 30^{\circ}$ ;
- (b) as intensidades de F1 e F2, se F2 for mínima.

#### Respostas:

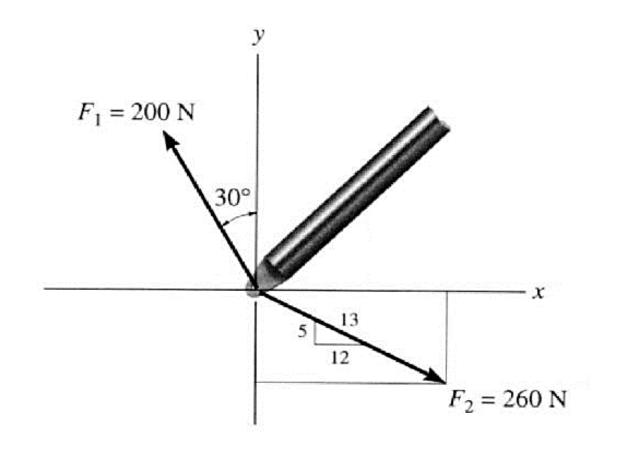
a) F1 = 653N; F2 = 446N

B) F1 = 940N; F2 = 342N





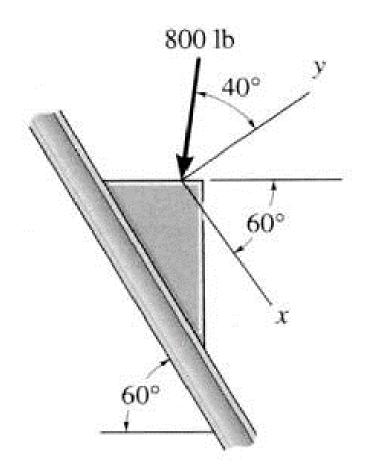
Determine os componentes x e y de F1 e F2 que atuam sobre a lança mostrada na Figura. Calcule a Força Resultante do Sistema pelo método de adição de forças coplanares e pela lei do Paralelogramo ( lei do cosseno)



Respostas: FR = 157,9N



Determine os componentes x e y da força de 800 lbf.



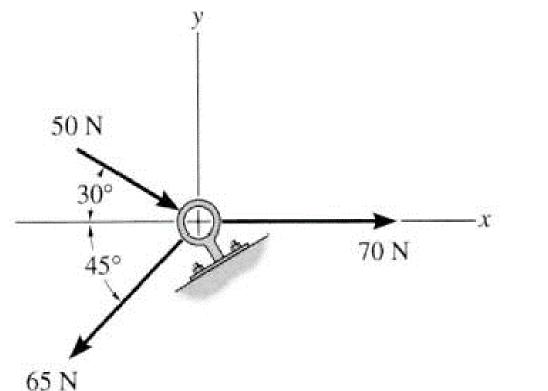
Respostas:

Fx = 514 lb

Fy = -613 lb



Determine a intensidade da força resultante e sua direção, medida no sentido horário a partir do eixo x positivo.



$$FR = 97.8N$$

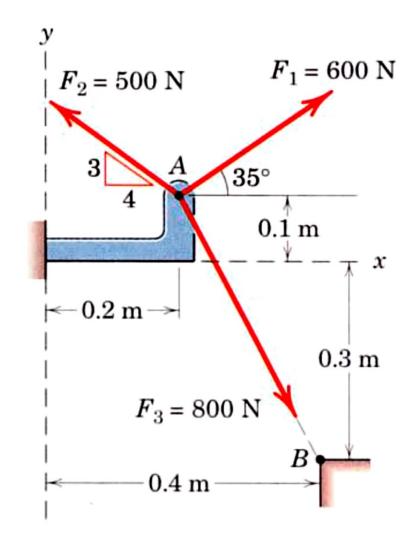
$$\Theta = 313,5^{\circ}$$



As forças F1, F2 e F3, todas atuando no ponto A do suporte, são especificadas de três modos diferentes.

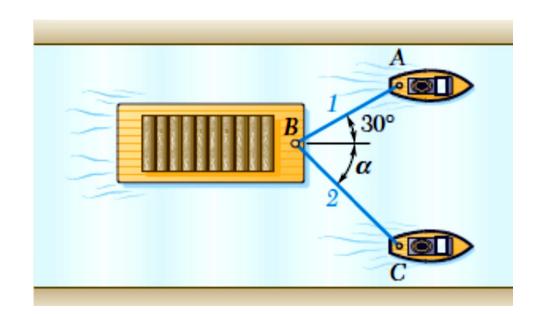
Determine os componentes escalares em x e y de cada uma das três forças.

```
F1 = 491,5N i; 344 N j.
F2 = -400 N i; 300 N j.
F3 = 357,8 N i; -715,5 N j.
```





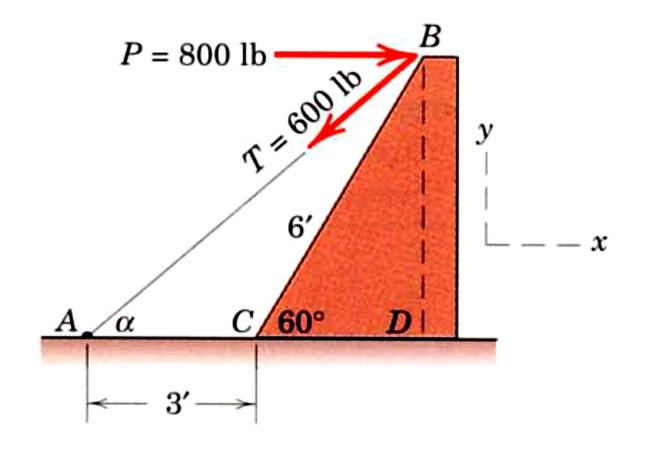
Uma barcaça é puxada por dois rebocadores. Se a resultante das forças exercidas pelos rebocadores é de 5 [kN] e tem a direção do eixo da barcaça, determine: a) a tração em cada corda, sabendo que  $\alpha$ =45°; b) o valor de  $\alpha$  para que a tração na corda 2 seja mínima.



- a) FBA = 3.6 kN; FBC = 2.588 kN
- b)  $\Theta = 60^{\circ}$



Combine em uma única força equivalente, **R**, as duas forças **P** e **T**, que atuam em B na estrutura fixa.

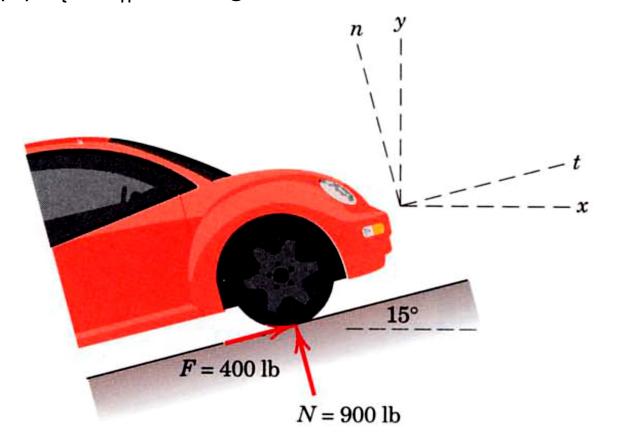


Respostas:

R = 523,9 N



A força normal de reação,  $\mathbf{N}$ , e a força tangencial de atrito,  $\mathbf{F}$ , atuam no pneu de um carro com tração dianteira, como mostrado. Expresse a resultante  $\mathbf{R}$  dessas duas forças em termos dos vetores unitários: (a)  $\mathbf{i}$  e  $\mathbf{j}$  ao longo dos eixos x e y; (b)  $\mathbf{e}_t$  e  $\mathbf{e}_n$  ao longo dos eixos n e t mostrados.

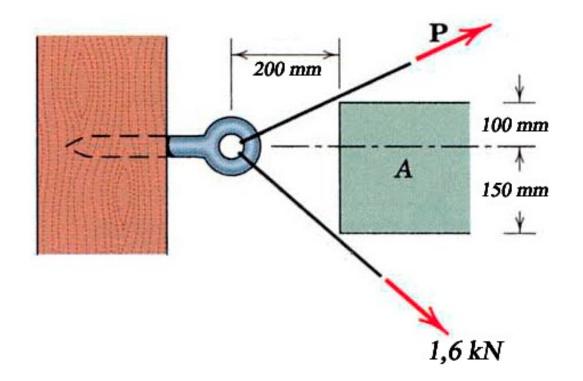


a)
$$Fr = (153,44 i + 972,85 j) lb$$

b)
$$Fr = (400 n + 900 t) lb$$



Deseja-se remover o pino da madeira pela aplicação de uma força ao longo de seu eixo horizontal. Um obstáculo evita um acesso direto, de modo que duas forças, uma de 1,6 [kN] e a outra P, são aplicadas por cabos, como mostrado. Calcule o módulo de P necessário para assegurar uma resultante T direcionada ao longo do pino. Determine também o módulo de T.



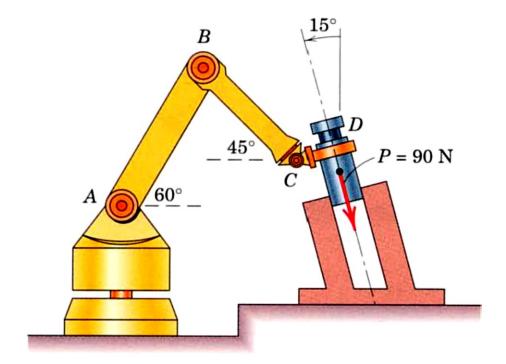
Respostas:

P = 2,15 KN

T = 3,20 kN



No projeto de um robô para colocar a pequena parte cilíndrica em um furo circular praticamente sem folga, o braço do robô deve exercer uma força **P** de 90 [N] na peça paralela ao eixo do furo, como mostrado. Determine os componentes da força que a peça exerce no robô nos eixos: (a) paralelo e perpendicular ao braço AB; (b) paralelo e perpendicular ao braço BC.



Respostas:

FAB = -63,6N i ; 63,6N j

FBC = 45N i ; -77,9N j



A extremidade de uma lança O na Figura está submetida a três forças concorrentes e coplanares. Determine a intensidade e a orientação da força resultante.

