



AULA 1

VETORES DE FORÇA E FORÇAS COPLANARES

Professor: Dr. Paulo Sergio Olivio Filho

CONTEÚDO DA AULA



- Trabalhar com vetores de força
- Calcular adição e subtração de forças coplanares.
- Aplicar a lei dos senos e cossenos
- Utilizar-se de métodos matemáticos para resolução de problemas de força.
- Calcular resultantes de forças

ESCALARES E VETORES



- **Escalar:** Quantidade física positiva ou negativa que pode ser completamente especificada por sua intensidade.

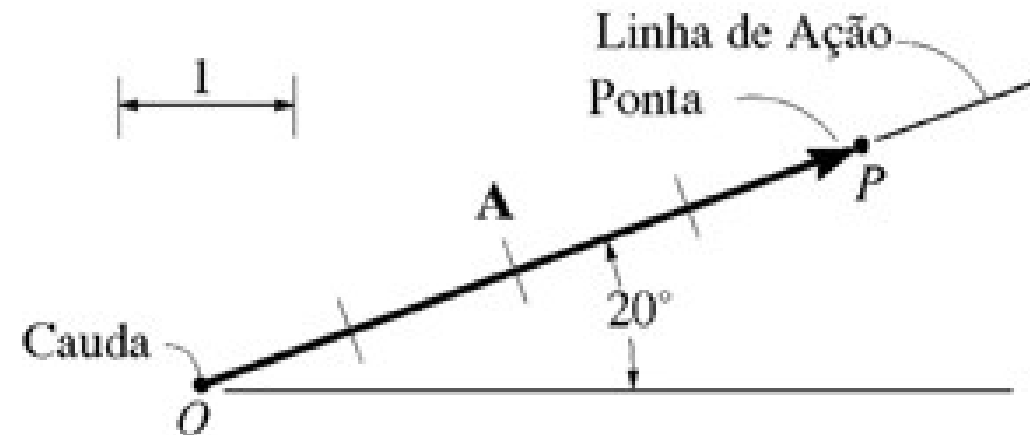
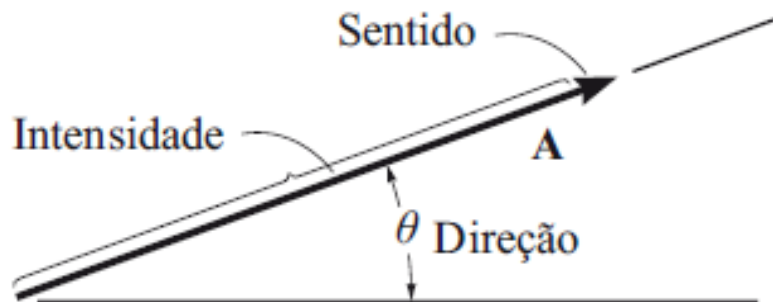
EX: comprimento, tempo, massa;

- **Vetor:** Quantidade física que requer uma intensidade, direção e sentido para sua descrição.

EX: Torque, força, aceleração.

Vetores serão representados por:

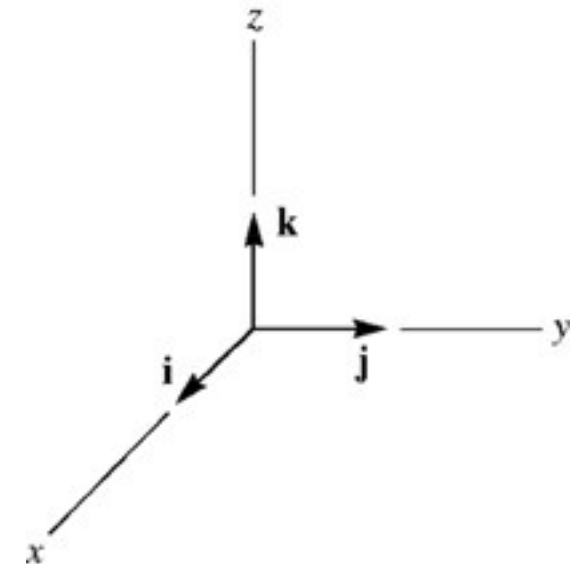
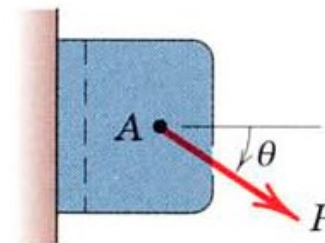
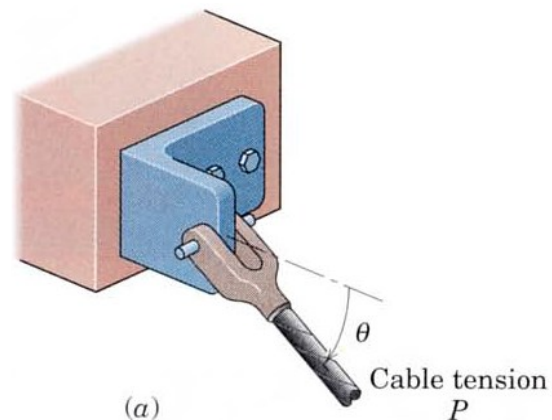
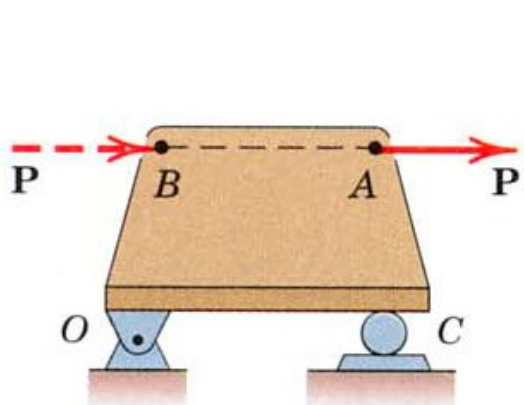
\vec{A} ou A



OPERAÇÕES VETORIAIS



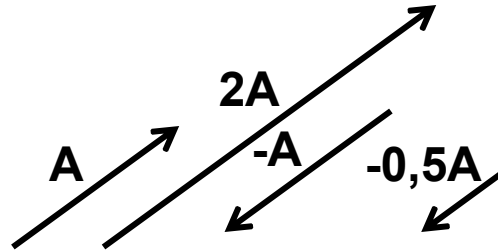
- **Vetor Deslizante:** pode ser movido para qualquer ponto ao longo da sua linha de ação, desde que se mantenham a mesma direção, sentido e magnitude.
- **Vetor Fixo:** é aquele para o qual um único ponto de aplicação é especificado.
- **Vetor unitário:** é um vetor cujo comprimento é a unidade. São utilizados para representar as direções de acordo com o sistema referencial.



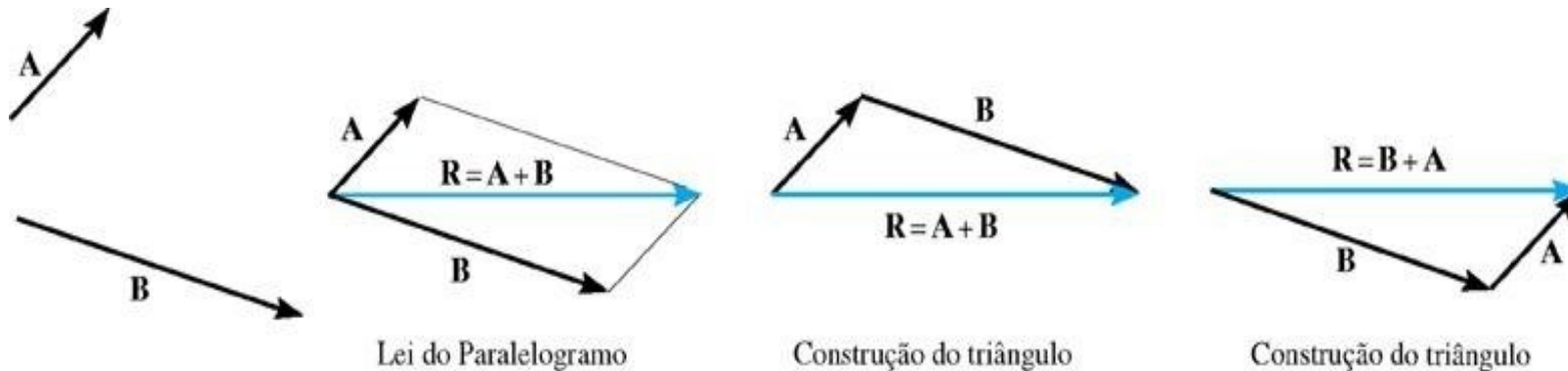
OPERAÇÕES VETORIAIS



- Multiplicação e Divisão de um vetor por um escalar:



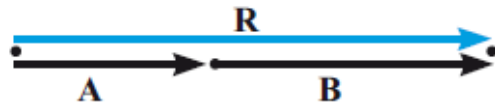
- Adição de vetores: Todas as quantidades vetoriais obedecem à lei do paralelogramo da adição



OPERAÇÕES VETORIAIS



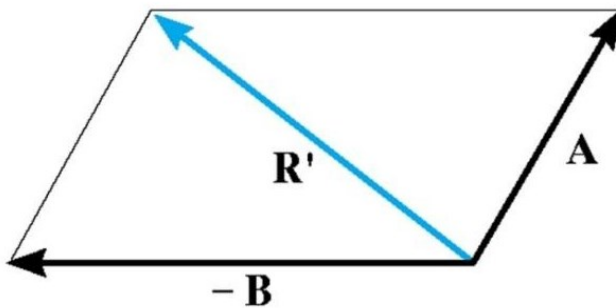
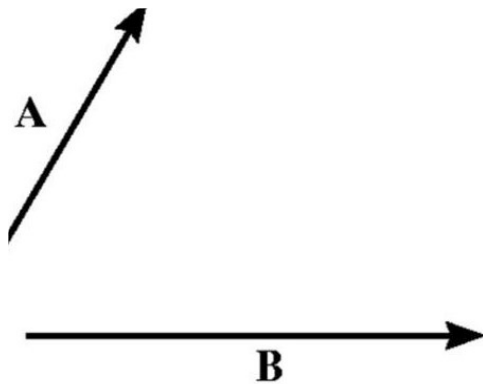
➤ Adição de Vetores Colineares:



$$R = A + B$$

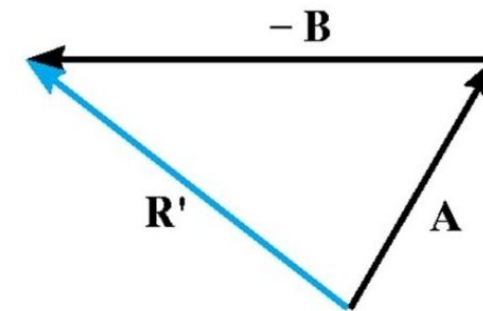
Adição de vetores colineares

➤ Subtração de vetores:



Lei do paralelogramo

ou



Construção do triângulo

MULTIPLICAÇÃO DE VETORES POR ESCALARES



$$(m + n)\vec{P} = m\vec{P} + n\vec{P}$$

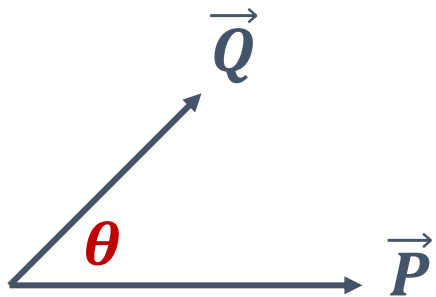
$$m(\vec{P} + \vec{Q}) = m\vec{P} + m\vec{Q}$$

$$m(n\vec{P}) = n(m\vec{P}) = (mn)\vec{P}$$

PRODUTO ESCALAR E VETORIAL

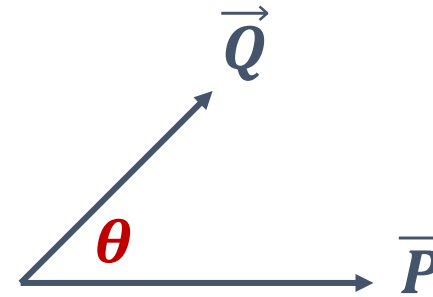


Produto Escalar



$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = |\vec{P}| |\vec{Q}| \cos \theta$$

Produto Vetorial

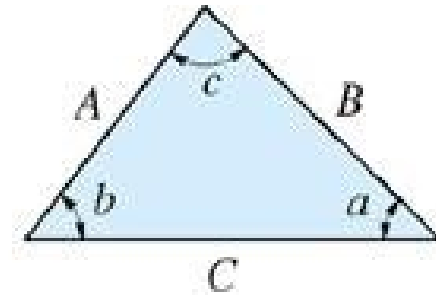
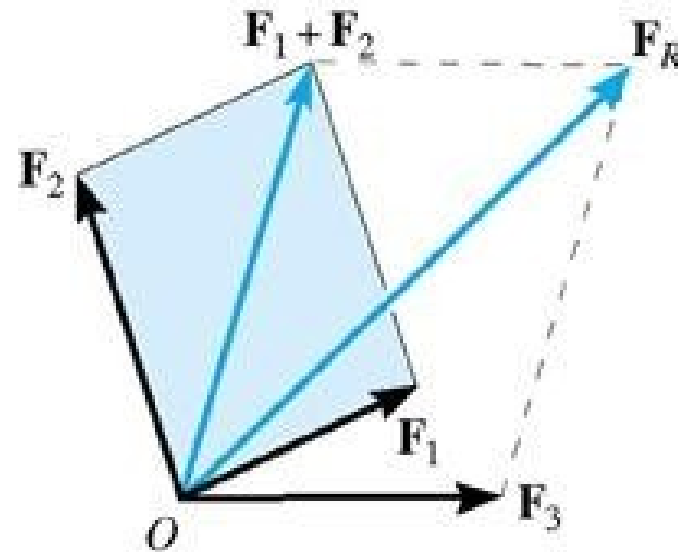
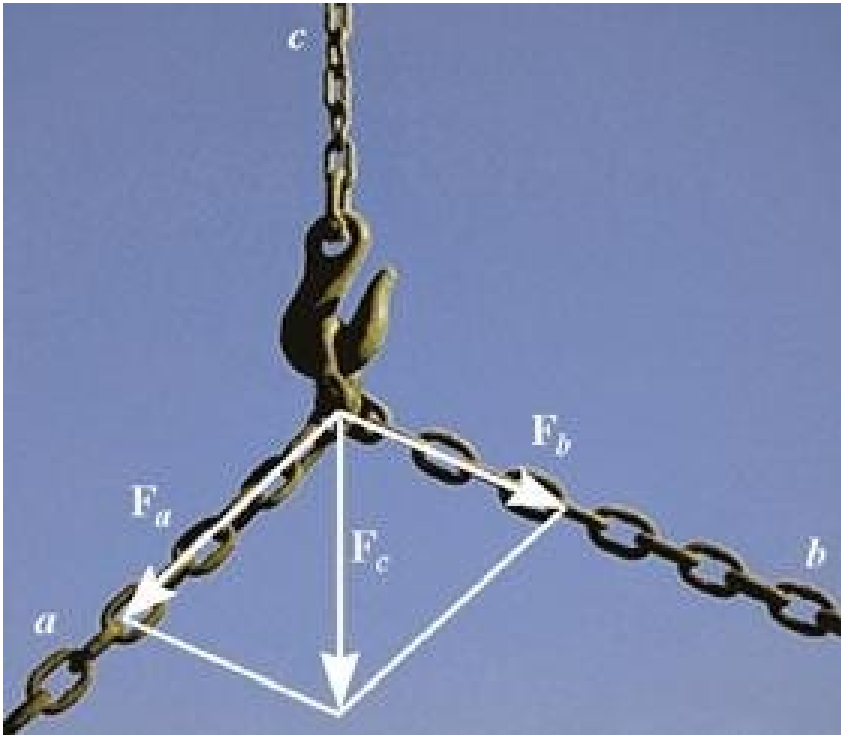


$$\vec{P} \times \vec{Q} = |\vec{P}| |\vec{Q}| \sin \theta$$

ADIÇÃO VETORIAL DE FORÇAS



➤ Determinando a força resultante:



Lei dos senos:

$$\frac{A}{\text{sen } a} = \frac{B}{\text{sen } b} = \frac{C}{\text{sen } c}$$

Lei dos cossenos:

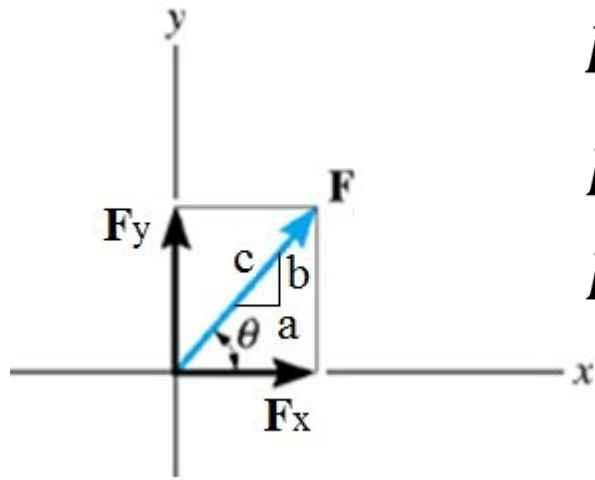
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos c}$$

ADIÇÃO VETORIAL DE FORÇAS



Componentes da força resultante em relação a quaisquer eixos:

- Utiliza-se a lei dos seno para encontrar as componentes



$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

$$F_x = F \cdot \cos \theta$$

$$F_y = F \cdot \sin \theta$$

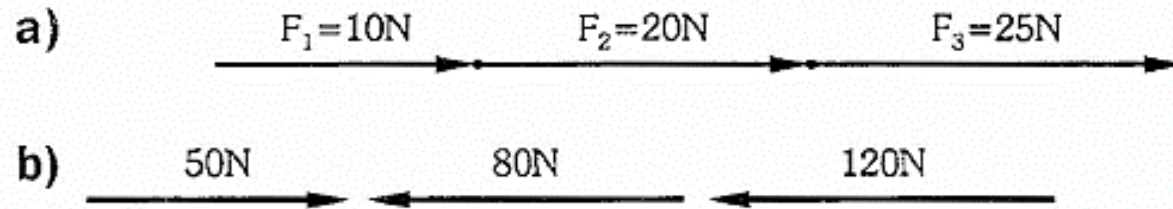
$$\frac{F_x}{F} = \frac{a}{c} \rightarrow F_x = F \left(\frac{a}{c} \right)$$

$$\frac{F_y}{F} = \frac{b}{c} \rightarrow F_y = F \left(\frac{b}{c} \right)$$

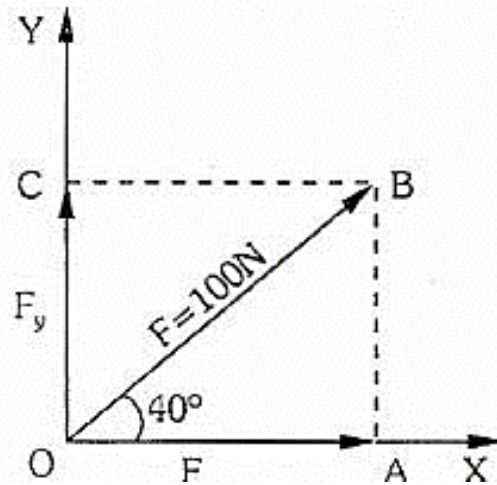
EXEMPLOS



Ex.1 - Determine a resultante F dos sistemas de forças a seguir:



Ex.2 - Determine os componentes ortogonais F_x e F_y de uma carga F de 100N que forma 40° com a horizontal.

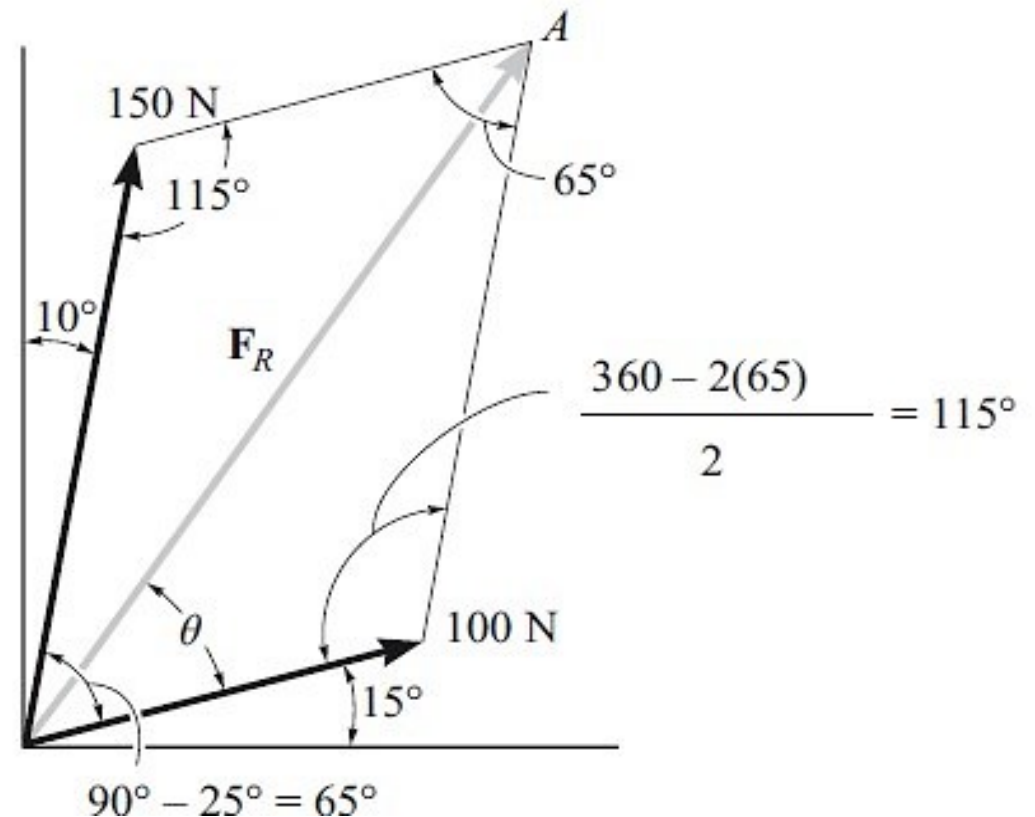
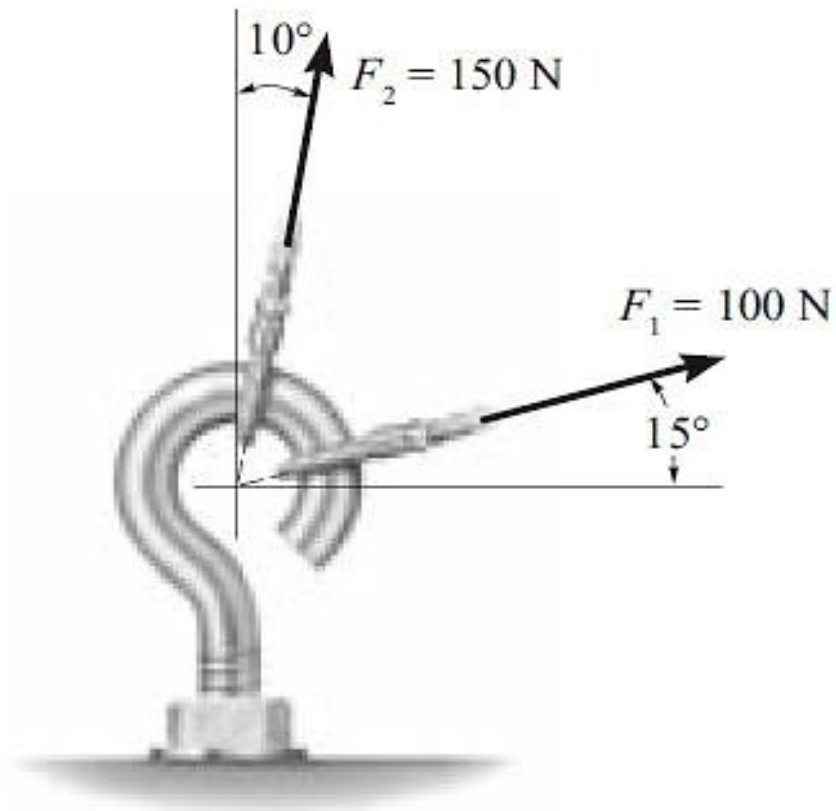


Ex.3 - As cargas $F_1 = 200 \text{ N}$ e $F_2 = 600 \text{ N}$ formam entre si um ângulo $\alpha = 60^\circ$. Determinar a resultante das cargas (F) e o ângulo (γ) que F forma com a horizontal.

EXEMPLOS



Ex.4. O parafuso tipo gancho da Figura 2.10a está sujeito a duas forças F_1 e F_2 . Determine a intensidade (módulo) e a direção da força resultante.



SOLUÇÃO DO EXEMPLO 4



$$\begin{aligned}F_R &= \sqrt{(100N)^2 + (150N)^2 - 2(100N)(150N)\cos 115^\circ} \\&= \sqrt{10000 + 22500 - 30000(-0,4226)} = 212,6N \\&= 213N\end{aligned}$$

O ângulo θ é determinado aplicando-se a lei dos senos, usando-se o valor calculado de F_R .

$$\begin{aligned}\frac{150N}{\text{sen}\theta} &= \frac{212,6N}{\text{sen}115^\circ} \\ \text{sen}\theta &= \frac{150N}{212,6N}(0,9063) \\ \theta &= 39,8^\circ\end{aligned}$$

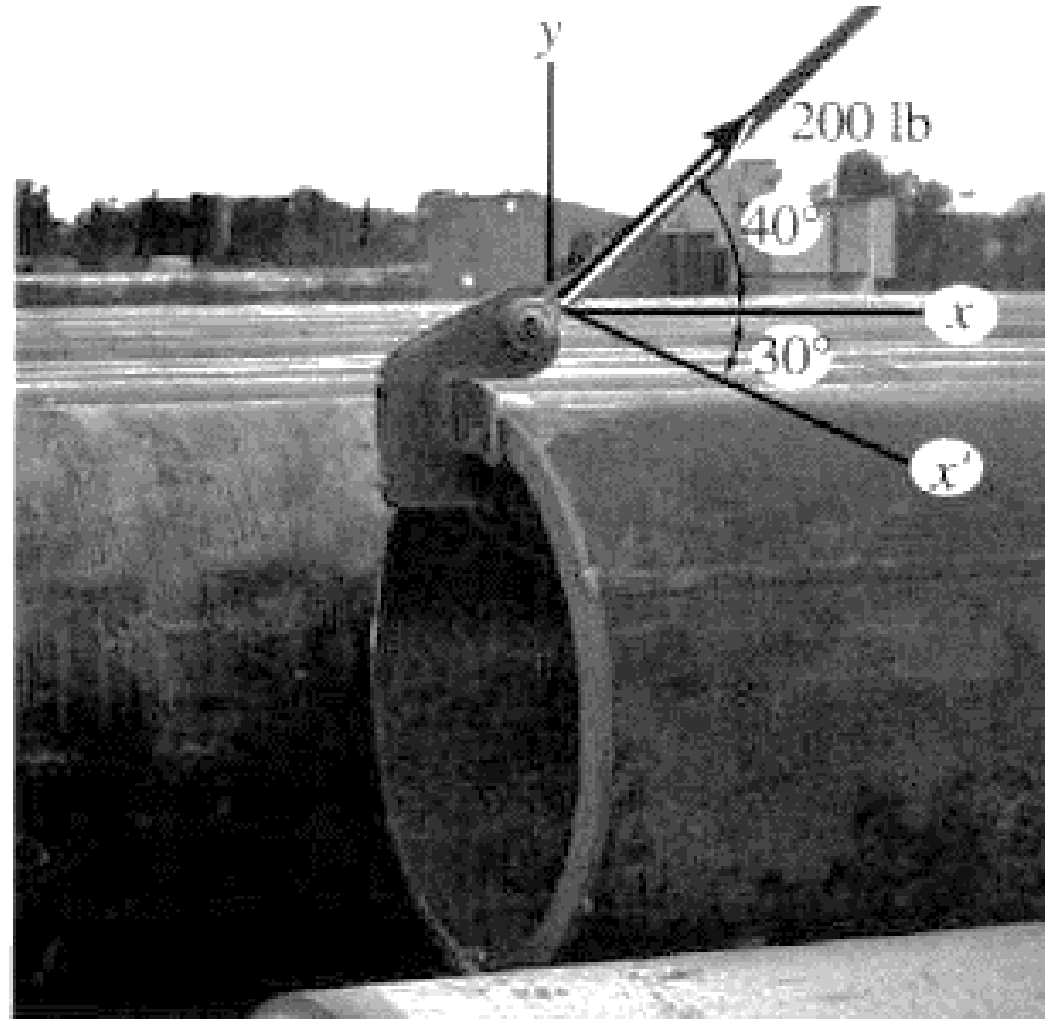
Assim, a direção ϕ de F_R medida a partir da horizontal é:

$$\Phi = 39,8^\circ + 15^\circ = 54,8^\circ$$

EXEMPLOS



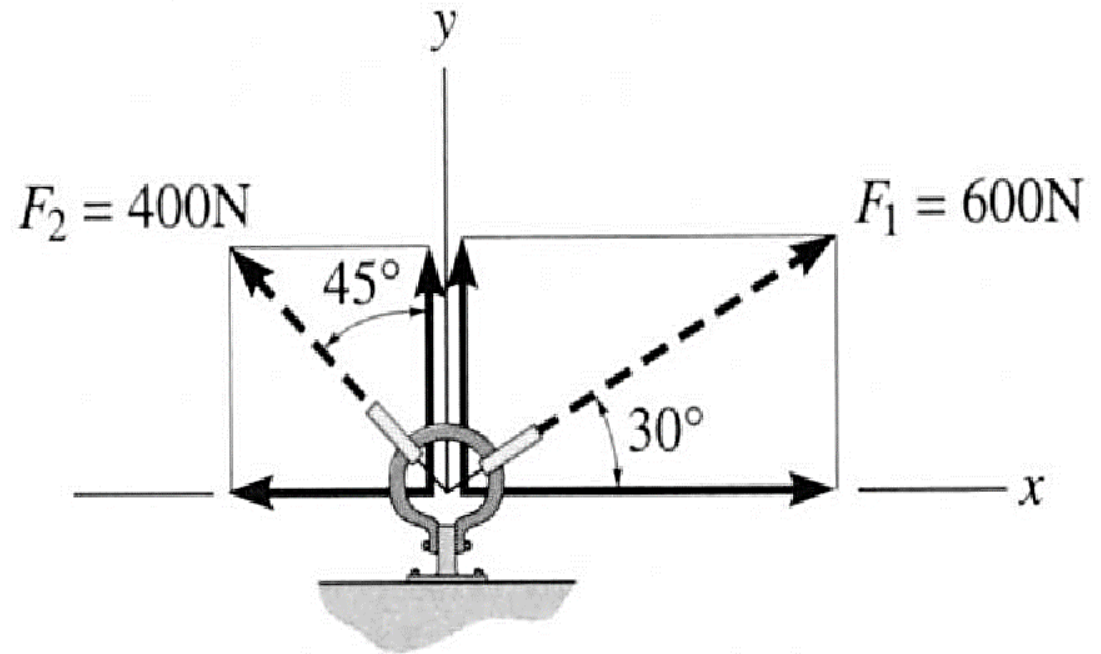
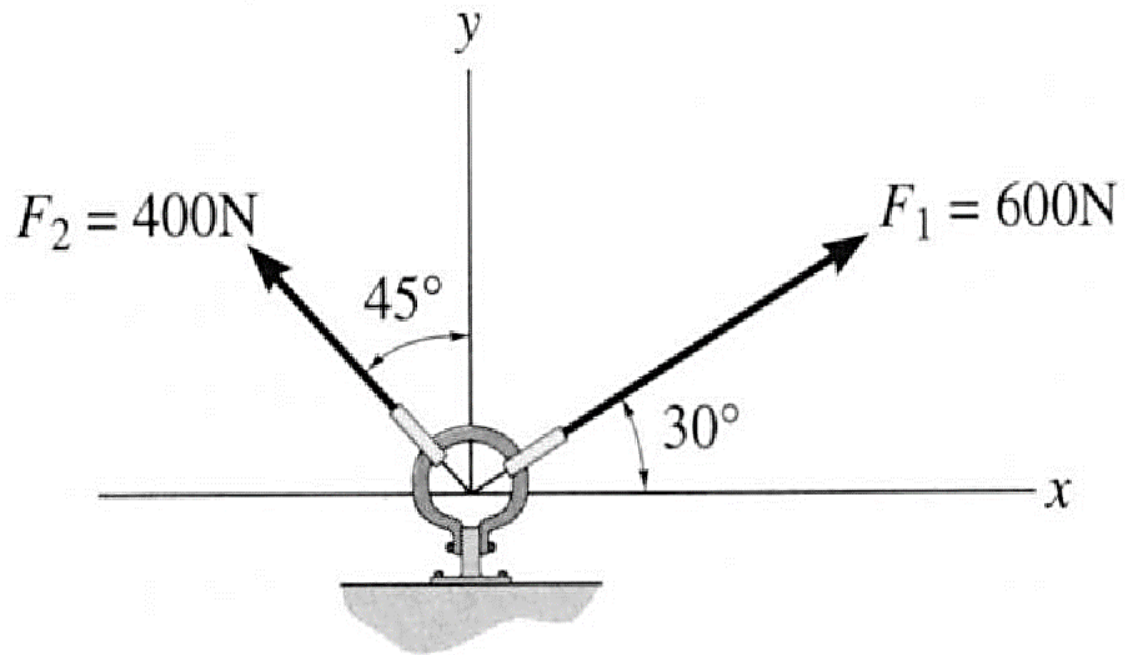
Ex.5. Decomponha a força de 200lb que atua sobre o tubo, em componentes, na direção: (a) x e y ; (b) x' e y ;



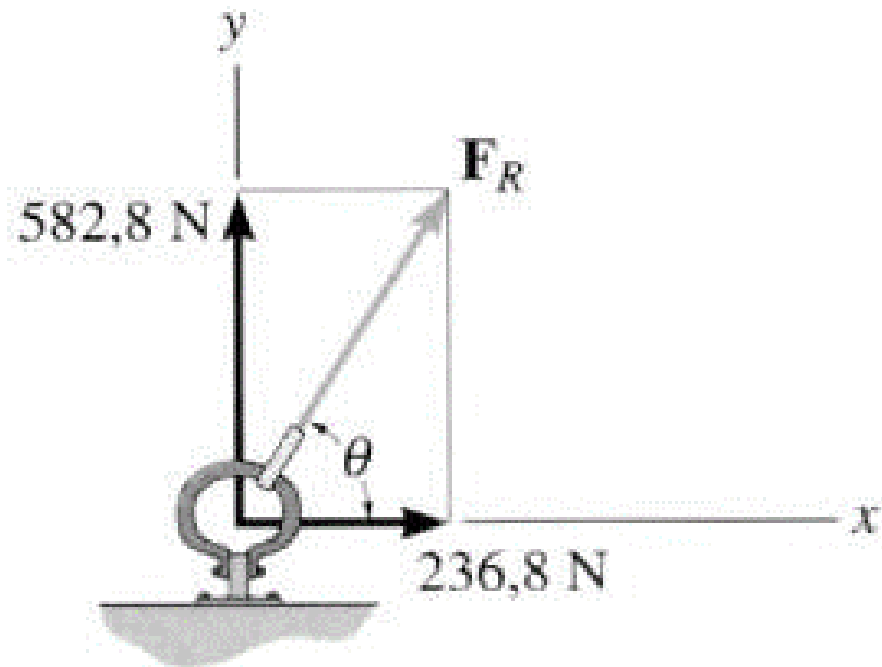
EXEMPLOS



Ex.6. O elo da figura está submetido a duas forças F_1 e F_2 . Determine a intensidade e a orientação da força resultante.



SOLUÇÃO DO EXEMPLO 6



$$+\rightarrow F_{Rx} = \sum F_x$$

$$F_{Rx} = 600 \cos 30^\circ N - 400 \sin 45^\circ N \\ = 236,8 N \rightarrow$$

$$+\uparrow F_{Ry} = \sum F_y$$

$$F_{Ry} = 600 \sin 30^\circ N + 400 \cos 45^\circ N \\ = 582,8 N \uparrow$$

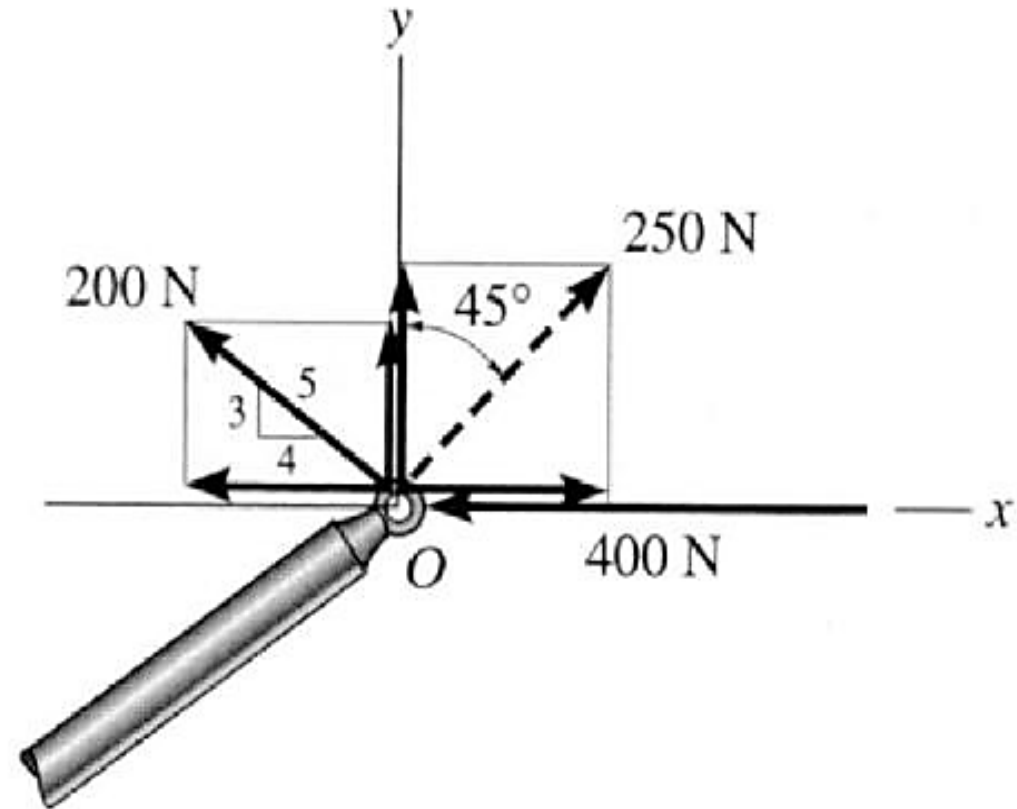
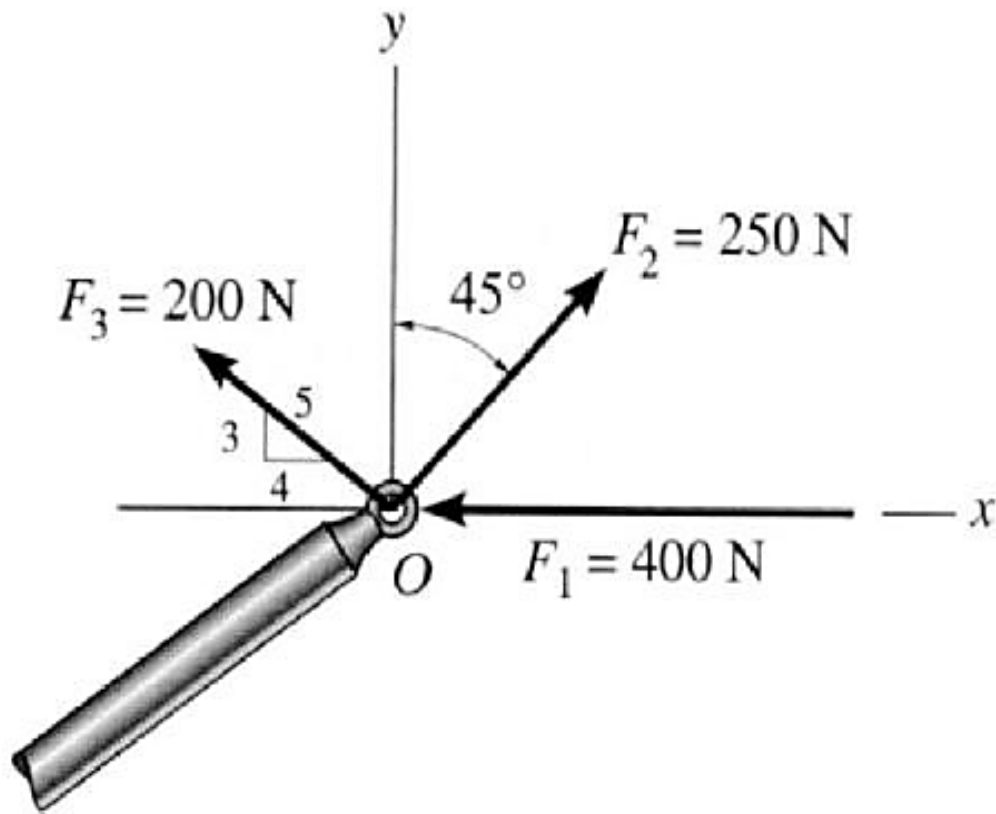
$$F_R = \sqrt{(236,8 N)^2 + (582,8 N)^2} \\ = 629 N$$

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{582,8 N}{236,8 N} \right) = 67,9^\circ$$

EXEMPLOS



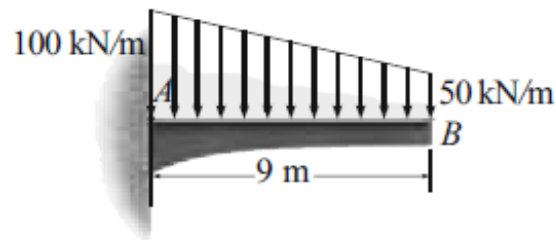
Ex.7. A extremidade de uma lança O na Figura está submetida a três forças concorrentes e coplanares. Determine a intensidade e a orientação da força resultante.



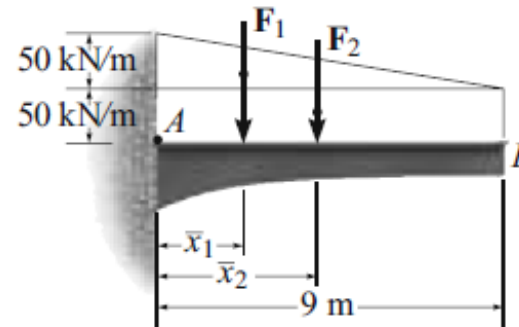
CLASSIFICAÇÃO DAS FORÇAS



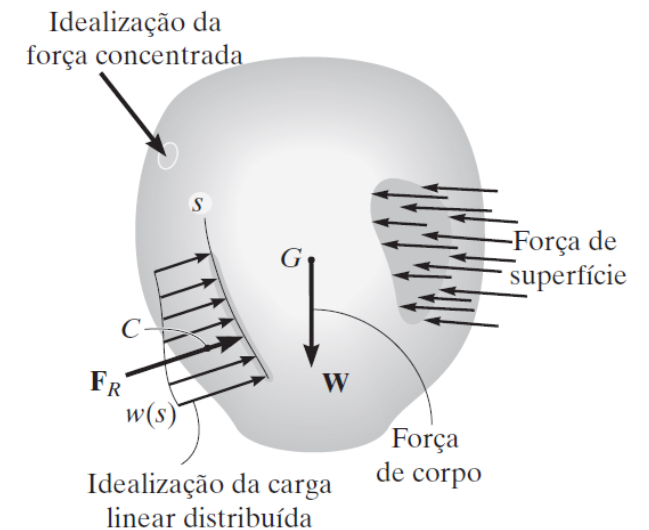
- Força de Contato: é produzida por contato físico direto;
- Força de Corpo: é gerada em virtude da posição de um corpo dentro de um campo de forças, como gravitacional, elétrico ou magnético;



Força Distribuída



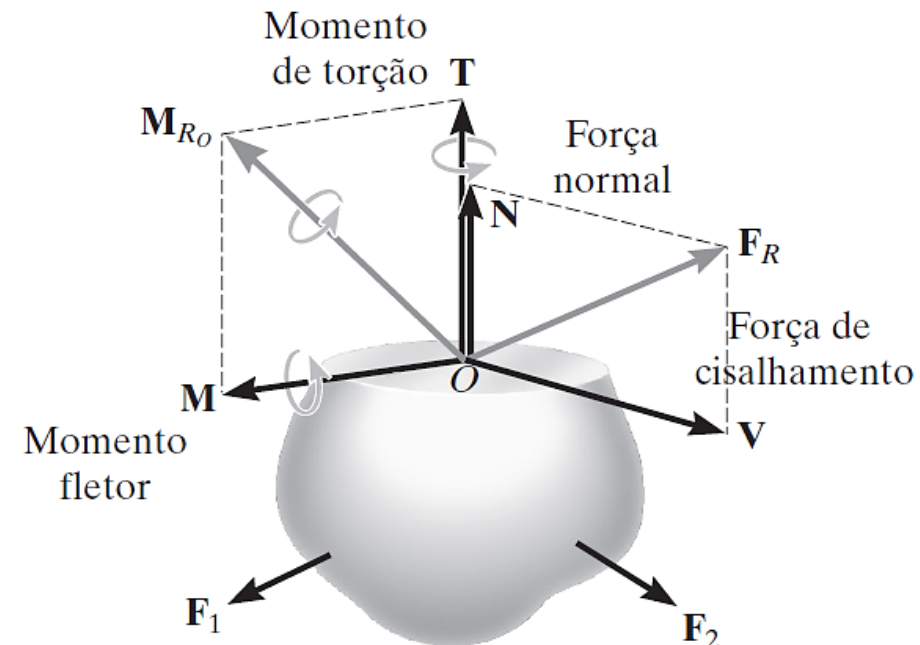
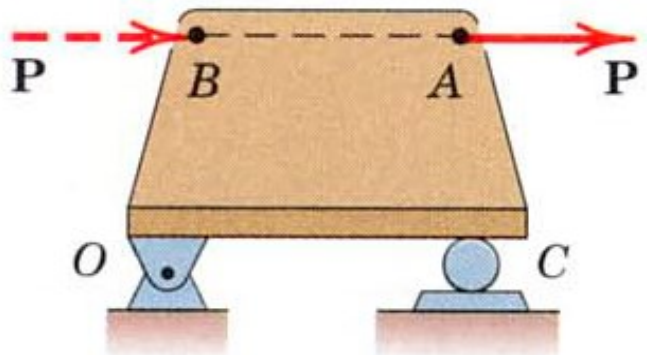
Força Concentrada



EFEITO DAS FORÇAS



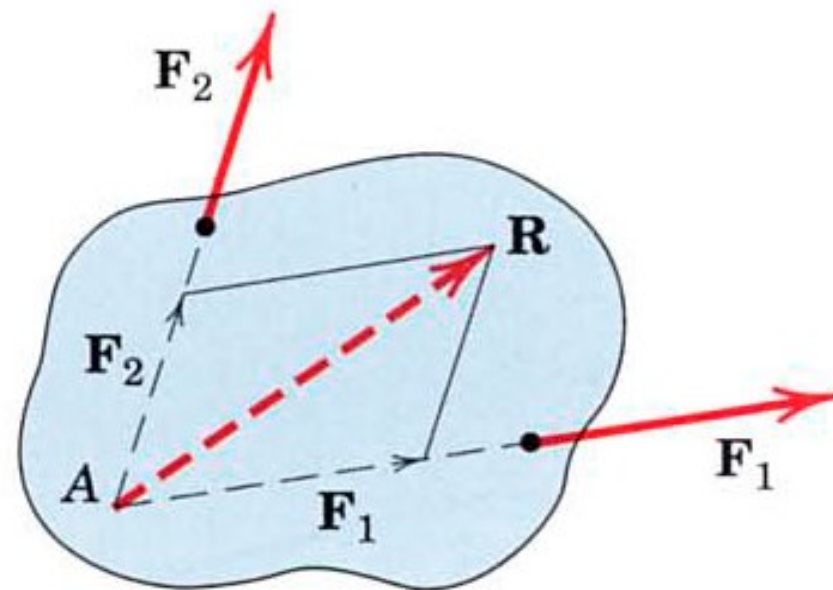
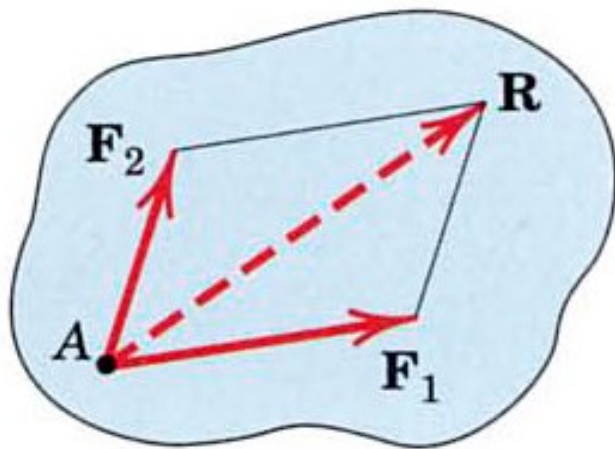
- Efeito Externo: São as forças reativas nos suportes em O e em C.
- Efeito Interno: Dependem das propriedades do material do corpo e será estudada na disciplina de Resistência dos Materiais.



FORÇAS CONCORRENTES



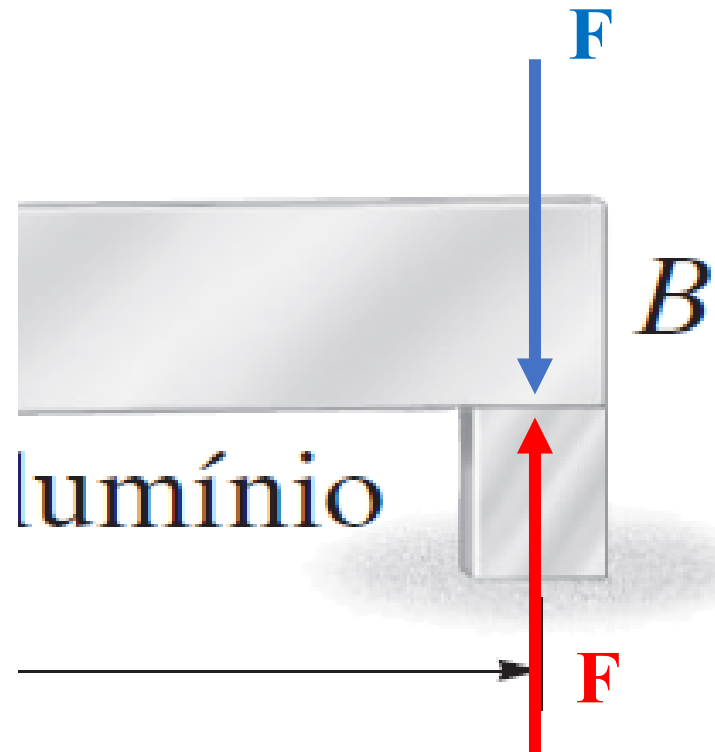
- Duas ou mais forças são concorrentes em um ponto se suas linhas de ação se interceptam nesse ponto.



AÇÃO REAÇÃO



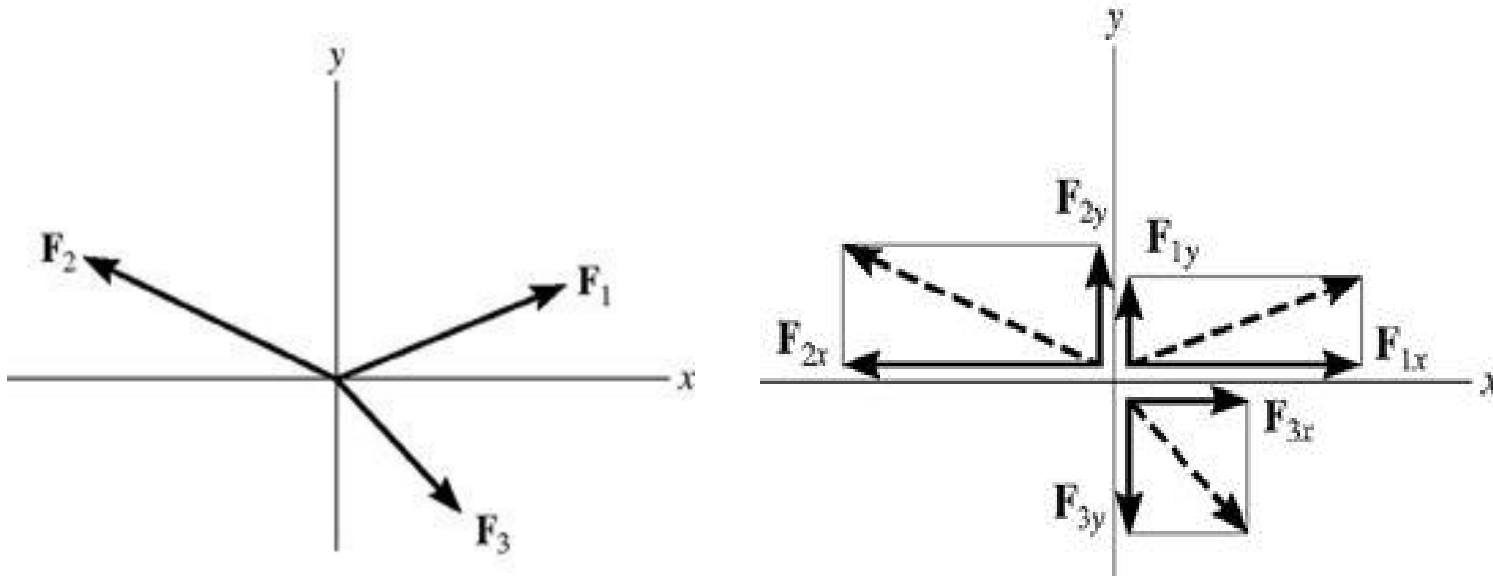
- De acordo com a 3ª Lei de Newton, a ação de uma força é sempre acompanhada por uma reação de igual magnitude e direção, porém de sentido oposto.



ADIÇÃO DE FORÇAS COPLANARES



- Notação vetorial cartesiana: $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$
- Resultante de forças coplanares:
 - A resultante pode ser obtida por qualquer uma das notações



$$F_{Rx} = \sum F_x$$

$$F_{Ry} = \sum F_y$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right)$$

EXERCÍCIOS E ATIVIDADES



Orientação para realização das Atividades:

- Realizar as atividades a mão livre;
- Realizar diagramas e desenhos para compreensão;
- Realizar todas as contas de forma detalhada;
- Colocar as repostas principais a caneta;
- Entregar as atividades e resolução dos exercícios em forma digital no sala virtual da disciplina.

EXERCÍCIO 1

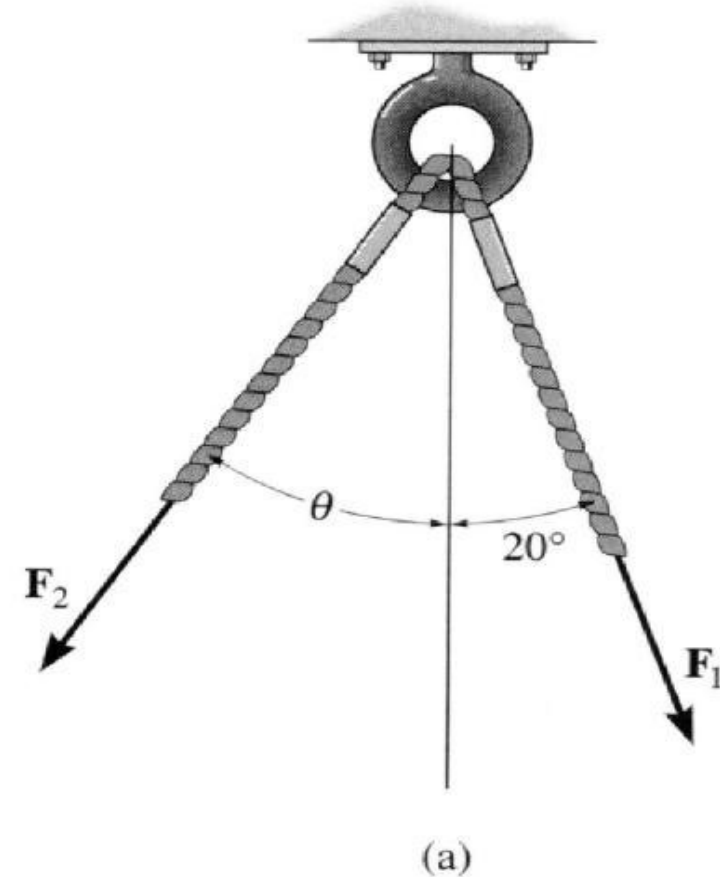
O anel mostrado na Figura está submetido a duas forças F_1 e F_2 . Se for necessário que a força resultante tenha intensidade de 1kN e seja orientada verticalmente para baixo, determine:

- (a) a intensidade de F_1 e F_2 , desde que $\theta = 30^\circ$;
- (b) as intensidades de F_1 e F_2 , se F_2 for mínima.

Respostas:

a) $F_1 = 653\text{N}$; $F_2 = 446\text{N}$

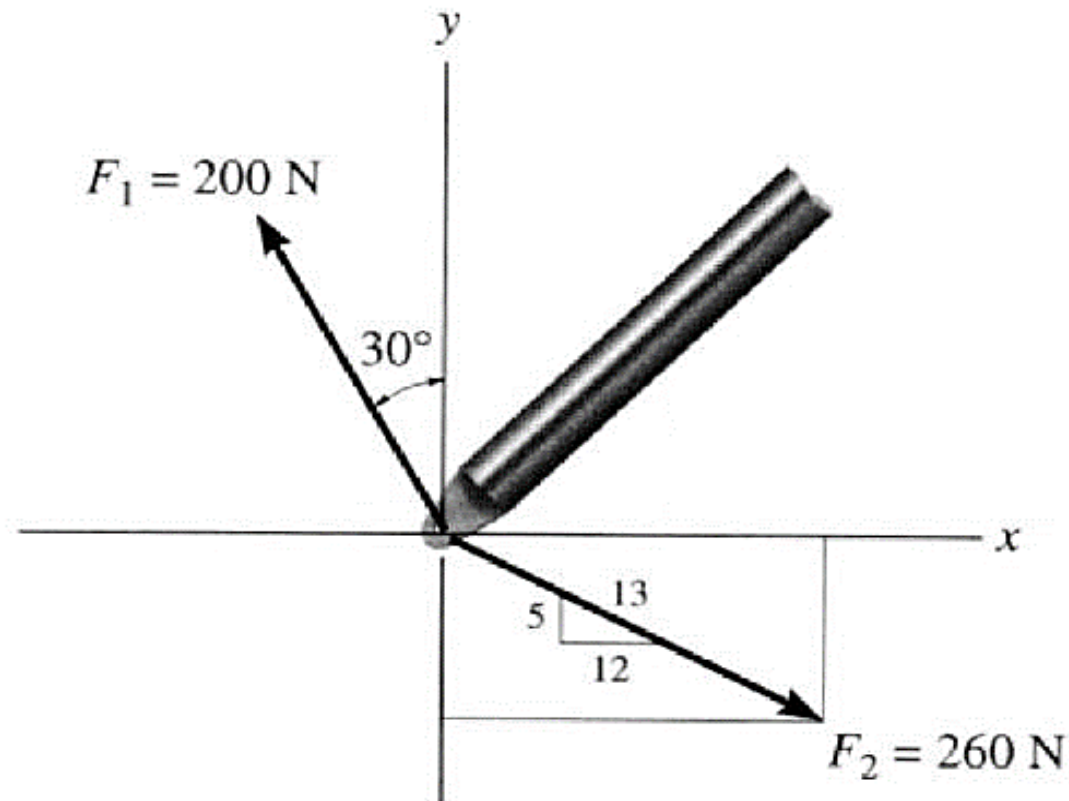
B) $F_1 = 940\text{N}$; $F_2 = 342\text{N}$



EXERCÍCIO 2



Determine os componentes x e y de F_1 e F_2 que atuam sobre a lança mostrada na Figura. Calcule a Força Resultante do Sistema pelo método de adição de forças coplanares e pela lei do Paralelogramo (lei do cosseno)

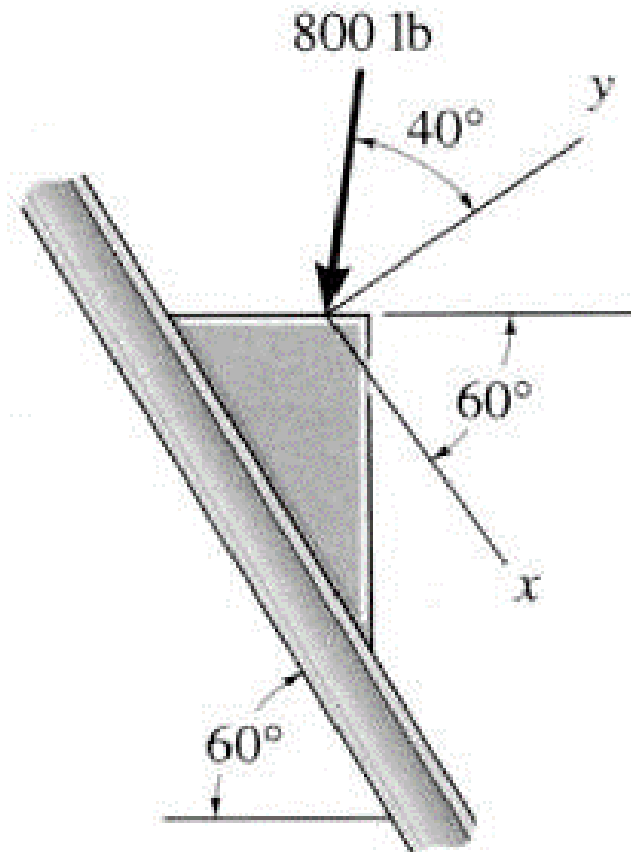


Respostas:
FR = 157,9N

EXERCÍCIO 3



Determine os componentes x e y da força de 800 lbf.



Respostas:

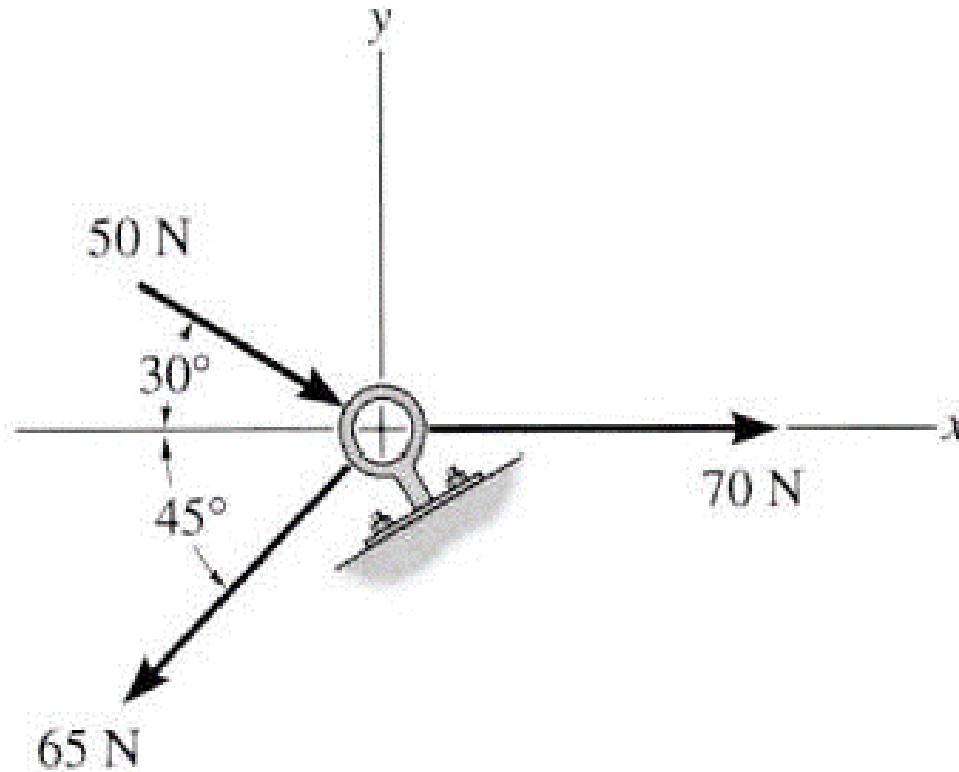
$$F_x = 514 \text{ lb}$$

$$F_y = -613 \text{ lb}$$

EXERCÍCIO 4



Determine a intensidade da força resultante e sua direção, medida no sentido horário a partir do eixo x positivo.



Respostas:
 $FR = 97,8\text{N}$
 $\Theta = 313,5^\circ$

EXERCÍCIO 5



As forças F_1 , F_2 e F_3 , todas atuando no ponto A do suporte, são especificadas de três modos diferentes.

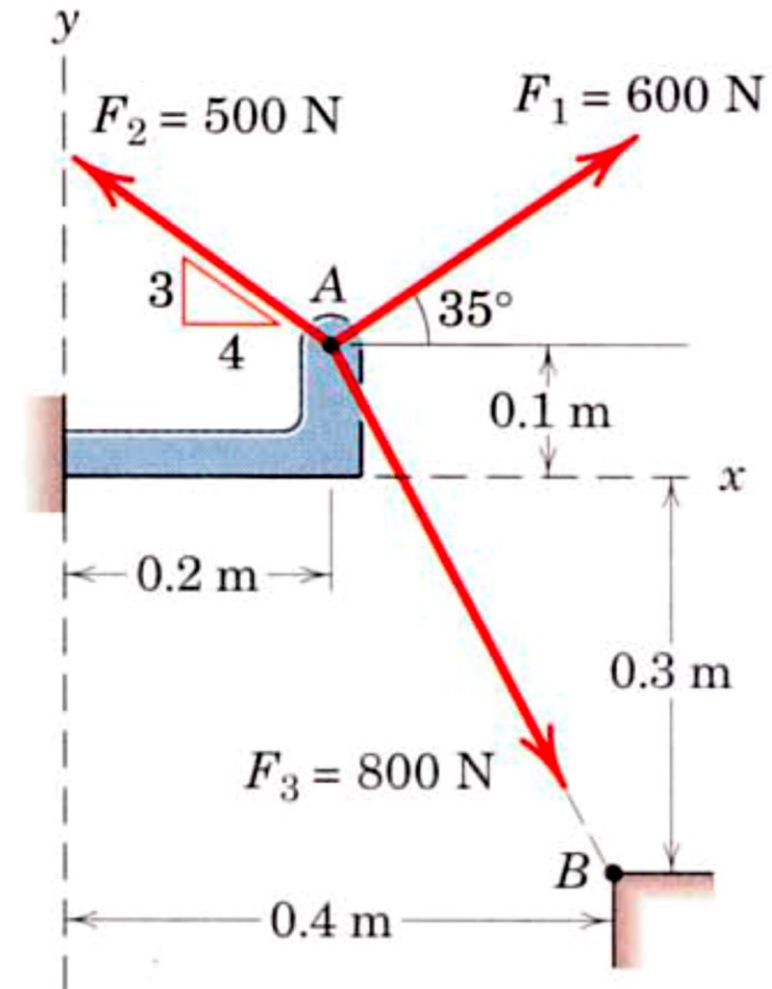
Determine os componentes escalares em x e y de cada uma das três forças.

Respostas:

$$F_1 = 491,5 \text{ N } i; 344 \text{ N } j.$$

$$F_2 = -400 \text{ N } i; 300 \text{ N } j.$$

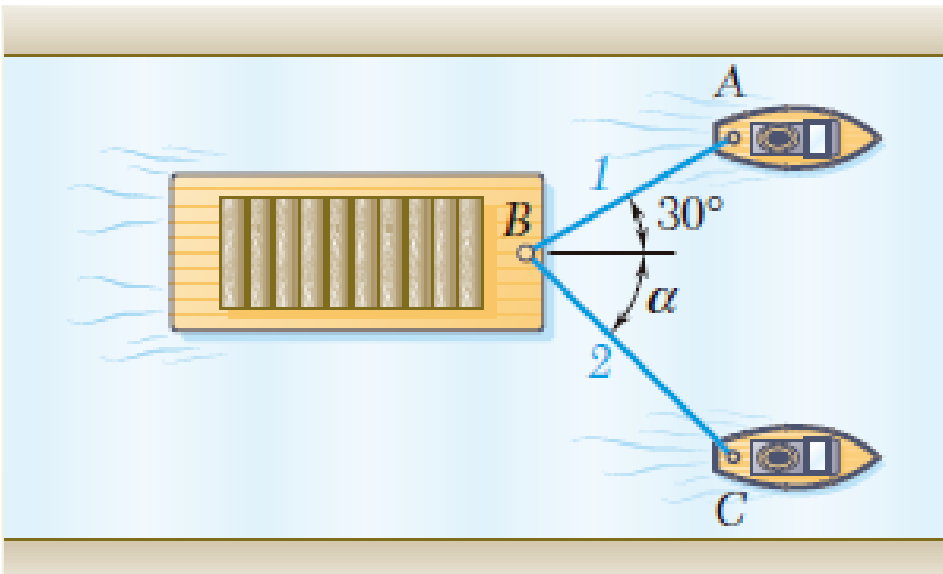
$$F_3 = 357,8 \text{ N } i; -715,5 \text{ N } j.$$



EXERCÍCIO 6



Uma barcaça é puxada por dois rebocadores. Se a resultante das forças exercidas pelos rebocadores é de 5 [kN] e tem a direção do eixo da barcaça, determine: a) a tração em cada corda, sabendo que $\alpha=45^\circ$; b) o valor de α para que a tração na corda 2 seja mínima.



Respostas:

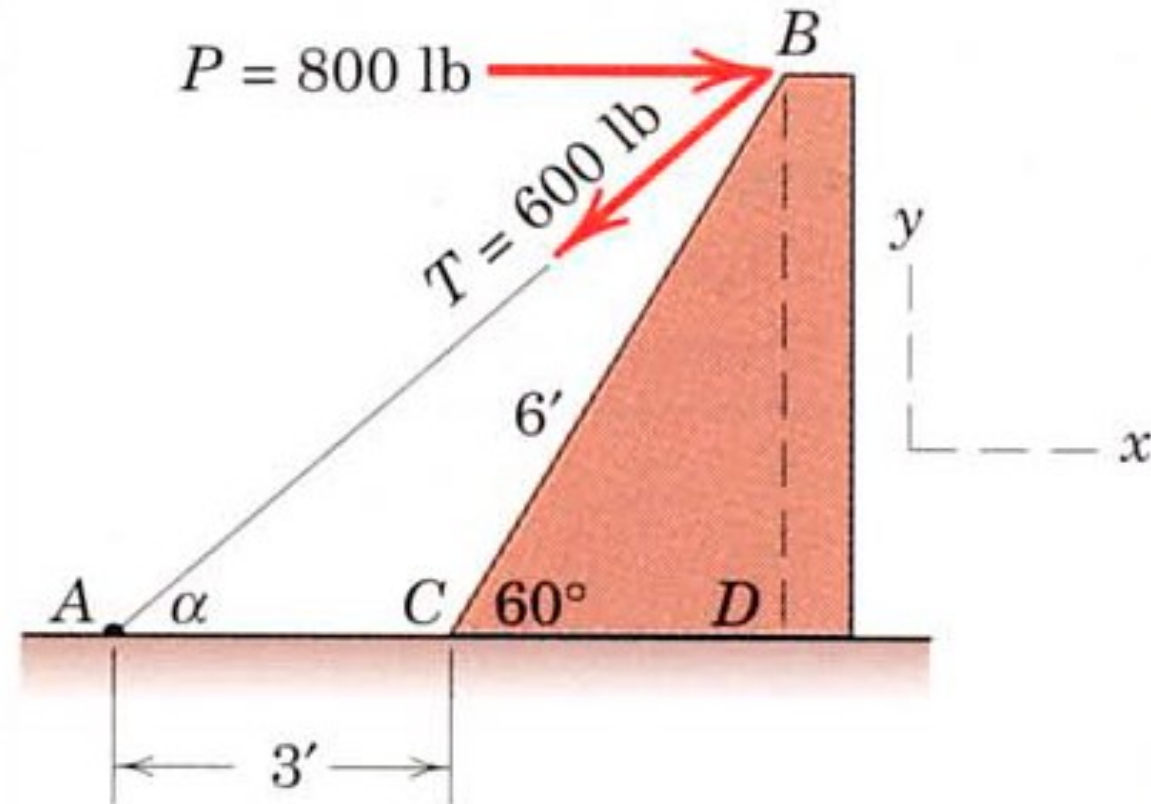
a) $F_{BA} = 3,6 \text{ kN}$; $F_{BC} = 2,588 \text{ kN}$

b) $\Theta = 60^\circ$

EXERCÍCIO 7



Combine em uma única força equivalente, **R**, as duas forças **P** e **T**, que atuam em B na estrutura fixa.

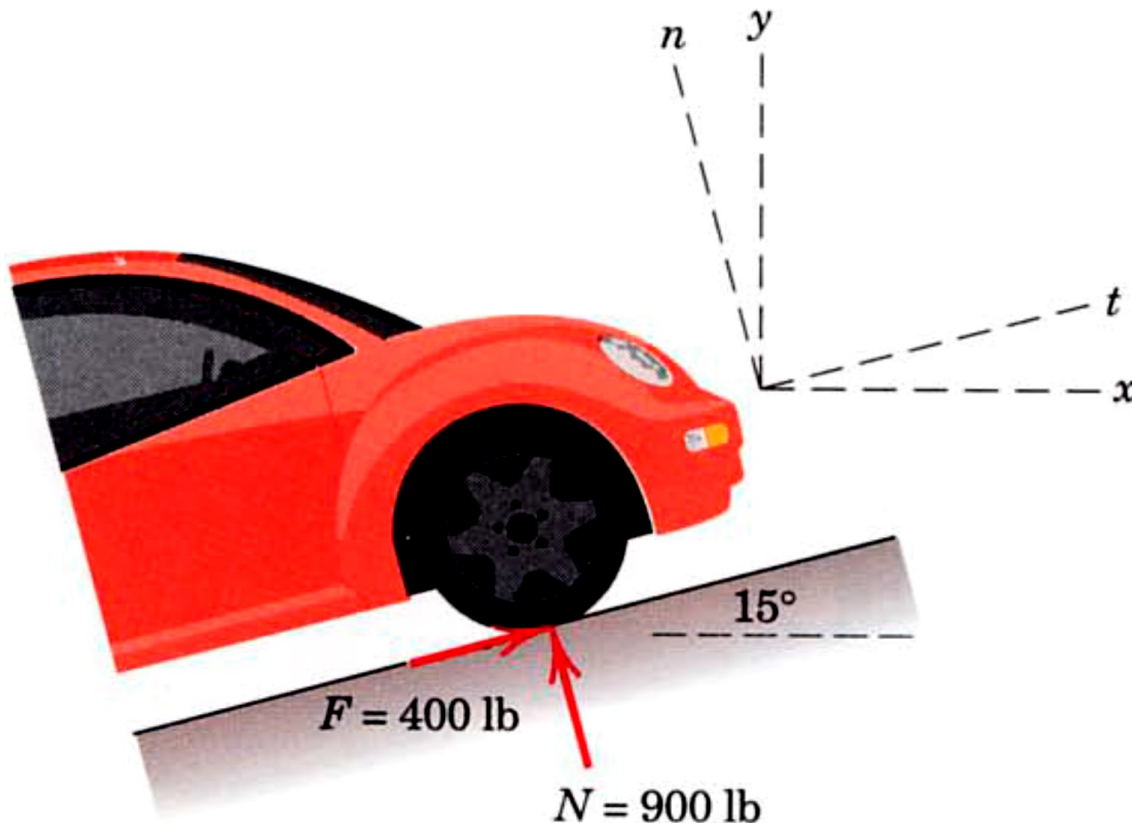


Respostas:
 $R = 523,9 \text{ N}$

EXERCÍCIO 8



A força normal de reação, \mathbf{N} , e a força tangencial de atrito, \mathbf{F} , atuam no pneu de um carro com tração dianteira, como mostrado. Expresse a resultante \mathbf{R} dessas duas forças em termos dos vetores unitários: (a) \mathbf{i} e \mathbf{j} ao longo dos eixos x e y ; (b) \mathbf{e}_t e \mathbf{e}_n ao longo dos eixos n e t mostrados.



Respostas:

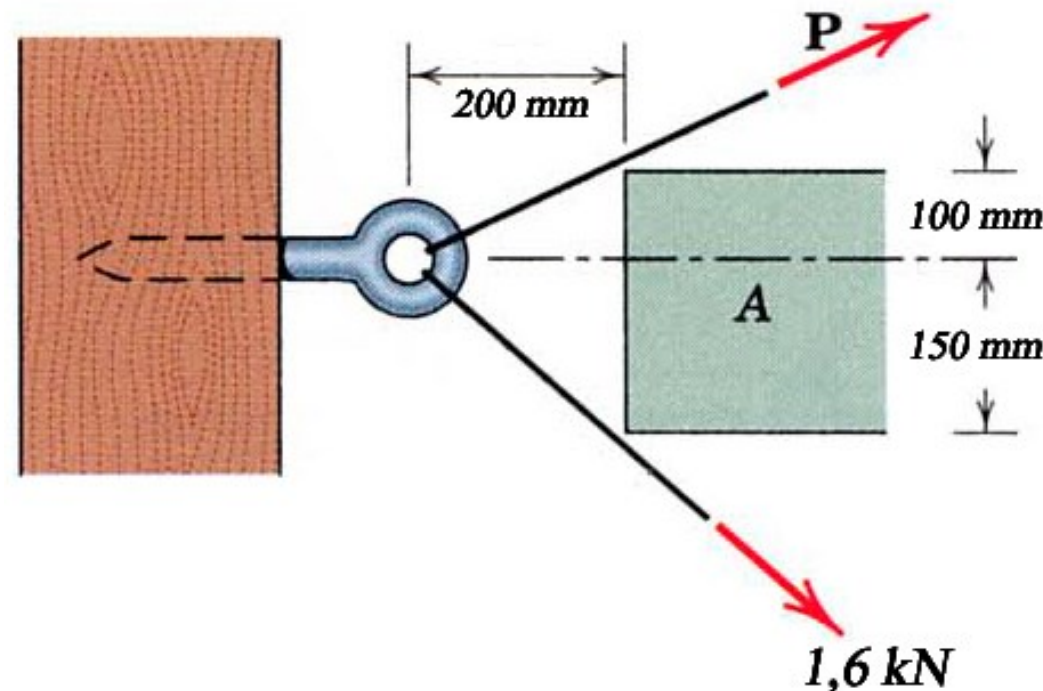
a) $\mathbf{F}_r = (153,44 \mathbf{i} + 972,85 \mathbf{j}) \text{ lb}$

b) $\mathbf{F}_r = (400 \mathbf{n} + 900 \mathbf{t}) \text{ lb}$

EXERCÍCIO 9



Deseja-se remover o pino da madeira pela aplicação de uma força ao longo de seu eixo horizontal. Um obstáculo evita um acesso direto, de modo que duas forças, uma de $1,6 \text{ [kN]}$ e a outra P , são aplicadas por cabos, como mostrado. Calcule o módulo de P necessário para assegurar uma resultante T direcionada ao longo do pino. Determine também o módulo de T .



Respostas:

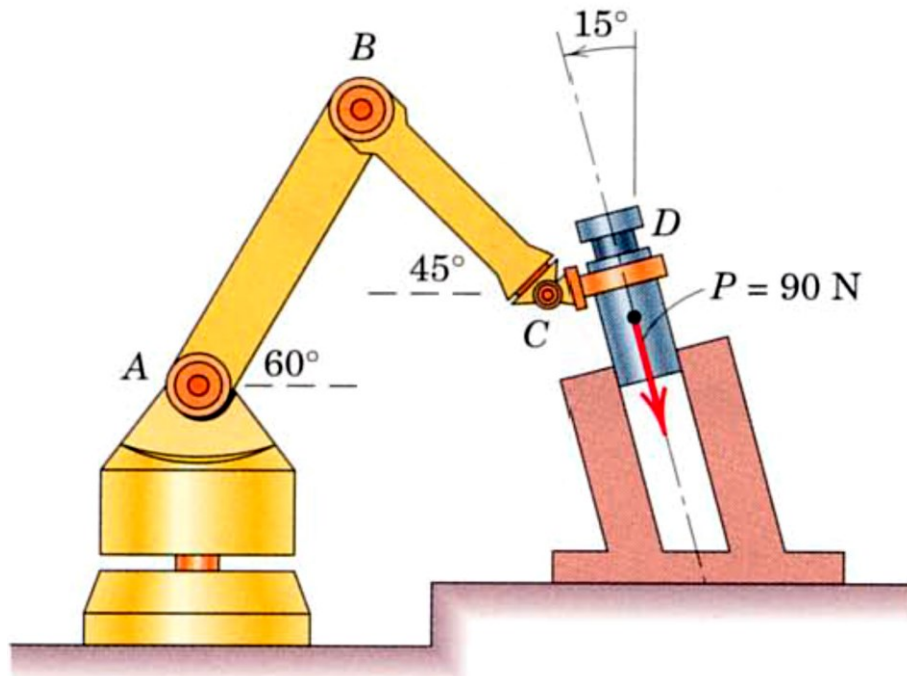
$$P = 2,15 \text{ kN}$$

$$T = 3,20 \text{ kN}$$

EXERCÍCIO 10



No projeto de um robô para colocar a pequena parte cilíndrica em um furo circular praticamente sem folga, o braço do robô deve exercer uma força P de 90 [N] na peça paralela ao eixo do furo, como mostrado. Determine os componentes da força que a peça exerce no robô nos eixos: (a) paralelo e perpendicular ao braço AB; (b) paralelo e perpendicular ao braço BC.



Respostas:

$$F_{AB} = -63,6\text{ N } i ; 63,6\text{ N } j$$

$$F_{BC} = 45\text{ N } i ; -77,9\text{ N } j$$