

# Noções de Probabilidade - Parte I

Bacharelado em Economia - FEA - Noturno

1<sup>o</sup> Semestre 2018

Prof. Gilberto Alvarenga Paula

- 1 Objetivos da Aula
- 2 Motivação
- 3 Experimento Aleatório
- 4 Espaço Amostral
- 5 Evento
- 6 Probabilidade
- 7 Aplicação
- 8 Propriedades

## Objetivos da Aula

O objetivo principal desta aula é apresentar alguns conceitos básicos sobre o cálculo de probabilidade.

## Objetivos da Aula

O objetivo principal desta aula é apresentar alguns conceitos básicos sobre o cálculo de probabilidade. Inicialmente, iremos definir

## Objetivos da Aula

O objetivo principal desta aula é apresentar alguns conceitos básicos sobre o cálculo de probabilidade. Inicialmente, iremos definir

- Experimento Aleatório

## Objetivos da Aula

O objetivo principal desta aula é apresentar alguns conceitos básicos sobre o cálculo de probabilidade. Inicialmente, iremos definir

- Experimento Aleatório
- Espaço Amostral

## Objetivos da Aula

O objetivo principal desta aula é apresentar alguns conceitos básicos sobre o cálculo de probabilidade. Inicialmente, iremos definir

- Experimento Aleatório
- Espaço Amostral
- Eventos

## Objetivos da Aula

O objetivo principal desta aula é apresentar alguns conceitos básicos sobre o cálculo de probabilidade. Inicialmente, iremos definir

- Experimento Aleatório
- Espaço Amostral
- Eventos
- Operações com Eventos



## Objetivos da Aula

O objetivo principal desta aula é apresentar alguns conceitos básicos sobre o cálculo de probabilidade. Inicialmente, iremos definir

- Experimento Aleatório
- Espaço Amostral
- Eventos
- Operações com Eventos
- Definição de Probabilidade

## Objetivos da Aula

O objetivo principal desta aula é apresentar alguns conceitos básicos sobre o cálculo de probabilidade. Inicialmente, iremos definir

- Experimento Aleatório
- Espaço Amostral
- Eventos
- Operações com Eventos
- Definição de Probabilidade
- Regra da Adição de Probabilidades

- 1 Objetivos da Aula
- 2 Motivação**
- 3 Experimento Aleatório
- 4 Espaço Amostral
- 5 Evento
- 6 Probabilidade
- 7 Aplicação
- 8 Propriedades

? CARA ? OU ? COROA ?



## Exemplos

## Exemplos

- qual será a variação do PIB neste ano?

## Exemplos

- qual será a variação do PIB neste ano?
- qual será a inflação acumulada em 2018?

## Exemplos

- qual será a variação do PIB neste ano?
- qual será a inflação acumulada em 2018?
- qual seleção vencerá a Copa do Mundo?



## Exemplos

- qual será a variação do PIB neste ano?
- qual será a inflação acumulada em 2018?
- qual seleção vencerá a Copa do Mundo?
- quem será o(a) próximo(a) presidente(a) do Brasil?

- 1 Objetivos da Aula
- 2 Motivação
- 3 Experimento Aleatório**
- 4 Espaço Amostral
- 5 Evento
- 6 Probabilidade
- 7 Aplicação
- 8 Propriedades

## Definição

Experimento aleatório é aquele experimento que, ainda que sendo realizado sob condições fixas, não possui necessariamente resultado determinado.

## Definição

Experimento aleatório é aquele experimento que, ainda que sendo realizado sob condições fixas, não possui necessariamente resultado determinado.

## Exemplos

- lançar uma moeda e observar o resultado

## Definição

Experimento aleatório é aquele experimento que, ainda que sendo realizado sob condições fixas, não possui necessariamente resultado determinado.

## Exemplos

- lançar uma moeda e observar o resultado
- lançar um dado e observar a face superior

## Definição

Experimento aleatório é aquele experimento que, ainda que sendo realizado sob condições fixas, não possui necessariamente resultado determinado.

## Exemplos

- lançar uma moeda e observar o resultado
- lançar um dado e observar a face superior
- sortear um estudante da USP e perguntar sobre o hábito de fumar

## Definição

Experimento aleatório é aquele experimento que, ainda que sendo realizado sob condições fixas, não possui necessariamente resultado determinado.

## Exemplos

- lançar uma moeda e observar o resultado
- lançar um dado e observar a face superior
- sortear um estudante da USP e perguntar sobre o hábito de fumar
- sortear um doador de sangue cadastrado e verificar o seu tipo sanguíneo

- 1 Objetivos da Aula
- 2 Motivação
- 3 Experimento Aleatório
- 4 Espaço Amostral**
- 5 Evento
- 6 Probabilidade
- 7 Aplicação
- 8 Propriedades



## Definição

Espaço amostral é conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Denotaremos por  $\Omega$ .

## Definição

Espaço amostral é conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Denotaremos por  $\Omega$ .

## Exemplos

- lançar um dado e observar a face superior

## Definição

Espaço amostral é conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Denotaremos por  $\Omega$ .

## Exemplos

- lançar um dado e observar a face superior

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

## Definição

Espaço amostral é conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Denotaremos por  $\Omega$ .

## Exemplos

- lançar um dado e observar a face superior  
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- tipo sanguíneo de um doador

## Definição

Espaço amostral é conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Denotaremos por  $\Omega$ .

## Exemplos

- lançar um dado e observar a face superior

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

- tipo sanguíneo de um doador

$$\Omega = \{A, B, O, AB\}$$

## Definição

Espaço amostral é conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Denotaremos por  $\Omega$ .

## Exemplos

- lançar um dado e observar a face superior  
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- tipo sanguíneo de um doador  
 $\Omega = \{A, B, O, AB\}$
- hábito de fumar de um estudante

## Definição

Espaço amostral é conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Denotaremos por  $\Omega$ .

## Exemplos

- lançar um dado e observar a face superior  
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- tipo sanguíneo de um doador  
 $\Omega = \{A, B, O, AB\}$
- hábito de fumar de um estudante  
 $\Omega = \{\text{sim}, \text{não}\}$

## Definição

Espaço amostral é conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Denotaremos por  $\Omega$ .

## Exemplos

- lançar um dado e observar a face superior  
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- tipo sanguíneo de um doador  
 $\Omega = \{A, B, O, AB\}$
- hábito de fumar de um estudante  
 $\Omega = \{\text{sim}, \text{não}\}$
- tempo de duração de uma lâmpada (em horas)



## Definição

Espaço amostral é conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Denotaremos por  $\Omega$ .

## Exemplos

- lançar um dado e observar a face superior  
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- tipo sanguíneo de um doador  
 $\Omega = \{A, B, O, AB\}$
- hábito de fumar de um estudante  
 $\Omega = \{\text{sim}, \text{não}\}$
- tempo de duração de uma lâmpada (em horas)  
 $\Omega = \{t : t \geq 0\}$

- 1 Objetivos da Aula
- 2 Motivação
- 3 Experimento Aleatório
- 4 Espaço Amostral
- 5 Evento**
- 6 Probabilidade
- 7 Aplicação
- 8 Propriedades

## Definição

Evento é qualquer subconjunto do espaço amostral.

## Definição

Evento é qualquer subconjunto do espaço amostral.

## Notação

## Definição

Evento é qualquer subconjunto do espaço amostral.

## Notação

- eventos:  $A, B, C, \dots$

## Definição

Evento é qualquer subconjunto do espaço amostral.

## Notação

- eventos:  $A, B, C, \dots$
- evento impossível:  $\emptyset$  (conjunto vazio)

## Definição

Evento é qualquer subconjunto do espaço amostral.

## Notação

- eventos:  $A, B, C, \dots$
- evento impossível:  $\emptyset$  (conjunto vazio)
- evento certo:  $\Omega$  (espaço amostral)

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior,



## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior,  
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior,  
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

## Alguns eventos

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior,  
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

## Alguns eventos

- A: sair face par  $\implies A = \{2, 4, 6\} \subset \Omega$

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior,  
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

## Alguns eventos

- $A$ : sair face par  $\implies A = \{2, 4, 6\} \subset \Omega$
- $B$ : sair face maior do que 3  $\implies B = \{4, 5, 6\} \subset \Omega$

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior,  
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

## Alguns eventos

- $A$ : sair face par  $\implies A = \{2, 4, 6\} \subset \Omega$
- $B$ : sair face maior do que 3  $\implies B = \{4, 5, 6\} \subset \Omega$
- $C$ : sair face 1  $\implies C = \{1\} \subset \Omega$

Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos quaisquer de um espaço amostral  $\Omega$ .

Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos quaisquer de um espaço amostral  $\Omega$ .

## União de Eventos

União dos eventos  $A$  e  $B$  representa a ocorrência de **pelo menos um** dos eventos,  $A$  ou  $B$ . Notação:  $A \cup B$ .

Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos quaisquer de um espaço amostral  $\Omega$ .

## União de Eventos

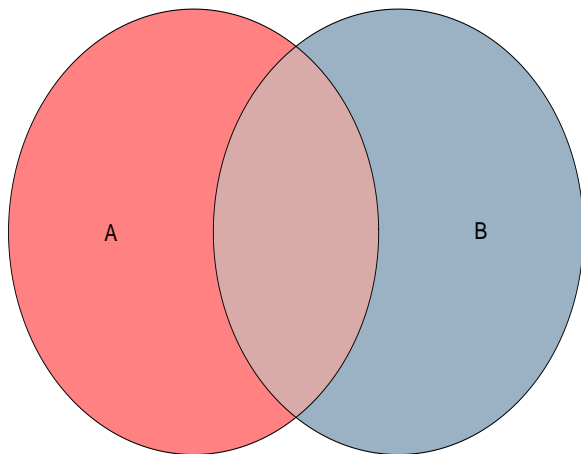
União dos eventos  $A$  e  $B$  representa a ocorrência de **pelo menos um** dos eventos,  $A$  ou  $B$ . Notação:  $A \cup B$ .

## Intersecção de Eventos

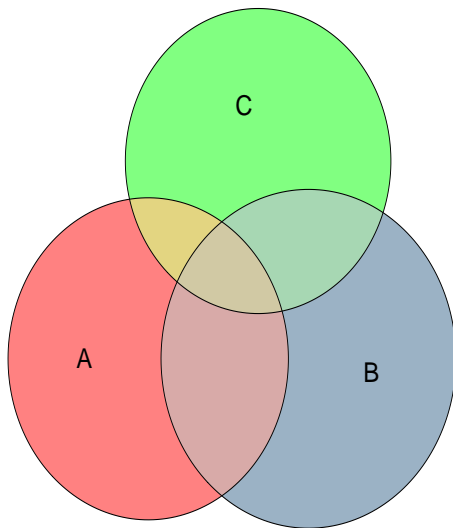
Intersecção dos eventos  $A$  e  $B$  representa a ocorrência **simultânea** dos eventos  $A$  e  $B$ . Notação:  $A \cap B$ .



## Diagrama de Venn: Eventos A e B



## Diagrama de Venn: Eventos A, B e C

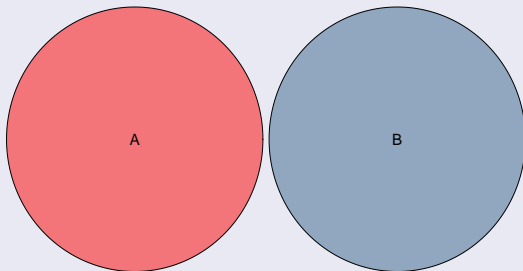


## Eventos Disjuntos

Dois eventos  $A$  e  $B$  são disjuntos (ou mutuamente exclusivos) se não têm elementos em comum, isto é  $A \cap B = \emptyset$ .

## Eventos Disjuntos

Dois eventos  $A$  e  $B$  são disjuntos (ou mutuamente exclusivos) se não têm elementos em comum, isto é  $A \cap B = \emptyset$ .



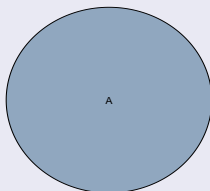
## Eventos Complementares

Dois eventos  $A$  e  $B$  são complementares se sua interseção é vazia e sua união é o espaço amostral, isto é,  $A \cap B = \emptyset$  e  $A \cup B = \Omega$ .

## Eventos Complementares

Dois eventos  $A$  e  $B$  são complementares se sua interseção é vazia e sua união é o espaço amostral, isto é,  $A \cap B = \emptyset$  e  $A \cup B = \Omega$ .

O complementar do evento  $A$  será denotado por  $A^c$ . Logo, temos que  $A \cup A^c = \Omega$  e  $A \cap A^c = \emptyset$ .



## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Eventos:  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  e  $C = \{1\}$ .



## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Eventos:  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  e  $C = \{1\}$ .

## Outros Eventos

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Eventos:  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  e  $C = \{1\}$ .

## Outros Eventos

- sair uma face par e maior do que 3

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Eventos:  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  e  $C = \{1\}$ .

## Outros Eventos

- sair uma face par e maior do que 3

$$A \cap B = \{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\}$$

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Eventos:  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  e  $C = \{1\}$ .

## Outros Eventos

- sair uma face par e maior do que 3

$$A \cap B = \{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\}$$

- sair uma face par e face 1

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Eventos:  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  e  $C = \{1\}$ .

## Outros Eventos

- sair uma face par e maior do que 3

$$A \cap B = \{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\}$$

- sair uma face par e face 1

$$A \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{1\} = \emptyset$$

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Eventos:  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  e  $C = \{1\}$ .

## Outros Eventos

- sair uma face par e maior do que 3  
 $A \cap B = \{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\}$
- sair uma face par e face 1  
 $A \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{1\} = \emptyset$
- sair uma face par ou maior do que 3

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Eventos:  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  e  $C = \{1\}$ .

## Outros Eventos

- sair uma face par e maior do que 3

$$A \cap B = \{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\}$$

- sair uma face par e face 1

$$A \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{1\} = \emptyset$$

- sair uma face par ou maior do que 3

$$A \cup B = \{2, 4, 6\} \cup \{4, 5, 6\} = \{2, 4, 5, 6\}$$

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Eventos:  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  e  $C = \{1\}$ .

## Outros Eventos

- sair uma face par e maior do que 3

$$A \cap B = \{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\}$$

- sair uma face par e face 1

$$A \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{1\} = \emptyset$$

- sair uma face par ou maior do que 3

$$A \cup B = \{2, 4, 6\} \cup \{4, 5, 6\} = \{2, 4, 5, 6\}$$

- sair uma face par ou face 1



## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Eventos:  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  e  $C = \{1\}$ .

## Outros Eventos

- sair uma face par e maior do que 3

$$A \cap B = \{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\}$$

- sair uma face par e face 1

$$A \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{1\} = \emptyset$$

- sair uma face par ou maior do que 3

$$A \cup B = \{2, 4, 6\} \cup \{4, 5, 6\} = \{2, 4, 5, 6\}$$

- sair uma face par ou face 1

$$A \cup C = \{2, 4, 6\} \cup \{1\} = \{1, 2, 4, 6\}$$

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Eventos:  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  e  $C = \{1\}$ .

## Outros Eventos

- sair uma face par e maior do que 3

$$A \cap B = \{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\}$$

- sair uma face par e face 1

$$A \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{1\} = \emptyset$$

- sair uma face par ou maior do que 3

$$A \cup B = \{2, 4, 6\} \cup \{4, 5, 6\} = \{2, 4, 5, 6\}$$

- sair uma face par ou face 1

$$A \cup C = \{2, 4, 6\} \cup \{1\} = \{1, 2, 4, 6\}$$

- não sair face par

## Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Eventos:  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  e  $C = \{1\}$ .

## Outros Eventos

- sair uma face par e maior do que 3

$$A \cap B = \{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\}$$

- sair uma face par e face 1

$$A \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{1\} = \emptyset$$

- sair uma face par ou maior do que 3

$$A \cup B = \{2, 4, 6\} \cup \{4, 5, 6\} = \{2, 4, 5, 6\}$$

- sair uma face par ou face 1

$$A \cup C = \{2, 4, 6\} \cup \{1\} = \{1, 2, 4, 6\}$$

- não sair face par

$$A^c = \{1, 3, 5\}$$

- 1 Objetivos da Aula
- 2 Motivação
- 3 Experimento Aleatório
- 4 Espaço Amostral
- 5 Evento
- 6 Probabilidade**
- 7 Aplicação
- 8 Propriedades

## Definição

Probabilidade é uma medida da incerteza associada aos resultados do experimento aleatório.

## Definição

Probabilidade é uma medida da incerteza associada aos resultados do experimento aleatório.

Como atribuir probabilidade aos elementos do espaço amostral?

## Definição

Probabilidade é uma medida da incerteza associada aos resultados do experimento aleatório.

Como atribuir probabilidade aos elementos do espaço amostral?

- frequências relativas de ocorrências de cada resultado

## Definição

Probabilidade é uma medida da incerteza associada aos resultados do experimento aleatório.

## Como atribuir probabilidade aos elementos do espaço amostral?

- frequências relativas de ocorrências de cada resultado
- suposições teóricas



## Definição

Probabilidade é uma medida da incerteza associada aos resultados do experimento aleatório.

## Como atribuir probabilidade aos elementos do espaço amostral?

- frequências relativas de ocorrências de cada resultado
- suposições teóricas
- experiência de um(a) especialista

Através das frequências relativas de ocorrências

### Através das frequências relativas de ocorrências

- o experimento aleatório é replicado muitas vezes

### Através das frequências relativas de ocorrências

- o experimento aleatório é replicado muitas vezes
- registra-se a frequência relativa com que cada resultado ocorre

## Através das frequências relativas de ocorrências

- o experimento aleatório é replicado muitas vezes
- registra-se a frequência relativa com que cada resultado ocorre
- para um número grande de replicações, a frequência relativa aproxima a probabilidade

## Através das frequências relativas de ocorrências

- o experimento aleatório é replicado muitas vezes
- registra-se a frequência relativa com que cada resultado ocorre
- para um número grande de replicações, a frequência relativa aproxima a probabilidade

## Através de suposições teóricas

## Através das frequências relativas de ocorrências

- o experimento aleatório é replicado muitas vezes
- registra-se a frequência relativa com que cada resultado ocorre
- para um número grande de replicações, a frequência relativa aproxima a probabilidade

## Através de suposições teóricas

Por exemplo, no lançamento de um dado admite-se que o dado é perfeitamente equilibrado. Dessa forma

## Através das frequências relativas de ocorrências

- o experimento aleatório é replicado muitas vezes
- registra-se a frequência relativa com que cada resultado ocorre
- para um número grande de replicações, a frequência relativa aproxima a probabilidade

## Através de suposições teóricas

Por exemplo, no lançamento de um dado admite-se que o dado é perfeitamente equilibrado. Dessa forma

$$P(\text{face1}) = P(\text{face2}) = \dots = P(\text{face 6}) = \frac{1}{6}.$$



Através da experiência de um(a) especialista

## Através da experiência de um(a) especialista

- após o exame clínico, o médico externa a probabilidade do paciente estar com sinusite viral ou bacteriana

## Através da experiência de um(a) especialista

- após o exame clínico, o médico externa a probabilidade do paciente estar com sinusite viral ou bacteriana
- após uma análise de vários indicadores econômicos um analista financeiro externa a probabilidade de um ativo financeiro render mais do que a inflação num determinado período

## Caso discreto

No caso discreto o espaço amostral é expresso na forma

## Caso discreto

No caso discreto o espaço amostral é expresso na forma

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots\}.$$

## Caso discreto

No caso discreto o espaço amostral é expresso na forma

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots\}.$$

A probabilidade  $P(\omega)$  para cada elemento do espaço amostral é especificada da seguinte forma:

## Caso discreto

No caso discreto o espaço amostral é expresso na forma

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots\}.$$

A probabilidade  $P(\omega)$  para cada elemento do espaço amostral é especificada da seguinte forma:

- $0 \leq P(\omega_i) \leq 1$  para  $i = 1, 2, \dots$

## Caso discreto

No caso discreto o espaço amostral é expresso na forma

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots\}.$$

A probabilidade  $P(\omega)$  para cada elemento do espaço amostral é especificada da seguinte forma:

- $0 \leq P(\omega_i) \leq 1$  para  $i = 1, 2, \dots$
- $\sum_{i=1}^{\infty} P(\omega_i) = 1$



## Casos particulares

## Casos particulares

- Seja  $A \subset \Omega$ . Então  $P(A) = \sum_{\omega_i \in A} P(\omega_i)$ .

## Casos particulares

- Seja  $A \subset \Omega$ . Então  $P(A) = \sum_{\omega_i \in A} P(\omega_i)$ . Se  $A = \{\omega_7, \omega_8, \omega_9\}$

## Casos particulares

- Seja  $A \subset \Omega$ . Então  $P(A) = \sum_{\omega_i \in A} P(\omega_i)$ . Se  $A = \{\omega_7, \omega_8, \omega_9\}$  então  $P(A) = P(\omega_7) + P(\omega_8) + P(\omega_9)$ .

## Casos particulares

- Seja  $A \subset \Omega$ . Então  $P(A) = \sum_{\omega_i \in A} P(\omega_i)$ . Se  $A = \{\omega_7, \omega_8, \omega_9\}$  então  $P(A) = P(\omega_7) + P(\omega_8) + P(\omega_9)$ .
- $P(\Omega) = 1$

## Casos particulares

- Seja  $A \subset \Omega$ . Então  $P(A) = \sum_{\omega_i \in A} P(\omega_i)$ . Se  $A = \{\omega_7, \omega_8, \omega_9\}$  então  $P(A) = P(\omega_7) + P(\omega_8) + P(\omega_9)$ .
- $P(\Omega) = 1$
- $P(\emptyset) = 0$

## Equiprobabilidade

## Equiprobabilidade

Supor que o espaço amostral tem um número finito de elementos

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n\}.$$



## Equiprobabilidade

Supor que o espaço amostral tem um número finito de elementos  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n\}$ . Se  $A$  for um evento de  $m$  elementos, na situação de **equiprobabilidade**, isto é, quando as probabilidades de todos os resultados do espaço amostral são iguais, tem-se que

## Equiprobabilidade

Supor que o espaço amostral tem um número finito de elementos  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n\}$ . Se  $A$  for um evento de  $m$  elementos, na situação de **equiprobabilidade**, isto é, quando as probabilidades de todos os resultados do espaço amostral são iguais, tem-se que

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } \Omega} = \frac{m}{n}.$$

## Equiprobabilidade

Supor que o espaço amostral tem um número finito de elementos  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n\}$ . Se  $A$  for um evento de  $m$  elementos, na situação de **equiprobabilidade**, isto é, quando as probabilidades de todos os resultados do espaço amostral são iguais, tem-se que

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } \Omega} = \frac{m}{n}.$$

Neste caso não é necessário explicitar  $\Omega$  e  $A$ , bastando calcular  $m$  e  $n$ , também chamados, respectivamente, de **casos favoráveis** e **casos possíveis**.

- 1 Objetivos da Aula
- 2 Motivação
- 3 Experimento Aleatório
- 4 Espaço Amostral
- 5 Evento
- 6 Probabilidade
- 7 Aplicação**
- 8 Propriedades

## Descrição

Alunos diplomados em 2002 no município  
de São Paulo segundo nível de ensino  
e tipo de instituição. <sup>a</sup>

Nível de Ensino	Tipo de Instituição		Total
	Pública	Privada	
Fundamental	144.548	32.299	176.847
Médio	117.945	29.422	147.367
Superior	5.159	56.124	61.283
Total	267.652	117.845	385.497

<sup>a</sup>MEC, INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais) e  
Fundação SEADE

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Eventos

- M: aluno se formou no ensino médio

$$P(M) = \frac{147.367}{385.497} = 0,382$$



## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Eventos

- M: aluno se formou no ensino médio

$$P(M) = \frac{147.367}{385.497} = 0,382$$

- F: aluno se formou no ensino fundamental

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Eventos

- M: aluno se formou no ensino médio

$$P(M) = \frac{147.367}{385.497} = 0,382$$

- F: aluno se formou no ensino fundamental

$$P(F) = \frac{176.847}{385.497} = 0,459$$

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Eventos

- S: aluno se formou no ensino superior

$$P(S) = \frac{61.283}{385.497} = 0,159$$

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Eventos

- S: aluno se formou no ensino superior

$$P(S) = \frac{61.283}{385.497} = 0,159$$

- G: aluno se formou em instituição pública

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Eventos

- S: aluno se formou no ensino superior  
 $P(S) = \frac{61.283}{385.497} = 0,159$
- G: aluno se formou em instituição pública  
 $P(G) = \frac{267.652}{385.497} = 0,694$

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.



## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Evento

- $M \cap G$ : aluno formado no ensino médio e em instituição pública

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Evento

- $M \cap G$ : aluno formado no ensino médio e em instituição pública  
 $P(M \cap G) = \frac{117.945}{385.497} = 0,306$

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Evento

- $M \cup G$ : aluno formado no ensino médio **ou** em instituição pública

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

$\Omega$ : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

## Evento

- $M \cup G$ : aluno formado no ensino médio **ou** em instituição pública

$$P(M \cup G) = \frac{(147.367 + 267.652 - 117.945)}{385.497} = \frac{297.074}{385.497} = 0,771$$

- 1 Objetivos da Aula
- 2 Motivação
- 3 Experimento Aleatório
- 4 Espaço Amostral
- 5 Evento
- 6 Probabilidade
- 7 Aplicação
- 8 Propriedades**



## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos quaisquer do espaço amostral  $\Omega$ . Então

## Definição

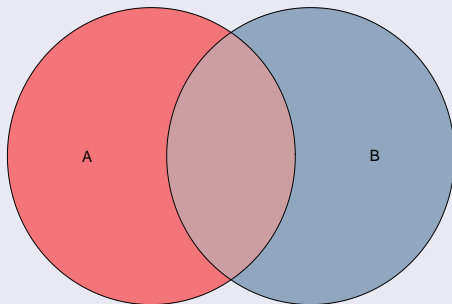
Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos quaisquer do espaço amostral  $\Omega$ . Então

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos quaisquer do espaço amostral  $\Omega$ . Então

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$



## Casos Particulares

## Casos Particulares

- se  $A$  e  $B$  são conjuntos disjuntos ( $A \cap B = \emptyset$ )

## Casos Particulares

- se  $A$  e  $B$  são conjuntos disjuntos ( $A \cap B = \emptyset$ )

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

## Casos Particulares

- se  $A$  e  $B$  são conjuntos disjuntos ( $A \cap B = \emptyset$ )  
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- para qualquer evento  $A$  em  $\Omega$

## Casos Particulares

- se  $A$  e  $B$  são conjuntos disjuntos ( $A \cap B = \emptyset$ )

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- para qualquer evento  $A$  em  $\Omega$

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$



## Aplicação

Considere novamente o evento

$M \cup G$ : aluno formado no ensino médio **ou** em instituição pública.

Então

## Aplicação

Considere novamente o evento

$M \cup G$ : aluno formado no ensino médio **ou** em instituição pública.  
Então

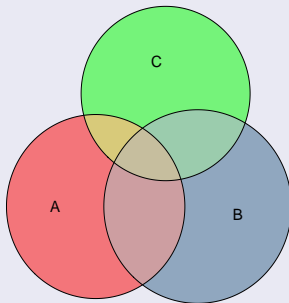
$$\begin{aligned} P(M \cup G) &= P(M) + P(G) - P(M \cap G) \\ &= \frac{147.367}{385.497} + \frac{267.652}{385.495} - \frac{117.945}{385.497} \\ &= \frac{297.074}{385.497} = 0,771. \end{aligned}$$

### Exercício 1

Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  eventos quaisquer do espaço amostral  $\Omega$ . Usando o Diagrama de Venn abaixo obtenha uma expressão para  $P(A \cup B \cup C)$ .

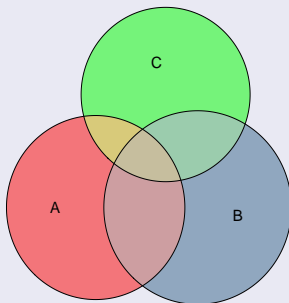
### Exercício 1

Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  eventos quaisquer do espaço amostral  $\Omega$ . Usando o Diagrama de Venn abaixo obtenha uma expressão para  $P(A \cup B \cup C)$ .



### Exercício 1

Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  eventos quaisquer do espaço amostral  $\Omega$ . Usando o Diagrama de Venn abaixo obtenha uma expressão para  $P(A \cup B \cup C)$ .



$$P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

### Exercício 2

Em um bairro há três empresas de TV a cabo e 20 mil residências. A empresa **A** tem 2100 assinantes, a **B** tem 1850 e a empresa **C** tem 2600 assinantes, sendo que algumas residências subscrevem aos serviços de mais de uma empresa. Assim, temos 420 residências que são assinantes de A e B, 120 de A e C, 180 de B e C e 30 que são assinantes das três empresas.

### Exercício 2

Em um bairro há três empresas de TV a cabo e 20 mil residências. A empresa **A** tem 2100 assinantes, a **B** tem 1850 e a empresa **C** tem 2600 assinantes, sendo que algumas residências subscrevem aos serviços de mais de uma empresa. Assim, temos 420 residências que são assinantes de A e B, 120 de A e C, 180 de B e C e 30 que são assinantes das três empresas.

Se uma residência desse bairro é sorteada ao acaso, qual é a probabilidade de:

### Exercício 2

Em um bairro há três empresas de TV a cabo e 20 mil residências. A empresa **A** tem 2100 assinantes, a **B** tem 1850 e a empresa **C** tem 2600 assinantes, sendo que algumas residências subscrevem aos serviços de mais de uma empresa. Assim, temos 420 residências que são assinantes de A e B, 120 de A e C, 180 de B e C e 30 que são assinantes das três empresas.

Se uma residência desse bairro é sorteada ao acaso, qual é a probabilidade de:

- Ser assinante **somente** da empresa A?



### Exercício 2

Em um bairro há três empresas de TV a cabo e 20 mil residências. A empresa **A** tem 2100 assinantes, a **B** tem 1850 e a empresa **C** tem 2600 assinantes, sendo que algumas residências subscrevem aos serviços de mais de uma empresa. Assim, temos 420 residências que são assinantes de A e B, 120 de A e C, 180 de B e C e 30 que são assinantes das três empresas.

Se uma residência desse bairro é sorteada ao acaso, qual é a probabilidade de:

- Ser assinante **somente** da empresa A?
- Ser assinante de pelo menos uma empresa?

### Exercício 2

Em um bairro há três empresas de TV a cabo e 20 mil residências. A empresa **A** tem 2100 assinantes, a **B** tem 1850 e a empresa **C** tem 2600 assinantes, sendo que algumas residências subscrevem aos serviços de mais de uma empresa. Assim, temos 420 residências que são assinantes de A e B, 120 de A e C, 180 de B e C e 30 que são assinantes das três empresas.

Se uma residência desse bairro é sorteada ao acaso, qual é a probabilidade de:

- Ser assinante **somente** da empresa A?
- Ser assinante de pelo menos uma empresa?
- Não ser assinante de TV a cabo?

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos quaisquer do espaço amostral  $\Omega$ . Então

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos quaisquer do espaço amostral  $\Omega$ . Então

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0.$$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos quaisquer do espaço amostral  $\Omega$ . Então

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0.$$

## Consequências

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos quaisquer do espaço amostral  $\Omega$ . Então

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0.$$

## Consequências

- $P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos quaisquer do espaço amostral  $\Omega$ . Então

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0.$$

## Consequências

- $P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$
- $P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.



## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

## Eventos

- M: aluno se formou no ensino médio

## Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

## Eventos

- M: aluno se formou no ensino médio
- G: aluno se formou em instituição pública

Qual a probabilidade do aluno escolhido ser formado no ensino médio **sabendo-se** que é de instituição pública?

Qual a probabilidade do aluno escolhido ser formado no ensino médio **sabendo-se** que é de instituição pública?

### Cálculo da Probabilidade

$$P(M|G) = \frac{P(M \cap G)}{P(G)}$$

Qual a probabilidade do aluno escolhido ser formado no ensino médio **sabendo-se** que é de instituição pública?

### Cálculo da Probabilidade

$$\begin{aligned} P(M|G) &= \frac{P(M \cap G)}{P(G)} \\ &= \frac{\frac{117.945}{385.497}}{\frac{267.652}{385.497}} \end{aligned}$$

Qual a probabilidade do aluno escolhido ser formado no ensino médio **sabendo-se** que é de instituição pública?

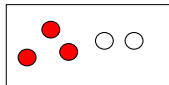
### Cálculo da Probabilidade

$$\begin{aligned} P(M|G) &= \frac{P(M \cap G)}{P(G)} \\ &= \frac{\frac{117.945}{385.497}}{\frac{267.652}{385.497}} \\ &= \frac{117.945}{267.652} = 0,441. \end{aligned}$$

- 1 Objetivos da Aula
- 2 Noções de Contagem
- 3 Exemplo 1**
- 4 Independência de Eventos
- 5 Exemplo 2
- 6 Exemplo 4

## Descrição

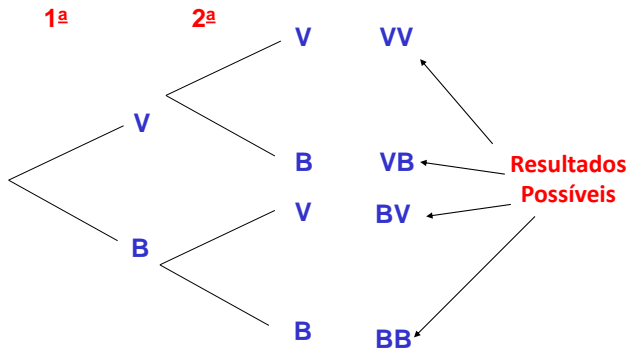
Em uma urna há 5 bolas, sendo 2 bolas brancas e 3 bolas vermelhas. Duas bolas são sorteadas sucessivamente, *sem reposição*.



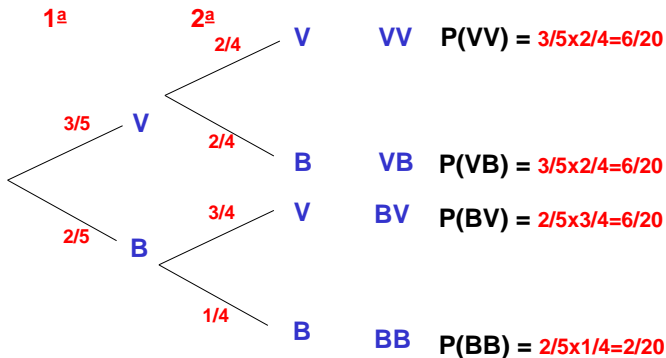
Qual a probabilidade da 2ª bola sorteada ser da cor vermelha?



## Diagrama de Árvore



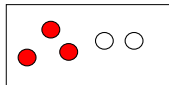
## Cálculo de Probabilidades



$$P(2^{\text{a}} \text{ bola vermelha}) = P(VV) + P(BV) = 6/20 + 6/20 = 12/20 = 0,60$$

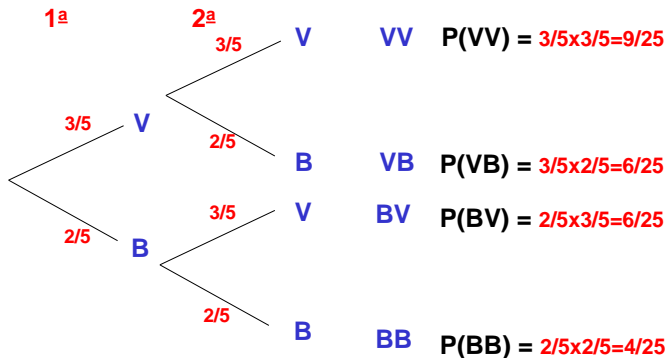
### Descrição

Em uma urna há 5 bolas, sendo 2 bolas brancas e 3 bolas vermelhas. Duas bolas são sorteadas sucessivamente, *com reposição*.



Qual a probabilidade da 2ª bola sorteada ser da cor vermelha?

## Cálculo de Probabilidades



$$P(\text{2ª bola vermelha}) = P(VV) + P(BV) = \frac{9}{25} + \frac{6}{25} = \frac{15}{25} = 0,60$$

- 1 Objetivos da Aula
- 2 Noções de Contagem
- 3 Exemplo 1
- 4 Independência de Eventos**
- 5 Exemplo 2
- 6 Exemplo 4

## Definição

Dois eventos  $A$  e  $B$  são independentes se a informação da ocorrência (ou não) de  $B$  não altera a probabilidade de ocorrência de  $A$ , isto é,

## Definição

Dois eventos  $A$  e  $B$  são independentes se a informação da ocorrência (ou não) de  $B$  não altera a probabilidade de ocorrência de  $A$ , isto é,

$$P(A|B) = P(A), \quad P(B) > 0.$$

## Definição

Dois eventos  $A$  e  $B$  são independentes se a informação da ocorrência (ou não) de  $B$  não altera a probabilidade de ocorrência de  $A$ , isto é,

$$P(A|B) = P(A), \quad P(B) > 0.$$

## Consequência

Da definição de probabilidade condicional temos que



## Definição

Dois eventos  $A$  e  $B$  são independentes se a informação da ocorrência (ou não) de  $B$  não altera a probabilidade de ocorrência de  $A$ , isto é,

$$P(A|B) = P(A), \quad P(B) > 0.$$

## Consequência

Da definição de probabilidade condicional temos que

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0.$$

## Definição

Dois eventos  $A$  e  $B$  são independentes se a informação da ocorrência (ou não) de  $B$  não altera a probabilidade de ocorrência de  $A$ , isto é,

$$P(A|B) = P(A), \quad P(B) > 0.$$

## Consequência

Da definição de probabilidade condicional temos que

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0.$$

Logo, a independência entre  $A$  e  $B$  é equivalente a

## Definição

Dois eventos  $A$  e  $B$  são independentes se a informação da ocorrência (ou não) de  $B$  não altera a probabilidade de ocorrência de  $A$ , isto é,

$$P(A|B) = P(A), \quad P(B) > 0.$$

## Consequência

Da definição de probabilidade condicional temos que

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0.$$

Logo, a independência entre  $A$  e  $B$  é equivalente a

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

## Eventos

## Eventos

- **V1**: ocorrência de bola vermelha na 1<sup>a</sup> retirada

## Eventos

- $V1$ : ocorrência de bola vermelha na 1<sup>a</sup> retirada
- $V2$ : ocorrência de bola vermelha na 2<sup>a</sup> retirada

# Exemplo 1

## Eventos

- $V1$ : ocorrência de bola vermelha na 1<sup>a</sup> retirada
- $V2$ : ocorrência de bola vermelha na 2<sup>a</sup> retirada

## Sem Reposição

## Exemplo 1

### Eventos

- $V1$ : ocorrência de bola vermelha na 1<sup>a</sup> retirada
- $V2$ : ocorrência de bola vermelha na 2<sup>a</sup> retirada

### Sem Reposição

Temos que  $P(V2|V1) = 2/4 = 0,50$  e  $P(V2) = 0,60$ . Portanto, os eventos  $V1$  e  $V2$  não são independentes.



# Exemplo 1

## Eventos

- $V1$ : ocorrência de bola vermelha na 1ª retirada
- $V2$ : ocorrência de bola vermelha na 2ª retirada

## Sem Reposição

Temos que  $P(V2|V1) = 2/4 = 0,50$  e  $P(V2) = 0,60$ . Portanto, os eventos  $V1$  e  $V2$  não são independentes.

## Com Reposição

# Exemplo 1

## Eventos

- $V1$ : ocorrência de bola vermelha na 1ª retirada
- $V2$ : ocorrência de bola vermelha na 2ª retirada

## Sem Reposição

Temos que  $P(V2|V1) = 2/4 = 0,50$  e  $P(V2) = 0,60$ . Portanto, os eventos  $V1$  e  $V2$  não são independentes.

## Com Reposição

Temos que  $P(V2|V1) = 3/5$  e  $P(V2) = 3/5$ . Portanto, os eventos  $V1$  e  $V2$  são independentes.

- 1 Objetivos da Aula
- 2 Noções de Contagem
- 3 Exemplo 1
- 4 Independência de Eventos
- 5 Exemplo 2**
- 6 Exemplo 4

## Exemplo 2

### Descrição

Numa pesquisa sobre hábitos de fumar de uma população, constatou-se que 25% dos homens entrevistados fumam, 17% das mulheres fumam e 60% dos entrevistados eram homens.

## Exemplo 2

### Descrição

Numa pesquisa sobre hábitos de fumar de uma população, constatou-se que 25% dos homens entrevistados fumam, 17% das mulheres fumam e 60% dos entrevistados eram homens.

### Eventos

- $F$ : ser fumante

### Descrição

Numa pesquisa sobre hábitos de fumar de uma população, constatou-se que 25% dos homens entrevistados fumam, 17% das mulheres fumam e 60% dos entrevistados eram homens.

### Eventos

- $F$ : ser fumante
- $M$ : ser do sexo feminino

### Descrição

Numa pesquisa sobre hábitos de fumar de uma população, constatou-se que 25% dos homens entrevistados fumam, 17% das mulheres fumam e 60% dos entrevistados eram homens.

### Eventos

- $F$ : ser fumante
- $M$ : ser do sexo feminino
- $H$ : ser do sexo masculino

### Descrição

Numa pesquisa sobre hábitos de fumar de uma população, constatou-se que 25% dos homens entrevistados fumam, 17% das mulheres fumam e 60% dos entrevistados eram homens.

### Eventos

- $F$ : ser fumante
- $M$ : ser do sexo feminino
- $H$ : ser do sexo masculino

Qual a probabilidade de uma pessoa sorteada ao acaso dessa população ser fumante?



### Descrição

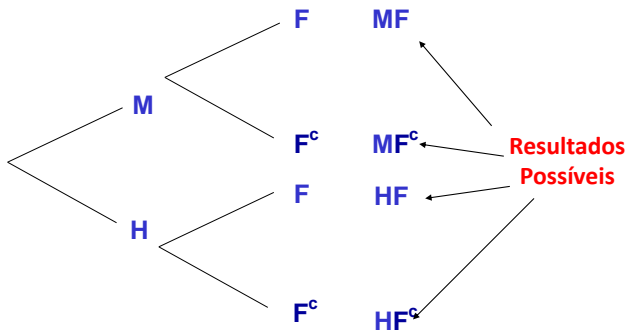
Numa pesquisa sobre hábitos de fumar de uma população, constatou-se que 25% dos homens entrevistados fumam, 17% das mulheres fumam e 60% dos entrevistados eram homens.

### Eventos

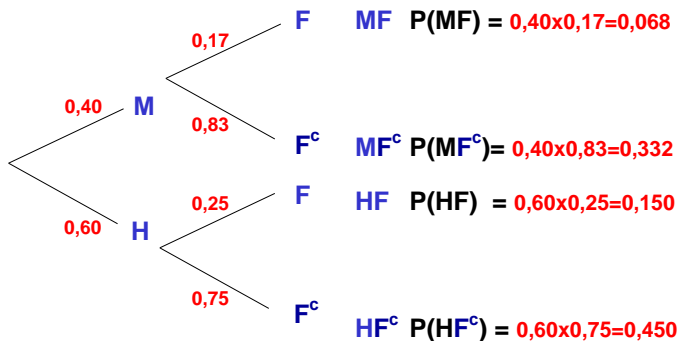
- $F$ : ser fumante
- $M$ : ser do sexo feminino
- $H$ : ser do sexo masculino

Qual a probabilidade de uma pessoa sorteada ao acaso dessa população ser fumante?

### Diagrama de Árvore



### Cálculo de Probabilidades



$$P(\text{Fumante}) = P(MF) + P(HF) = 0,068 + 0,150 = 0,218$$

## Partição do Espaço Amostral

Sejam  $\Omega$  um espaço amostral e  $A_1, \dots, A_n$  eventos dois a dois disjuntos e exaustivos de  $\Omega$ , isto é

## Partição do Espaço Amostral

Sejam  $\Omega$  um espaço amostral e  $A_1, \dots, A_n$  eventos dois a dois disjuntos e exaustivos de  $\Omega$ , isto é

- $\Omega = \cup_{i=1}^n A_i$

## Partição do Espaço Amostral

Sejam  $\Omega$  um espaço amostral e  $A_1, \dots, A_n$  eventos dois a dois disjuntos e exaustivos de  $\Omega$ , isto é

- $\Omega = \cup_{i=1}^n A_i$
- $A_i \cap A_j = \emptyset$  para  $i \neq j$

## Partição do Espaço Amostral

Sejam  $\Omega$  um espaço amostral e  $A_1, \dots, A_n$  eventos dois a dois disjuntos e exaustivos de  $\Omega$ , isto é

- $\Omega = \cup_{i=1}^n A_i$
- $A_i \cap A_j = \emptyset$  para  $i \neq j$

Então dizemos que  $\{A_1, \dots, A_n\}$  é uma **partição de  $\Omega$** .

## Regra da Probabilidade Total

Sejam  $\Omega$  um espaço amostral e  $\{A_1, \dots, A_n\}$  uma partição de  $\Omega$ .



## Regra da Probabilidade Total

Sejam  $\Omega$  um espaço amostral e  $\{A_1, \dots, A_n\}$  uma partição de  $\Omega$ .  
Para um evento qualquer  $B$  temos que

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i).$$

## Regra da Probabilidade Total

Sejam  $\Omega$  um espaço amostral e  $\{A_1, \dots, A_n\}$  uma partição de  $\Omega$ . Para um evento qualquer  $B$  temos que

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i).$$

Assim, pela regra de Bayes

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)}.$$

- 1 Objetivos da Aula
- 2 Noções de Contagem
- 3 Exemplo 1
- 4 Independência de Eventos
- 5 Exemplo 2
- 6 Exemplo 4**

### Descrição

O portfólio de uma seguradora de veículos é formado por apólices para automóveis e para caminhões na proporção de 70% e 30%, respectivamente.

## Exemplo 4

### Descrição

O portfólio de uma seguradora de veículos é formado por apólices para automóveis e para caminhões na proporção de 70% e 30%, respectivamente.

No setor de automóveis 30% dos sinistros resultam em perda total, 60% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

### Descrição

O portfólio de uma seguradora de veículos é formado por apólices para automóveis e para caminhões na proporção de 70% e 30%, respectivamente.

No setor de automóveis 30% dos sinistros resultam em perda total, 60% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

No setor de caminhões 40% dos sinistros resultam em perda total, 50% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

## Exemplo 4

### Descrição

O portfólio de uma seguradora de veículos é formado por apólices para automóveis e para caminhões na proporção de 70% e 30%, respectivamente.

No setor de automóveis 30% dos sinistros resultam em perda total, 60% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

No setor de caminhões 40% dos sinistros resultam em perda total, 50% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

### Eventos

## Exemplo 4

### Descrição

O portfólio de uma seguradora de veículos é formado por apólices para automóveis e para caminhões na proporção de 70% e 30%, respectivamente.

No setor de automóveis 30% dos sinistros resultam em perda total, 60% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

No setor de caminhões 40% dos sinistros resultam em perda total, 50% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

### Eventos

- A: automóvel



## Exemplo 4

### Descrição

O portfólio de uma seguradora de veículos é formado por apólices para automóveis e para caminhões na proporção de 70% e 30%, respectivamente.

No setor de automóveis 30% dos sinistros resultam em perda total, 60% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

No setor de caminhões 40% dos sinistros resultam em perda total, 50% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

### Eventos

- A: automóvel
- C: caminhão

## Exemplo 4

### Descrição

O portfólio de uma seguradora de veículos é formado por apólices para automóveis e para caminhões na proporção de 70% e 30%, respectivamente.

No setor de automóveis 30% dos sinistros resultam em perda total, 60% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

No setor de caminhões 40% dos sinistros resultam em perda total, 50% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

### Eventos

- A: automóvel
- C: caminhão
- Tot: perda total

### Descrição

O portfólio de uma seguradora de veículos é formado por apólices para automóveis e para caminhões na proporção de 70% e 30%, respectivamente.

No setor de automóveis 30% dos sinistros resultam em perda total, 60% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

No setor de caminhões 40% dos sinistros resultam em perda total, 50% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

### Eventos

- A: automóvel
- C: caminhão
- Tot: perda total
- Par: perda parcial

### Descrição

O portfólio de uma seguradora de veículos é formado por apólices para automóveis e para caminhões na proporção de 70% e 30%, respectivamente.

No setor de automóveis 30% dos sinistros resultam em perda total, 60% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

No setor de caminhões 40% dos sinistros resultam em perda total, 50% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

### Eventos

- **A**: automóvel
- **C**: caminhão
- **Tot**: perda total
- **Par**: perda parcial
- **Ded**: dedutível

### Descrição

O portfólio de uma seguradora de veículos é formado por apólices para automóveis e para caminhões na proporção de 70% e 30%, respectivamente.

No setor de automóveis 30% dos sinistros resultam em perda total, 60% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

No setor de caminhões 40% dos sinistros resultam em perda total, 50% em perda parcial e 10% são dedutíveis.

### Eventos

- **A**: automóvel
- **C**: caminhão
- **Tot**: perda total
- **Par**: perda parcial
- **Ded**: dedutível

### Descrição

Se em determinado acidente houve perda parcial, qual a probabilidade de que o veículo acidentado foi um automóvel?

### Descrição

Se em determinado acidente houve perda parcial, qual a probabilidade de que o veículo acidentado foi um automóvel? Portanto, queremos calcular  $P(A|Par) = P(A \cap Par) / P(Par)$ .

## Exemplo 4

### Descrição

Se em determinado acidente houve perda parcial, qual a probabilidade de que o veículo acidentado foi um automóvel? Portanto, queremos calcular  $P(A|Par) = P(A \cap Par) / P(Par)$ .

### Probabilidades



## Exemplo 4

### Descrição

Se em determinado acidente houve perda parcial, qual a probabilidade de que o veículo acidentado foi um automóvel? Portanto, queremos calcular  $P(A|Par) = P(A \cap Par) / P(Par)$ .

### Probabilidades

- $P(A) = 0,70$  e  $P(C) = 0,30$

## Exemplo 4

### Descrição

Se em determinado acidente houve perda parcial, qual a probabilidade de que o veículo acidentado foi um automóvel? Portanto, queremos calcular  $P(A|Par) = P(A \cap Par)/P(Par)$ .

### Probabilidades

- $P(A) = 0,70$  e  $P(C) = 0,30$
- no setor de automóveis  $P(Tot|A) = 0,30$ ,  $P(Par|A) = 0,60$  e  $P(Ded|A) = 0,10$

## Exemplo 4

### Descrição

Se em determinado acidente houve perda parcial, qual a probabilidade de que o veículo acidentado foi um automóvel? Portanto, queremos calcular  $P(A|\text{Par}) = P(A \cap \text{Par})/P(\text{Par})$ .

### Probabilidades

- $P(A) = 0,70$  e  $P(C) = 0,30$
- no setor de automóveis  $P(\text{Tot}|A) = 0,30$ ,  $P(\text{Par}|A) = 0,60$  e  $P(\text{Ded}|A) = 0,10$
- no setor de caminhões  $P(\text{Tot}|C) = 0,40$ ,  $P(\text{Par}|C) = 0,50$  e  $P(\text{Ded}|C) = 0,10$

### Cálculo da Probabilidade

Temos que

### Cálculo da Probabilidade

Temos que

$$\begin{aligned}P(A \cap \text{Par}) &= P(\text{Par}|A) \times P(A) \\&= 0,60 \times 0,70 = 0,42.\end{aligned}$$

### Cálculo da Probabilidade

Temos que

$$\begin{aligned}P(A \cap \text{Par}) &= P(\text{Par}|A) \times P(A) \\&= 0,60 \times 0,70 = 0,42.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(\text{Par}) &= P(\text{Par}|A)P(A) + P(\text{Par}|C)P(C) \\&= 0,60 \times 0,70 + 0,50 \times 0,30\end{aligned}$$

### Cálculo da Probabilidade

Temos que

$$\begin{aligned}P(A \cap \text{Par}) &= P(\text{Par}|A) \times P(A) \\&= 0,60 \times 0,70 = 0,42.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(\text{Par}) &= P(\text{Par}|A)P(A) + P(\text{Par}|C)P(C) \\&= 0,60 \times 0,70 + 0,50 \times 0,30 \\&= 0,42 + 0,15 = 0,57.\end{aligned}$$

### Cálculo da Probabilidade

Temos que

$$\begin{aligned}P(A \cap \text{Par}) &= P(\text{Par}|A) \times P(A) \\&= 0,60 \times 0,70 = \mathbf{0,42}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(\text{Par}) &= P(\text{Par}|A)P(A) + P(\text{Par}|C)P(C) \\&= 0,60 \times 0,70 + 0,50 \times 0,30 \\&= 0,42 + 0,15 = \mathbf{0,57}.\end{aligned}$$

Logo

$$P(A|\text{Par}) = \frac{0,42}{0,57} \cong \mathbf{0,737}.$$