



AULA 5

ECDH – NORTON & SHIGLEY

Professor: Me. Paulo Sergio Olivio Filho

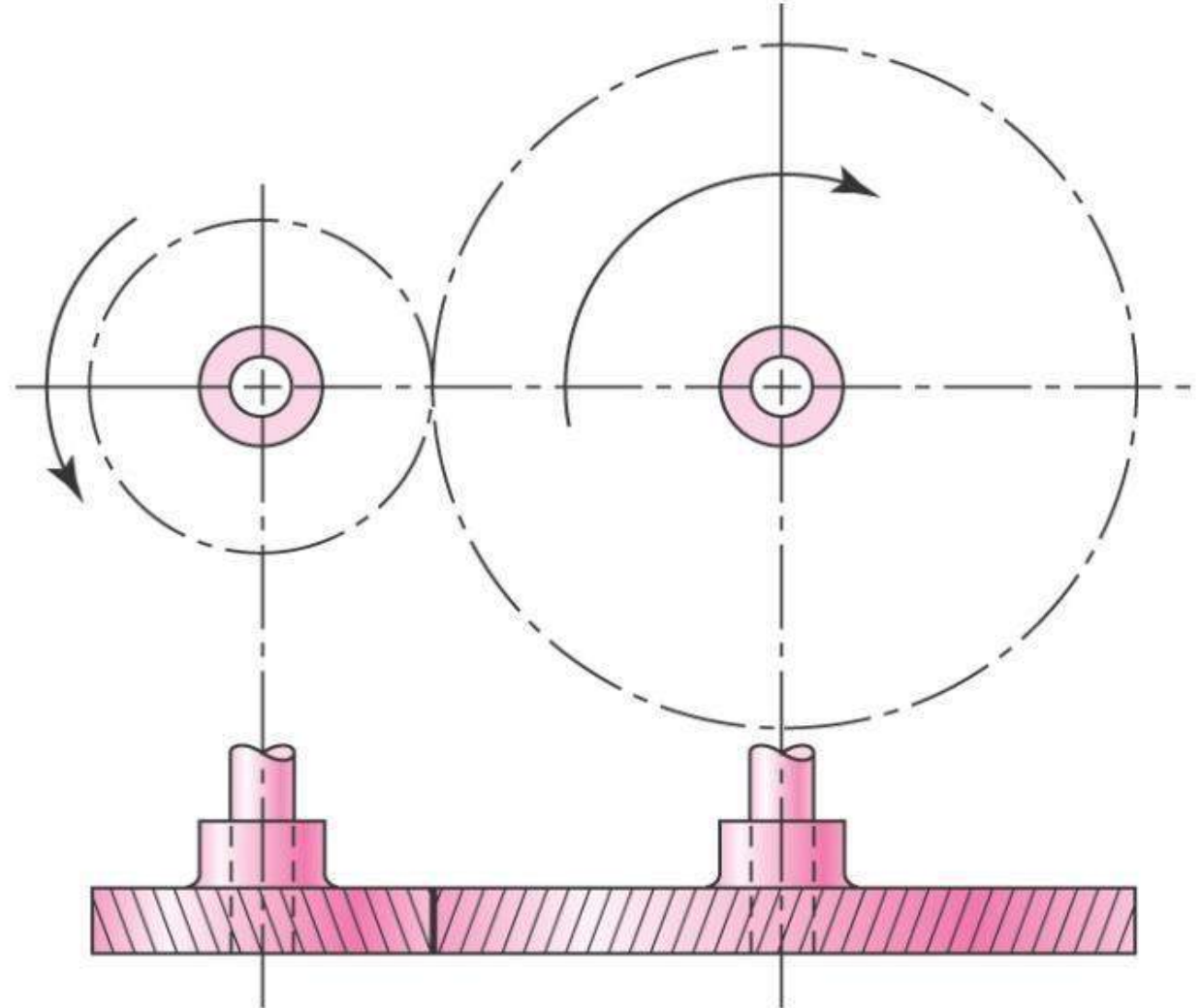
CONTEÚDO DA AULA

DIMENSIONAMENTO BÁSICO DE ENGRENAGENS

1. ECDH – Engrenagens Cilíndricas de Dentes Helicoidais.
2. Cálculo de cargas aplicadas ao dente
3. Cálculo do número mínimo do dente

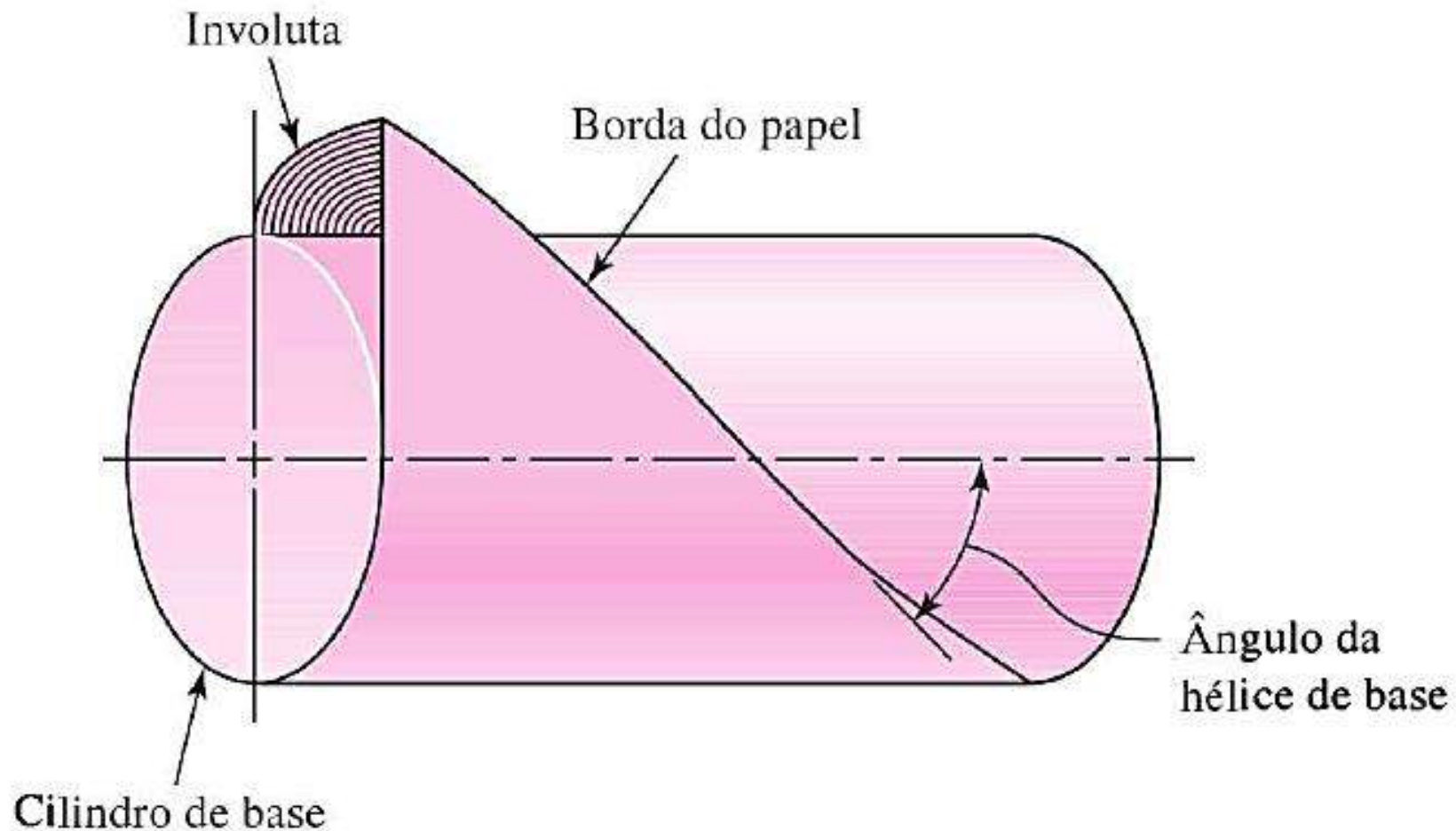
ECDH

- Semelhante a engrenagens retas, mas com dentes formando um ângulo de hélice em relação à linha central da engrenagem
- Adiciona um componente de força axial ao eixo e rolamentos
- Transição de força mais suave entre os dentes correspondentes devido ao engate e desengate gradual



ECDH

- A forma do dente é uma helicoidal involuta



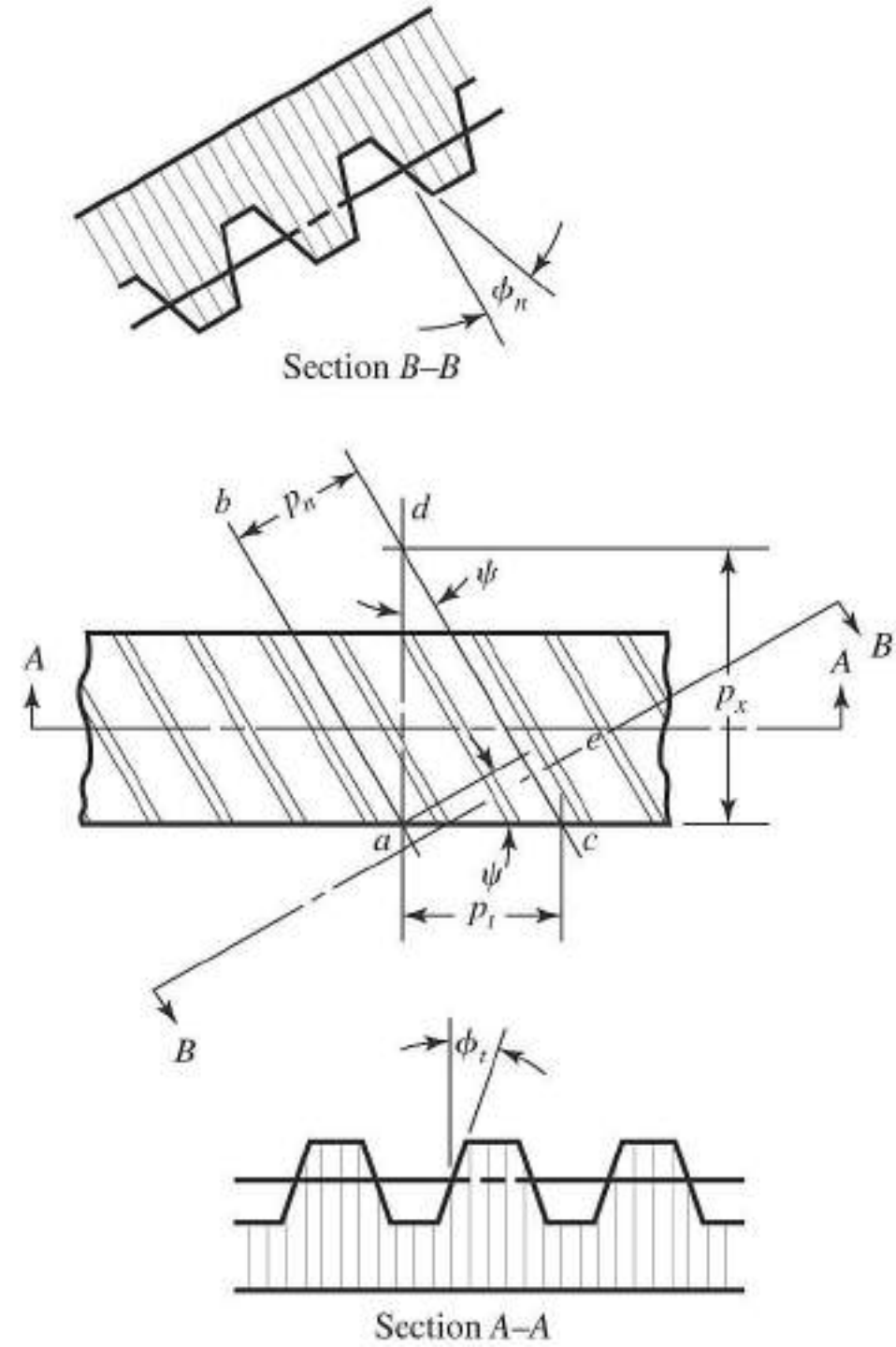
ECDH

- Passo circular transversal p_t está no plano de rotação
- Passo circular normal p_n está no plano perpendicular ao dente

$$p_n = p_t \cos \psi$$

$$P_n = \frac{P_t}{\cos \psi}$$

$$p_n P_n = \pi$$



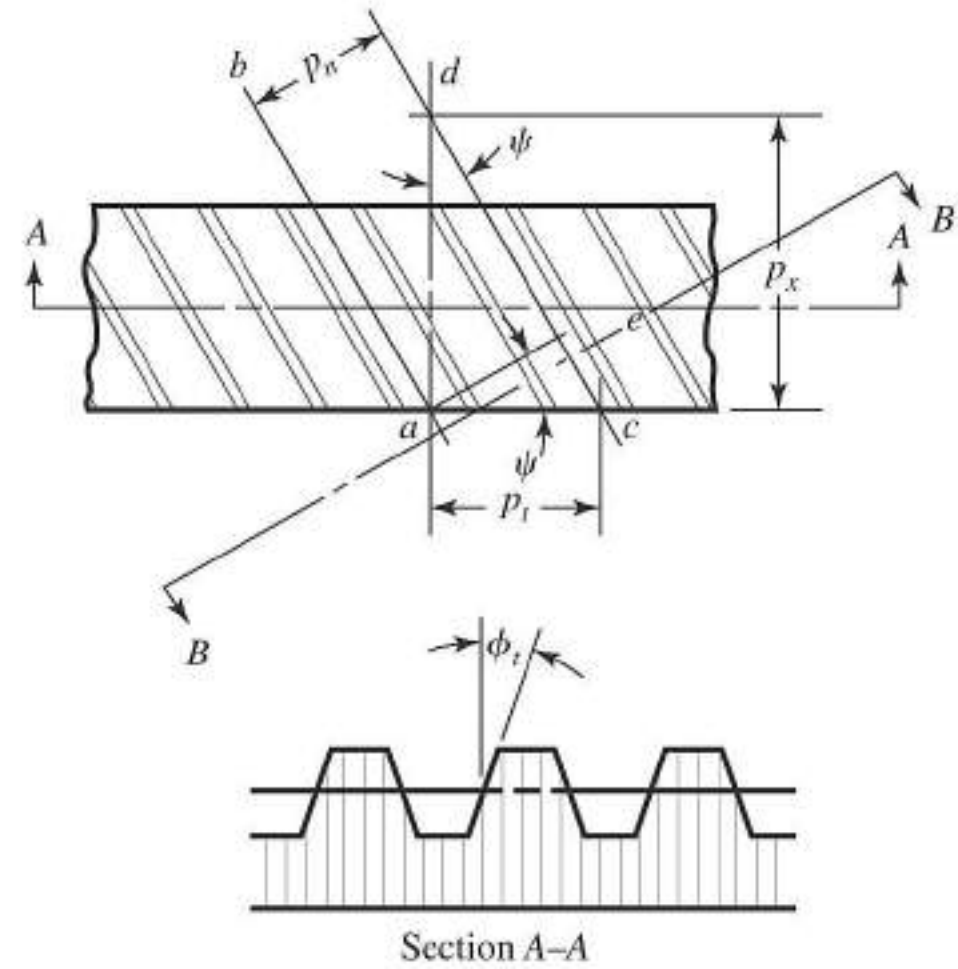
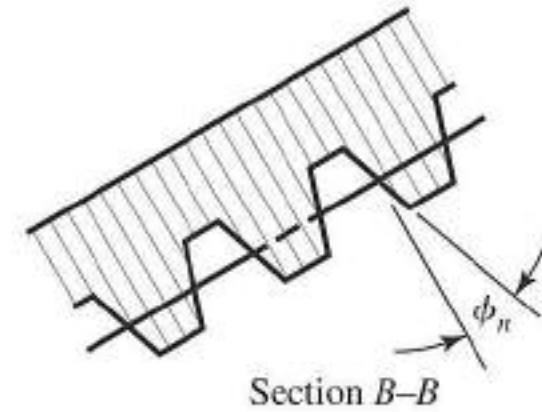
ECDH

- O passo axial p_x está ao longo da direção do eixo arvore

$$p_x = \frac{p_t}{\tan \psi}$$

- A relação entre ângulos de contato do dente fica como:

$$\cos \psi = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_t}$$

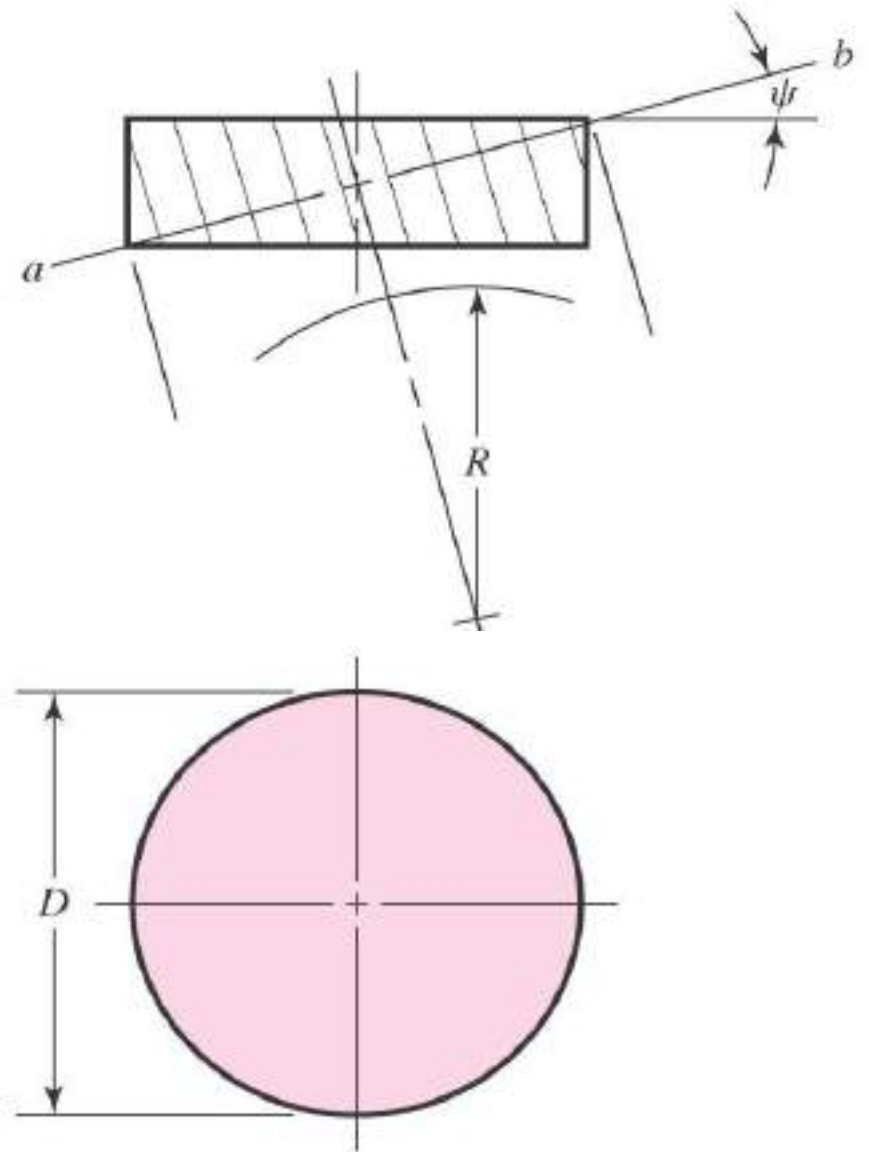


ECDH

- Visualizando ao longo dos dentes, o raio de passo aparente é maior do que quando visto ao longo do eixo.
- Quanto maior o R virtual, maior o número virtual de dentes N'

$$N' = \frac{N}{\cos^3 \psi}$$

- O que permite menos dentes em engrenagens helicoidais sem rebaixamento



Quantidade*	Fórmula	Quantidade*	Fórmula
Adendo	$\frac{1,00}{P_n} [1,0 m_n]$	Engrenagens externas:	
Dedendo	$\frac{1,25}{P_n} [1,25 m_n]$	Distância padrão entre centros	$\frac{D+d}{2}$
Diâmetro primitivo do pinhão	$\frac{N_p}{P_n \cos \psi} \left[\frac{N_p m_n}{\cos \psi} \right]$	Diâmetro externo da coroa	$D + 2a$
Diâmetro primitivo da coroa	$\frac{N_G}{P_n \cos \psi} \left[\frac{N_G m_n}{\cos \psi} \right]$	Diâmetro externo do pinhão	$d + 2a$
Espessura de dente no arco normal	$\frac{\pi}{P_n} - \frac{B_n}{2} \left[\pi m_n - \frac{B_n}{2} \right]$	Diâmetro de raiz da coroa	$D - 2b$
Diâmetro da base da coroa	$d \cos \phi_t$	Diâmetro de raiz do pinhão	$d - 2b$
		Engrenagens internas:	
Diâmetro da base do pinhão	$D \cos \phi_t$	Distância entre centros	$\frac{D-d}{2}$
Ângulo da hélice de base	$\tan^{-1} (\tan \psi \cos \phi_t)$	Diâmetro interno	$D - 2a$
		Diâmetro de raiz	$D + 2b$

*Todas as dimensões estão em polegadas e os ângulos, em graus.

† B_n é a folga normal.

Correspondente fórmula para unidades SI entre colchetes.

INTERFERÊNCIA EM ECDH

- Número mínimo de dentes para pinhão e coroa, com relação de transmissão igual a 1, sem que ocorra interferência:
- $k = 1$ para dentes de Altura completa. $k = 0.8$ para dentes diminuídos

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{3 \sin^2 \phi_t} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \sin^2 \phi} \right)$$

- Número mínimo de dentes para pinhão engrenado com coroa com relação de transmissão
 - $m_G = N_G/N_P$, sem que ocorra interferência:

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{(1 + 2m_G) \sin^2 \phi_t} \left(m_G + \sqrt{m_G^2 + (1 + 2m_G) \sin^2 \phi} \right)$$

INTERFERÊNCIA EM ECDH

- Maior coroa engrenada a um pinhão, livre de interferência:

$$N_G = \frac{N_P^2 \sin^2 \phi_t - 4k^2 \cos^2 \psi}{4k \cos \psi - 2N_P \sin^2 \phi_t}$$

- Menor pinhão engrenado a uma cremalheira, livre de interferência:

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{\sin^2 \phi_t}$$

EXEMPLO 1

Um par de engrenagem helicoidal possui um ângulo de pressão normal de 20° , um ângulo de hélice de 25° e um módulo transversal de 5,0 mm tendo 18 dentes. Encontre.

- a) O diâmetro primitivo
- b) O passo axial, normal e transversal
- c) O passo diametral normal
- d) O ângulo de pressão transversal
- e) O ângulo de pressão transversal para $\psi = 30^\circ$
- f) O menor número de dentes do pinhão para uma relação 1:1
- g) A maior coroa engrenada ao pinhão
- h) O menor pinhão engrenado a uma cremalheira

- Diâmetro primitivo

$$d = Nm_t = 18(5) = 90 \text{ mm}$$

- Passo transversal

$$p_t = \pi m_t = \pi(5) = 15,71 \text{ mm}$$

- Passo normal

$$p_n = p_t \cos \psi = 15,71 \cos 25^\circ = 14,24 \text{ mm}$$

EXEMPLO 1

- Passo axial

$$p_x = \frac{p_t}{\tan \psi} = \frac{15,71}{\tan 45^\circ} = 15,71 \text{ mm}$$

- Passo diametral normal

$$P_n = m_t \cos \psi = 5 \cos 45^\circ = 3,54 \text{ mm}$$

- Ângulo de pressão transversal

$$\phi_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 25^\circ} \right) = 21,88^\circ$$

- Ângulo de pressão transversal para $\phi = 20^\circ$ e $\psi = 30^\circ$

$$\phi_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan 20}{\cos 30} \right) = 22,80^\circ$$

EXEMPLO 1

- Número mínimo de dentes do pinhão para uma relação 1:1

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{3 \sin^2 \phi_t} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \sin^2 \phi_t} \right)$$

$$N_P = \frac{2(1) \cos 30}{3 \sin^2 22,80} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \sin^2 22,80^\circ} \right) = 8,48 = 9 \text{ dentes}$$

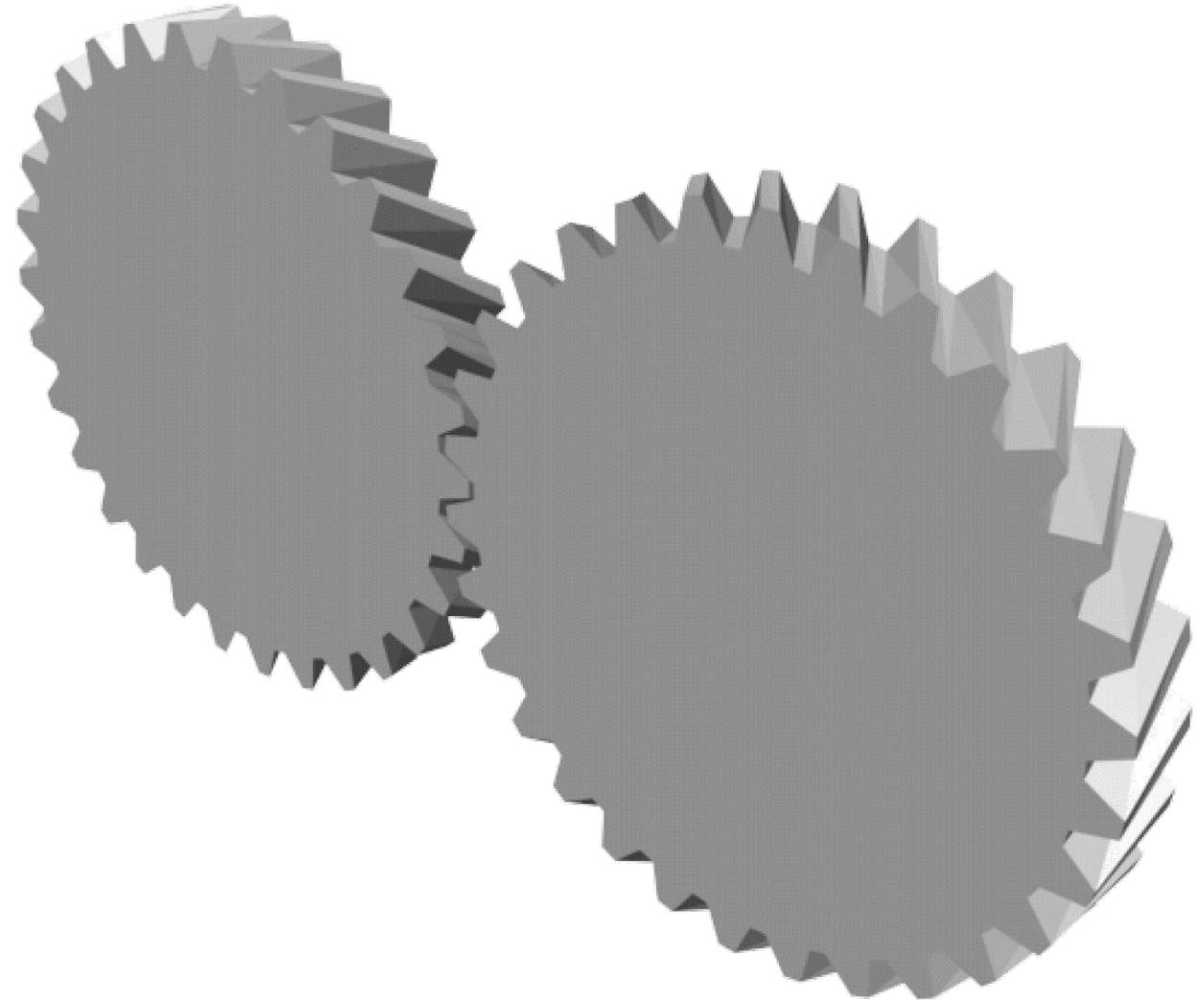
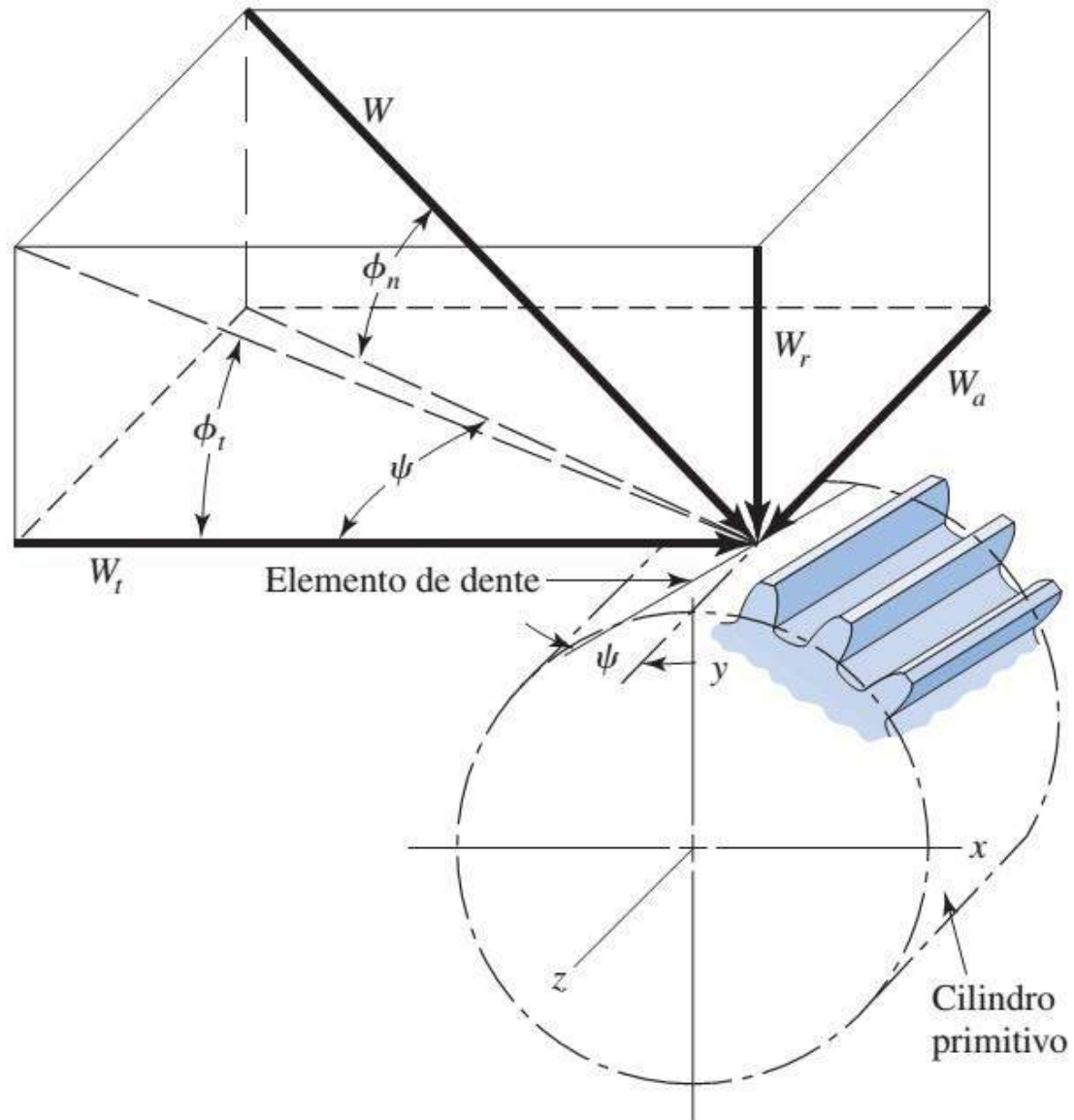
- Maior coroa engrenada a um pinhão, livre de interferência

$$N_G = \frac{N_P^2 \sin^2 \phi_t - 4k^2 \cos^2 \psi}{4k \cos \psi - 2N_P \sin^2 \phi_t} = \frac{9^2 \sin^2 22,80^\circ - 4(1)^2 \cos^2 30^\circ}{4(1) \cos 30^\circ - 2(9) \sin^2 22,80^\circ} = 12,02 = 12$$

- Menor pinhão engrenado a uma cremalheira

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{\sin^2 \phi_t} = \frac{2(1) \cos 30^\circ}{\sin^2 22,80^\circ} = 11,5 = 12 \text{ dentes}$$

FORÇAS EM ECDH



FORÇAS EM ECDH

- Componente de Força Radial

$$W_r = W \sin \phi_n$$

- Componente de Força Axial

$$W_a = W \cos \phi_n \sin \psi$$

- Componente de Força Transversal

$$W_t = W \cos \phi_n \cos \psi$$

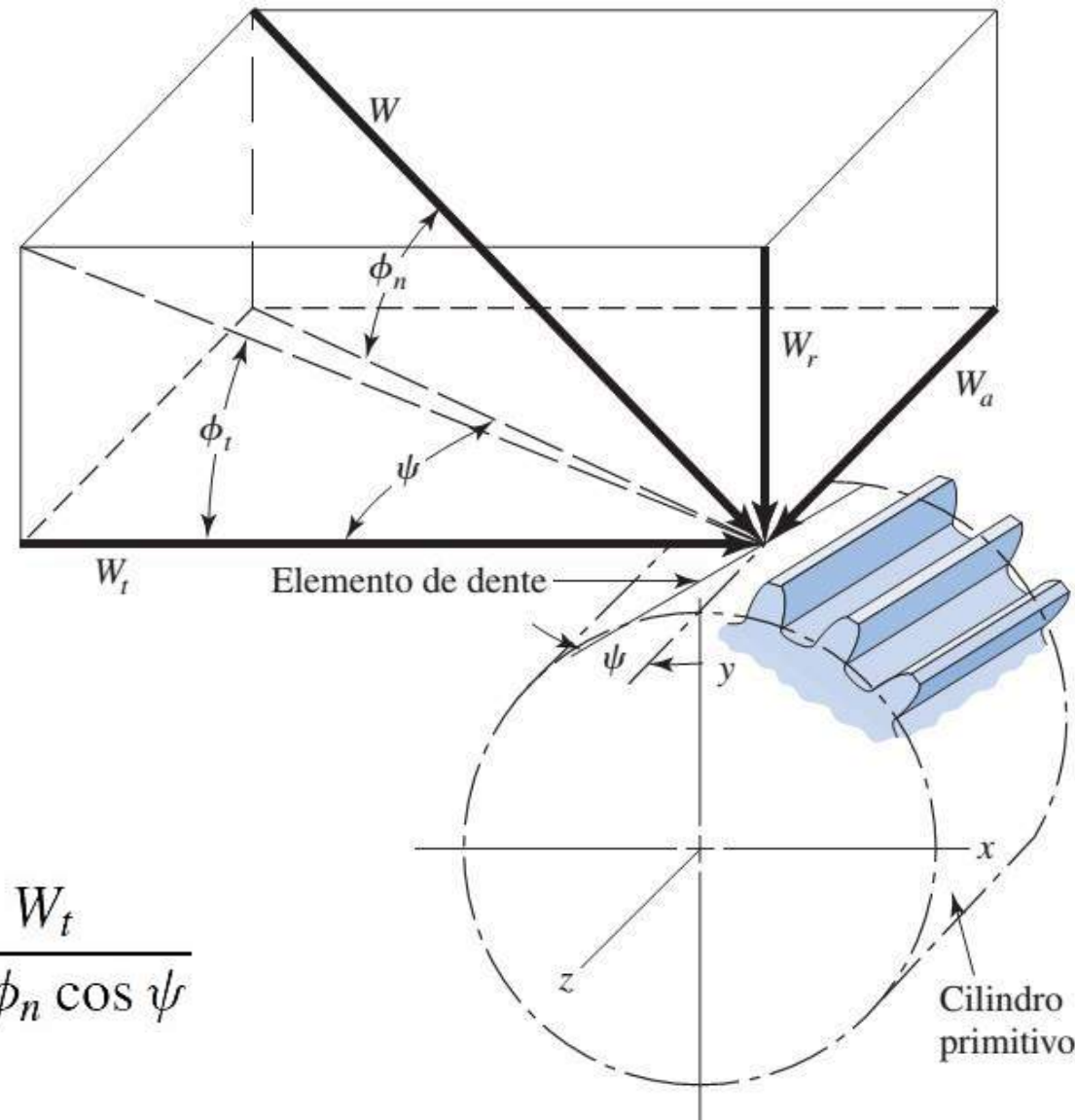
- Força total

$$W_r = W_t \tan \phi_t$$

$$W_a = W_t \tan \psi$$

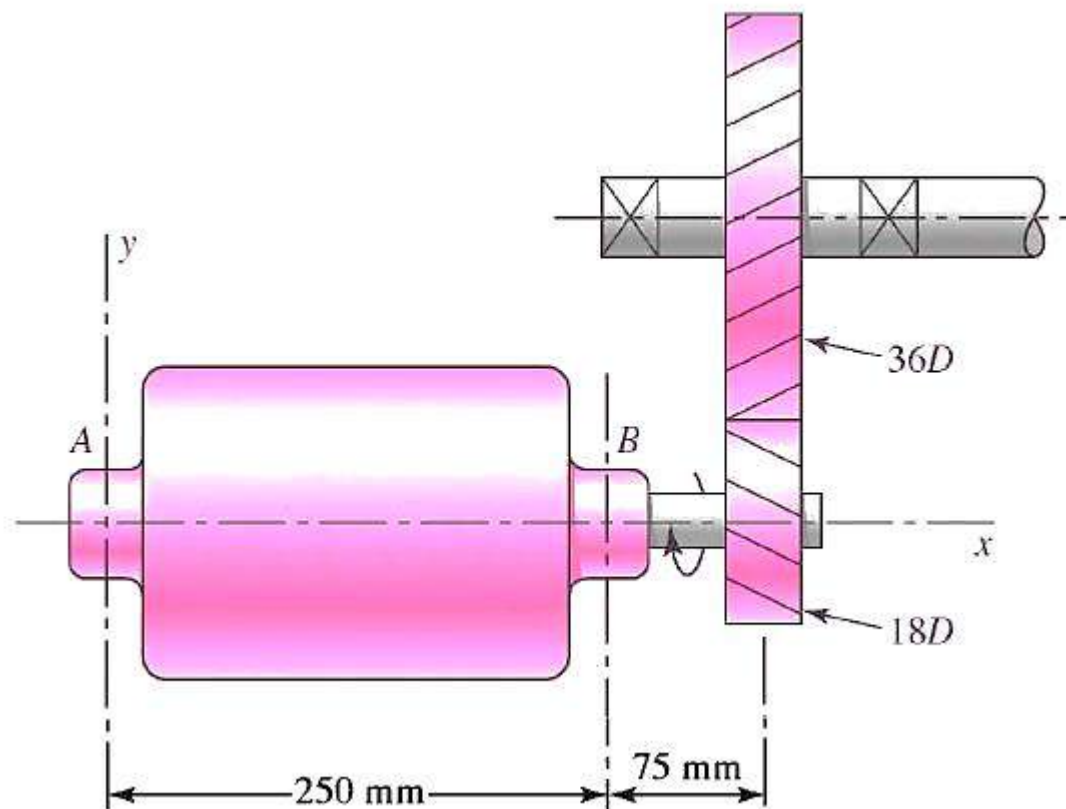


$$W = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi}$$

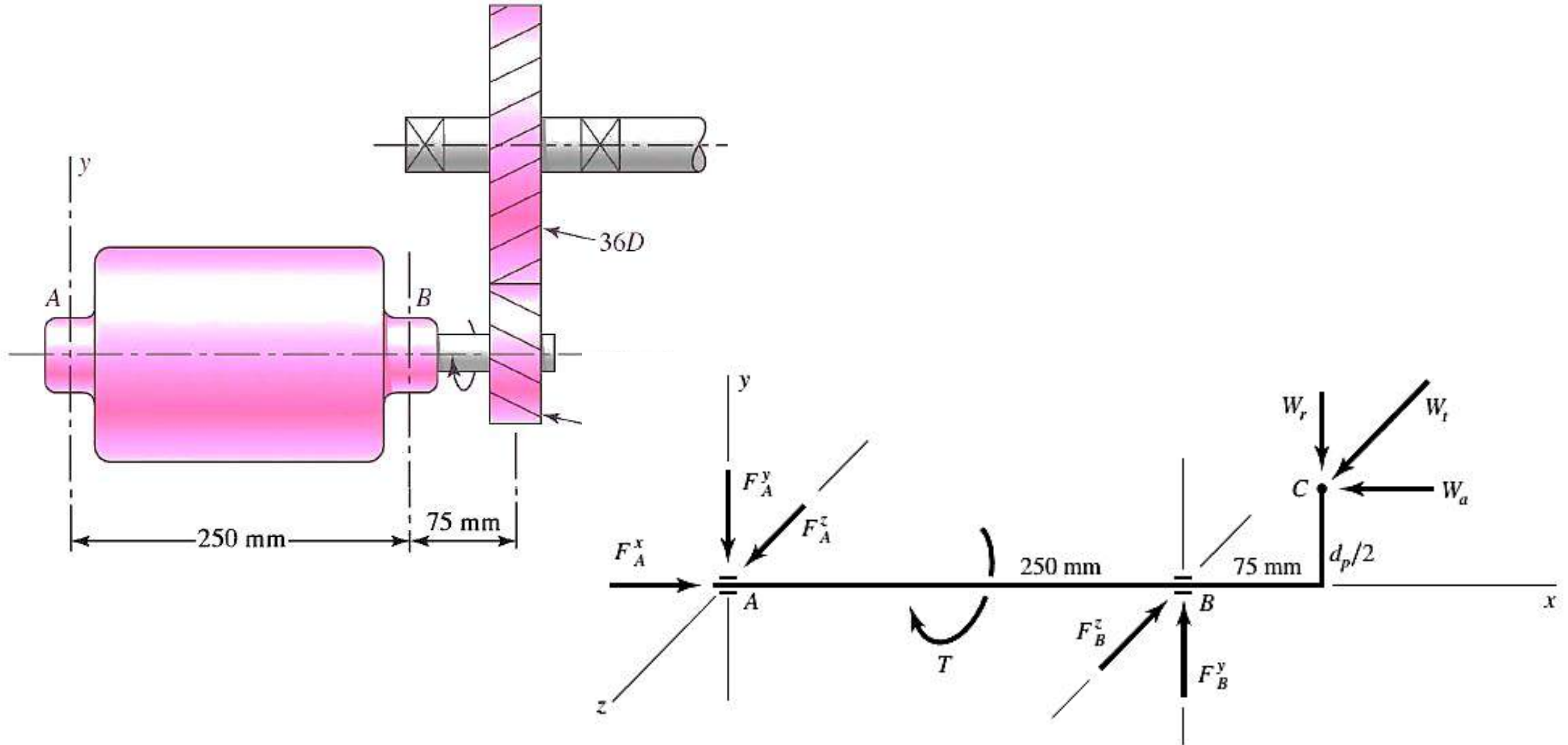


EXEMPLO 2

Na Figura um motor elétrico de 750 W roda a 1800 rpm na direção horária ao eixo x . Fixado ao eixo do motor por meio de chaveta existe um pinhão helicoidal de 18 dentes, com ângulo de pressão normal de 20° , ângulo de hélice de 30° e módulo normal de 3,0 mm. A mão da hélice é mostrada na figura. Faça um esboço e mostre as forças atuantes no pinhão, bem como as reações no mancal A e B.



EXEMPLO 2



EXEMPLO 2

- Ângulo de pressão transversal

$$\phi_t = \tan^{-1} \frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} = \tan^{-1} \frac{\tan 20^\circ}{\cos 30^\circ} = 22,8^\circ$$

- Velocidade periférica do eixo pinhão

$$V = \pi d n = \frac{\pi(62,3)(1800)}{60} = 5871,6 \text{ mm/s} = 5,87 \text{ m/s}$$

- Força tangencial atuante no pinhão

$$W_t = \frac{H}{V} = \frac{750}{5,87} = 128 \text{ N}$$

- Força radial, axial e total

$$W_r = W_t \tan \phi_t = (128) \tan 22,8^\circ = 54 \text{ N}$$

$$W_a = W_t \tan \psi = (128) \tan 30^\circ = 74 \text{ N}$$

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi} = \frac{128}{\cos 20^\circ \cos 30^\circ} = 157 \text{ N}$$

EXEMPLO 2

- Carga atuante nos mancais – ΣM_{AZ} ΣM_{AY}

$$F_a^x = W_a = 74 \text{ N.}$$

$$-(54)(325) + (74)\left(\frac{62,3}{2}\right) + 250F_B^y = 0$$

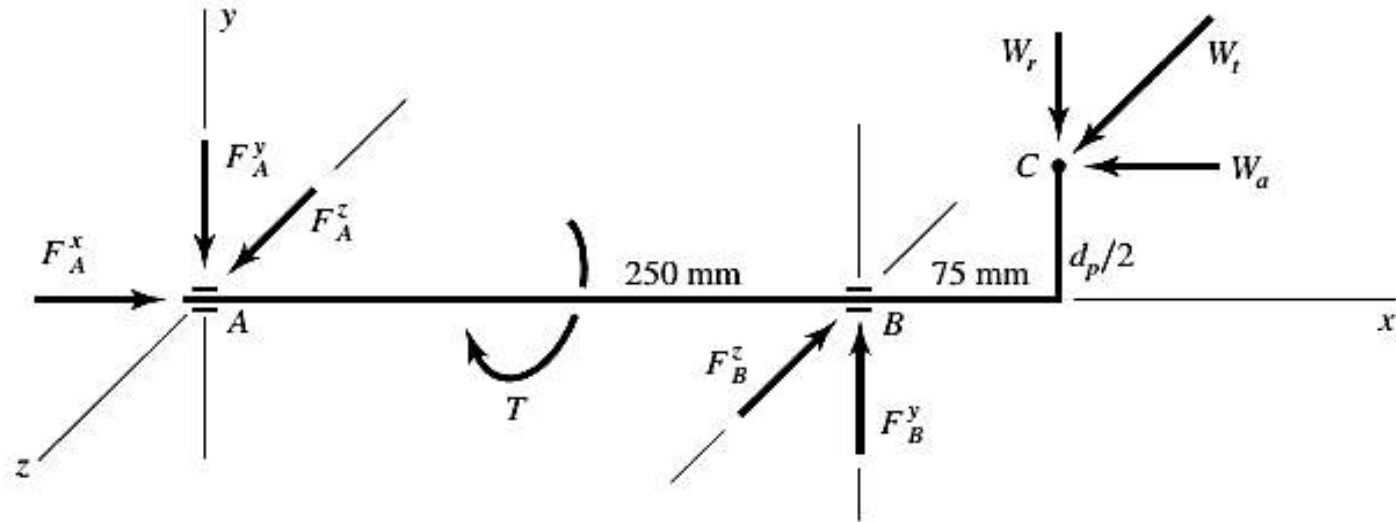
$$F_B^y = 61 \text{ N.} \quad F_A^y = 7 \text{ N.}$$

$$250F_B^z - 128(325) = 0$$

$$F_B^z = 166 \text{ N.} \quad F_A^z = 38 \text{ N.}$$

- Torque Transmitido

$$T = W_t d_p / 2 = 128(62,3/2) = 3982 \text{ N} \cdot \text{mm.}$$



EXEMPLO 2 – SOLUÇÃO 2

- Força Total

$$W = -74i - 54j + 128k \text{ N}$$

- Vetor posição B e C

$$R_B = 250i \quad R_C = 325i + 31,15j$$

- ΣM_{Aijk}

$$R_B \times F_B + T + R_C \times W = 0$$

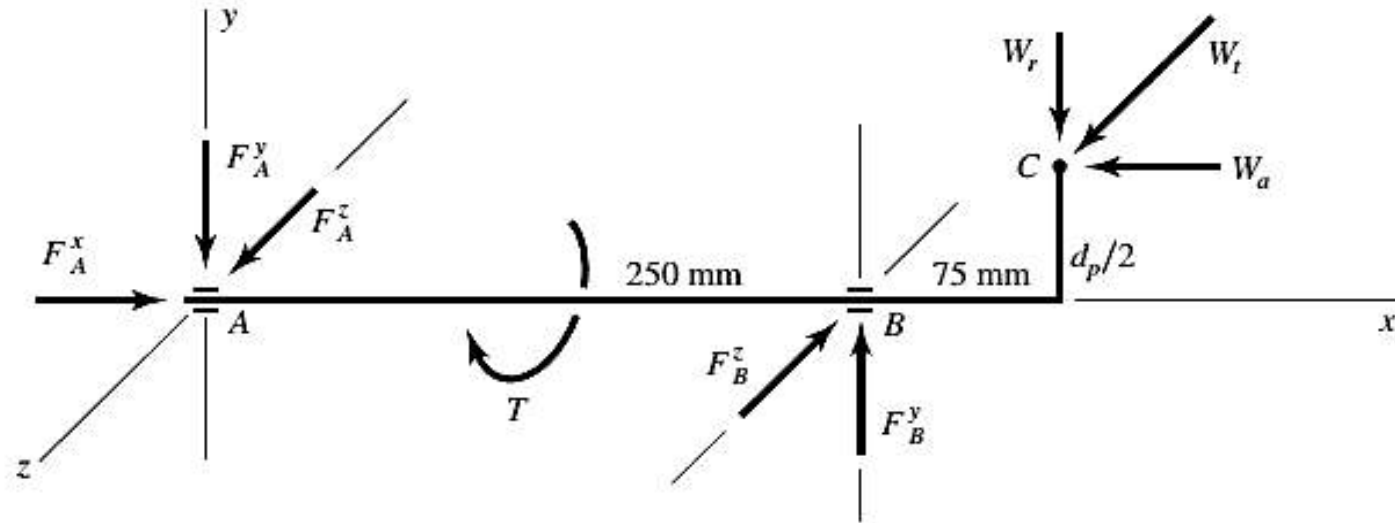
$$250i \times (F_B^y j - F_B^z k) - T i + (325i + 31,15j) \times (-74i - 54j + 128k) = 0$$

$$(250F_B^y k + 250F_B^z j) - T i + (3987i - 41600j - 15245k) = 0$$

$$T = 4 \text{ kN} \cdot \text{mm}, F_B^y = 61 \text{ N e } F_B^z = 166 \text{ N}.$$

- Reação nos Pontos B e C

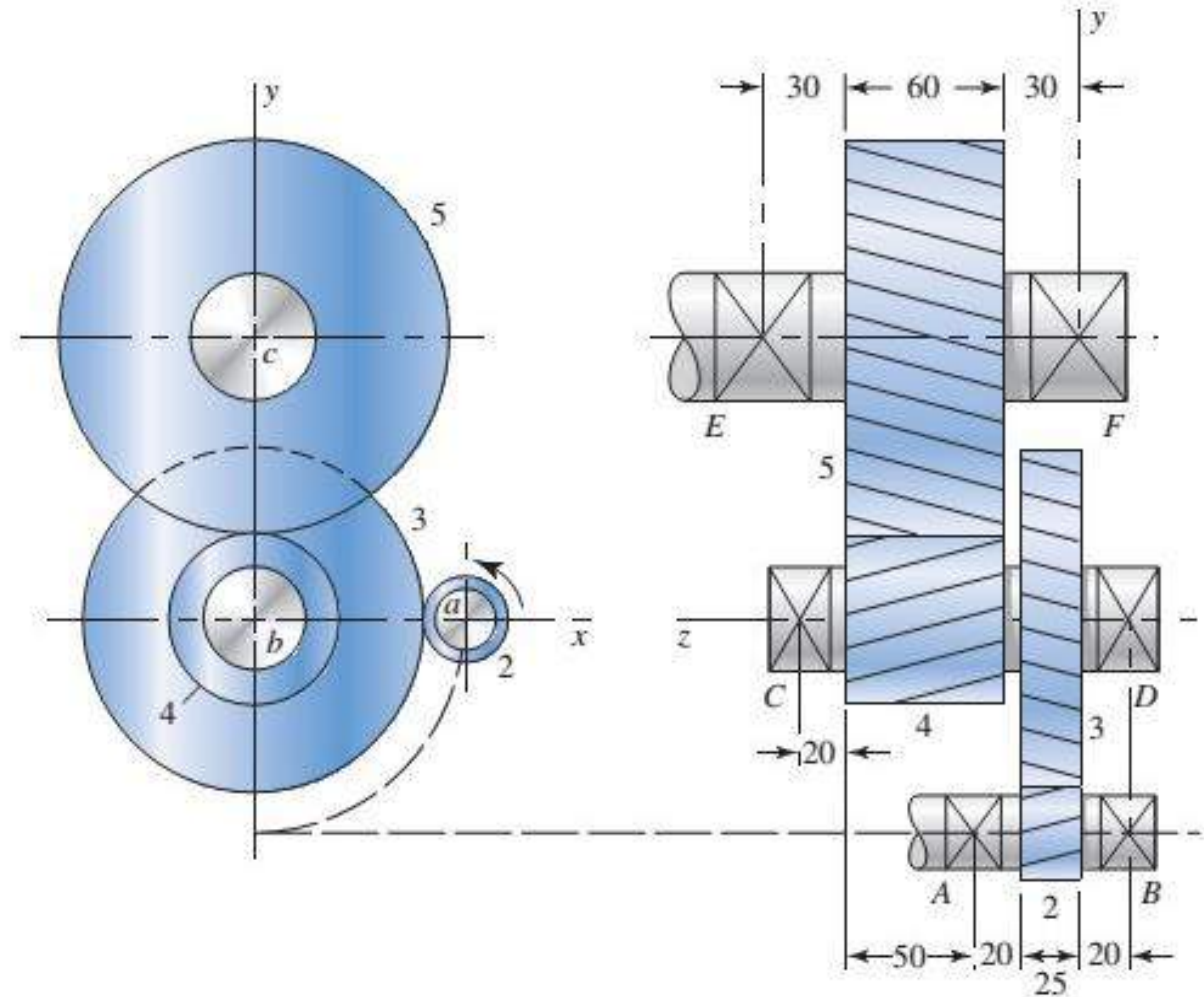
$$F_A = -F_B - W, \text{ então } F_A = 74i - 7j + 38k \text{ N}.$$



EXERCÍCIO PARA ENTREGAR

O conjunto de engrenagens helicoidais de redução dupla, mostrado na figura, é acionado a partir do eixo A com potencia de 10 Hp numa velocidade de 900 rpm. As engrenagens 2 e 3 possuem módulo de 3 mm, um ângulo de pressão normal de 20° e um ângulo de hélice de 30° . O segundo para de engrenagens no trem 4 e 5, possui modulo de 2 mm, um ângulo de pressão normal de 20° e um ângulo de hélice de 25° . Os números de dentes são: $N_2=14$, $N_3=54$, $N_4=16$ e $N_5=36$. Determine:

- As forças atuantes em cada engrenagem.
- As forças atuantes nos mancais e a direção



Crie um programa em python para resolução do problema