



AULA 6

# ECDR & ECDH – ANÁLISE DE TENSÕES

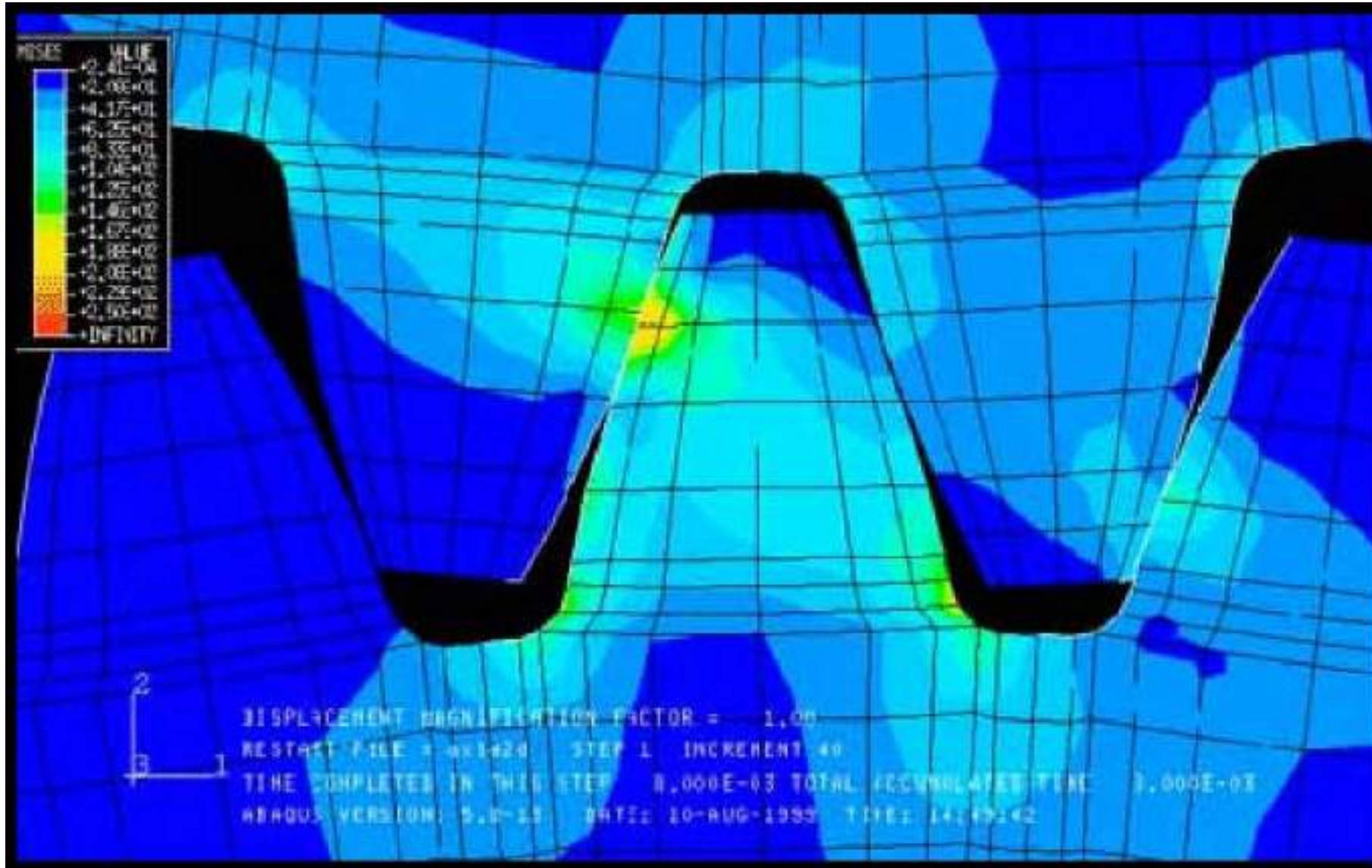
Professor: Dr. Paulo Sergio Olivio Filho

# CONTEÚDO DA AULA

## ANÁLISE DE TENSÕES EM ENGRENAGENS

1. Tensão de flexão no dente.
2. Tensão admissível de flexão no dente
3. Tensão de contato no dente.
4. Tensão admissível de contato no dente

# ANÁLISE DE FALHAS EM ENGRENAGENS



Por FEM:

- Análise das Tensões
- Análise do fator de segurança
- Análise das Deformações
- Análise dos deslocamentos

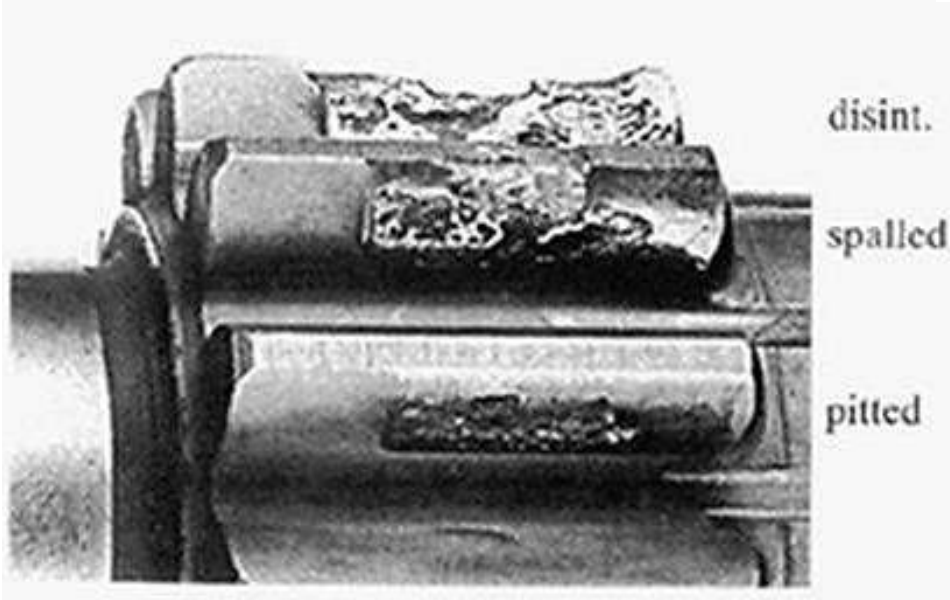
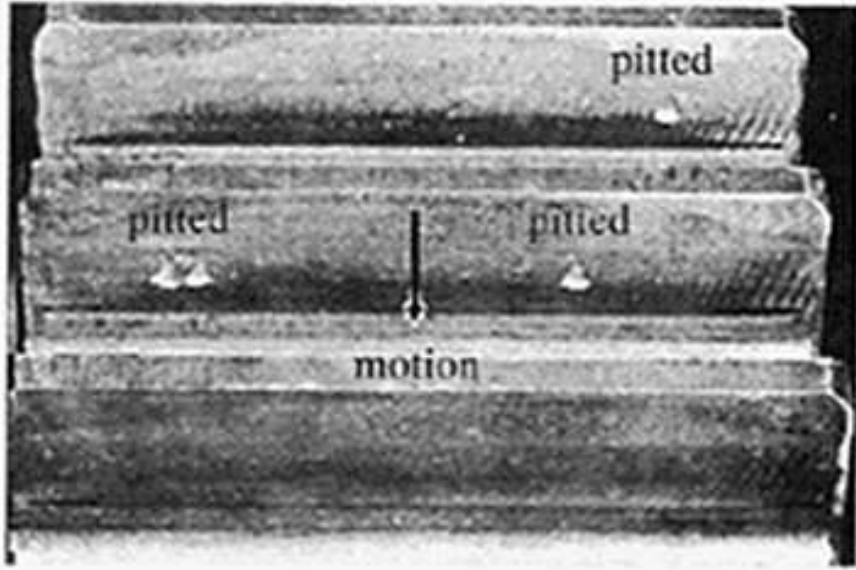


# ANÁLISE DE FALHAS EM ENGRENAGENS

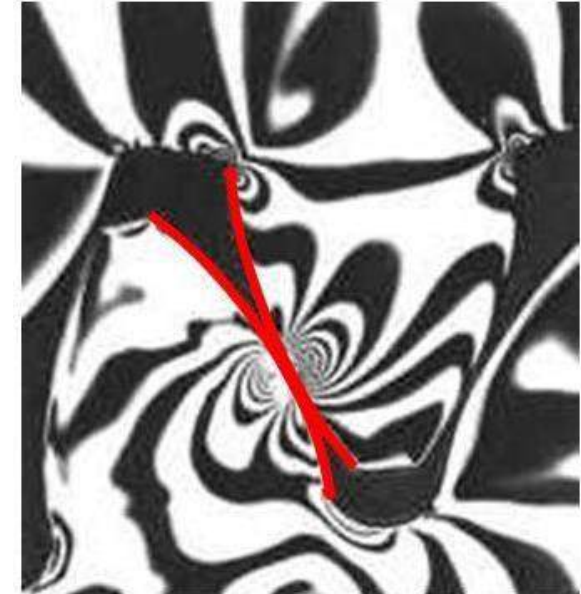
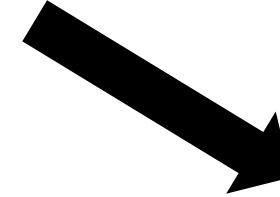


Tensões de Flexão

# ANÁLISE DE FALHAS EM ENGRENAGENS



Tensões de Compressão



Falhas causam:

- Pitting
- Lascamento / Desplacamento
- Desintegração

# ANÁLISE DE FALHAS EM ENGRENAGENS

- Pitting





# ANÁLISE DE FALHAS - AGMA

A AGMA (American Gear Manufacturers Association) fornece um **método** recomendado para o projeto de engrenagens.

- Leva em conta dois modos de falha:
  - Tensões de contato (desgaste)
  - Tensões de flexão



- A AGMA Incorpora uma série de fatores modificadores para levar em conta diversas situações.
- Fornece muito dos detalhes em tabelas e figuras.

# ANÁLISE DE FALHAS – AGMA 2001-D04

## Tensão de Flexão no Dente

$$\sigma = \begin{cases} W^t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} & \text{(unidades dos sistema americano)} \\ W^t K_o K_v K_s \frac{1}{bm_t} \frac{K_H K_B}{Y_J} & \text{(unidades SI)} \end{cases}$$

### US

$\sigma$  (lbf/pol<sup>2</sup>) - Tensão de flexão  
 $W^t$  (lbf) - Força tangencial transmitida  
 $K_o$  - Fator de sobrecarga  
 $K_v$  - Fator dinâmico  
 $K_s$  - Fator de tamanho  
 $P_d$  (dentes/pol) - Passo Diametral transversal  
 $F$  (pol) - Largura da face mais estreita  
 $K_m$  - Fator de distribuição de carga  
 $K_B$  - Fator de espessura de aro  
 $J$  - Fator geométrico para flexão

### SI

$\sigma$  (N/mm<sup>2</sup>) - Tensão de flexão  
 $W^t$  (N) - Força tangencial transmitida  
 $K_o$  - Fator de sobrecarga  
 $K_v$  - Fator dinâmico  
 $K_s$  - Fator de tamanho  
 $b$  (mm) - Largura da face mais estreita  
 $K_H$  - Fator de distribuição de carga  
 $K_B$  - Fator de espessura de aro  
 $Y_J$  - Fator geométrico para flexão  
 $m_t$  (mm) - Módulo métrico transversal



## Fator de Sobrecarga $K_o$

- Leva em conta a probabilidade de aumento da carga tangencial nominal devido a uma aplicação específica.
- Valores recomendados:

Tabela de fatores de sobrecarga,  $K_o$

Máquina acionada			
Fonte de potência	Uniforme	Choques moderados	Choques intensos
Uniforme	1,00	1,25	1,75
Choques leves	1,25	1,50	2,00
Choques médios	1,50	1,75	2,25

## Fator Dinâmico $K_v$

- Leva em conta o aumento da força com a velocidade
- Afetado pela qualidade de fabricação das engrenagens
- Um conjunto de números de qualidade,  $Q_v$  define tolerâncias para engrenagens fabricadas para uma precisão especificada.
- Números de qualidade de 3 a 7 incluem a maioria das engrenagens comerciais.
- Números de qualidade de 8 a 12 se referem a engrenagens de precisão.

$$K_v = \begin{cases} \left( \frac{A + \sqrt{V}}{A} \right)^B & V \text{ em ft/min} \\ \left( \frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B & V \text{ em m/s} \end{cases}$$

# TENSÃO DE FLEXÃO NO DENTE - AGMA 2001-D04

## Fator Dinâmico $K_v$

- Equação do Fator Dinâmico

$$K_v = \begin{cases} \left( \frac{A + \sqrt{V}}{A} \right)^B & V \text{ em ft/min} \\ \left( \frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B & V \text{ em m/s} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} A &= 50 + 56(1 - B) \\ B &= 0,25(12 - Q_v)^{2/3} \end{aligned}$$

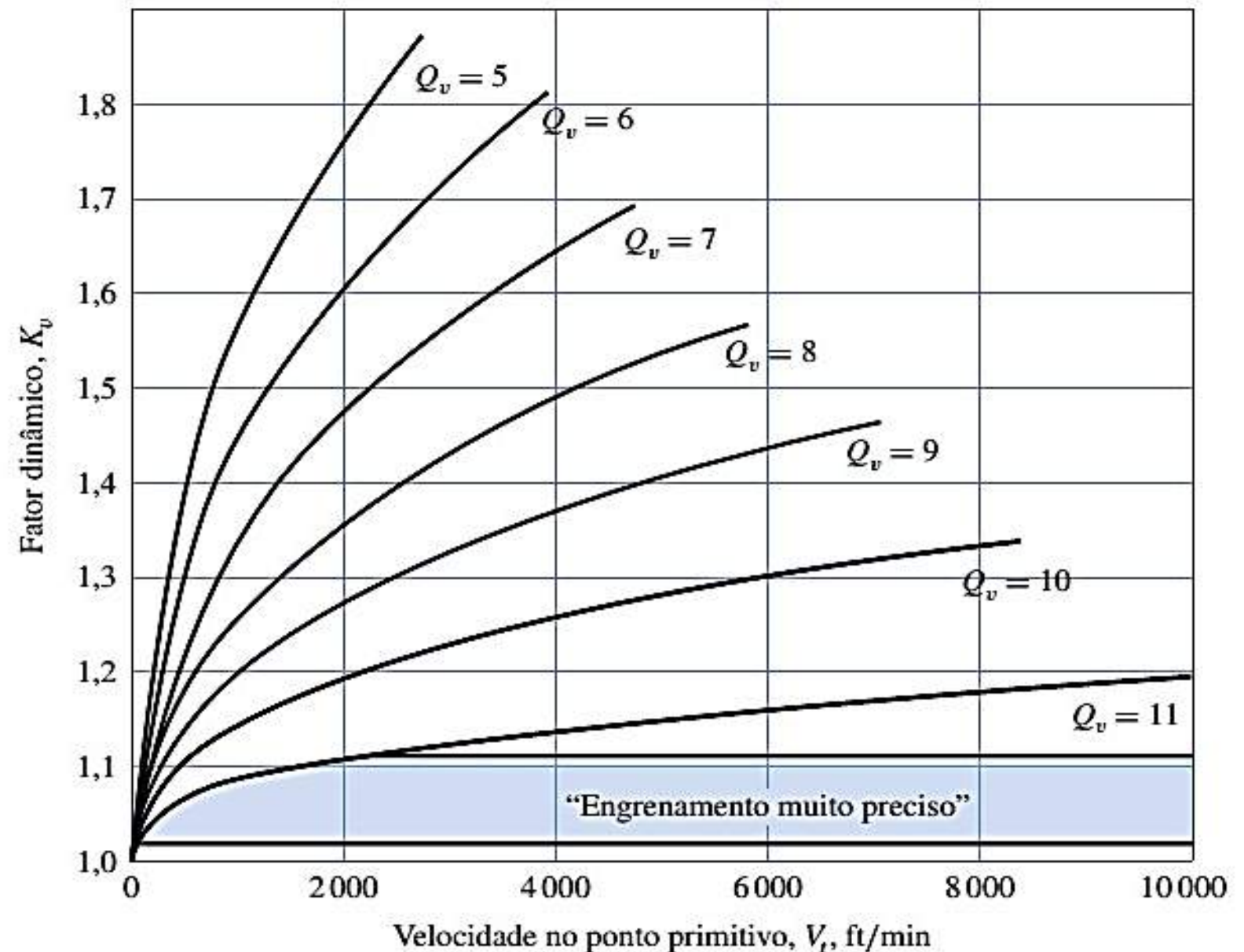
- Ou retirado diretamente da Fig. 14–9
- Velocidade máxima recomendada para um dado número de qualidade,

$$(V_t)_{\max} = \begin{cases} [A + (Q_v - 3)]^2 & \text{em ft/min} \\ \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{200} & \text{em m/s} \end{cases}$$

# TENSÃO DE FLEXÃO NO DENTE - AGMA 2001-D04

**Fator Dinâmico  $K_v$**

**AGMA 2001-D04 –  
ANEXO A**





## Fator de Tamanho $K_s$

- Leva em conta o efeito de tamanho na fadiga e a não uniformidade do material em peças maiores.
- AGMA não estabelece fatores de tamanho.
- **Para engrenagens normais:  $K_s = 1$ .**

## Fator de Distribuição de Carga $K_m$ ( $K_H$ )

- Leva em conta a **distribuição não uniforme de carga** em toda a linha de contato.
- Depende da montagem e da largura da face.
- Atualmente é definido **somente** para:
  - Relação entre a largura do pinhão e o diâmetro primitivo,  $F/d_p \leq 2$
  - Engrenagens montadas **entre mancais**.
  - Larguras até 40 polegadas ou 1016 mm
  - Contato em toda a largura do membro mais estreito.

## Fator de Distribuição de Carga $K_m$ ( $K_H$ )

- Fator de correção de carga:

$$K_m = C_{mf} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

$$C_{mc} = \begin{cases} 1 & \text{para dentes sem coroamento} \\ 0,8 & \text{para dentes coroados} \end{cases}$$

# TENSÃO DE FLEXÃO NO DENTE - AGMA 2001-D04

## Fator de Distribuição de Carga Km (KH)

- Fator de proporção do pinhão:

$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{F}{10d} - 0,025 & F \leq 1 \text{ in} \\ \frac{F}{10d} - 0,0375 + 0,0125F & 1 < F \leq 17 \text{ in} \\ \frac{F}{10d} - 0,1109 + 0,0207F - 0,000228F^2 & 17 < F \leq 40 \text{ in} \\ \frac{b}{10d} - 0,025 & b \leq 25 \text{ mm} \\ \frac{b}{10d} - 0,0375 + 4,92(10^{-4})b & 25 < b \leq 425 \text{ mm} \\ \frac{b}{10d} - 0,1109 + 8,15(10^{-4})b - 3,53(10^{-7})b^2 & 425 < b \leq 1000 \text{ mm} \end{cases}$$

US

SI

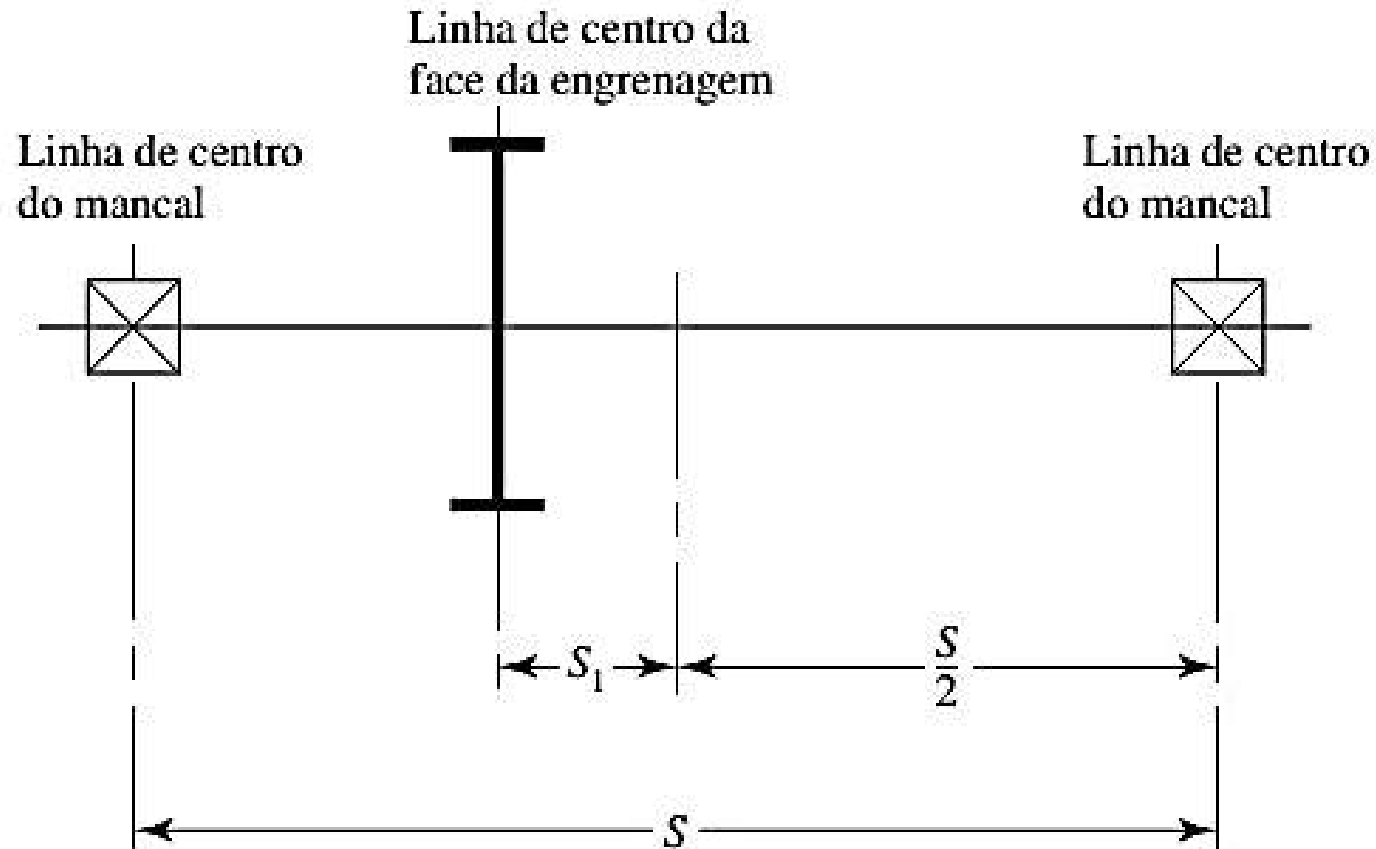


# TENSÃO DE FLEXÃO NO DENTE - AGMA 2001-D04

## Fator de Distribuição de Carga $K_m$ (KH)

- Modificador da proporção do pinhão:

$$C_{pm} = \begin{cases} 1 & \text{para pinhão montado no intervalo entre mancais com } S_1/S < 0,175 \\ 1,1 & \text{para pinhão montado no intervalo entre mancais com } S_1/S \geq 0,175 \end{cases}$$



# TENSÃO DE FLEXÃO NO DENTE - AGMA 2001-D04

## Fator de Distribuição de Carga $K_m$ ( $K_H$ )

- Fator de alinhamento do engrenamento,  $C_{ma}$
- Pode ser obtido pela equação com a Tabela 14-9

$$C_{ma} = A + BF + CF^2$$

(ver Tabela 14-9 para valores A, B e C)

**Tabela 14-9** Constantes empíricas  $A$ ,  $B$  e  $C$  para a Equação (14-34). Largura de face  $F$  em polegadas (in).\*

Condição	A	B	C
Engrenamento aberto	0,247	0,0167	$-0,765(10^{-4})$
Unidades fechadas, comerciais	0,127	0,0158	$-0,930(10^{-4})$
Unidades fechadas, de precisão	0,0675	0,0128	$-0,926(10^{-4})$
Unidades de engrenagens fechadas, extraprecisas.	0,00360	0,0102	$-0,822(10^{-4})$

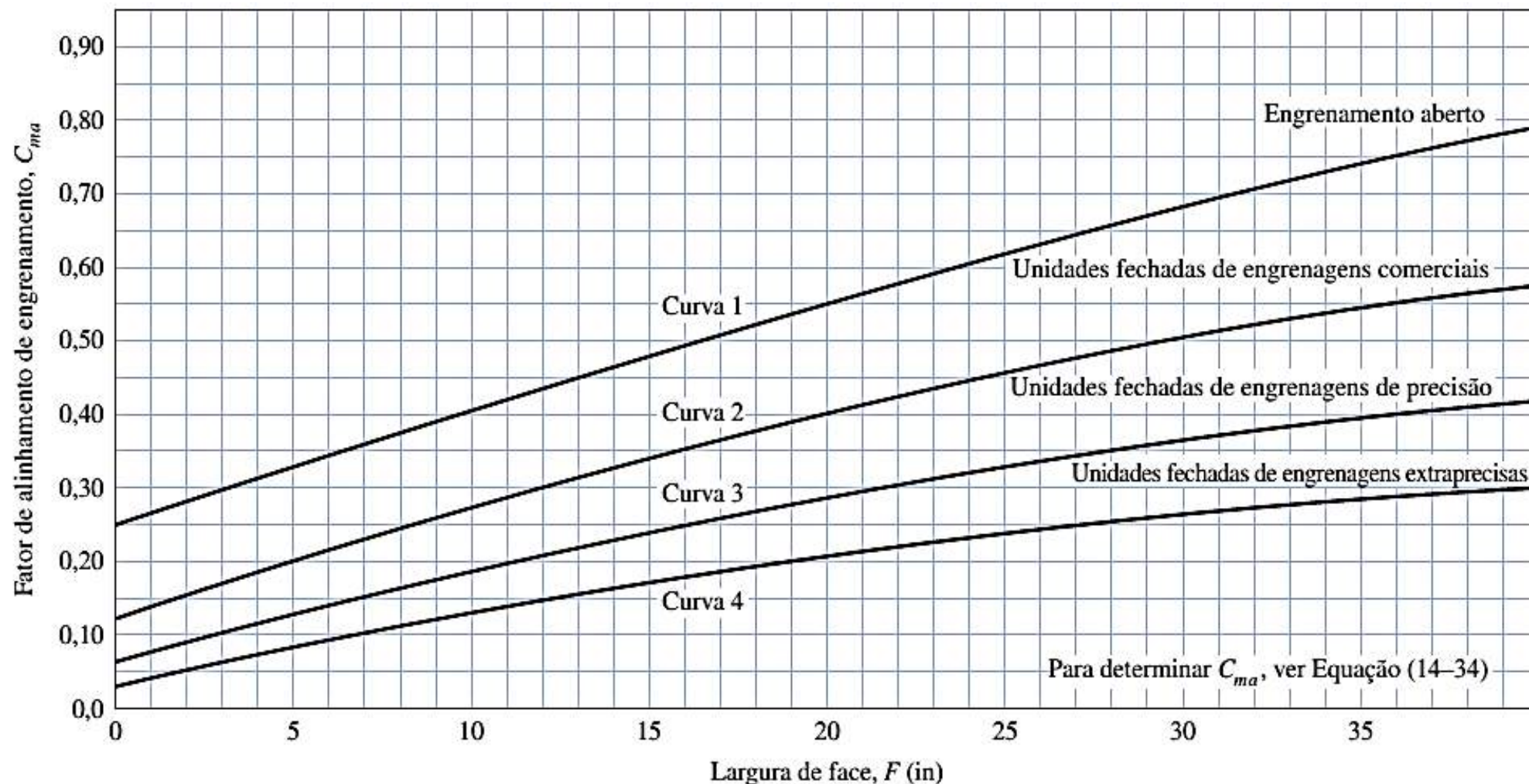
Fonte: ANSI/AGMA 2001-D04.

\*Ver ANSI/AGMA 2101-D04, p. 20-22, para formulação SI.

# TENSÃO DE FLEXÃO NO DENTE - AGMA 2001-D04

## Fator de Distribuição de Carga $K_m$ ( $K_H$ )

- Fator de alinhamento do engrenamento,  $C_{ma}$



## Fator de Distribuição de Carga $K_m$ ( $K_H$ )

- Fator de alinhamento do engrenamento,  $C_{ma}$ 
  - Pode ser obtido pela equação com a Tabela 2

$$K_{Hma} = A + B(b) + C(b)^2$$

**Table 2 - Empirical constants;  $A$ ,  $B$ , and  $C$**

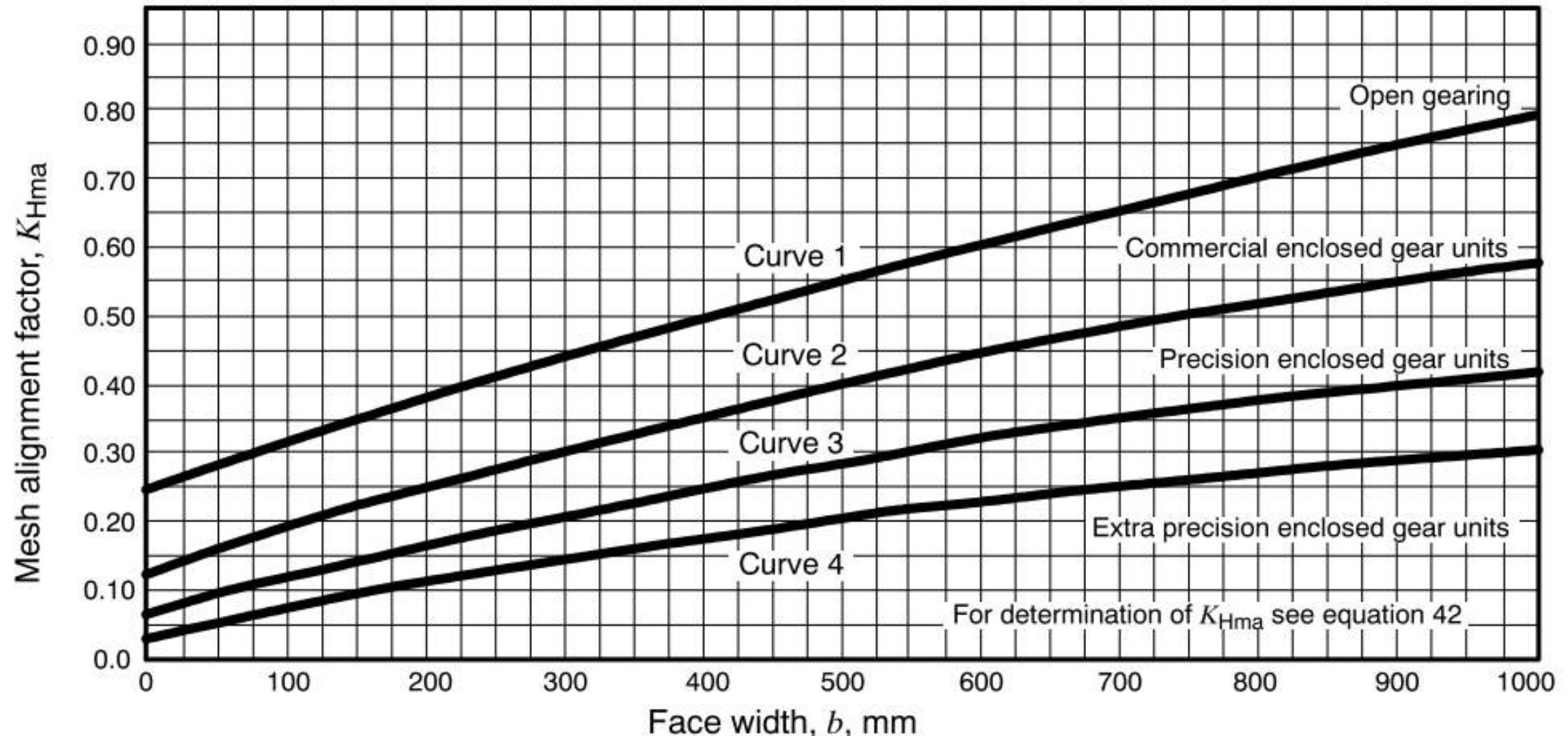
Curve	$A$	$B$	$C$
Curve 1 Open gearing	$2.47 \times 10^{-1}$	$0.657 \times 10^{-3}$	$-1.186 \times 10^{-7}$
Curve 2 Commercial enclosed gear units	$1.27 \times 10^{-1}$	$0.622 \times 10^{-3}$	$-1.69 \times 10^{-7}$
Curve 3 Precision enclosed gear units	$0.675 \times 10^{-1}$	$0.504 \times 10^{-3}$	$-1.44 \times 10^{-7}$
Curve 4 Extra precision enclosed gear units	$0.380 \times 10^{-1}$	$0.402 \times 10^{-3}$	$-1.27 \times 10^{-7}$



# TENSÃO DE FLEXÃO NO DENTE - AGMA 2101-D04

## Fator de Distribuição de Carga $K_m$ ( $K_H$ )

- Fator de alinhamento do engrenamento,  $C_{ma}$



## Fator de Distribuição de Carga $K_m$ ( $K_H$ )

- Fator de correção do alinhamento do engrenamento,  $C_e$

$$C_e = \begin{cases} 0,8 & \text{para engrenamento ajustado na montagem, ou quando a} \\ & \text{compatibilidade é melhorada por lapidação, ou ambos} \\ 1 & \text{para todas as outras condições} \end{cases}$$

# TENSÃO DE FLEXÃO NO DENTE - AGMA 2001-D04

## Fator de Espessura do Aro $K_B$

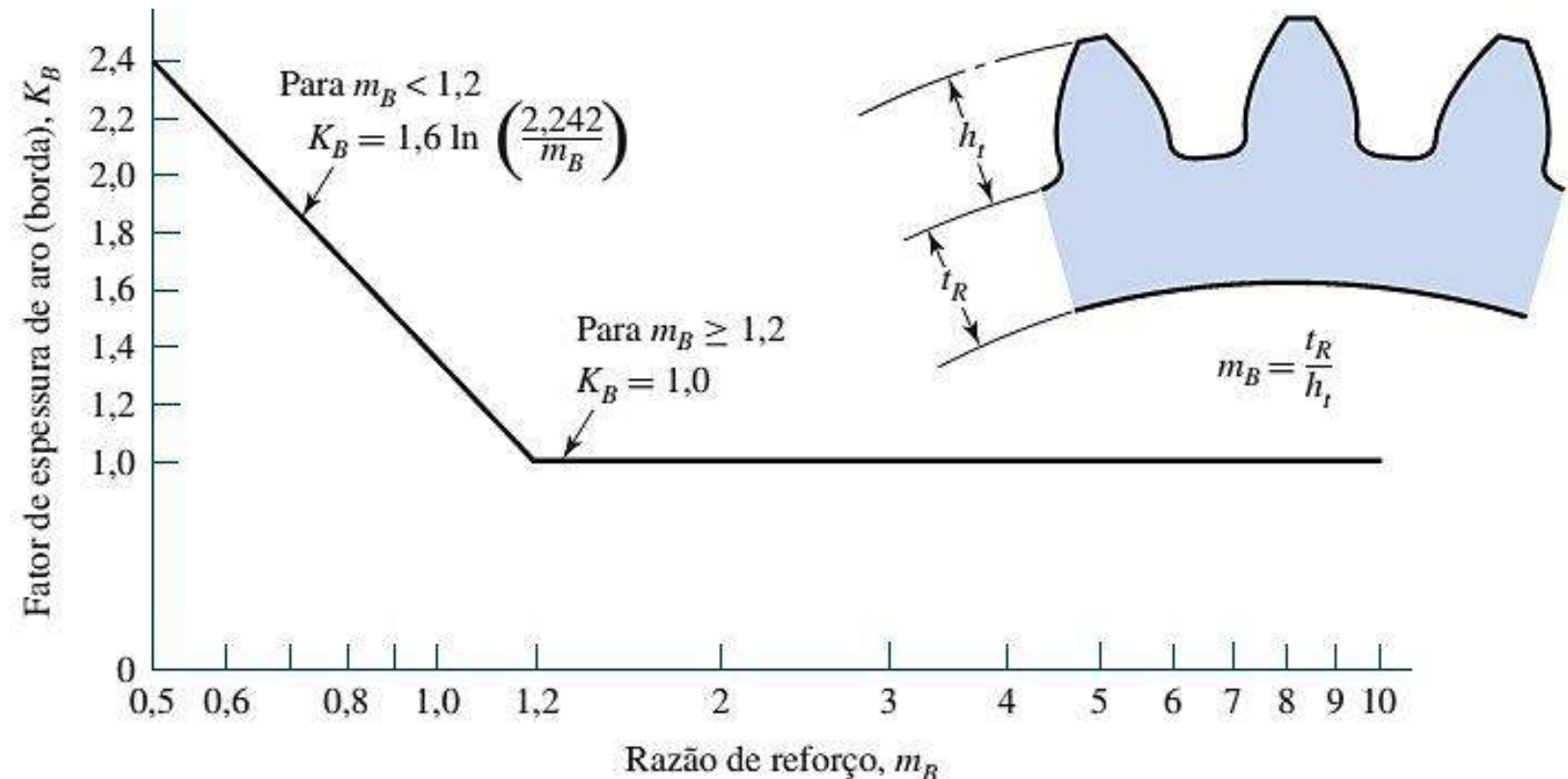
- Leva em conta a flexão do aro, quando aplicável.

$$K_B = \begin{cases} 1,6 \ln \frac{2,242}{m_B} & m_B < 1,2 \\ 1 & m_B \geq 1,2 \end{cases}$$



$$m_B = \frac{t_R}{h_t}$$

- Razão de esforço:



## Fator Geométrico $J (Y_J)$

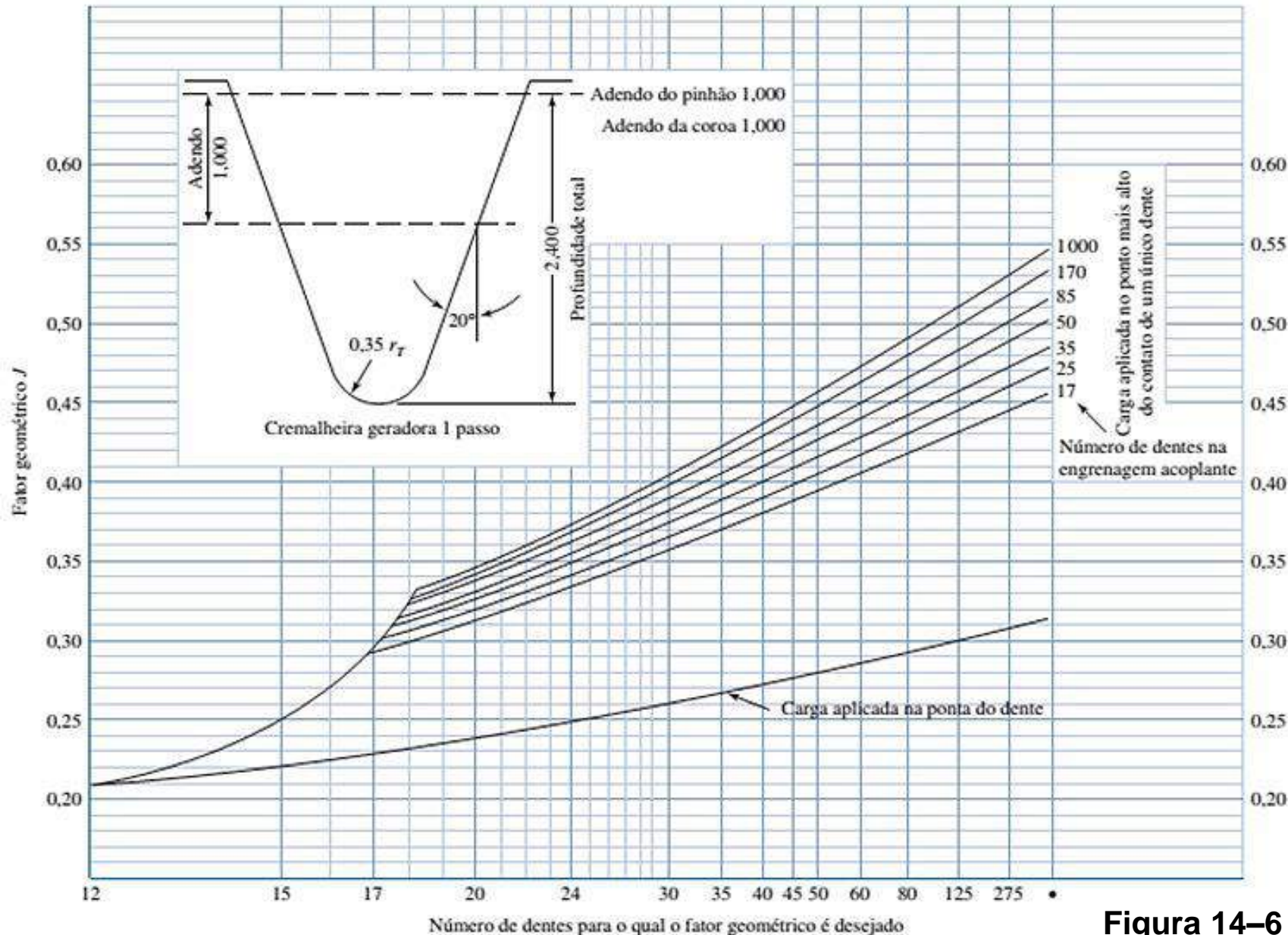
- Leva em conta a forma do dente na equação de tensão de flexão
- **Para o Sistema Inglês:**
  - modificação no fator de forma de Lewis  $Y$ ;
  - fator de concentração de tensão à fadiga  $K_f$ ;
  - *razão de compartilhamento de carga* do dente  $m_N$  (módulo normal)
  - A equação AGMA para o fator geométrico é

$$J = \frac{Y}{K_f m_N} \qquad m_N = \frac{P_N}{0.95Z}$$

- Valores para  $Y$  e  $Z$  são obtidos nas normas AGMA.
- **Para os casos comuns de engrenagens de dentes retos, com ângulo de pressão  $20^\circ$ ,  $J = Y_J$  e pode ser lido diretamente da Fig. 14–6.**
- **Para engrenagens de dentes helicoidais com ângulo de pressão normal  $20^\circ$ , utilize as Figuras 14–7 e 14–8.**



# TENSÃO DE FLEXÃO NO DENTE - AGMA 2001-D04



## Fator Geométrico $J (Y_J)$

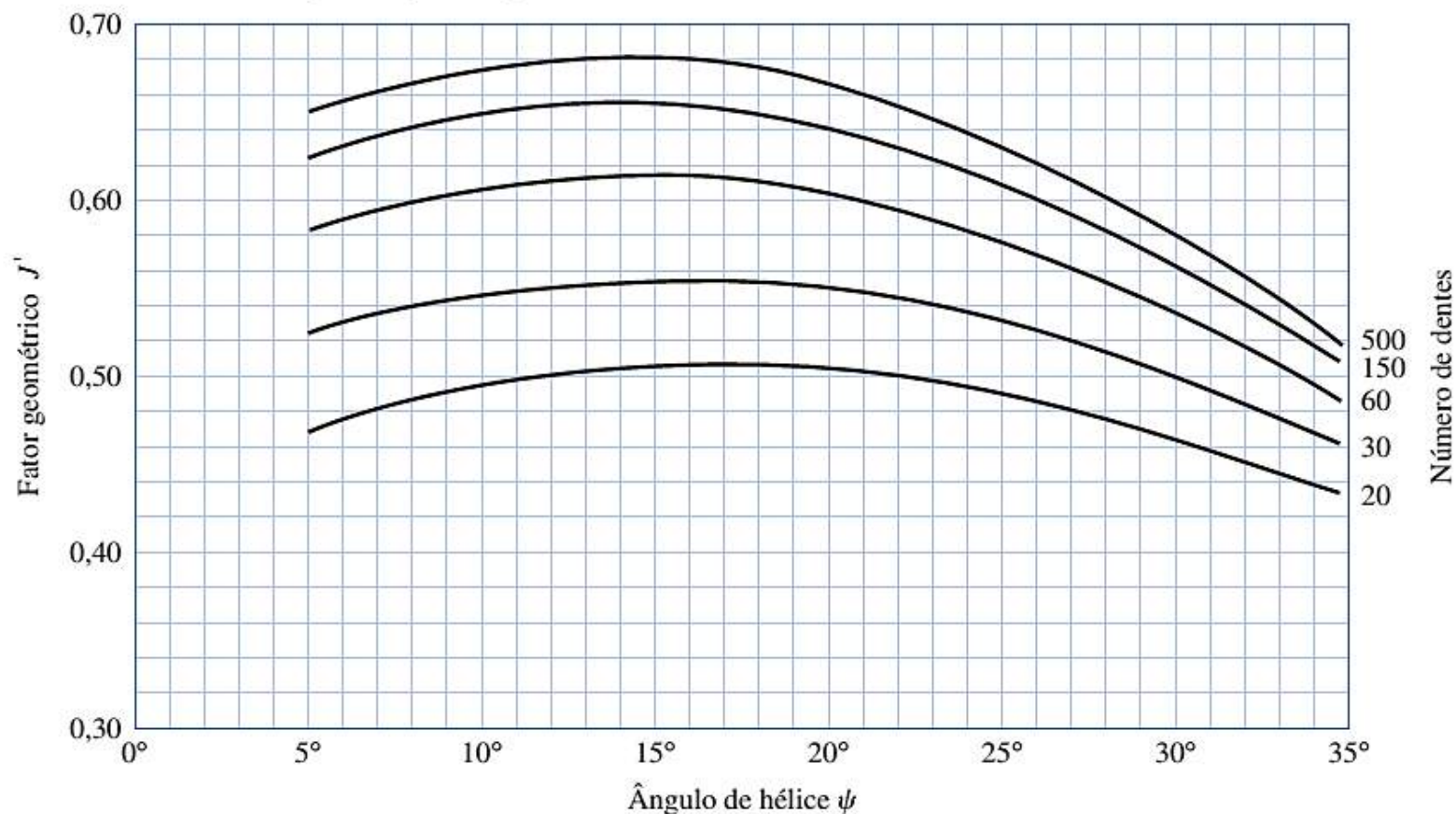
Dentes retos com ângulo de pressão  $20^\circ$

*Número de dentes para o qual  $Y_J$  é desejado*

Figura 14-6

# TENSÃO DE FLEXÃO NO DENTE - AGMA 2001-D04

- Obtenha  $J'$  da Fig. 14–7, que assume que a outra engrenagem possui 75 dentes.
- Obtenha o fator multiplicador da Fig. 14–8 para outra engrenagem
  - com número de dentes diferente de 75.
- Obtenha  $Y_J$  multiplicando  $J'$  pelo fator multiplicador.

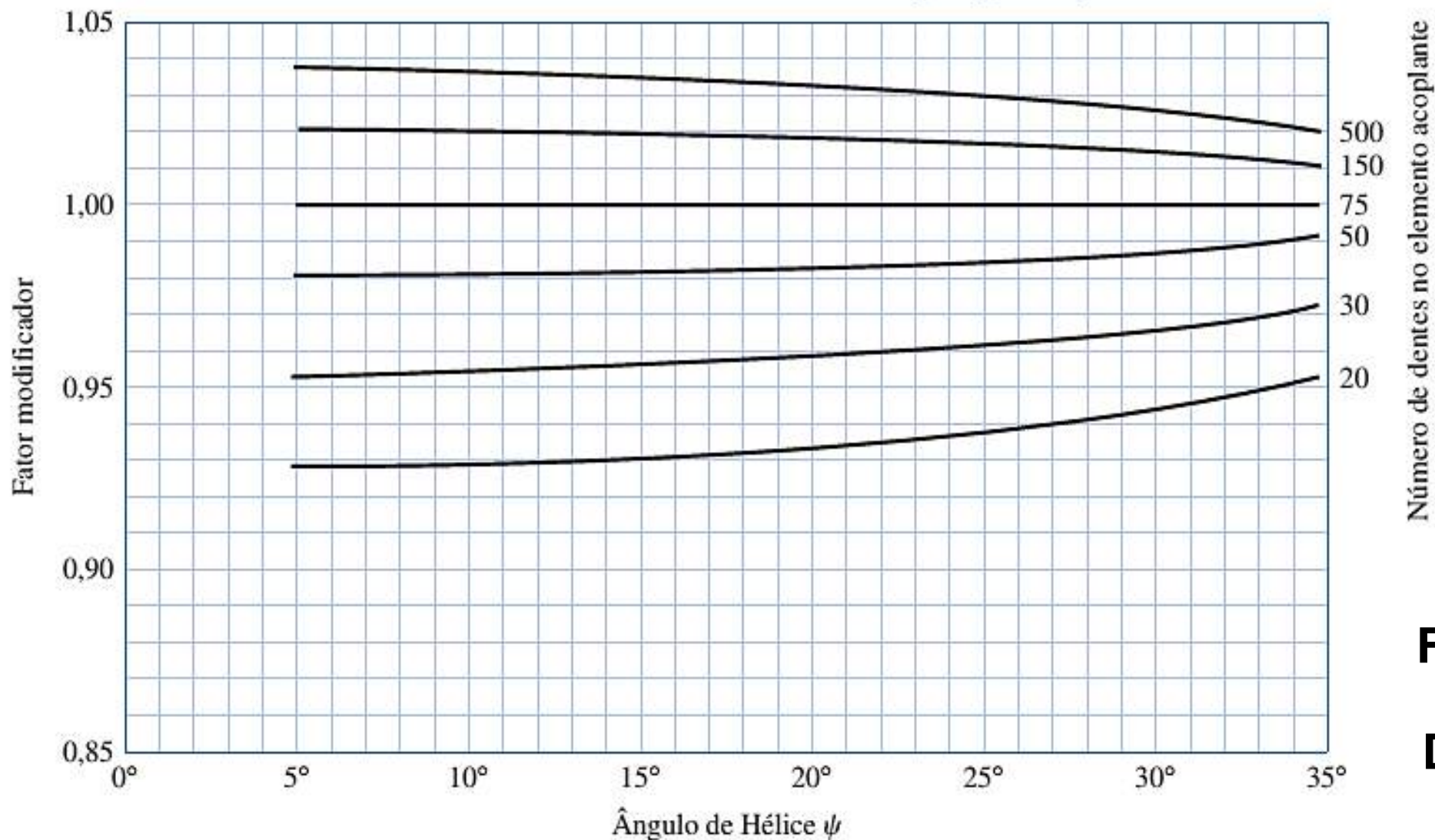


**Dentes helicoidais com  
ângulo de pressão 20°**

Fatores referem-se  
a dentes cortados  
com fresa caracol de  
adoçamento completo.

**Fig. 14–7**

# TENSÃO DE FLEXÃO NO DENTE - AGMA 2001-D04



**Fator multiplicador  
de  $J'$   
Dentes helicoidais  
com ângulo de  
pressão 20°**

**Figura 14-8** Multiplicadores de fatores  $J'$  para uso com a Figura 14-7 na determinação de

# ANÁLISE DE FALHAS – AGMA 2001-D04

## Tensão admissível de Flexão no Dente – Resistente a Fadiga

$$\sigma_{adm} = \begin{cases} \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R} & \text{(unidades dos sistema americano)} \\ \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{Y_\theta Y_Z} & \text{(unidades SI)} \end{cases}$$

### US

$\sigma_{adm}$  (lbf/pol2) - Tensão de flexão admissível  
 $S_t$  (lbf/pol2) - Resistência à fadiga na flexão  
 $Y_N$  - Fator de ciclagem para tensões de flexão  
 $K_T$  - Fator de temperatura  
 $K_R$  - Fator de confiabilidade  
 $S_F$  - Fator de segurança AGMA (razão de tensão)

### SI

$\sigma_{adm}$  (N/mm2) - Tensão de flexão admissível  
 $S_t$  (N/mm2) - Resistência à fadiga na flexão  
 $Y_N$  - Fator de ciclagem para tensões de flexão  
 $Y_\theta$  - Fator de temperatura  
 $Y_Z$  - Fator de confiabilidade  
 $S_F$  - Fator de segurança AGMA (razão de tensão)



## Resistência à Fadiga em Flexão - $S_t$

- A AGMA utiliza números de tensão admissível (*allowable stress numbers*) no lugar da resistência (*strengths*).
- Vamos nos referir a eles como **resistência** por coerência com o texto do livro.
- Os valores de resistência das engrenagens devem ser utilizados **somente para engrenagens** e não devem ser comparados com outro tipo de resistência de material.
- Valores representativos de resistência à flexão estão apresentados na Tabela 14-3 para engrenagens de aço e na Tabela 14-4 para engrenagens de ferro fundido e bronze..
- Figuras 14–2, 14–3 e 14–4 são usadas conforme indicado nas tabelas.
- As tabelas assumem cargas repetidas aplicadas em  **$10^7$  ciclos** e **0.99 de confiabilidade**.

# TENSÃO ADM. A FADIGA - AGMA 2001-D04

## Resistência à Flexão para Engrenagens de Aço

**Tabela 14-3** Resistência à flexão  $S_f$ , aplicada repetidamente a  $10^7$  ciclos e confiabilidade de 0,99 para engrenagens de aço.

Designação do material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima <sup>1</sup>	Número de tensão de flexão admissível $S_r$ <sup>2</sup> psi (MPa)		
			Grau 1	Grau 2	Grau 3
Aço <sup>3</sup>	Endurecido por completo	Ver Figura 14-2	Ver Figura 14-2	Ver Figura 14-2	—
	Endurecido <sup>4</sup> por chama <sup>4</sup> ou indução com padrão <sup>5</sup> tipo A	Ver Tabela 8*	45 000 (310)	55 000 (380)	—
	Endurecido <sup>4</sup> por chama <sup>4</sup> ou indução com padrão <sup>5</sup> tipo B	Ver Tabela 8*	22 000 (151)	22 000 (151)	—
	Carbonetado e endurecido	Ver Tabela 9*	55 000 (380)	65 000 ou 70 000 <sup>6</sup> (448 ou 482)	75 000 (517)
	Nitretado <sup>4,7</sup> (aços endure- cidos por completo)	83,5 HR 15N	Ver Figura 14-3	Ver Figura 14-3	—
Nitr alloy 134M, Nitr alloy N, e 2,5% de cromo (sem alumínio)	Nitretado <sup>4,7</sup>	87,5 HR 15N	Ver Figura 14-4	Ver Figura 14-4	Ver Figura 14-4

Fonte: ANSI/AGMA 2001-D04.



# TENSÃO ADM. A FADIGA - AGMA 2001-D04

## Resistência à Flexão para Engrenagens de Aço

Notas da tabela 14.3

- 1 – A dureza deve ser equivalente aquela do diâmetro de raiz no centro do espaço do dente e largura da face
- 2 – Ver tabelas 7 e 10 no que concerne aos fatores metalúrgicos principais para cada grau de tensão de engrenagem de aço.
- 3 – O aço selecionado deve ser compatível com o processo selecionado de tratamento térmico e dureza requerida
- 4 – Os números de tensões admissíveis indicados podem ser utilizados com as profundidades de camada prescritas em 16.1
- 5 – Ver Figura 12 para os padrões de dureza tipo A e B.
- 6 – Se a bainita e as microfissuras estão limitadas a nível de grau 3, 70000 psi pode ser utilizado.
- 7 – A capacidade de sobrecarga de engrenagens nitretadas é pequena. Como a forma da curva efetiva S-N é nivelada, a sensibilidade a choques deve ser investigada antes de dar prosseguimento ao projeto.

As tabelas 8 e 9 da AGMA 2001-d04 são tabulações claras dos fatores metalúrgicos principais a afetar  $S_t$  e  $S_e$  de engrenagens de aço endurecidas por chama e por indução (Tb. 8) carbonetadas e endurecidas (Tb.9)

# TENSÃO ADM. A FADIGA - AGMA 2001-D04

## Resistência à Flexão para Engrenagens de Ferro Fundido e Bronze

**Tabela 14-4** Resistência à flexão  $S_f$  aplicada repetidamente a engrenagens de ferro e engrenagens de bronze a  $10^7$  ciclos com 0,99 de confiabilidade.

Material	Designação do material <sup>1</sup>	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima típica <sup>2</sup>	Número de tensão de flexão admissível, $S_f$ , <sup>3</sup> psi (MPa)
Ferro fundido cinza ASTM A48	Classe 20	Como fundido	–	5000
	Classe 30	Como fundido	174 HB	8500
	Classe 40	Como fundido	201 HB	13 000
Ferro dúctil (nodular) ASTM A536	Grau 60–40–18	Recozido	140 HB	22 000–33 000 (151–227)
	Grau 80–55–06	Temperado e revenido	179 HB	22 000–33 000 (151–227)
	Grau 100–70–03	Temperado e revenido	229 HB	27 000–40 000 (186–275)
	Grau 120–90–02	Temperado e revenido	269 HB	31 000–44 000 (213–275)
Bronze		Fundido em areia	Resistência mínima à tração 40 000 psi	5700 (39)
	ASTM B-148 Liga 954	Tratado termicamente	Resistência mínima à tração 90 000 psi	23 600 (163)

# TENSÃO ADM. A FADIGA – AGMA 2001-D04

## Resistência à Flexão para Engrenagens de Aço

Notas da tabela 14.4

1 – Ver AGMA 2004-B89 – *Gear Materials and Heat Treatment Manual*

2 – A dureza medida deve ser equivalente aquela que seria medida no diâmetro de raiz no centro do espaço do dente e largura de face.

3 – Os valores menores devem ser utilizados para propósitos gerais de projeto. Os valores superiores podem ser utilizados quando:

- É usado material de alta qualidade
- O tamanho da seção e o projeto permitem máxima resposta ao tratamento térmico.
- É efetuado controle de qualidade apropriado por meio de inspeção adequada
- A experiência de operação justifica os seus usos`

# TENSÃO ADM. A FADIGA - AGMA 2001-D04

## Temperatura de Nitretação e Dureza Obtida

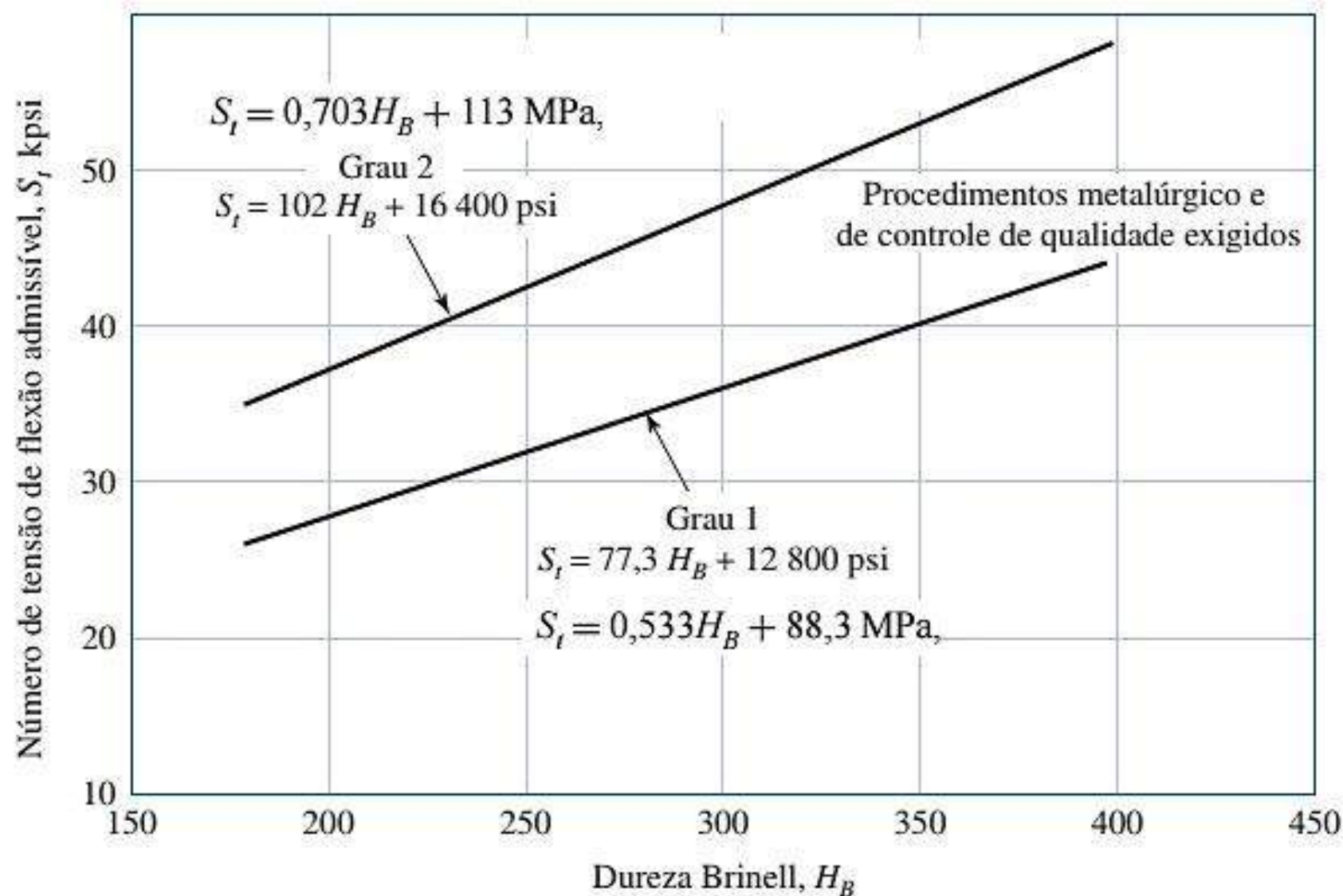
**Tabela 14–5** Temperatura nominal utilizada na nitretação e durezas obtidas.

Aço	Temperatura antes da nitretação, °F	Nitretação, °F	Dureza, escala Rockwell C	
			Superfície	Núcleo
Nitralloy 135*	1150	975	62–65	30–35
Nitralloy 135M	1150	975	62–65	32–36
Nitralloy N	1000	975	62–65	40–44
AISI 4340	1100	975	48–53	27–35
AISI 4140	1100	975	49–54	27–35
31 Cr Mo V9	1100	975	58–62	27–33



# TENSÃO ADM. A FADIGA - AGMA 2001-D04

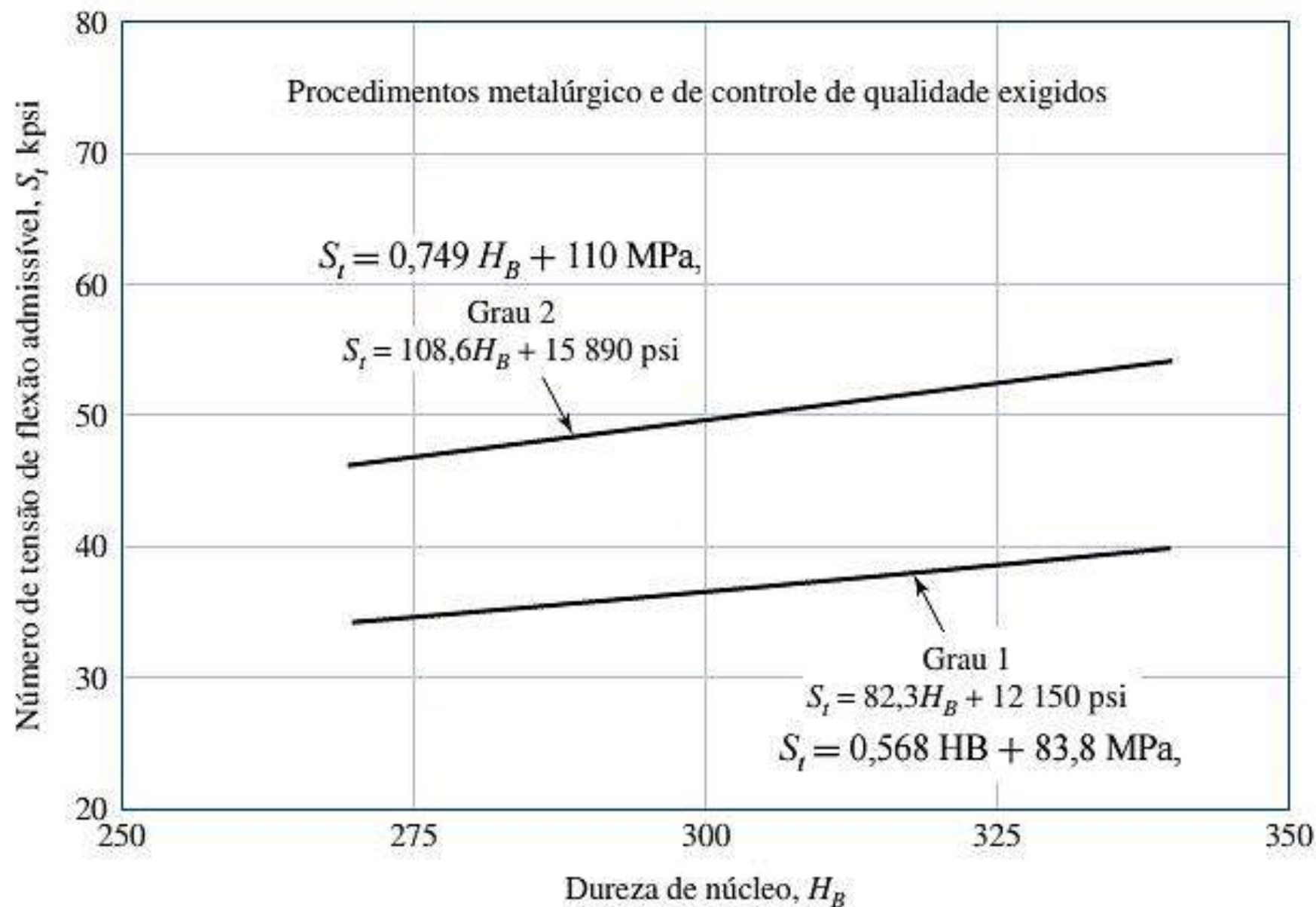
## Resistência à Flexão para Aços Endurecidos por Completo



**Figura 14-2** Número de tensão de flexão admissível para aços endurecidos por completo.

# TENSÃO ADM. A FADIGA - AGMA 2001-D04

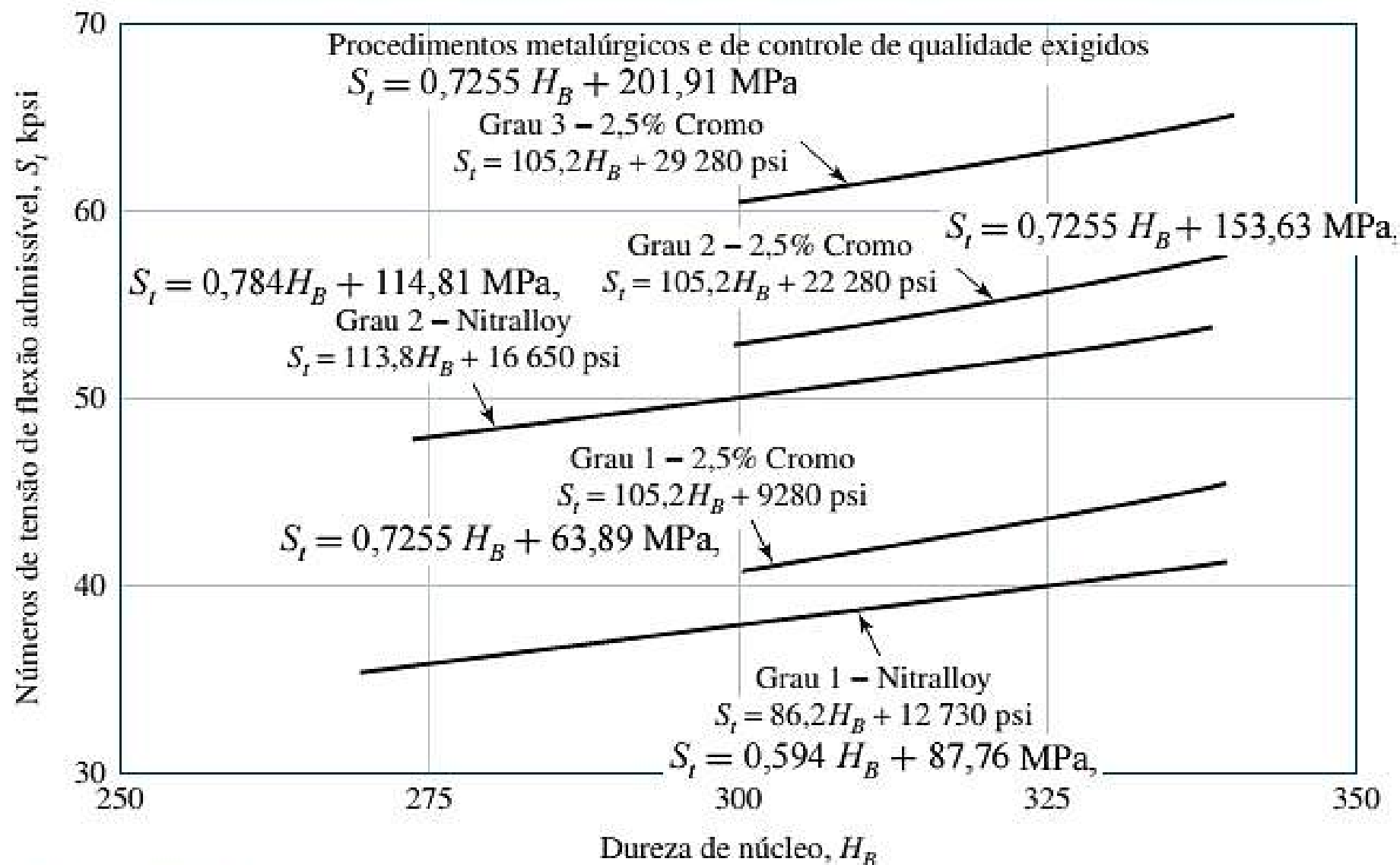
**Resistência à Flexão  
para Engrenagens de  
Aço Endurecidas  
totalmente por  
Nitretação (AISI 4140  
e 4340)**





# TENSÃO ADM. A FADIGA - AGMA 2001-D04

## Resistência à Flexão para Engrenagens de Aço Nitretado

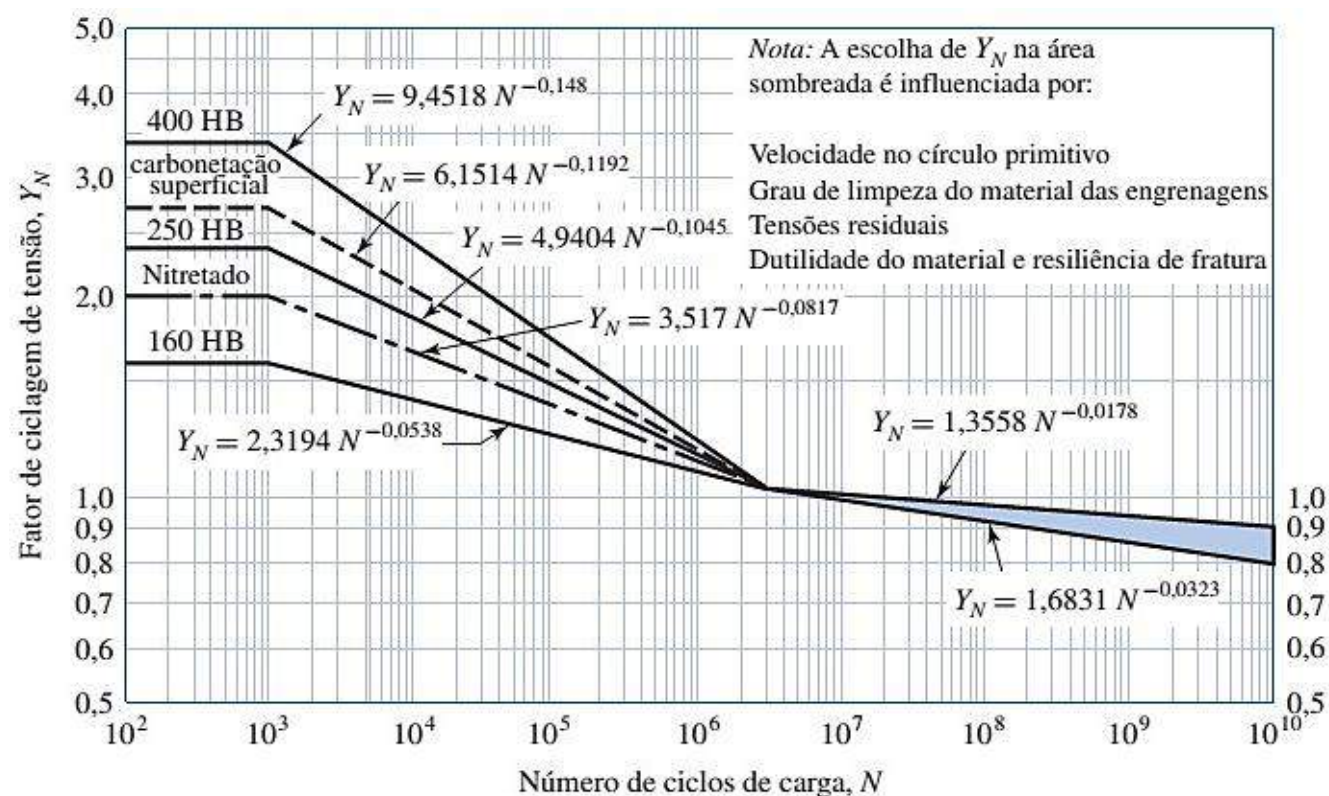


**Figura 14-4** Números de tensão de flexão admissíveis para engrenagens de aço nitretado,  $S_t$ .

# TENSÃO ADM. A FADIGA - AGMA 2001-D04

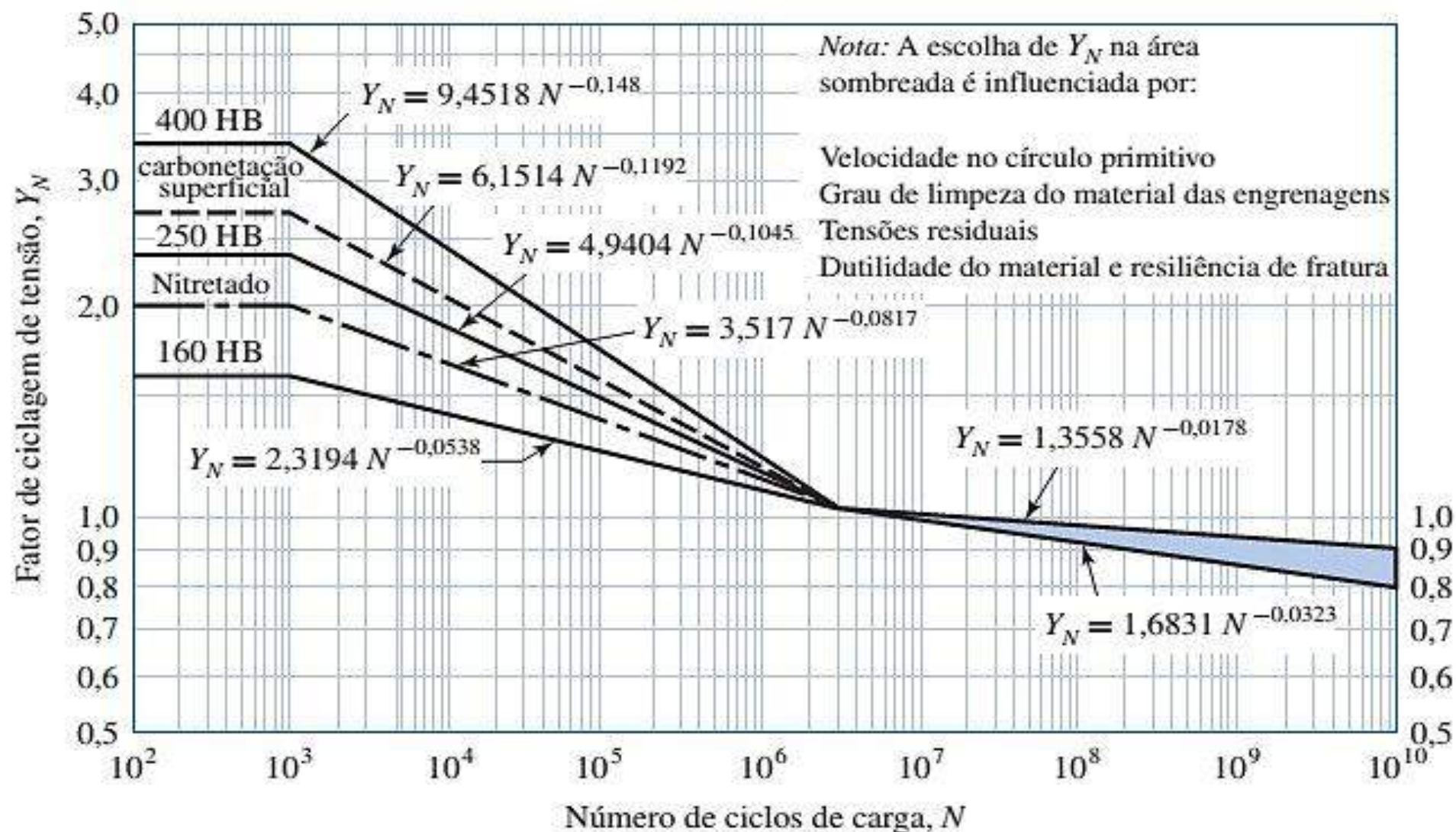
## Fator de Ciclagem para Tensões de Flexão – $Y_N$

- Resistências AGMA são para  **$10^7$  ciclos**
- Leva em conta outros ciclos de projeto
- Fig. 14–14 fornece  $Y_N$  para flexão



# TENSÃO ADM. A FADIGA - AGMA 2001-D04

## Fator de Ciclagem para Tensões de Flexão – $Y_N$



**Figura 14-14** Fator de ciclagem de tensão  $Y_N$  para a resistência de flexão sob carregamento repetido.  
Fonte: ANSI/AGMA 2001-D04.

# TENSÃO ADM. A FADIGA - AGMA 2001-D04

## Fator de Temperatura $K_T (Y_\theta)$

- AGMA não estabelece valores para este fator.
- Para temperaturas até 250°F (120°C),  $Y_\theta = 1$ .

## Fator de Condição da Superfície $C_f (Z_R)$

- Leva em conta defeitos no acabamento superficial
- Nenhum valor atualmente dado pela AGMA
- Para engrenagens comerciais normais,  **$C_f$  e  $Z_R = 1$**

# TENSÃO ADM. A FADIGA - AGMA 2001-D04

## Fator de Confiabilidade $K_R(Y_Z)$

- Leva em conta distribuições estatísticas de falhas de fadiga do material.
- Não leva em conta variação de carga.
- Use Tabela 14–10
- Sendo a confiabilidade  $R$  altamente não-linear, use as expressões (14-38) para interpolação,

$$K_R = \begin{cases} 0.658 - 0.0759 \ln(1 - R) & 0.5 < R < 0.99 \\ 0.50 - 0.109 \ln(1 - R) & 0.99 \leq R \leq 0.9999 \end{cases}$$

Confiabilidade	$K_R(Y_Z)$
----------------	------------

0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70

# ANÁLISE DE FALHAS – AGMA 2001-D04

## AGMA - Tensões de Contato

$$\sigma_c = \begin{cases} C_p \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_m}{d_p F} \frac{C_f}{I}} & \text{(unidades dos sistema americano)} \\ Z_E \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} b} \frac{Z_R}{Z_I}} & \text{(unidades SI)} \end{cases}$$

### US

$\sigma_c$  (lbf/pol<sup>2</sup>) - Tensão de contato  
 $C_p$  (Raiz(lbf/pol<sup>2</sup>)) - Coeficiente elástico  
 $C_f$  - Fator de condição superficial  
 $d_p$  (pol) - Diâmetro primitivo do pinhão  
 $I$  - Fator geométrico para contato

### SI

$\sigma_c$  (N/mm<sup>2</sup>) - Tensão de contato  
 $Z_E$  (Raiz(N/mm<sup>2</sup>)) - Coeficiente elástico  
 $Z_R$  - Fator de condição superficial  
 $d_{w1}$  - Diâmetro primitivo do pinhão  
 $Z_I$  - Fator geométrico para contato

Os demais parâmetros já foram definidos na equação de flexão.



# TENSÃO DE CONTATO - AGMA 2001-D04

## Coeficiente Elástico - $C_p$ ( $Z_E$ )

- Convertendo para termos das engrenagens, obtem-se a tensão superficial de compressão (tensão de Hertz)

$$\sigma_c^2 = \frac{W^t}{\pi F \cos \phi} \frac{1/r_1 + 1/r_2}{(1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2}$$

- Localização crítica:  
linha primitiva, sendo

$$r_1 = \frac{d_P \sin \phi}{2} \quad r_2 = \frac{d_G \sin \phi}{2}$$

$W^t$  – Carga Transmitida no dente  
 $F$  – Largura da face do dente

- Definindo coeficiente elástico do denominador da Eq. (14–11),

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_P^2}{E_P} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)}}$$

$\nu$  - Coeficiente de poisson  
 $E$  - Módulo de elasticidade

# TENSÃO DE CONTATO - AGMA 2001-D04

## Tabela A-5 Constantes físicas de materiais

Tabela A-5 Constantes físicas de materiais.

Material	Módulo de elasticidade E		Módulo de rigidez G		Coeficiente de Poisson $\nu$	Peso unitário $w$		
	Mpsi	GPa	Mpsi	GPa		lbf/in <sup>3</sup>	lbf/ft <sup>3</sup>	kN/m <sup>3</sup>
Aluminio (todas as ligas)	10,4	71,7	3,9	26,9	0,333	0,098	169	26,6
Berílio – cobre	18,0	124,0	7,0	48,3	0,285	0,297	513	80,6
Bronze	15,4	106,0	5,82	40,1	0,324	0,309	534	83,8
Aço carbono	30,0	207,0	11,5	79,3	0,292	0,282	487	76,5
Ferro fundido (cinza)	14,5	100,0	6,0	41,4	0,211	0,260	450	70,6
Cobre	17,2	119,0	6,49	44,7	0,326	0,322	556	87,3
Madeira de pinheiro (pseudotsuga)	1,6	11,0	0,6	4,1	0,33	0,016	28	4,3
Vidro	6,7	46,2	2,7	18,6	0,245	0,094	162	25,4
Inconel	31,0	214,0	11,0	75,8	0,290	0,307	530	83,3
Chumbo	5,3	36,5	1,9	13,1	0,425	0,411	710	111,5
Magnésio	6,5	44,8	2,4	16,5	0,350	0,065	112	17,6
Molibdênio	48,0	331,0	17,0	117,0	0,307	0,368	636	100,0
Metal de Monel	26,0	179,0	9,5	65,5	0,320	0,319	551	86,6
Níquel – prata	18,5	127,0	7,0	48,3	0,322	0,316	546	85,8
Aço níquel	30,0	207,0	11,5	79,3	0,291	0,280	484	76,0
Bronze – fósforo	16,1	111,0	6,0	41,4	0,349	0,295	510	80,1
Aço inoxidável (18–8)	27,6	190,0	10,6	73,1	0,305	0,280	484	76,0
Ligas de titânio	16,5	114,0	6,2	42,4	0,340	0,160	276	43,4

# TENSÃO DE CONTATO - AGMA 2001-D04

## Coeficiente Elástico – $C_p$ ( $Z_E$ )

- Obtido da Eq. (14–13) ou da Tabela 14–8.

$$C_p = \left[ \frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_P^2}{E_P} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2}$$

**Tabela 14–8** Coeficiente elástico  $C_p$  ( $Z_E$ ),  $\sqrt{\text{psi}}$  ( $\sqrt{\text{MPa}}$ ).

		Material da coroa e módulo de elasticidade $E_G$ , lbf/in <sup>2</sup> (MPa)*					
Material do pinhão	Módulo de elasticidade do pinhão $E_p$ psi (MPa)*	Aço $30 \times 10^6$ ( $2 \times 10^5$ )	Ferro maleável $25 \times 10^6$ ( $1,7 \times 10^5$ )	Ferro nodular $24 \times 10^6$ ( $1,7 \times 10^5$ )	Ferro fundido $22 \times 10^6$ ( $1,5 \times 10^5$ )	Bronze alumínio $17,5 \times 10^6$ ( $1,2 \times 10^5$ )	Bronze estanho $16 \times 10^6$ ( $1,1 \times 10^5$ )
Aço	$30 \times 10^6$	2300	2 180	2 160	2 100	1 950	1 900
	( $2 \times 10^5$ )	(191)	(181)	(179)	(174)	(162)	(158)
Ferro maleável	$25 \times 10^6$	2 180	2 090	2 070	2 020	1 900	1 850
	( $1,7 \times 10^5$ )	(181)	(174)	(172)	(168)	(158)	(154)
Ferro nodular	$24 \times 10^6$	2 160	2 070	2 050	2 000	1 880	1 830
	( $1,7 \times 10^5$ )	(179)	(172)	(170)	(166)	(156)	(152)
Ferro fundido	$22 \times 10^6$	2 100	2 020	2 000	1 960	1 850	1 800
	( $1,5 \times 10^5$ )	(174)	(168)	(166)	(163)	(154)	(149)
Bronze alumínio	$17,5 \times 10^6$	1 950	1 900	1 880	1 850	1 750	1 700
	( $1,2 \times 10^5$ )	(162)	(158)	(156)	(154)	(145)	(141)
Bronze estanho	$16 \times 10^6$	1 900	1 850	1 830	1 800	1 700	1 650
	( $1,1 \times 10^5$ )	(158)	(154)	(152)	(149)	(141)	(137)



# TENSÃO DE CONTATO - AGMA 2001-D04

## Fator Geométrico para Resistência ao Desgaste $I(Z_I)$

- Denominado pela AGMA de:  
*fator geométrico de resistência ao crateramento*

$$I = \begin{cases} \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1} & \text{engrenagens externas} \\ \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G - 1} & \text{engrenagens internas} \end{cases}$$

- razão de transmissão:  $m_G = \frac{N_G}{N_P} = \frac{d_G}{d_P}$
- razão de compartilhamento de carga  $m_N$ :

dentes retos -  $m_N = 1$

dentes helicoidais  $m_N = \frac{p_N}{0,95Z} \quad p_N = p_n \cos \phi_n$

$p_N$  - Passo normal de base  
 $p_n$  - Passo circular

- passo normal de base: comprimento de ação transversal:

$$Z = \left[ (r_P + a)^2 - r_{bP}^2 \right]^{1/2} + \left[ (r_G + a)^2 - r_{bG}^2 \right]^{1/2} - (r_P + r_G) \sin \phi_t$$

- raio de base:  $r_b = r \cos \phi_t$

# ANÁLISE DE FALHAS – AGMA 2001-D04

## Tensão de Contato Admissível

$$\sigma_{c,adm} = \begin{cases} \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{K_T K_R} & \text{(unidades dos sistema americano)} \\ \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N Z_W}{Y_\theta Y_Z} & \text{(unidades SI)} \end{cases}$$

### US

$\sigma_c adm$  (lb<sub>f</sub>/pol<sup>2</sup>) - Tensão de contato admissível  
 $S_c$  (lb<sub>f</sub>/pol<sup>2</sup>) - Resistência à fadiga na compressão  
 $Z_N$  - Fator de ciclagem para tensões de contato  
 $C_H$  - Fator de razão de dureza  
 $K_T$  - Fator de temperatura  
 $K_R$  - Fator de confiabilidade  
 $S_H$  - Fator de segurança AGMA (razão de tensão)

### SI

$\sigma_c adm$  (N/mm<sup>2</sup>) - Tensão de contato admissível  
 $S_c$  (N/mm<sup>2</sup>) - Resistência à fadiga na compressão  
 $Z_N$  - Fator de ciclagem para tensões de contato  
 $Z_W$  - Fator de razão de dureza  
 $Y_\theta$  - Fator de temperatura  
 $Y_Z$  - Fator de confiabilidade  
 $S_H$  - Fator de segurança AGMA (razão de tensão)

# TENSÃO DE CONTATO ADM.– AGMA 2001-D04

## Resistência à Fadiga de Contato – $S_c$ – Engrenagens de Aço

**Tabela 14–6** Resistência ao contato  $S_c$  aplicado repetidamente a  $10^7$  ciclos de carga com 0,99 de confiabilidade para engrenagens de aço.

Designação do material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima <sup>1</sup>	Número de tensão de contato admissível, <sup>2</sup> <i>S<sub>c</sub></i> , psi ( $\sigma_{HP}$ , MPa)		
			Grau 1	Grau 2	Grau 3
Aço <sup>3</sup>	Endurecido <sup>4</sup> por completo	Ver Figura 14–5	Ver Figura 14–5	Ver Figura 14–5	—
	Endurecido por chama <sup>5</sup> ou indução <sup>5</sup>	50 HRC	170 000 (1172)	190 000 (1310)	—
		54 HRC	175 000 (1206)	195 000 (1344)	—
	Carbonetado e endurecido <sup>5</sup>	Ver Tabela 9*	180 000 (1240)	225 000 (1551)	275 000 (1896)
	Nitretado <sup>5</sup> (aços endurecidos por completo)	83.5 HR15N	150 000 (1035)	163 000 (1123)	175 000 (1206)
84.5 HR15N		155 000 (1068)	168 000 (1158)	180 000 (1240)	
2,5% de cromo (sem alumínio)	Nitretado <sup>5</sup>	87.5 HR15N	155 000 (1068)	172 000 (1186)	189 000 (1303)
Nitralloy 135M	Nitretado <sup>5</sup>	90.0 HR15N	170 000 (1172)	183 000 (1261)	195 000 (1344)
Nitralloy N	Nitretado <sup>5</sup>	90.0 HR15N	172 000 (1186)	188 000 (1296)	205 000 (1413)
2,5% de cromo (sem alumínio)	Nitretado <sup>5</sup>	90.0 HR15N	176 000 (1213)	196 000 (1351)	216 000 (1490)



# TENSÃO DE CONTATO ADM.– AGMA 2001-D04

## Resistência à Fadiga de Contato – $S_c$ . Engrenagens de Ferro Fundido e Bronze

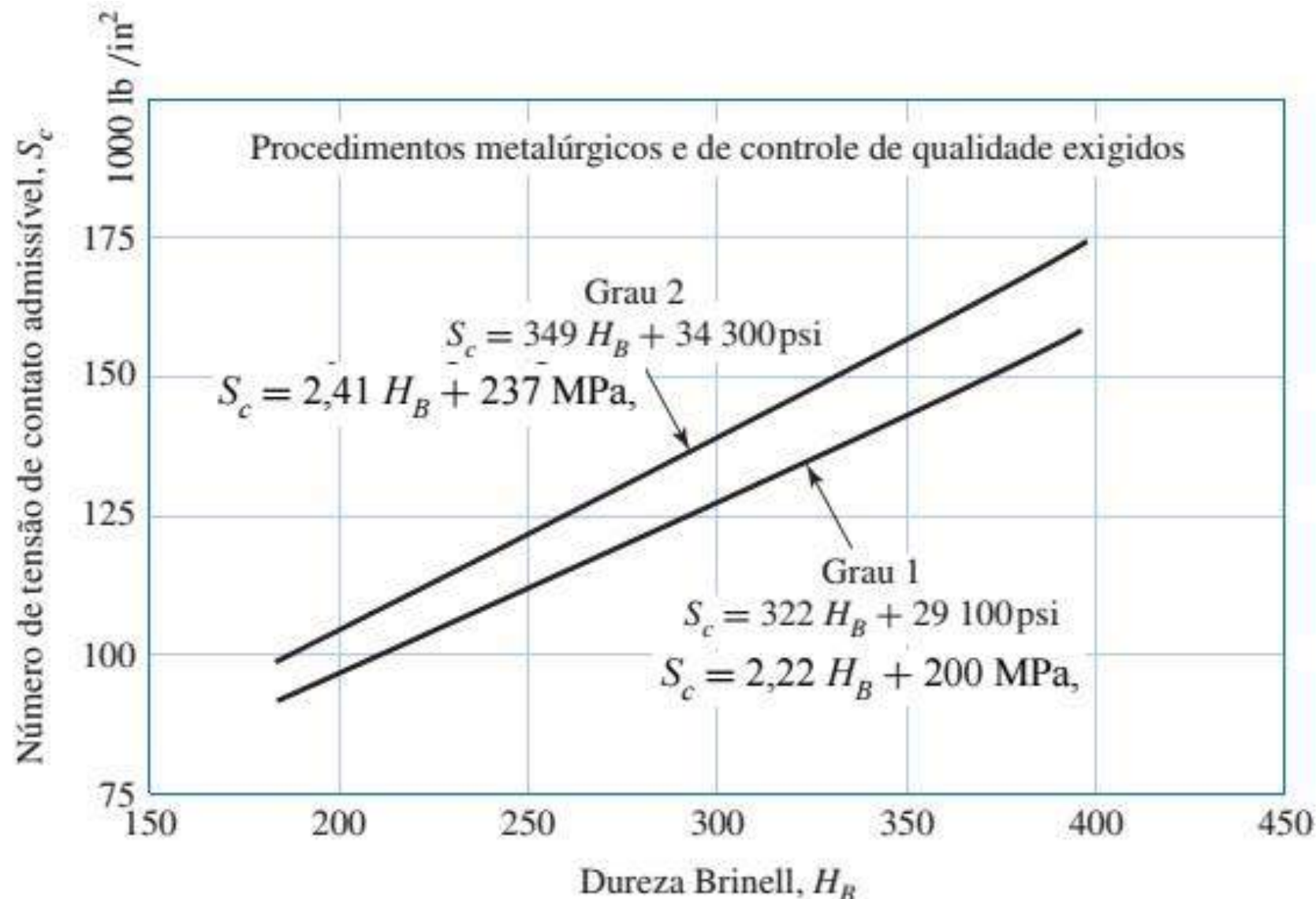
**Tabela 14-7** Resistência de contato  $S_c$  correspondente a  $10^7$  ciclos de carga aplicada repetidamente com 0,99 de confiabilidade para engrenagens de ferro e bronze.

Material	Designação do material <sup>1</sup>	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima típica <sup>2</sup>	Número de tensão de contato admissível, <sup>3</sup> $S_c$ , psi ( $\sigma_{HP}$ , MPa)
Ferro fundido cinza ASTM A48	Classe 20	Como fundido	–	50 000–60 000 (344–415)
	Classe 30	Como fundido	174 HB	65 000–75 000 (448–517)
	Classe 40	Como fundido	201 HB	75 000–85 000 (517–586)
Ferro dúctil (nodular) ASTM A536	Grau 60–40–18	Recozido	140 HB	77 000–92 000 (530–634)
	Grau 80–55–03	Temperado e revenido	179 HB	77 000–92 000 (530–634)
	Grau 120–90–02	Temperado e revenido	229 HB	92 000–112 000 (634–772)
		Temperado e revenido	269 HB	103 000–126 000 (710–868)
Bronze	–	Fundido em areia	Resistência à tração mínima 40 000 psi	30 000 (206)
	ASTM B–148 Liga 954	Tratado termicamente	Resistência à tração mínima 90 000 psi	65 000 (448)

# TENSÃO DE CONTATO ADM.- AGMA 2001-D04

Resistência à Fadiga de Contato -  $S_c$

Engrenagens de Aço Endurecidas por Completo

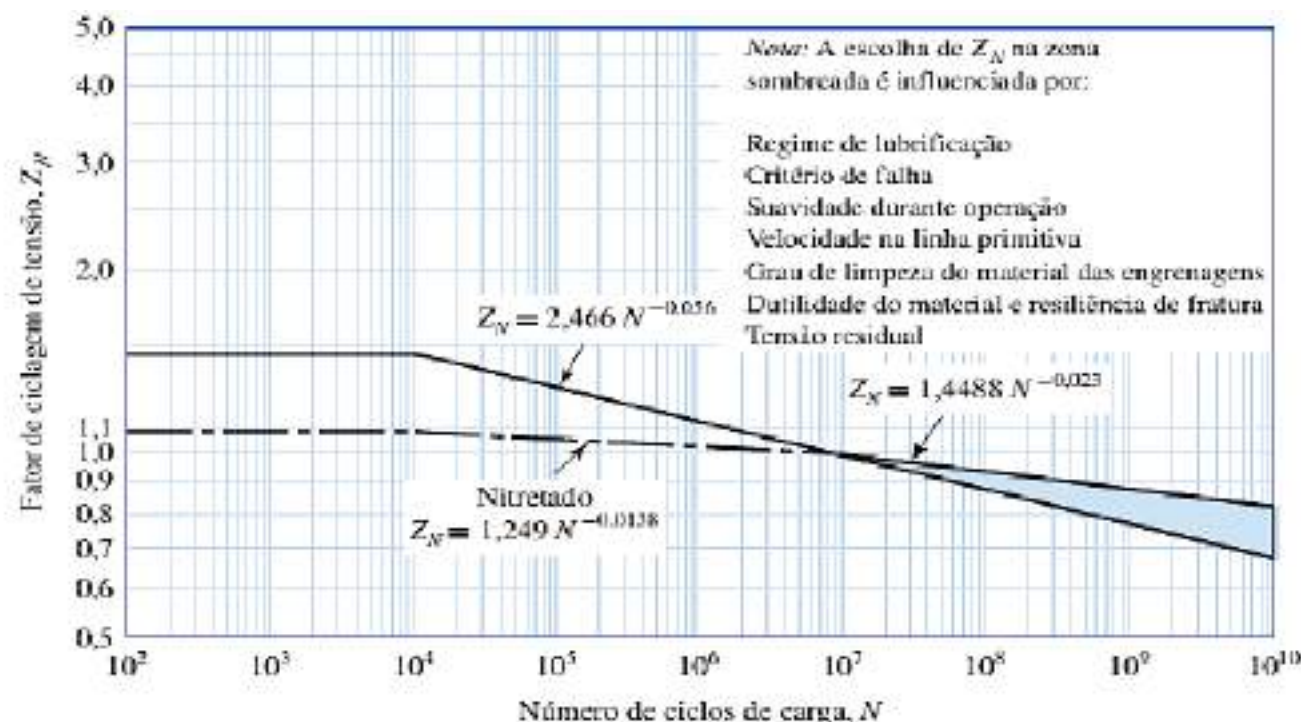


**Figura 14-5** Resistência à fadiga de contato  $S_c$  a  $10^7$  ciclos e com 0,99 de confiabilidade para engrenagens de aço endurecidas por completo.

# TENSÃO ADM. A FADIGA - AGMA 2001-D04

## Fator de Ciclagem para Tensões de Flexão – $Y_N$

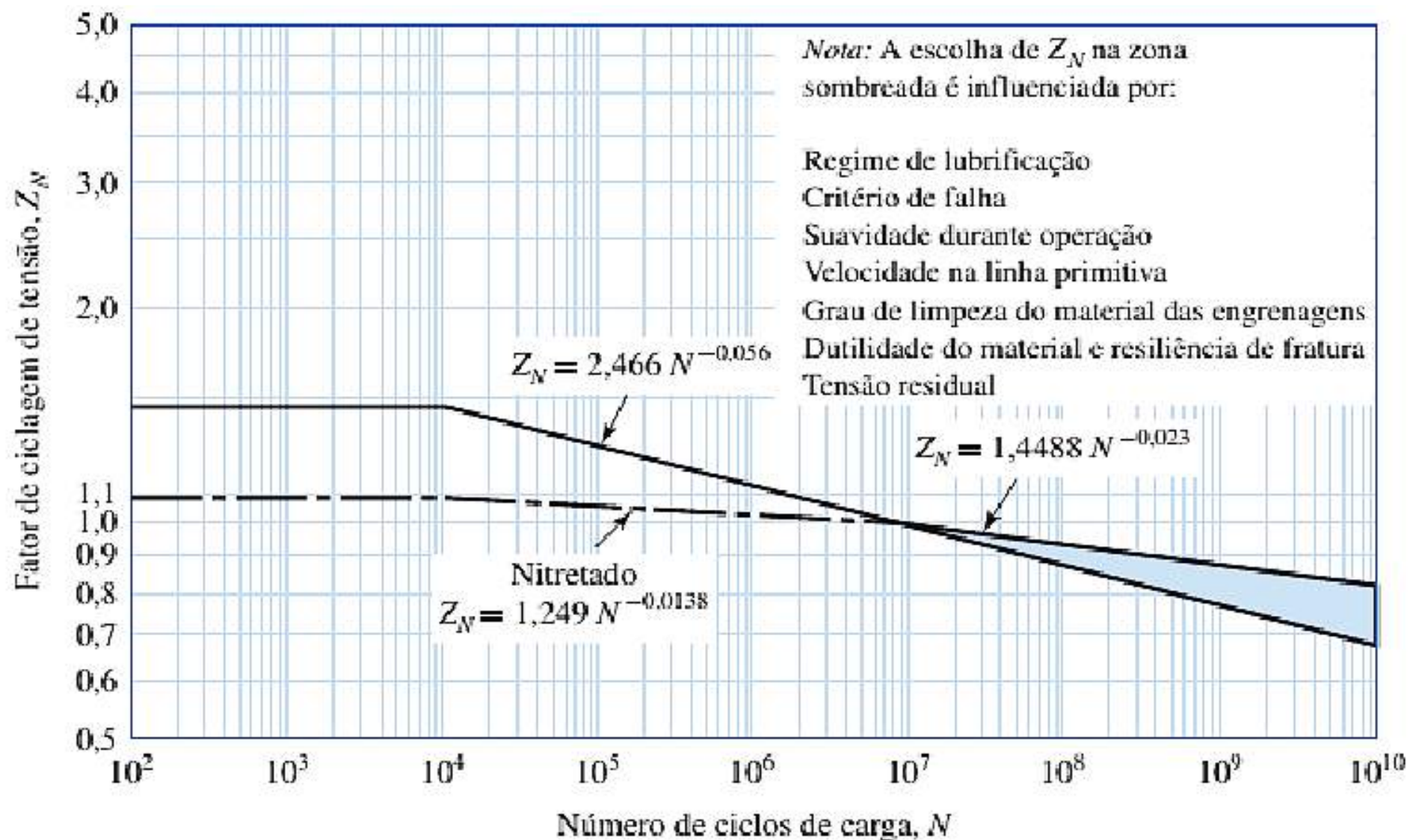
- Resistências AGMA são para  **$10^7$  ciclos**
- Leva em conta outros ciclos de projeto
- Fig. 14–15 fornece  $Z_N$  para tensões de contato





# TENSÃO DE CONTATO ADM.- AGMA 2001-D04

Fator de  
Ciclagem para  
tensões de  
contato -  $Z_N$



**Figura 14-15** Fator de ciclagem de tensão para a resistência ao crateramento,  $Z_N$ . Fonte: ANSI/AGMA 2001-D04.

## Fator de Razão de Dureza – $C_H(Z_W)$

- Uma vez que o pinhão é submetido a mais ciclos do que a coroa, muitas vezes é endurecido mais do que a coroa.
- Leva em conta a diferença entre a dureza do pinhão e da coroa.
- **$C_H, Z_W$  é aplicado somente à coroa e  $C_H, Z_W = 1$  para o pinhão.**
- Para a coroa,

$$C_H = 1,0 + A'(m_G - 1,0)$$

$m_G$  - razão de engrenamento

$$A' = 8,98(10^{-3}) \left( \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) - 8,29(10^{-3}) \quad 1,2 \leq \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \leq 1,7$$

$$A' = 0$$

$$\frac{H_{BP}}{H_{BG}} < 1,2,$$

$$A' = 0,006\,98$$

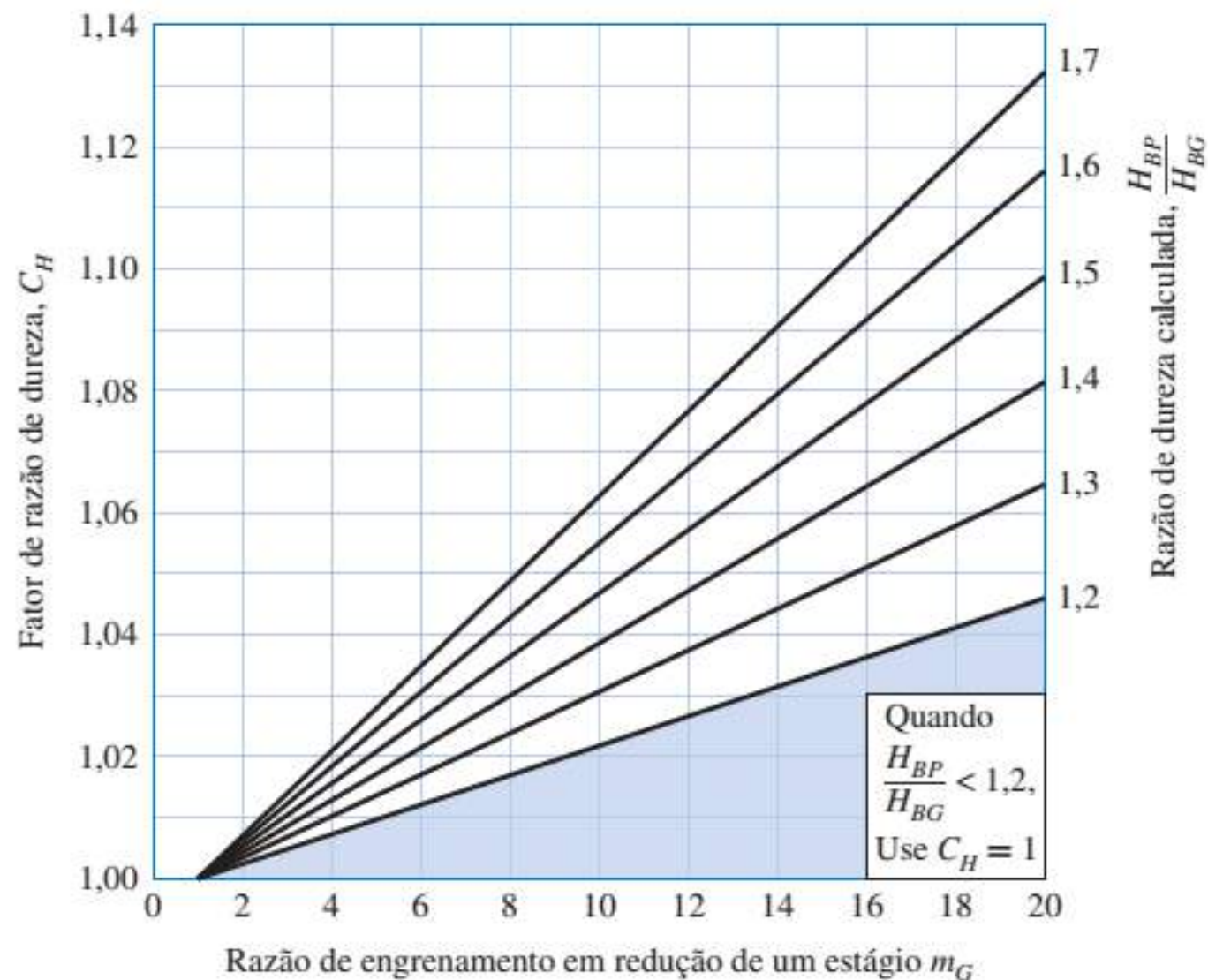
$$\frac{H_{BP}}{H_{BG}} > 1,7$$

- Eq. (14–36) é apresentada na Fig. 14–12 na forma de gráfico



# TENSÃO DE CONTATO ADM.- AGMA 2001-D04

Fator de Razão de Dureza –  $C_H, Z_W$



**Figura 14-12** Fator de razão de dureza  $C_H$  (aço endurecido por completo).

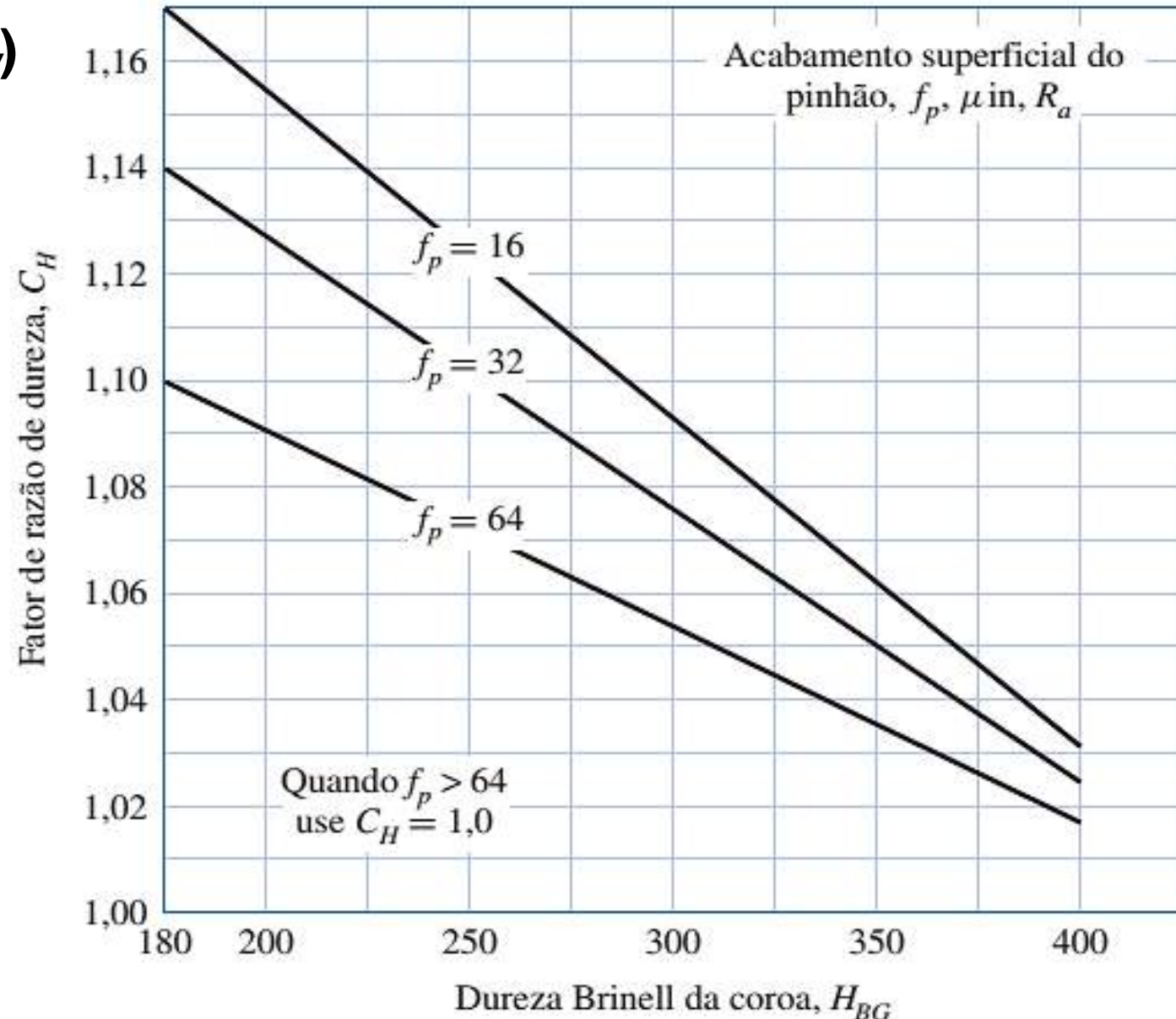
# TENSÃO DE CONTATO ADM.- AGMA 2001-D04

## Fator de Razão de Dureza – $C_H(Z_W)$

- Pinhões com superfície endurecida a 48 Rockwell C ou maior, engrenados com engrenagens endurecidas por completo, causam encruamento na coroa. Neste caso

$$C_H = 1 + B'(450 - H_{BG})$$

$$B' = 0,00075e^{-0,0112 f_p}$$



# TENSÃO DE CONTATO ADM.- AGMA 2001-D04

## Fator de Razão de Dureza – $C_H(Z_W)$

- Pinhões com superfície endurecida a 48 Rockwell C ou maior, engrenados com engrenagens endurecidas por completo, causam encruamento na coroa. Neste caso

$$Z_W = 1 + B'(450 - H_{BG})$$

$$B' = 0,00075e^{-0,0448 R_{Z1}}$$

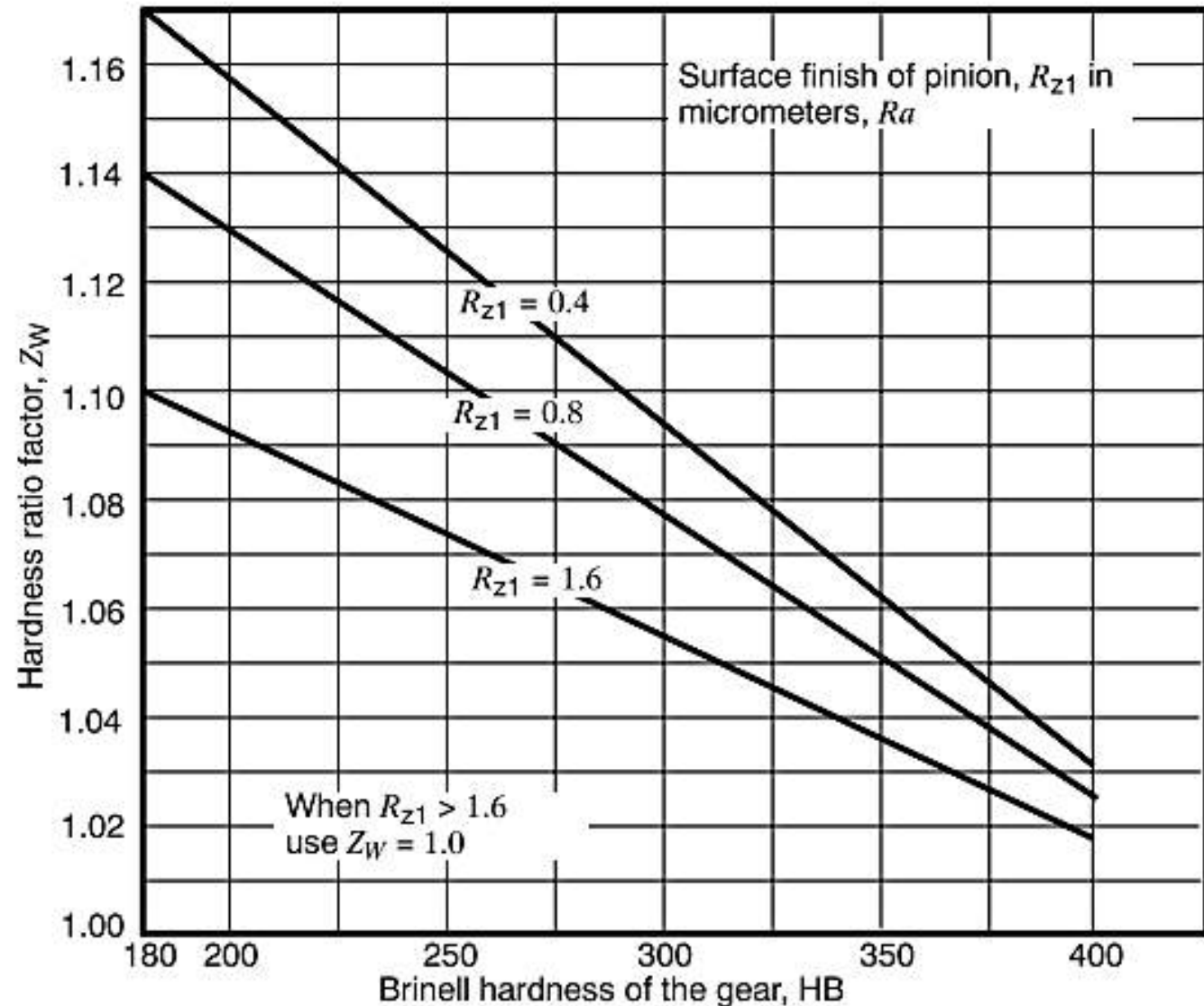


Figure 3 - Hardness ratio factor,  $Z_W$  (surface hardened pinions)

## Fator de Temperatura $K_T (Y_\theta)$

- AGMA não estabelece valores para este fator.
- Para temperaturas até 250°F (120°C),  $Y_\theta = 1$ .

## Fator de Confiabilidade $K_R(Y_Z)$

- Leva em conta distribuições estatísticas de falhas de fadiga do material.
- Não leva em conta variação de carga.
- Use Tabela 14-10
- Sendo a confiabilidade  $R$  altamente não-linear, use as expressões (14-38) para interpolação,

$$K_R = \begin{cases} 0.658 - 0.0759 \ln(1 - R) & 0.5 < R < 0.99 \\ 0.50 - 0.109 \ln(1 - R) & 0.99 \leq R \leq 0.9999 \end{cases}$$

Confiabilidade	$K_R(Y_Z)$
0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70



## Fatores de Segurança $S_F$ e $S_H$

- Incluídos como fatores de projeto nas equações das resistências
- Podem ser calculados e usados como fator de segurança.

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma} = \frac{\text{resistência à flexão corrigida por completo}}{\text{tensão de flexão}}$$

$$S_H = \frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c} = \frac{\text{resistência de contato corrigida por completo}}{\text{tensão de contato}}$$

- Ou podem ser igualados à unidade e utilizar a solução pelo fator de segurança tradicional  $n = \sigma_{all} / \sigma$

## Comparação dos Fatores de Segurança

- A tensão de flexão é linear com a força transmitida.
- A tensão de contato não é linear com a força transmitida.
- Para comparar os fatores de segurança dos diferentes modos de falha, para determinar qual deles é o crítico,
  - Compare  $S_F$  com  $S_H$  para contato linear ou helicoidal
  - Compare  $S_F$  com  $S_H$  para contato esférico

# ANÁLISE DE FALHAS – AGMA 2001-D04

## Sumário para flexão do dente

FLEXÃO DE ENGRENAGEM DE DENTES RETOS  
Com base na ANSI/AGMA 2001-D04 (unidades do sistema americano)

$d_p = \frac{N_p}{P_d}$        $V = \frac{\pi d n}{12}$

$W' = \frac{33\,000 H}{V}$

$\sigma = W' K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J}$

1 [ou Equação (a), Seção 14-10]; p. 742, 743

Equação (14-30); p. 743

Equação (14-40); p. 748

Figura 14-6; p. 737

Equação (14-27); p. 740

Tabela abaixo

Tabela de fatores de sobrecarga,  $K_o$

$0,99(S_t)_{10^7}$  Tabelas 14-3, 14-4; p. 732

Equação de resistência de endurance de flexão de engrenagem Equação (14-17)

$\sigma_{adm} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}$

Figura 14-14; p. 747

Tabela 14-10, Equação (14-38); p. 747, 748

1 se  $T < 250^\circ\text{F}$

Fator de segurança de flexão Equação (14-41)

$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma}$

Lembre-se de comparar  $S_F$  com  $S_H^2$  ao decidir se a flexão ou o desgaste é o fator de risco para o funcionamento. Para engrenagens com coroa, compare  $S_F$  com  $S_H^3$ .

Máquina acionada			
Fonte de potência	Uniforme	Choques moderados	Choques intensos
Uniforme	1,00	1,25	1,75
Choque leve	1,25	1,50	2,00
Choque médio	1,50	1,75	2,25

# ANÁLISE DE FALHAS – AGMA 2001-D04

## Sumário para desgaste superficial

### DESGASTE DE ENGRENAGENS DE DENTES RETOS

Com base no ANSI/AGMA 2001-D04 (unidades do sistema americano)

Equação para a tensão de contato de engrenagens Equação (14-16)

$$\sigma_c = C_p \left( W^t K_o K_v K_s \frac{K_m}{d_p F} \frac{C_f}{I} \right)^{1/2}$$

$d_p = \frac{N_p}{P_d}$

$V = \frac{\pi d n}{12}$

$W^t = \frac{33\,000 H}{V}$

1 [ou Equação (a), Seção 14-10]; p. 742, 743

Equação (14-30); p. 743

1

Equação (14-23); p. 737

Equação (14-27); p. 740

Equação (14-13), Tabela 14-8; p. 727, 741

Tabela abaixo

Tabela de fatores de sobrecarga,  $K_o$

#### Máquina acionada

Fonte de potência	Uniforme	Choques moderados	Choques intensos
Uniforme	1,00	1,25	1,75
Choques leves	1,25	1,50	2,00
Choques médios	1,50	1,75	2,25

$0,99(S_c)_{10^7}$  Tabelas 14-6, 14-7; p. 734, 735

Figura 14-15; p. 747

Resistência de enduração de contato de engrenagens Equação (14-18)

Seção 14-12, apenas engrenagem (coroa); p. 744, 745, 746

$$\sigma_{c,adm} = \frac{S_c Z_N C_H}{S_H K_T K_R}$$

Tabela 14-10, Equação (14-38); p. 747, 748

1 se  $T < 250^\circ F$

Fator de segurança para desgaste Equação (14-42)

Apenas engrenagem (coroa)

$$S_H = \frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c}$$

Lembre-se de comparar  $S_F$  com  $S_H^2$  ao decidir se a flexão ou o desgaste é o fator de risco para o funcionamento. Para engrenagens com coroa, compare  $S_F$  com  $S_H^3$ .

# EXEMPLO 1

Exemplo 14-4 no SI – livro do Shigley.

Um pinhão cilíndrico de dentes retos com 17 dentes, ângulo de pressão de 20 graus, roda a 1800 rpm e transmite 3 kW a uma engrenagem de disco de 52 dentes. O módulo normal é 2,5 mm, a largura de face é 38 mm e o padrão de qualidade é 6. As engrenagens são montadas entre mancais imediatamente adjacentes. O pinhão é feito de aço Grau 1 com dureza superficial de 240 Brinell e núcleo totalmente endurecido. A coroa é de aço Grau 1, também endurecida por completo, com dureza Brinell de 200 Brinell para ambos, superfície e núcleo. O coeficiente de Poisson vale 0,3, os fatores geométricos para flexão valem  $Y_{JP}=0,3$  e  $Y_{JG}=0,4$  e o módulo de Young vale 207 GPa. Assuma uma vida para o pinhão de  $10^8$  ciclos e confiabilidade de 0,90. Utilize  $Y_N=1,3558N^{-0,0178}$  e  $Z_N=1,4488N^{-0,023}$ . O perfil do dente é sem coroamento. Trata-se de uma unidade redutora de engrenagem comercial fechada.

- (a) Encontre o fator de segurança das engrenagens em flexão.
- (b) Encontre o fator de segurança das engrenagens com relação ao desgaste.
- (c) Examinando os fatores de segurança, identifique a ameaça para o engrenamento



# EXEMPLO 1

número de dentes do pinhão:

$$N_p := 17$$

ângulo de pressão:

$$\varphi_t := 20 \text{ deg}$$

rotação do pinhão:

$$n_p := 1800 \text{ rpm}$$

potência:

$$H := 3 \text{ kW}$$

número de dentes da coroa:

$$N_G := 52$$

módulo transversal:

$$m_t := 2,5 \text{ mm}$$

largura:

$$b := 38 \text{ mm}$$

índice de qualidade:

$$Q_v := 6$$

*montagem* := "entre mancais imediatamente adjacentes, sem ajuste na montagem"

*aro* := "sem aro"

*temperatura* := "<120 C"

*acabamento\_superficial* := "engrenagem comercial normal"

*material\_pinhao* := "aço Grau 1"

dureza superficial do pinhão:

$$HB_p := 240$$

*tratamento\_pinhao* := "totalmente endurecido"

# EXEMPLO 1

`material_coroa := "aço Grau 1"`

`dureza superficial da coroa:`

$HB_G := 200$

`tratamento_coroa := "totalmente endurecido"`

`coeficiente de Poisson:`

$\nu_P := 0,3$

$\nu_G := 0,3$

`módulo de elasticidade:`

$E_P := 207 \text{ GPa}$

$E_G := 207 \text{ GPa}$

`fonte_de_potencia := "suave"`

`maquina_acionada := "uniforme"`

`vida para o pinhão:`

$N_{cP} := 10^8$

`confiabilidade:`

$R := 0,9$

`fator de ciclagem para resistência à fleção:`

$$Y_N = 1,3558 \cdot N^{-0,0178}$$

`fator de ciclagem para resistência ao desgaste:`

$$Z_N = 1,4488 \cdot N^{-0,023}$$

`coroamento := "sem coroa"`

`construcao := "unidade redutora comercial fechada"`

# EXEMPLO 1

## CÁLCULO DA TENSÃO DE FLEXÃO DE TRABALHO:

diâmetros primitivos:

$$d_p := m_t \cdot N_p = 42,5 \text{ mm}$$

$$d_G := m_t \cdot N_G = 130 \text{ mm}$$

velocidade tangencial:

$$V := \frac{d_p}{2} \cdot n_p = 4,01 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

força tangencial:

$$W_t := \frac{H}{V} = 748,96 \text{ N}$$

fator de sobrecarga (tabela):

*fonte\_de\_potencia* = "suave"

$$K_o := 1$$

*maquina\_acionada* = "uniforme"

fator dinâmico (eq. 14-27):

$$B := 0,25 \cdot \sqrt[3]{(12 - Q_v)^2} = 0,8255$$

$$A := 50 + 56 \cdot (1 - B) = 59,7730$$

# EXEMPLO 1

fator dinâmico (eq. 14-27):

$$K_v := \left( \frac{A + \sqrt{200 \cdot \frac{V}{\frac{m}{s}}}}{A} \right)^B = 1,3771$$

velocidade tangencial máxima:

$$V_{max} := \frac{(A + (Q_v - 3))^2}{200} \frac{m}{s} = 19,702 \frac{m}{s}$$

$$V = 4,006 \frac{m}{s}$$

fator de tamanho: Para engrenagens métricas padronizadas

$$K_s := 1$$

fator de distribuição de carga:

fator de correção de carga (Eq. 14-31):

coroamento = "sem coroa"

$$C_{mc} := 1$$

# EXEMPLO 1

fator de proporção do pinhão (Eq. 14-32):

$$b = 38 \text{ mm} \quad \frac{b}{d_p} = 0,89 \quad C_{pf} := \frac{b}{10 \cdot d_p} - 0,0375 + 4,92 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{b}{\text{mm}} = 0,0706$$

modificador de proporção do pinhão (Eq. 41-33):

$$C_{pm} := 1$$

montagem = "entre mancais imediatamente adjacentes, sem ajuste na montagem"

fator de alinhamento (Eq. 14-34):

construcao = "unidade redutora comercial fechada"

$$A := 0,127$$

$$B := 0,0158$$

$$C := -0,930 \cdot 10^{-4}$$

$$C_{ma} := A + B \cdot \frac{b}{\text{in}} + C \cdot \left( \frac{b}{\text{in}} \right)^2 = 0,1504$$



# EXEMPLO 1

fator de correção do alinhamento (Eq. 14-35):  $C_e := 1$

montagem = "entre mancais imediatamente adjacentes, sem ajuste na montagem"

fator de distribuição de carga (Eq. 14-30)

$$K_H := 1 + C_{mc} \cdot (C_{pf} \cdot C_{pm} + C_{ma} \cdot C_e) = 1,221$$

fator de espessura do aro (Eq. 14-40):

aro = "sem aro"

$$K_B := 1$$

fator geométrico (Fig. 14-6):

$$N_P = 17$$

$$N_G = 52$$

$$Y_{JP} := 0,295$$

$$N_G = 52$$

$$N_P = 17$$

$$Y_{JG} := 0,39$$

tensão de flexão (Eq. 14-15)

$$\sigma_{fP} := W_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{1}{b \cdot m_t} \cdot \frac{K_H \cdot K_B}{Y_{JP}} = 44,94 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{fG} := W_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{1}{b \cdot m_t} \cdot \frac{K_H \cdot K_B}{Y_{JG}} = 33,99 \text{ MPa}$$

# EXEMPLO 1

## CÁLCULO DA TENSÃO DE FLEXÃO ADMISSÍVEL:

resistência à flexão (Fig. 14-2):

`material_pinhao = "aço Grau 1"`

`tratamento_pinhao = "totalmente endurecido"`

$$HB_P = 240$$

$$S_{tP} := (0,533 \cdot HB_P + 88,3) \text{ MPa} = 216,22 \text{ MPa}$$

`material_coroa = "aço Grau 1"`

`tratamento_coroa = "totalmente endurecido"`

$$HB_G = 200$$

$$S_{tG} := (0,533 \cdot HB_G + 88,3) \text{ MPa} = 194,9 \text{ MPa}$$

# EXEMPLO 1

fator de cilclagem (Fig. 14-14):

$$N_{cP} = 1 \cdot 10^8$$

$$Y_{NP} := 1,3558 \cdot N_{cP}^{-0,0178} = 0,977$$

$$N_{cG} := N_{cP} \cdot \frac{N_P}{N_G} = 3,27 \cdot 10^7$$

$$Y_{NG} := 1,3558 \cdot N_{cG}^{-0,0178} = 0,996$$

fator de temperatura:

*temperatura* = "<120 C"

$$Y_{\theta} := 1$$

fator de confiabilidade (Tab. 14-10):

$$R = 0,9$$

$$Y_Z := 0,85$$

tensão de flexão admissível (Eq. 14-17):

$$\sigma_{fadmP} := S_{tP} \cdot \frac{Y_{NP}}{Y_{\theta} \cdot Y_Z} = 248,47 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{fadmG} := S_{tG} \cdot \frac{Y_{NG}}{Y_{\theta} \cdot Y_Z} = 228,47 \text{ MPa}$$

# EXEMPLO 1

## CÁLCULO DA TENSÃO DE CONTATO DE TRABALHO

coeficiente elástico (Tab. 14-8 ou Eq. 14-13):

`material_pinhao = "aço Grau 1"`

$$\nu_P = 0,3$$

$$E_P = 207 \text{ GPa}$$

`material_coroa = "aço Grau 1"`

$$\nu_G = 0,3$$

$$E_G = 207 \text{ GPa}$$

$$Z_E := \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \left( \frac{1 - \nu_P^2}{E_P} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)}} = 190,27 \sqrt{\text{MPa}}$$

fator de condição da superfície:

para engrenagens normais

$$Z_R := 1$$

# EXEMPLO 1

fator geométrico para desgaste (Eq. 14-23):

razão de engrenamento:  $m_G := \frac{N_G}{N_P} = 3,06$

razão de compartilhamento de carga:  $m_N := 1$

fator geométrico para desgaste:  $Z_I := \frac{\cos(\varphi_t) \cdot \sin(\varphi_t)}{2 \cdot m_N} \cdot \frac{m_G}{m_G + 1} = 0,12$

tensão de contato de trabalho:

$$\sigma_{CP} := Z_E \cdot \sqrt{W_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{K_H}{d_P \cdot b} \cdot \frac{Z_R}{Z_I}} = 482,83 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{CG} := Z_E \cdot \sqrt{W_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{K_H}{d_P \cdot b} \cdot \frac{Z_R}{Z_I}} = 482,83 \text{ MPa}$$



# EXEMPLO 1

## CÁLCULO DA TENSÃO DE CONTATO ADMISSÍVEL:

resistência ao contato (Fig. 14-5):

`material_pinhao = "aço Grau 1"`

`tratamento_pinhao = "totalmente endurecido"`

$$HB_P = 240$$

$$S_{cP} := (2,22 \cdot HB_P + 200) \text{ MPa} = 732,8 \text{ MPa}$$

`material_coroa = "aço Grau 1"`

`tratamento_coroa = "totalmente endurecido"`

$$HB_G = 200$$

$$S_{cG} := (2,22 \cdot HB_G + 200) \text{ MPa} = 644 \text{ MPa}$$

fator de cilclagem (Fig. 14-15):

$$N_{cP} = 1 \cdot 10^8$$

$$Z_{NP} := 1,4488 \cdot N_{cP}^{-0,023} = 0,948$$

$$N_{cG} := N_{cP} \cdot \frac{N_P}{N_G} = 3,27 \cdot 10^7$$

$$Z_{NG} := 1,4488 \cdot N_{cG}^{-0,023} = 0,973$$

# EXEMPLO 1

fator de razão de dureza (Eq. 14-36):

pinhão:  $Z_{WP} := 1$

coroa:  $\frac{HB_P}{HB_G} = 1,2$   $A' := 8,98 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{HB_P}{HB_G} - 8,29 \cdot 10^{-3} = 0,0025$

$$Z_{WG} := 1 + A' \cdot (m_G - 1) = 1,005$$

tensão de contato admissível:

$$\sigma_{cadmP} := S_{cP} \cdot \frac{Z_{NP} \cdot Z_{WP}}{Y_\theta \cdot Y_Z} = 817,66 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cadmG} := S_{cG} \cdot \frac{Z_{NG} \cdot Z_{WG}}{Y_\theta \cdot Y_Z} = 741,07 \text{ MPa}$$

# EXEMPLO 1

## CÁLCULO DO FATOR DE SEGURANÇA PARA FLEXÃO

fator de segurança para flexão:

$$S_{FP} := \frac{\sigma_{fadmP}}{\sigma_{fP}} = 5,53$$

$$S_{FG} := \frac{\sigma_{fadmG}}{\sigma_{fG}} = 6,72$$

## CÁLCULO DO FATOR DE SEGURANÇA PARA CONTATO

fator de segurança para contato:

$$S_{HP} := \frac{\sigma_{cadmP}}{\sigma_{cP}} = 1,69$$

$$S_{HP}^2 = 2,87$$

$$S_{HG} := \frac{\sigma_{cadmG}}{\sigma_{cG}} = 1,53$$

$$S_{HG}^2 = 2,36$$

# EXERCÍCIO PARA ENTREGAR

Crie um programa em python que resolva o exemplo 1  
Adicione o enunciado do exercício e crie funções.

O programa deve imprimir as tensões e fatores de segurança.

