

Ihr habt die Theorie schön beschrieben und auch gute Abbildungen gemacht. Inhaltlich sieht es auch gut aus, nur an der Diskussion hapert es. Ganz wichtig ist es, die Messwerte mit Literaturwerten zu vergleichen, auch bei den Festkörpern! Bei zentralen Werten wie der Schallgeschwindigkeit *muss* eine Unsicherheit berechnet werden! Achtet außerdem darauf, dass ihr nicht zu viele significant digits angebt. Bitte bessert diese Punkte nach.

MR, 31.5.22

Physikalisches Grundpraktikum 1 für Bachelor in Gruppen: Akustik (AKU)

Technische Universität München

Leon Heiß, Paul Hildebrandt
Kurs 5, Gruppe 7, Team 19

24. Mai 2022

~~Abstract~~
~~Einleitung~~ *Luft*

*Einleitung wäre
Kap. 1.*

Ziel des Akustik Versuches ist es, die Schallgeschwindigkeit in Gas und Festkörpern zu bestimmen. Hierbei wird zunächst die Laufgeschwindigkeit des Schalls in drei verschiedenen Stäben ermittelt. Zudem führt man eine Laufzeitmessung in der Luft durch und im letzten Teilversuch werden stehende Wellen in einem Rohr näher betrachtet.

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	2
1.1 Allgemeines zu Wellen	2
1.2 Wichtige Kenngrößen	2
1.3 Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Medien	2
1.3.1 Festkörper	3
1.3.2 Gase	3
1.3.3 Stehende Wellen	3
2 Versuchsaufbau	4
2.1 Laufzeitmessung im Festkörper	4
2.2 Laufzeitmessung in der Luft	4
2.3 Stehende Wellen im Rohr	4
3 Ergebnisse und Diskussion	5
3.1 Laufzeitmessung im Festkörper	5
3.2 Laufzeitmessung in der Luft	7
3.3 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit über eine stehende Welle	8
4 Literaturverzeichnis	10
5 Anhang	10
5.1 Laborbuch	10

Kann man so organisieren, ich hätte aber für jeden Versuch ein Kapitel gemacht, sodass man nicht die ganze Zeit springen muss.

Das macht es leider etwas schwer lesbar...

1.3.1 Festkörper

In Festkörpern treten sowohl longitudinale als auch transversale Wellen auf, jedoch werden in diesem Versuch nur longitudinale Schwingungen betrachtet. Longitudinale Schallwellen bewegen sich in langen Stäben (mit im Vergleich zur Wellenlänge kleinen Durchmessern) mit der Geschwindigkeit

$$v_{FK, longitudinal} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (3)$$

wobei ρ hier die Dichte des Mediums und E das Elastizitätsmodul ist.

1.3.2 Gase

Anstatt des Elastizitätsmodul E verwendet man in Gasen und Flüssigkeiten das Kompressionsmodul K . Die Phasengeschwindigkeit für longitudinale Wellen in Gasen ist somit

$$v_{Fl, Gas} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (4)$$

Bei idealen Gasen gilt für adiabatische Zustandsänderung, also für Übergangsprozesse bei denen keine Wärmeenergie mit der Umgebung ausgetauscht wird, der folgende Zusammenhang zwischen Druck und Volumen

$$p \cdot V^\kappa = const. \quad \text{mit} \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (5)$$

κ ist hierbei der Adiabatenkoeffizient, welcher den Quotient der spezifischen Wärmekapazitäten des Gases bei konstantem Druck bzw. Volumen beschreibt. Diese Zusammenhänge werden später dafür genutzt, die Schallgeschwindigkeit in einem idealen Gas zu bestimmen. Alternativ lässt sich Gleichung 4 bei idealen Gasen auch zu:

$$v_{Gas} = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\kappa \frac{RT}{M}} \quad (6)$$

umformen, wobei p der Druck, R die ideale Gaskonstante, T die Temperatur, M die molare Masse und κ der Adiabatenkoeffizient ist. Zu beachten ist jedoch, dass v_{gas} von der Wurzel der absoluten Temperatur abhängt:

$$v_{Gas}(T) = v_{Gas}(T_0) \cdot \sqrt{\frac{T}{T_0}} \quad (7)$$

1.3.3 Stehende Wellen

Als stehende Wellen bezeichnet man solche, deren Amplitude an bestimmten Stellen stets null ist. Sie können durch Überlagerung gegenläufiger Wellen mit gleicher Frequenz und Amplitude sowie fester Phase erzeugt werden. Betrachtet man zwei Wellen

$$a_1(t, x) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x) \quad (8)$$

$$a_2(t, x) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + k \cdot x + \phi) \quad (9)$$

so lässt sich $a_1 + a_2$ mithilfe der Additionstheoreme umformen zu

$$\underline{a_{\text{Überlagert}}}(t, x) = 2 \cdot A \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{\phi}{2}\right) \cdot \cos\left(k \cdot x + \frac{\phi}{2}\right) \quad (10)$$

mit einem Cosinus-Term, der ausschließlich ortsabhängig ist und einem Cosinus-Term, der ausschließlich zeitabhängig ist. Dadurch entstehen Punkte, an denen die Amplitude stets null ist und dazwischen oszillierende Wellenbäuche. [1]

2 Versuchsaufbau

2.1 Laufzeitmessung im Festkörper

Um die longitudinale Schallgeschwindigkeit in einem Festkörper zu bestimmen, platziert man einen Stab auf einem Piezo-Kristall, welcher an ein Oszilloskop angeschlossen ist, und erzeugt am oberen Ende des Stabs einen Schallimpuls. Der ausgelöste Schallimpuls durchläuft den Stab und löst eine Spannung am Sensor aus. Da aber nun der Schallimpuls am unteren Ende des Rohres reflektiert wird und nochmalig den Stab durchläuft, wird ein weiteres Signal am Sensor erzeugt. Aus der Zeitdifferenz und der doppelten Stablänge lässt sich dann die Schallgeschwindigkeit ermitteln.

erzeugt

Periodizität

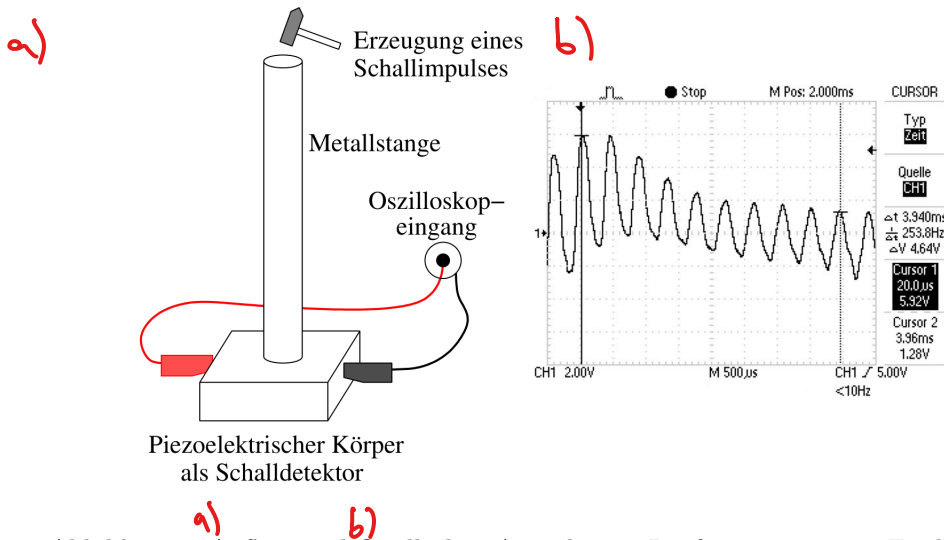


Abbildung 2: Aufbau und Oszilloskop Ausgabe zur Laufzeitmessung im Festkörper [1].

2.2 Laufzeitmessung in der Luft

Mithilfe von zwei Mikrofonen, die an ein Oszilloskop angeschlossen sind, wird in diesem Teilversuch die Schallgeschwindigkeit in Luft bestimmt. Die Mikrofone werden in variablem Abstand d auf einer Achse in die selbe Richtung orientiert angeordnet. Anschließend erzeugt man auf der selben Achse in ca. 1 Meter Entfernung des ersten Mikrofons mittels zweier Metallkugeln einen Schallimpuls. Am Oszilloskop lässt sich nun eine Zeitdifferenz Δt zwischen der Aufnahme des Schallimpulses durch das erste und der des zweiten Mikrofons ablesen. Dieser Vorgang wird nun für verschiedene Abstände d wiederholt.

2.3 Stehende Wellen im Rohr

In diesem Teilversuch wird die Schallgeschwindigkeit in der Luft über die Wellenlänge einer stehenden Welle in einem halboffenen Rohr gemessen. Ein Lautsprecher befindet sich am offenen Ende des Rohres. Die Länge des Rohres kann durch das Verschieben eines Stempels variiert werden (siehe Abb. 4). Durch das Messen der Amplitude der Schallwellen am Eingang des Rohres kann festgestellt werden, bei welchen Längen des Rohres die am geschlossenen Ende des Rohres reflektierten Schallwellen maximal konstruktiv mit den neu erzeugten Schallwellen interferieren. Durch das variieren der Rohrlänge bestimmt man zunächst alle Amplitudenmaxima. Mit konstanter, harmonischer Schwingung und bekannter Frequenz kann aus den Abständen der reflektierenden Rückseite zum Eingang des Rohres während der Amplitudenmaxima die Schallgeschwindigkeit bestimmt werden.

✓

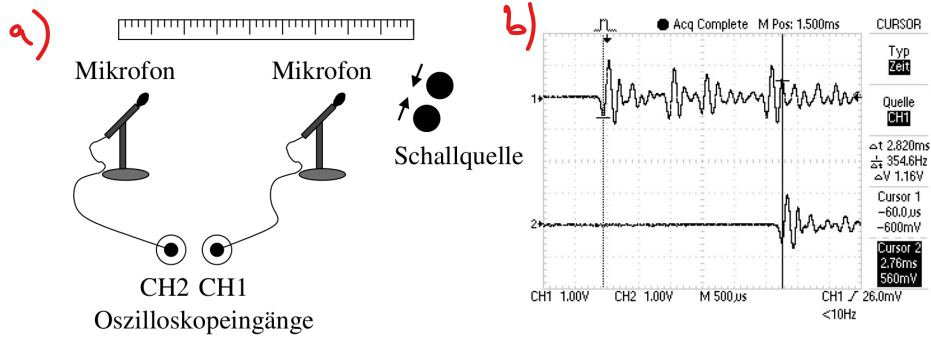


Abbildung 3: Aufbau und Oszilloskop Ausgabe zur Laufzeitmessung in der Luft [1].

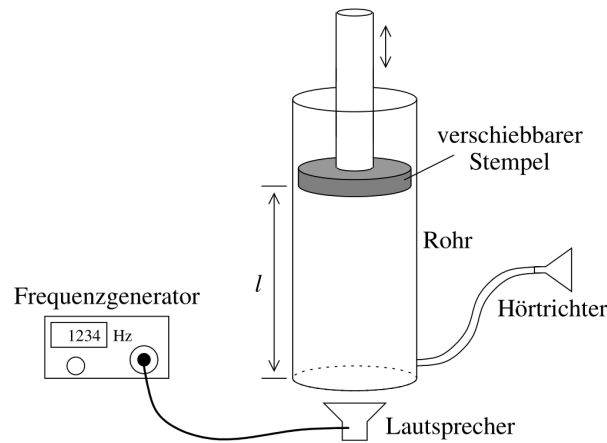


Abbildung 4: Aufbau Teilversuch Stehende Welle im Rohr [1].

3 Ergebnisse und Diskussion

3.1 Laufzeitmessung im Festkörper

Auswertung Um die unterschiedlichen Schallgeschwindigkeiten in den jeweiligen Materialien zu bestimmen, nutzt man aus, dass der Schallimpuls am unteren Ende des Stabes ein Signal am Detektor auslöst, reflektiert, nochmalig den Stab durchläuft und ein weiteres Signal am Detektor auslöst. Daraus lässt sich schließen, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Inneren des Stabes folgende Beziehung hat:

$$v_{FK} = \frac{2 \cdot l}{t} \quad (11)$$

wobei l die jeweilige Stablänge und t die doppelte Laufzeit der Welle durch den Stab ist. Hierbei wurde angenommen, dass nur longitudinale und keine transversalen Wellen auftreten.

Um nun die Elastizitätsmodule der Stäbe zu bestimmen, stellen wir Gleichung 3 nach E um:

$$E = v^2 \cdot \rho \quad (12)$$

Die von uns bestimmten numerischen Werte sind in Tabelle 1 aufgetragen.

Die ermittelten Werte für die Schallgeschwindigkeit stimmen innerhalb der Unsicherheiten mit Literaturwerten [2] [3] überein.

Bei Tabellen drüber

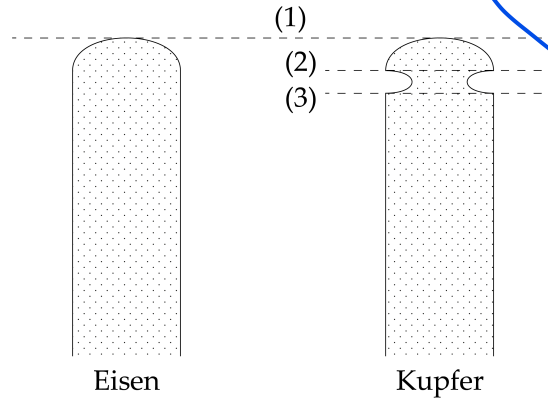
Einheiten nicht
kursiv

Material	Stablänge l [m]	Laufzeit t [μ s]	v_{FK} [m/s]	Elastizitätsmodul E [GPa]
Kupfer	$1,5 \pm 0,0018$	$778,4 \pm 20$	$3854,06 \pm 4,63$	$132,94 \pm 0,81$
Eisen	$1,497 \pm 0,0018$	$602,4 \pm 20$	$4970,12 \pm 5,98$	$192,68 \pm 2,51$
PVC	$1,023 \pm 1,0014$	$1225,6 \pm 20$	$1669,39 \pm 2,28$	$3,9 \pm 0,56$

Tabelle 1: Schallgeschwindigkeit und Elastizitätsmodul der drei verschiedenen Stäbe.

Wo sind die
Libellenswerte!

oft zu viele
signif. ant
digits!



Ich komme hier
auf $\pm 27 \frac{m}{s}$,
überzeug mich, dass
ich falsch liege.

Kurz

Abbildung 5: Mögliche Fehlerquelle durch Einkerbung beim Kupferrohr.

beschreiben
was man
sieht.

Fehlerrechnung In diesem Teilversuch sind zwei wichtige Unsicherheiten zu beachten. Zunächst hat der Meterstab, mit dem jeweils die Länge l der einzelnen Stäbe bestimmt wurde, eine gewisse Fertigungsgenauigkeit, welcher in der Versuchsanleitung [1] als

$$u(l) = a + b \cdot L \quad (13)$$

gegeben ist. Hierbei ist $a = 0,6$ mm, $b = 0,4$ mm/m und L sei die auf den nächsten vollen Meter aufgerundete gemessene Länge.

Des Weiteren ist uns eine mögliche Fehlerquelle beim Kupferrohr aufgefallen, welche durch eine Einkerbung an den jeweiligen Enden des Stabes vorhanden ist. Da diese jedoch nicht trivial zu berücksichtigen ist und vermutlich die Messergebnisse nicht allzu viel beeinträchtigen, entschieden wir uns, sie zu vernachlässigen. Die zweite wichtige Unsicherheit ist die der Zeit t der Oszilloskop Ausgabe. Da die Genauigkeit des Oszilloskops auf der Zeitachse typischerweise nur 0,01% [1] beträgt, ist der begrenzende Faktor die Ablesegenauigkeit bzw. Einstellungsgenauigkeit des Cursors (bei uns 20μ s).

Mithilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung lassen sich jetzt die Geschwindigkeitsunsicherheiten folgendermaßen berechnen:

$$u(v_i) = \sqrt{\left(\frac{2u(l)}{t_i}\right)^2 + \left(\frac{2l_i \cdot u(t)}{t_i^2}\right)^2} \quad (14)$$

Äquivalent zu ABW.pdf
Seite 13?

In weiterer Folge erhält man die Unsicherheiten $u(E)$ der Elastizitätsmodule, indem man wiederum die Gaußsche Fehlerfortpflanzung auf die bereits hergeleitete Gleichung 7 anwendet:

$$u(E) = E \cdot \sqrt{\left(\frac{2u(v_i)}{v_i}\right)^2 + \left(\frac{u(\rho_i)}{\rho_i}\right)^2} \quad (15)$$

Einheiten stimmen nicht!

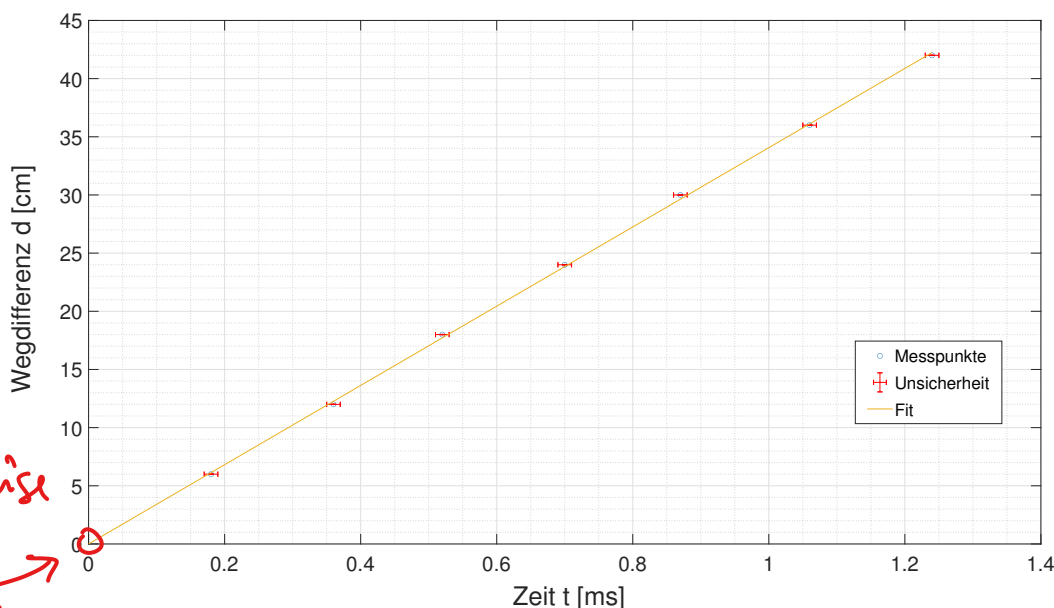
Fehlerrechnung
in den
Anhang

Sowohl ρ als auch $u(\rho)$ stammen aus der Versuchsanleitung [1].

Einfach zitieren, das reicht.

3.2 Laufzeitmessung in der Luft

Auswertung Um die Schallgeschwindigkeit aus der Laufzeitmessung zwischen den beiden Mikrofonen zu bestimmen, tragen wir die Wegdifferenz d gegen die Zeit t auf. Anschließend legen wir eine Ausgleichsgerade durch unsere Messpunkte und berechnen die Geradensteigung. Die von uns bestimmte Geradensteigung entspricht nun der gesuchten Schallgeschwindigkeit, man erhält $v = (340,64 \pm 19,76) \text{ m/s}$. Verglichen mit dem Literaturwert von $v = 346 \text{ m/s}$ [2], ist dies eine recht gute Näherung.



schön.

Abbildung 6: Laufzeitmessung in der Luft, Messpunkte mit Unsicherheit und Fitgerade.

Nun wird der Adiabatenkoeffizient κ bestimmt. Dazu wird Gleichung 6 in Gleichung 7 eingesetzt und umgestellt zu:

$$\kappa = v^2 \cdot \frac{\rho_0}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} \quad (16)$$

Mit $T = 20^\circ\text{C}$ (293,15 K), $\rho_0 = 1,293 \text{ mg/cm}^3$ [1] und $p_0 = 1013 \text{ hPa}$ [1] erhält man für $\kappa = 1,38 \pm ?$. Verglichen mit dem Literaturwert von 1,400 [4] stellt man hier eine beachtliche Abweichung fest, die vermutlich aus den Abweichungen der Schallgeschwindigkeit folgt.

Fehlerrechnung Ähnlich wie bei der Fehlerrechnung zu den Festkörpern, gibt es in diesem Teilversuch eine Unsicherheit für die Zeit t , welche durch die Ungenauigkeit des Oszilloskop Cursors kommt und eine Messunsicherheit bei der Abstandsmessung d . Die Ablesegenauigkeit des Oszilloskops ist diesmal $10\mu\text{s}$ und bei der Messlatte einigten wir uns auf 1 mm. *Skil*

Mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung kommen wir schließlich auf eine Unsicherheit für die Schallgeschwindigkeit

$$u(v_i) = v_i \cdot \sqrt{\left(\frac{u(l_i)}{l_i}\right)^2 + \left(\frac{u(t_i)}{t_i}\right)^2} \quad (17)$$

3.3 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit über eine stehende Welle

Auswertung Um eine gemittelte Distanz \tilde{d} zwischen den Amplitudenmaxima zu bestimmen, tragen wir zunächst die Länge l vom Eingang des Rohres bis zum reflektierenden Ende gegen die Ordnung n des Maximums auf. Der resultierende Graph ist in Abb. 7 zu sehen. Die Änderung s

$$s = d_{n+1} - d_n \quad (18)$$

ist die Distanz, um die der Stempel verschoben werden muss, um von einem Maximum zum nächsten zu gelangen. Im Optimalfall gilt für die Distanzen d_n des n -ten Maximums

$$d_n = s \cdot n + r \quad (19)$$

was einer Geraden mit Steigung s und y-Offset r entspricht. Um also die gemittelte Distanz \tilde{d} zwischen zwei Maxima aus Abb. 7 zu bestimmen, legen wir eine Ausgleichsgerade durch alle Messpunkte und betrachten ihre Steigung. Es ergeben sich folgende Steigungen:

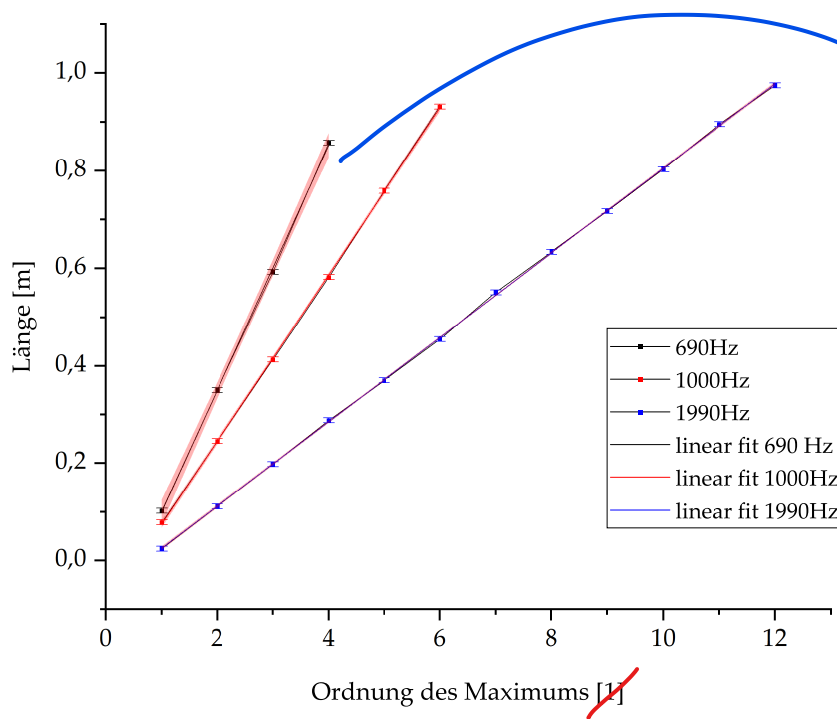


Abbildung 7: Distanz der Amplitudenmaxima gegen Ordnung mit Ausgleichsgerade

Frequenz	Steigung
690Hz(1)	0,25080m(0,00318)
1000Hz(1)	0,17047m(0,00088)
1990Hz(1)	0,08666m(0,00026)

zu viele significant digits

Nimmt man an, dass am Eingang, Abb. 8 a), des einseitig geöffneten Rohres ein Amplitudenmaximum anliegt, lässt sich die Distanz d_n vereinfacht schreiben als

$$d_n = \tilde{d} \cdot n \quad (20)$$

Zusammen mit der Beobachtung, dass das erste Maximum in diesem Fall, wie in Abb. 8 veranschaulicht,

Nicht den Satz ankr. brechen.

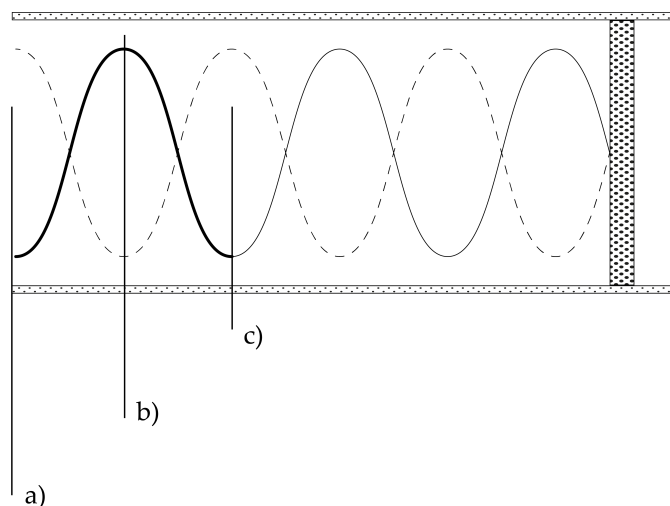


Abbildung 8: Entwicklung einer Welle im einseitig geschlossenen Rohr

bei $\frac{\lambda}{2}$ b) auftritt, lässt sich d_1 als

$$d_1 = \tilde{d} = \frac{\lambda}{2} \quad (21)$$

schreiben. Somit folgt für λ

$$\lambda = 2 \cdot \tilde{d} \quad (22)$$

wie in Abb. 8 als c) dargestellt und für die Geschwindigkeit v

$$v = 2 \cdot f \cdot \tilde{d} \quad (23)$$

Frequenz	Geschwindigkeit
690Hz(1)	346,1040(0,0089)m/s
1000Hz(1)	341,4867(0,0025)m/s
1990Hz(1)	344,9101(0,0007)m/s

WICHTIG!

Der gewichtete Mittelwert ergibt eine Schallgeschwindigkeit von 344,08m/s. Dies weicht von einem Literaturwert [2] von 346m/s um 0,6% ab. Der Literaturwert verweist auf eine Temperatur von 25°C. Dies weicht vermutlich nach oben von der Temperatur während des Versuchs, die nicht dokumentiert wurde, ab. ✓

Verglichen mit dem Wert 340,46m/s(19,76) aus Abschnitt 3.2 liegen beide Ergebnisse nahe beisammen und am Literaturwert. ↪

Fehlerrechnung Der Eingangswert Länge l hat zwei Messungsbedingte Unsicherheiten: beim Einstellen des Maximums von geschätzt $\pm 5\text{mm}$ und beim Ablesen der Skala von $\pm 1\text{mm}$. Diese können einfach in eine Unsicherheit zusammengefasst werden mit

$$u_{Laenge} = \sqrt{5\text{mm}^2 + 1\text{mm}^2} \quad (24)$$

Einheiten nicht kursiv.

Dieser Wert kann als y-Unsicherheit zum zeichnen der Abb. 7 als auch für die Ausgleichsgerade verwendet werden. Für die Steigung besagter Gerade gibt das Programm Origin eine Standardabweichung zurück.

Frequenz	Standardabweichung
690Hz(1)	3,127299mm
1000Hz(1)	0,875673mm
1990Hz(1)	0,256115mm

viel zu viele significant digits

Diese Abweichung ist kleiner als erwartet und kleiner als die anfängliche Unsicherheit. Dies liegt möglicherweise daran, dass die Wahrscheinlichkeit, innerhalb einer Standardabweichung zu liegen, durch Datenpunkte, von denen keiner weit von der Ausgleichsgerade abweicht, ansteigt oder Einstellungen im Programm nicht korrekt vorgenommen wurden.

Für die Bestimmung der Geschwindigkeit mittels

$$v = 2 \cdot f \cdot \tilde{d} \quad (25)$$

müssen wir diese Unsicherheit der Steigung mit der Unsicherheit der Frequenz verrechnen. Der Frequenzgenerator hat eine Unsicherheit von *1 digit*, was bei einer Einstellmöglichkeit von *4 digits* für alle verwendeten Frequenzen einer Unsicherheit von 1Hz entspricht. Somit erhält man mit

$$u_{\text{Geschwindigkeit}} = \sqrt{\frac{\delta(2 \cdot f \cdot \tilde{d})^2}{\delta s} \cdot s^2 + \frac{\delta(2 \cdot f \cdot \tilde{d})^2}{\delta \tilde{d}} \cdot \tilde{d}^2} = \sqrt{8} \cdot f \cdot \tilde{d} \quad (26)$$

Werte von

Frequenz	Unsicherheit
690Hz(1)	0,885mm
1000Hz(1)	0,248mm
1990Hz(1)	0,072mm

→ von was?

und schließlich mit dem gewichteten Mittelwert

$$v_{\text{Mittelwert}} = \frac{\frac{1}{u_{690}^2} \cdot v_{690} + \frac{1}{u_{1000}^2} \cdot v_{1000} + \frac{1}{u_{1990}^2} \cdot v_{1990}}{\frac{1}{u_{690}^2} + \frac{1}{u_{1000}^2} + \frac{1}{u_{1990}^2}} \quad (27)$$

den oben genannten Wert für die Schallgeschwindigkeit.

4 Literaturverzeichnis

Literatur

- [1] Fakultät für Physik. *Akustik* (AKU. Technische Universität München. 30.05.2022. **URL:** <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/ap1/AKU.pdf>
- [2] W.M.Haynes, Hrsg. *CRC Handbook of Chemistry and Physics* (CRC Press, 04.06.2014)
- [3] F. Kohlrausch, *Praktische Physik Band 3* (B. G. Teubner Stuttgart, 24. Auflage, 1996)
- [4] *Table of Thermal Properties of Gases*. (National Bureau of Standards Circular 564 (1955))

5 Anhang

5.1 Laborbuch

Physikalisches Grundpraktikum I: AKU

11 Kupfer; Länge des Stabs: $1,50\text{m} \pm 1\text{mm}$

Zeit über 5 Perioden: (In $0,020\text{ms}$ Schritten messbar)

3,800ms

3,820ms

3,840ms

3,880ms

3,820ms

12 Edelstahl; Länge des Stabs: $1,497\text{m} \pm 1\text{mm}$

Zeit über 5 Perioden: ($0,020\text{ms}$ Schritte messbar)

3,000ms

3,040ms

3,000ms

3,000ms

3,020ms

13 PVC; Länge des Stabs: $1,023\text{m}$
 $1,032\text{m} \pm 1\text{mm}$

Zeit über 5 Perioden: ($0,040\text{ms}$
 1ms -Schritte messbar)

6,080ms

6,120ms

6,000ms

6,240ms

6,200ms

[3]

1000 Hz

7,8 cm (0,1) erstes Maximum

24,5 cm (0,1) zweites Maximum

41,3 cm (0,1) drittes Maximum

58,2 cm (0,1) viertes Maximum

Messunsicherheit Ablesen Skala

75,9 cm (0,1) fünftes Maximum

93,1 cm (0,1) sechstes Maximum

↳ Zusätzlich: ca 0,5 cm Unsicherheit
bei Bestimmung des Maximums

690 Hz

10,2 cm (0,1) erstes Maximum

35,0 cm (0,1) zweites Maximum

59,3 cm (0,1) drittes Maximum

85,7 cm (0,1) viertes Maximum

1990 Hz

2,4 cm (0,1) erstes Maximum

11,1 cm (0,1) zweites Maximum

19,8 cm (0,1) drittes Maximum

28,8 cm (0,1) viertes Maximum

37,0 cm (0,1) fünftes Maximum

45,5 cm (0,1) sechstes Maximum

55,1 cm (0,1) siebtes Maximum

63,4 cm (0,1) achtes Maximum

71,7 cm (0,1) neuntes Maximum

80,3 cm (0,1) zehntes Maximum

89,5 cm (0,1) elftes Maximum

97,5 cm (0,1) zwölftes Maximum

[2]	Abstand	Zeitdifferenz	Einstellungsfehler
6		920 μ s	200 μ s
12		200 μ s	200 μ s
18		180 μ s	1 step: 10 μ s
24		520 μ s	
30		700 μ s	
36		870 μ s	
42		1060 μ s	
48		1240 μ s	