Análise de desempenho de sistemas 27/09/2019

Lista 4: Exercício - Teoria de Filas

Aluno: Paulo Fylippe Sell Professor: Eraldo Silveira e Silva

1. Considere que o número de pessoas em regime estacionário é um sistema de atendimento bancário e representado por uma variável aleatória N que possui uma função de probabilidade (*pmf*) dada por:

Tabela 1: $P_n(N)$

N	0	1	2	3	4	5
p(N=n)	1/10	2/10	5/10	1/10	1/20	2/5

Sabendo-se que chegam em média 5 pessoas por hora, qual o tempo médio que uma pessoa permanece no sistema?

Solução:

Sabe-se que:

$$E[N] = \lambda E[R] \tag{1}$$

onde,

$$E[N] = (0 \times \frac{1}{10}) + (1 \times \frac{2}{10}) + (2 \times \frac{5}{10}) + (3 \times \frac{1}{10}) + (4 \times \frac{1}{20}) + (5 \times \frac{2}{5}) = 3,7 \tag{2}$$

Logo,

$$E[R] = \frac{E[N]}{\lambda} = 0,74\ horas \tag{3}$$

2. Computar o desempenho de uma fila de um posto de correio com um atendente onde chegam $\lambda = 13$ pessoas por hora e a taxa de serviço é μ de 17 pessoas por hora. Aproxime a uma fila MM1. Calcular:

(a) A probabilidade de ter 0 pessoas no sistema:

Solução: A probabilidade de ter 0 pessoas no sistema da-se pela equação:

$$\pi_0 = 1 - \rho\text{, } onde\ \rho = \frac{\lambda}{\mu} \tag{4}$$

Logo,

$$\pi_0 = 1 - \frac{13}{17} = 0,24 \tag{5}$$

(b) A probabilidade de ter 5 ou mais pessoas no sistema:

Solução:
A probabilidade de ter 5 ou mais pessoas no sistema é de:

$$Pr[X_t >= n] = \rho^n = \rho^5 = 0,26 \tag{6}$$

(c) Número médio de pessoas no sistema:

Solução: O número médio de pessoas no sistema é:

$$E[N] = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = 3,25 \tag{7}$$

(d) Tempo médio de pessoas no sistema:

Solução: O tempo médio de pessoas no sistema se dá:

$$E[R] = \frac{E[N]}{\lambda} = 0,25 \tag{8}$$

(e) A utilização do sistema:

Solução:
A utilização do sistema se dá pela seguinte equação:

$$U = 1 - \pi_0 = \rho = 0,76 \tag{9}$$

(f) Qual a taxa de servição que poderia reduzir o tempo de espera médio no sistema pela metade?

Solução: O tempo de espera médio no sistema, ao cair pela metade, é de 0,125. Sabe-se que:

$$E[R] = \frac{1}{\mu - \lambda} = 0,125 \tag{10}$$

Logo, a taxa de serviço deve ser:

$$\mu = \frac{1}{0,125} + \lambda = 21 \tag{11}$$

1 Apêndice

Os cálculos foram realizados através da linguagem de programação *Python* e o código desenvolvido pode ser visto abaixo.

```
'''
Ex1 - Lei de little
Calcular tempo médio que uma pessoa permanece no sistema com lambda = 5 e PMF(N)
dada pelas variaveis N e pn
'''

N = [0,1,2,3,4,5]
pn = [1/10, 2/10, 5/10, 1/10, 1/20, 2/5]
lamb = 5
En = 0

for i in range (len(N)):
    En += N[i]*pn[i]



W = En/lamb
print("Tempo médio que uma pessoa permanece no sistema é de {} horas".format(W))

'''
Computar o desempenho de uma fila de um posto de correio com um atendente onde chegam
lambda = 13 pessoas por hora e a taxa de servico mi de 17 pessoas por hora.
Aproxime a uma fila MM1. Computar:
- a probabilidade de ter 0 pessoas no sistema;
- a probabilidade de ter 5 ou mais pessoas no sistema;
- numero medio de pessoas no sistema;
- tempo medio de uma pessoa no sistema;
- a utilizacao do sistema.
-qual taxa de servico que poderia reduzir o tempo de espera medio no sistema pela metade ?
'''

lamb = 13
mi = 17
p = lamb/mi

pi_0 = 1-p
pi_5 = 1 -((p**4) * pi_0) - ((p**3) * pi_0 ) - ((p**2) * pi_0) - ((p**1) * pi_0) - pi_0
En = lamb/(mi-lamb)
Er = En/lamb
U = p
mi_metade = (lamb/(Er/2*lamb)) + lamb

print()
print("Probabilidade de ter 0 pessoas na fila {}".format(round(pi_0,2)))
print("Probabilidade de ter 5 pessoas na fila {}".format(round(pi_5,2)))
print("Número médio de pessoas no sistema {}".format(En))
print("Tempo médio de uma pessoa no sistema {}".format(Er))
```

```python
print("Utilização do sistema {}".format(round(U,2)))
print("Taxa de serviço que reduz o tempo de espera médio no sistema pela metade {}".
    format(mi_metade))
print()
```