

# Lógica Matemática

## Parte 1

Dr. Paulo Vinicius Pereira Pinheiro<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Centro Universitário Paraíso do Ceará  
UNIFAP

Acesse estes slides em:  
<https://github.com/paulovpp/slides>

Última atualização:  
28 de fevereiro de 2022

# Sumário

## 1 Introdução

- Objetivos e definições iniciais
- Princípios fundamentais da lógica matemática
- Tipos de proposições
- Conectivos proposicionais

## 2 Operações lógicas com proposições

- Conjunção
- Disjunção
- Condicional
- Bicondicional
- Negação

# Objetivos iniciais

List all course objectives

## Estudo da lógica proposicional

- Representar e especificar os conceitos de sintaxe e semântica associados a qualquer lógica utilizada ou linguagem.
- Estudar os métodos que produzem ou verifiquem as fórmulas ou argumentos utilizados.
- Definir sistemas de dedução formal onde são consideradas as noções de prova e consequência lógica.
- Correlacionar diagramas de Venn com a prática.
- Conhecer a álgebra de Boole.

# Definições

## Introductory definitions to the course

### Proposição

- ★ É qualquer conjunto de palavras ou símbolos que expressam um pensamento completo.
- ★ As proposições transmitem fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinado acontecimento.

### Exemplos

- A lua é um satélite da Terra.
- O valor arredondado de  $\pi$  vale 3,14.
- Recife é a capital da Paraíba
- $\cos(90^\circ) = 0$ .

### Alfabeto

- ★ É o conjunto de símbolos usado em qualquer linguagem. A seguir a tabela de símbolos usados na disciplina é apresentado:

# Definições

## Introductory definitions to the course

### Proposição

- ★ É qualquer conjunto de palavras ou símbolos que expressam um pensamento completo.
- ★ As proposições transmitem fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinado acontecimento.

### Exemplos

- A lua é um satélite da Terra.
- O valor arredondado de  $\pi$  vale 3,14.
- Recife é a capital da Paraíba
- $\cos(90^\circ) = 0$ .

### Alfabeto

- ★ É o conjunto de símbolos usado em qualquer linguagem. A seguir a tabela de símbolos usados na disciplina é apresentado:

# Definições

## Introductory definitions to the course

### Proposição

- ★ É qualquer conjunto de palavras ou símbolos que expressam um pensamento completo.
- ★ As proposições transmitem fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinado acontecimento.

### Exemplos

- A lua é um satélite da Terra.
- O valor arredondado de  $\pi$  vale 3,14.
- Recife é a capital da Paraíba
- $\cos(90^\circ) = 0$ .

### Alfabeto

- ★ É o conjunto de símbolos usado em qualquer linguagem. A seguir a tabela de símbolos usados na disciplina é apresentado:

# Definições

## Introductory definitions to the course

### Proposição

- ★ É qualquer conjunto de palavras ou símbolos que expressam um pensamento completo.
- ★ As proposições transmitem fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinado acontecimento.

### Exemplos

- A lua é um satélite da Terra.
- O valor arredondado de  $\pi$  vale 3,14.
- Recife é a capital da Paraíba
- $\cos(90^\circ) = 0$ .

### Alfabeto

- ★ É o conjunto de símbolos usado em qualquer linguagem. A seguir a tabela de símbolos usados na disciplina é apresentado:

# Definições

## Introductory definitions to the course

### Proposição

- ★ É qualquer conjunto de palavras ou símbolos que expressam um pensamento completo.
- ★ As proposições transmitem fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinado acontecimento.

### Exemplos

- A lua é um satélite da Terra.
- O valor arredondado de  $\pi$  vale 3,14.
- Recife é a capital da Paraíba
- $\cos(90^\circ) = 0$ .

### Alfabeto

- ★ É o conjunto de símbolos usado em qualquer linguagem. A seguir a tabela de símbolos usados na disciplina é apresentado:



# Definições

## Introductory definitions to the course

### Proposição

- ★ É qualquer conjunto de palavras ou símbolos que expressam um pensamento completo.
- ★ As proposições transmitem fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinado acontecimento.

### Exemplos

- A lua é um satélite da Terra.
- O valor arredondado de  $\pi$  vale 3,14.
- Recife é a capital da Paraíba
- $\cos(90^\circ) = 0$ .

### Alfabeto

- ★ É o conjunto de símbolos usado em qualquer linguagem. A seguir a tabela de símbolos usados na disciplina é apresentado:

# Definições iniciais

Introductory definitions to start the course

## Alfabeto da lógica proposicional

- Símbolo de pontuação:  $(, )$
- Símbolos booleanos: *true*, *false*
- Símbolos proposicionais simples:  $p, q, r, s, p_1, q_2$
- Símbolos proposicionais compostos:  $P, Q, R, S, P_1, Q_1, S_2$
- Conectivos proposicionais:  $\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow$

## Fórmulas

São conjuntos de proposições unidos por um conectivo obtendo um valor booleano como resultante. São construídas a partir dos símbolos do alfabeto proposicional.

Tal como ocorre nas linguagens faladas ou escritas, não é qualquer concatenação de símbolos que é uma fórmula.

# Definições iniciais

Introductory definitions to start the course

## Alfabeto da lógica proposicional

- Símbolo de pontuação:  $(, )$
- Símbolos booleanos: *true, false*
- Símbolos proposicionais simples:  $p, q, r, s, p_1, q_2$
- Símbolos proposicionais compostos:  $P, Q, R, S, P_1, Q_1, S_2$
- Conectivos proposicionais:  $\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow$

## Fórmulas

São conjuntos de proposições unidos por um conectivo obtendo um valor booleano como resultante. São construídas a partir dos símbolos do alfabeto proposicional.

Tal como ocorre nas linguagens faladas ou escritas, não é qualquer concatenação de símbolos que é uma fórmula.

# Algumas definições

## Examples of logic formulas

- Todo símbolo de verdade ( $V$ ) é uma fórmula.
- Todo símbolo proposicional é uma fórmula.
- Se  $H$  é uma fórmula então  $(\neg H)$ , a negação de  $H$ , é uma fórmula.
- Se  $H$  e  $G$  são fórmulas então  $(H \wedge G)$ ,  $(H \vee G)$ ,  $(H \rightarrow G)$  e  $(H \leftrightarrow G)$  são fórmulas.

### Não são fórmulas:

- $PR$
- $(H \text{ true} \leftrightarrow)$
- $(\text{true} \rightarrow \leftrightarrow (H \text{ true} \rightarrow))$
- $PH \rightarrow \wedge$
- $\text{true} \rightarrow \vee$

# Algumas definições

## Examples of logic formulas

- Todo símbolo de verdade ( $V$ ) é uma fórmula.
- Todo símbolo proposicional é uma fórmula.
- Se  $H$  é uma fórmula então  $(\neg H)$ , a negação de  $H$ , é uma fórmula.
- Se  $H$  e  $G$  são fórmulas então  $(H \wedge G)$ ,  $(H \vee G)$ ,  $(H \rightarrow G)$  e  $(H \leftrightarrow G)$  são fórmulas.

---

### Não são fórmulas:

- $PR$
- $(H \text{ true} \leftrightarrow)$
- $(\text{true} \rightarrow \leftrightarrow (H \text{ true} \rightarrow))$
- $PH \rightarrow \wedge$
- $\text{true} \rightarrow \vee$

# Princípios da lógica clássica

## Princípio da identidade

Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

$$P \text{ é igual a } P$$

## Princípio da não contradição

Uma proposição não pode ser *verdadeira* e *falsa* ao mesmo tempo.

$$\text{não } (P \text{ e não } P)$$

## Princípio do terceiro excluído

Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, não existindo um terceiro valor que ela possa assumir.

$$P \text{ ou não } P (\otimes - \text{ou exclusivo})$$

# Princípios da lógica clássica

## Princípio da identidade

Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

$$P \text{ é igual a } P$$

## Princípio da não contradição

Uma proposição não pode ser *verdadeira* e *falsa* ao mesmo tempo.

$$\text{não } (P \text{ e não } P)$$

## Princípio do terceiro excluído

Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, não existindo um terceiro valor que ela possa assumir.

$$P \text{ ou não } P (\otimes - \text{ou exclusivo})$$

# Princípios da lógica clássica

## Princípio da identidade

Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

$$P \text{ é igual a } P$$

## Princípio da não contradição

Uma proposição não pode ser *verdadeira* e *falsa* ao mesmo tempo.

$$\text{não } (P \text{ e não } P)$$

## Princípio do terceiro excluído

Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, não existindo um terceiro valor que ela possa assumir.

$$P \text{ ou não } P (\otimes - \text{ou exclusivo})$$



# Proposição simples e compostas

Simple or compound preposition

## ★ Proposições simples

É aquela que contém somente uma afirmação.

### Exemplo:

Nós somos ricos.

Não como todo dia.

## ★ Proposições compostas

Uma proposição é dita composta quando for constituída por uma sequência finita de pelo menos duas proposições.

### Exemplo:

Vamos ao cinema ou ao teatro.

O céu é azul e cheio de nuvens.

# Conectivos do cálculo proposicional

Conectors for all arithmetic with propositions.

Na linguagem comum, palavras explícitas são utilizadas ou não para interligar frases dotadas de algum sentido. Tais palavras são substituídas, na **Lógica Matemática**, por símbolos denominados conectivos lógicos.

# Lists in Beamer

This is an unordered list:

- Item 1
- Item 2
- Item 3

and this is an ordered list:

- 1 Item 1
- 2 Item 2
- 3 Item 3

# Operação de conjunção ( $\wedge$ - 'e' lógico)

Logical AND operation with propositions

# Blocks in Beamer

## Standard Block

This is a standard block.

## Alert Message

This block presents alert message.

## An example of typesetting tool

Example: MS Word,  $\text{\LaTeX}$