Lista 5: Exercício - Teoria de Filas

Aluno: Paulo Fylippe Sell Professor: Eraldo Silveira e Silva

1. O servidor Web do IFSC-SJ (com um único processador) tem a capacidade de processar em média 60 (μ) páginas por minuto. Ele está recebendo em média 30 requisições (λ) por minuto. Pergunta-se: em termos de tempo de espera médio no sistema e na fila, seria melhor manter esta configuração ou (i) dividir as requisições entre três servidores (cada um com 10 requisições por minuto) e com poder de processar 20 requisições ou (ii) usar um único servidor com três processadores servindo a fila única (cada um servindo a 20 páginas por minuto).

Solução:

Vamos dividir a resolução deste exercício em três cenários:

Cenário 1:

Neste cenário existe apenas um servidor (c = 1) e uma fila. A taxa de chegada de requisições é de 30/min e a taxa de serviço é de 60/min. Para calcular o tempo médio na fila, primeiramente precisamos calcular a probabilidade π_0 de ter 0 atendimentos no sistema:

$$\pi_0 = \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{(cp)^k}{k!} + \frac{(cp)^c}{c!} \frac{1}{1-\rho} \right] = 0,5 \tag{1}$$

Com o valor de π_0, é possível calcular o valor esperado de requisições na fila de espera, a partir da equação:

$$E[N_q] = \frac{(\rho c)^{(c+1)}/c}{c!(1-p)^2} \pi_0 \tag{2}$$

A partir do valor esperado de requisições na fila de esperada, é possível aplicar a Lei de *Little* para encontrar o tempo médio de espera na fila:

$$E[W_q] = \frac{E[N_q]}{\lambda} = 0,02\,minutos \tag{3}$$

E por fim, o tempo médio de espera no sistema se dá a partir do valor médio de espera na fila:

$$E[W] = E[W_q] + \frac{1}{\mu} = 0,03\,minutos \tag{4}$$

Cenário 2:

Para este cenário, temos os valores de λ e μ diferentes, sendo 10 e 20, respectivamente. A partir das fórmulas apresentadas acima, é possível aferir que:

$$E[W_q] = 0,05 \, minutos \tag{5}$$

e

$$E[W] = 0,1 \, minutos \tag{6}$$

Cenário 3:

O cenário três apresenta mudanças no número de servidores. Neste cenário temos 3 servidores (c), λ = 30 e μ = 20. Temos como tempos de espera:

$$E[W_q] = 0,01 \, minutos \tag{7}$$

e

$$E[W] = 0,06 \, minutos \tag{8}$$

Conclusão:

A partir dos valores de tempo de espera obtidos, é possível identificar que o primeiro cenário apresenta uma melhor performance quanto ao tempo de espera total (tempo de espera no sistema) e tempo de atendimento. O terceiro cenário apresenta uma leve vantagem no tempo de espera na fila em relação ao primeiro cenário.

1 Apêndice

Os cálculos foram realizados através da linguagem de programação *Python* e o código desenvolvido pode ser visto abaixo.

```

import math


lamb = [30, 10,30]
mi = [60,20,20]
c = [1,1,3]


p0 = []
EWq = []
EW = []


for i in range(3):  ## loop geral
    pi = 0
    ro = lamb[i]/(c[i]*mi[i])
    for k in range(c[i]):
        pi = pi + (c[i]*ro)**k/math.factorial(k)
    pi = 1/(pi + ( (c[i]*ro)**c[i] / (math.factorial(c[i]) * (1-ro))) )
    p0.append(round(pi,2))

    ENq = pi * (((ro * c[i])**(c[i]+1)/c[i]) / (math.factorial(c[i]) * ((1-ro)**2)))
    ewq = ENq/lamb[i]
    ew = ewq + (1/mi[i])

    EWq.append(round(ewq,2))
    EW.append(round(ew,2))

print()

print('Tempos no sistema: {}'.format(EW))
print('Tempos na fila: {}'.format(EWq))
```