

Ausarbeitung zu Schiefe Ebene (SEB)

Anfängerpraktikum Teil 1
Technische Universität München

Leon Heiß, Paul Hildebrandt
Kurs 5, Gruppe 7, Team 19

21. Juni 2022

Abstract

In diesem Versuch werden die Kräfte näher untersucht, die auf einen Körper wirken, der sich auf einer schiefen Ebene befindet. Dabei liegt der Fokus auf der Kräftezerlegung sowie der Bestimmung des Haftreibungs- bzw. des Gleitreibungskoeffizienten.

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	2
1.1 Kräftezerlegung	2
1.2 Gleit- und Haftreibung	2
2 Überprüfen der Kräftezerlegung	3
2.1 Versuchsaufbau	3
2.2 Auswertung	3
2.3 Fehlerrechnung	3
3 Bestimmung des Haftreibungskoeffizienten	5
3.1 Versuchsaufbau	5
3.2 Auswertung	5
3.3 Fehlerrechnung	6
4 Bestimmung des Gleitreibungskoeffizienten	6
4.1 Versuchsaufbau	6
4.2 Auswertung	7
4.3 Fehlerrechnung	8
5 Literaturverzeichnis	8
6 Anhang	9
6.1 Laborbuch	9

1 Grundlagen

1.1 Kräftezerlegung

Betrachtet man einen beliebigen Körper, der sich auf einer Ebene befindet, kann man die auf ihn wirkende Gewichtskraft F_G in zwei Komponenten aufteilen, nämlich eine Komponente F_\perp senkrecht und eine Kraft F_\parallel parallel zur Ebene. Beschreibt man wie in Abbildung 1, den Neigungswinkel der Ebene zur Oberfläche

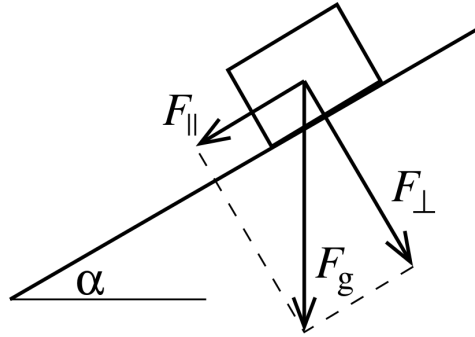


Abbildung 1: Kräftezerlegung an der schiefen Ebene [1].

mit α , erhält man für die beiden Komponenten der Gewichtskraft:

$$F_\perp = F_g \cdot \cos(\alpha) = mg \cos \alpha \quad (1)$$

$$F_\parallel = F_g \cdot \sin(\alpha) = mg \sin \alpha. \quad (2)$$

1.2 Gleit- und Haftreibung

An der Grenzfläche zwischen der Ebene und dem Körper treten Reibungskräfte parallel zur der Fläche auf. Man unterscheidet zwischen Gleitreibung und Haftreibung. Solange die beschleunigende Kraft kleiner als die Haftreibungskraft F_H ist, bleibt der Körper in Ruhe. Wird die Haftreibungskraft überwunden, beginnt der Körper sich zu bewegen und die Gleitreibungskraft F_R wirkt entgegen der Bewegungsrichtung, welche abhängig von der Normalkomponente F_\perp der Gewichtskraft und dem Gleitreibungskoeffizienten μ_G ist:

$$F_R = \mu_G \cdot F_\perp. \quad (3)$$

Die Haftreibungskraft lässt sich analog mit dem Haftreibungskoeffizienten μ_H bestimmen:

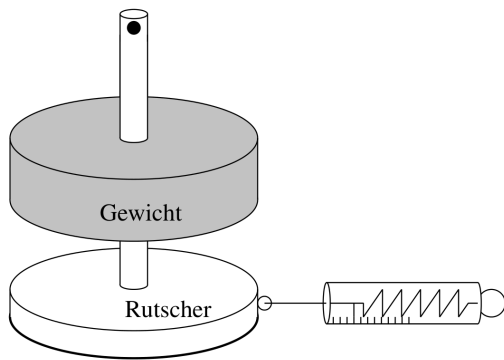
$$F_H = \mu_H \cdot F_\parallel. \quad (4)$$

Die beiden Reibungskoeffizienten sind materialabhängige Konstanten, wobei die Gleitreibung immer kleiner als die Haftreibung sein muss. Auf der schiefen Ebene erhält man die beschleunigende Kraft F_a auf einen Körper mit der Masse m durch die Differenz aus der angreifenden Kraft und der Reibungskraft:

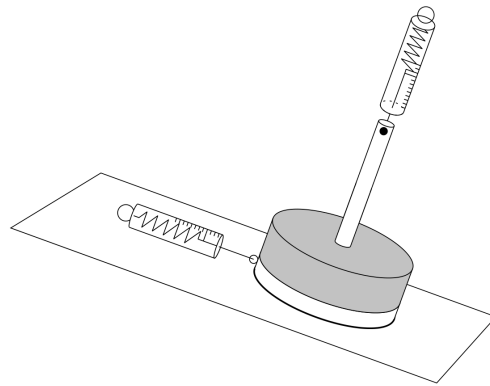
$$F_a = m \cdot a = F_\parallel - \mu \cdot F_\perp = F_g \cdot (\sin \alpha - \mu \cos \alpha), \quad (5)$$

solange $\sin \alpha \geq \mu \cos \alpha$. Die Konstante μ bezeichnet hierbei entweder μ_G oder μ_H . Wenn die angreifende Kraft nun der Haftreibungskraft entspricht, der Körper also gerade noch nicht rutscht, gilt:

$$\mu_H = \tan \alpha. \quad (6)$$



(a) Aufbau des Rutschers [1]



(b) Versuchsaufbau zur Überprüfung der Kräftezerlegung [1]

Abbildung 2

2 Überprüfen der Kräftezerlegung

2.1 Versuchsaufbau

In diesem Teilversuch betrachtet man einen Rutscher (Abbildung 2a), auf den bis zu drei Gewichte aufgesteckt werden können, welcher sich auf einer Ebene mit variablem Neigungswinkel α befindet. Zudem können Kraftmesser angebracht werden, sodass die tangentiale und die normale Kraft auf den Rutscher gemessen werden können (Abbildung 2b). Nun bring man die beiden Kraftmesser an und zieht an dem normalen Kraftmesser, bis der Rutscher geradeso über der Ebene schwebt. An dieser Stelle wird nun Normal- und Tangentialkraft abgelesen. Der Versuch wird dann für verschiedene Winkel α durchgeführt.

2.2 Auswertung

Betrachtet man Gleichung 1 und 2, erkennt man, dass für den vom Neigungswinkel abhängigen Quotienten von Tangential- zu Gewichtskraft $\frac{F_{\parallel}}{F_g} = \sin \alpha$ gilt. Analog erwartet man auch, dass $\frac{F_{\perp}}{F_g} = \cos \alpha$ und $\frac{F_{\parallel}}{F_{\perp}} = \tan \alpha$ gilt. Die Verhältnisse sind jeweils mit den Theoriefunktionen in Abbildung 3,4 und 5 aufgetragen. Man erkennt, dass die Werte der Quotienten zwar in den richtigen Größenordnungen liegen, es aber doch merkliche Abweichungen zu den theoretischen Werten gibt. Innerhalb der Unsicherheiten kann man hier aber schon von einer erfolgreichen Näherung sprechen.

2.3 Fehlerrechnung

In diesem Teilversuch sind zwei Unsicherheiten zu beachten. Zunächst wäre da die Ablesegenauigkeit der jeweiligen Kraftmessern, welche berücksichtigt werden müssen. Diese belaufen sich von 0.02 bis 0.1 für die stärkste Feder. Des Weiteren besteht eine Ungenauigkeit bei der Bestimmung des Winkels. Wir entschieden uns die Neigung der schiefe Ebene mittels des eingebauten Gyroskops eines Smartphones zu bestimmen, welches wir mit einer Ungenauigkeit von 0,5deg notierten.

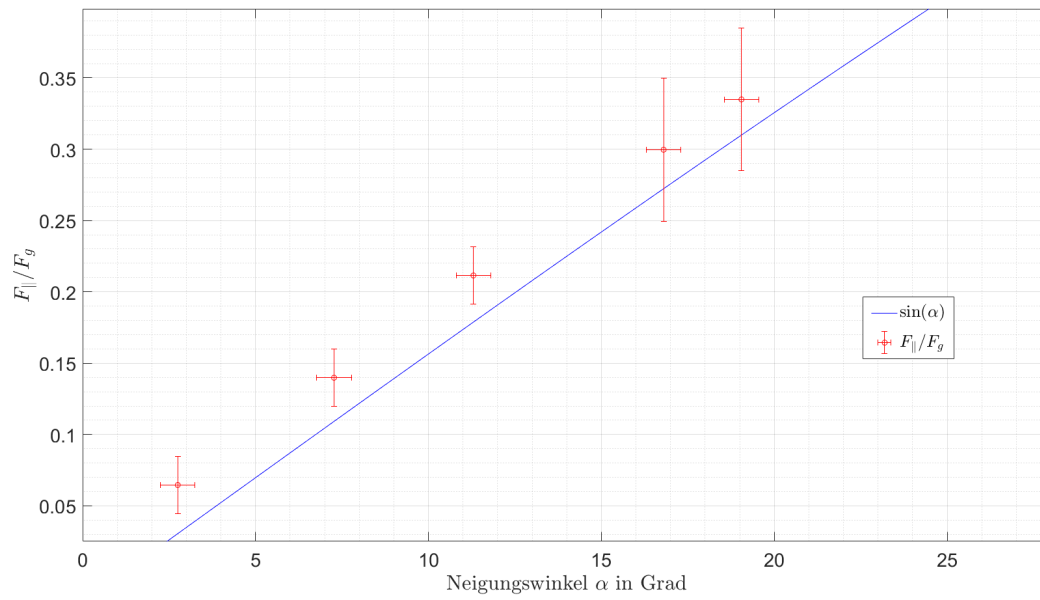


Abbildung 3: Verhältnis von Tangentialkraft zu Gewichtskraft.

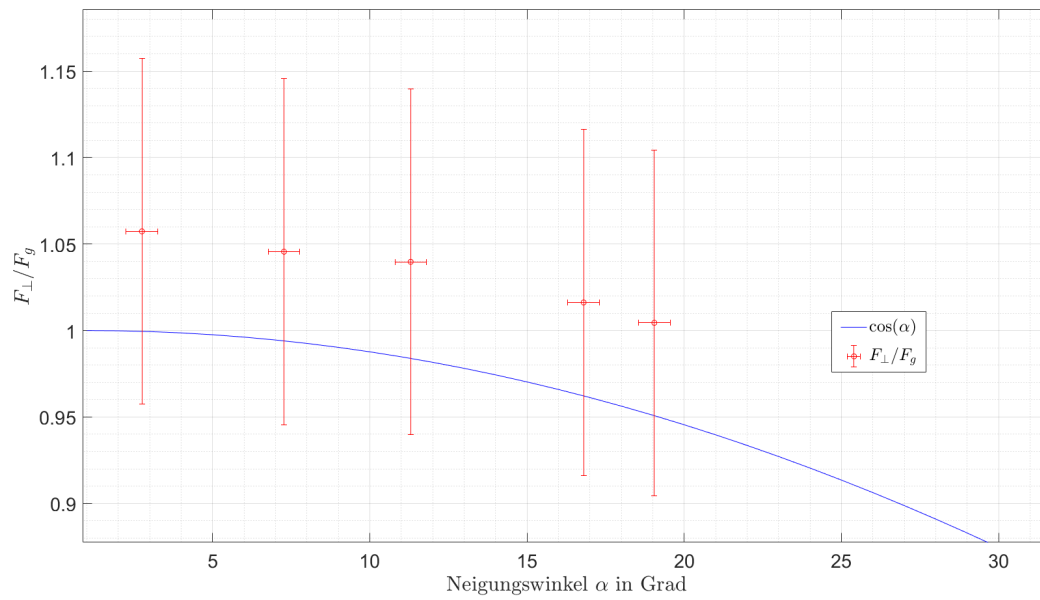


Abbildung 4: Verhältnis von Normalkraft zu Gewichtskraft.

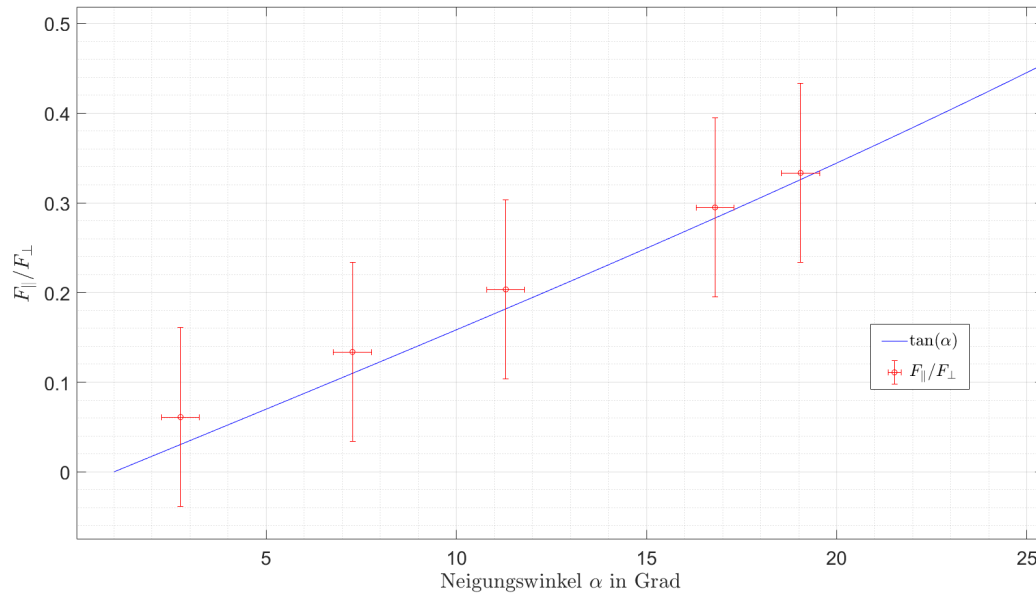


Abbildung 5: Verhältnis von Tangentialkraft zu Normalkraft.

3 Bestimmung des Haftreibungskoeffizienten

3.1 Versuchsaufbau

Der Haftreibungskoeffizient kann bestimmt werden, indem man den Rutscher auf eine waagrechte Ebene platziert und an dem tangentialen Kraftmesser zieht, bis sich der Rutscher gerade bewegt, die Haftreibungskraft also geradeso überwunden wird. Es wird nun die gemessene Kraft notiert, bei der sich der Rutscher bewegt hatte. Die Messung wird dann für den Rutscher mit ein und zwei Gewichtscheiben wiederholt und jeweils 20 mal durchgeführt.

3.2 Auswertung

Um die mittlere Haftkraft zu ermitteln, muss lediglich der Mittelwert aus allen Messwerten gebildet werden, da die Kraft, bei der sich der Rutscher gerade zu bewegen beginnt, betragsmäßig gleich groß wie die Haftkraft ist. Zeichnet man diese gegen die unterschiedlichen verwendeten Massen auf, ergibt sich folgender Graph: Die eingetragene Ausgleichsgerade (Abbildung 6) geht nicht, wie zu erwarten wäre, genau durch den Ursprung, was wahrscheinlich an Messunsicherheiten bei der Kraftmessung liegt. Nun kann der Haftreibungskoeffizient bestimmt werden, indem man Gleichung 4 nach μ_H umstellt und für F_{\perp} die Gewichtskraft $F_g = m \cdot g$ des jeweiligen Rutschers einsetzt. Mit der zuvor berechneten mittleren Haftreibungskraft F_H ergeben sich somit folgende Werte:

Tabelle 1: Haftreibungskoeffizienten

verwendete Masse m [g]	mittlere Haftkraft F_H [N]	Haftreibungskoeffizient μ_H
$284,40 \pm 1$	$1 \pm 0,117$	$0,3585 \pm 0,042$
$867,92 \pm 1$	$3,51 \pm 0,334$	$0,4124 \pm 0,039$
$1451,44 \pm 1$	$6,66 \pm 0,539$	$0,4679 \pm 0,038$

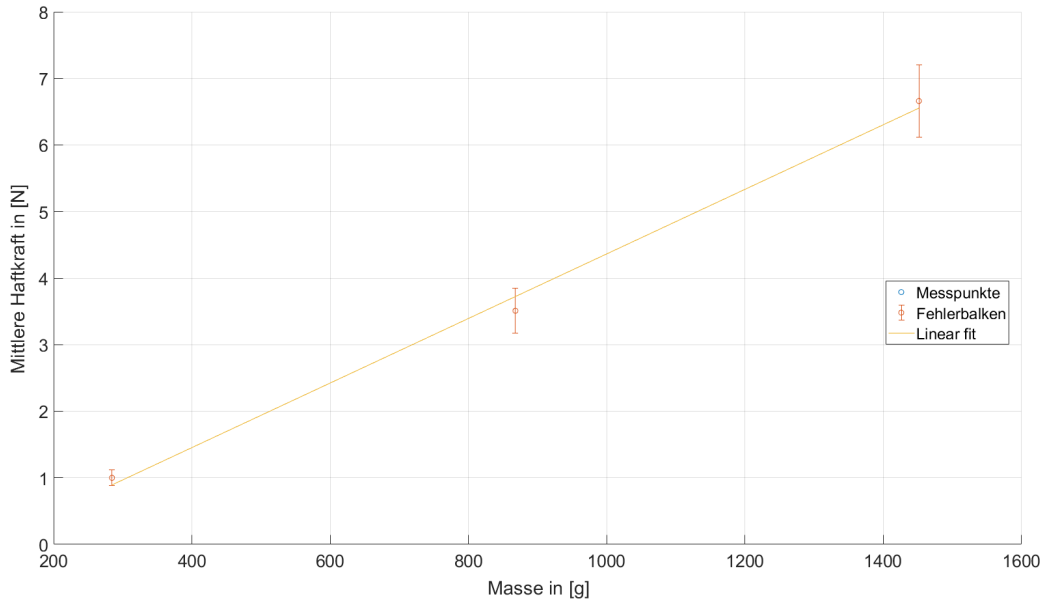


Abbildung 6: Mittlere Haftreibungskraft aufgetragen gegen Masse mit Unsicherheiten.

3.3 Fehlerrechnung

In diesem Teilversuch müssen zwei wichtige Unsicherheiten beachtet werden. Zunächst berücksichtigt man die Typ-A-Unsicherheit des Kräftemessens, indem man die Standardabweichung des Mittelwerts der 20 Messungen bestimmt:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (7)$$

Des Weiteren liegen bei der Messung Typ-B-Unsicherheiten durch die Ablesegenauigkeit der Kraftmesser vor, da diese aber deutlich kleiner als die Standardabweichung sind, kann man sie vernachlässigen. Die Unsicherheit für die Masse wurde in diesem Teilversuch auf $u(m) = \pm 1\text{g}$ geschätzt, da das Gewicht des Rutschers mit verschiedenen Kraftmessern gemessen wurde, welche alle eine unterschiedliche Ablesegenauigkeit besitzen, die nicht notiert wurde. Die Unsicherheit des Haftreibungskoeffizienten $u(\mu_H)$ lässt sich nun mithilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmen:

$$u(\mu_H) = \sqrt{\left(\frac{u(F_H)}{F_G}\right)^2 + \left(\frac{F_H \cdot u(F_G)}{F_G^2}\right)^2}. \quad (8)$$

4 Bestimmung des Gleitreibungskoeffizienten

4.1 Versuchaufbau

Um den Gleitreibungskoeffizienten zu bestimmen müssen die Kräfte am Gleiter betrachtet werden, während er in Bewegung ist. Der Koeffizient bestimmt, mit welcher Beschleunigung sich der Gleiter die schiefe Ebene hinunter bewegt. Um die Beschleunigungen möglichst genau zu dokumentieren, wird ein Ultraschallsensor mit einer Abtastrate von 25Hz verwendet. Für jeden Winkel der schiefen Ebene werden mindestens drei Messungen durchgeführt. Die Winkel werden jeweils mittels Beschleunigungssensor eines Smartphones dokumentiert. Bei niedrigem Winkel wird ein Gleiter mit größerem Gewicht verwendet, um Unebenheiten auf

der Oberfläche durch die höhere Trägheit zu kompensieren. Bei höherem Winkel ein kleineres Gewicht, da das schnelle Abbremsen des Gleiters von Hand sonst nur schwer möglich ist. Das Gewicht hat in einem idealen System keine Auswirkung auf die Beschleunigung.

4.2 Auswertung

Zunächst werden die Positionskurven mit einem Polynom zweiten Grades gefittet. Da wir nur an der Be-

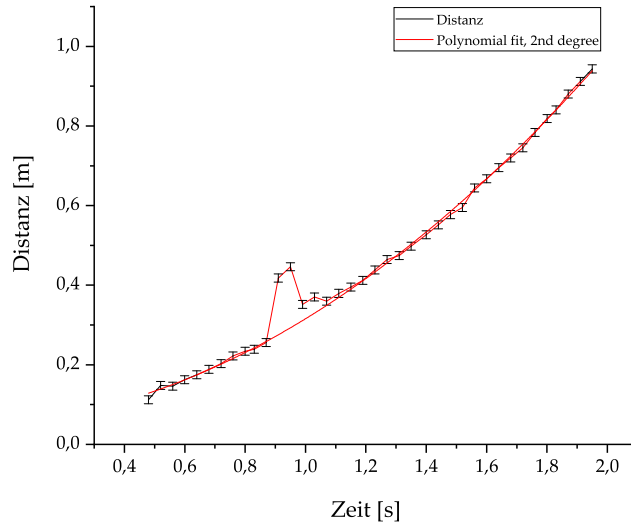


Abbildung 7: Fit von Positionsdaten mit einem Polynom zweiten Grades.

schleunigung interessiert sind, die der zweiten Ableitung des Ortes entspricht, erhalten wir durch zweifaches Ableiten des Polynoms einen Beschleunigungswert. Die verschiedenen erhaltenen Werte für jede Versuchskonfiguration werden mit Hilfe des gewichteten Mittelwertes zusammengefasst. Man erhält einen Beschleunigungswert für jede Steigung:

Winkel [deg]	Beschleunigung [m/s ²]
18,10(0,5)	0,3609(0,0169)
26,10(0,5)	1,9612(0,1737)
34,50(0,5)	2,4640(0,1479)
44,65(0,5)	4,1741(0,1779)

Die auf den Gleiter in Bewegungsrichtung wirkenden Kräfte lassen sich beschreiben mit

$$F_{ges,tan} = F_{g,tan} + F_R = \sin(\theta) \cdot m \cdot g - \cos(\theta) \cdot m \cdot g \cdot k \quad (9)$$

mit dem Gleitreibungskoeffizienten k . Die resultierende Beschleunigung ist gegeben durch

$$a_{ges,tan} = \sin(\theta) \cdot g - \cos(\theta) \cdot g \cdot k. \quad (10)$$

Dies lässt sich umformen zu

$$\frac{a_{ges,tan}}{g} = \sin(\theta) - k \cdot \cos(\theta). \quad (11)$$

Alle Werte außer k sind bekannt. k lässt sich demnach berechnen. Da wir allerdings mehrere Werte zu einem k zusammenfassen wollen, versuchen wir, k aus einem Fit der genannten Theoriefunktion zu bestimmen. Hierzu wird $ratio = \frac{a_{ges,tan}}{g}$ gegen den Winkel θ aufgetragen.

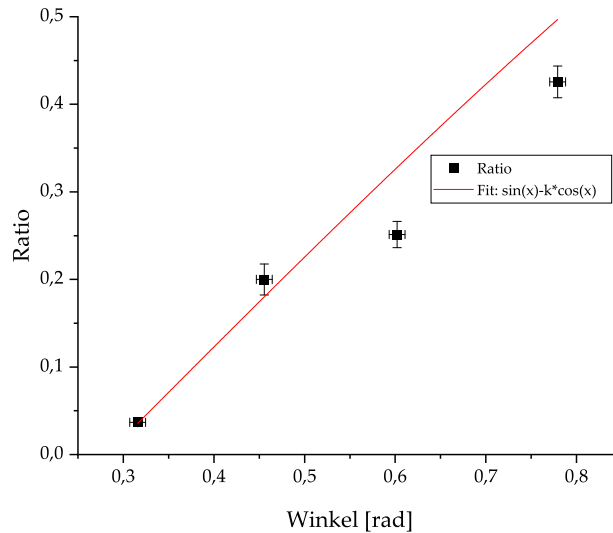


Abbildung 8: Fit der verschiedenen Beschleunigungsverhältnisse zur Bestimmung des Gleitreibungskoeffizienten

Man erhält einen Wert von $k = 0,289(0,007)$. Dieser Wert scheint realistisch und stimmt mit dem Literaturwert [2] überein.

4.3 Fehlerrechnung

Eingangsfehler sind die Distanzmessung und der Winkel der Ebene. Für die Distanz wird eine Varianz von 1cm angenommen. Diese wird in den Fit des Polynoms zweiten Grades mit einbezogen. Die Ergebnisse des gewichteten Mittelwertes erhalten ihre Unsicherheit gemäß der im ABW-Skript in Formel 29 bis 32 [3] gegebenen Berechnungsmethode. Es resultieren die oben genannten Beschleunigungswerte und ihre Unsicherheiten. Für den letzten Fit muss nun ebenfalls die Varianz des Winkels einbezogen werden, welche wir wie zuvor auf 0,5deg geschätzt haben.

5 Literaturverzeichnis

Literatur

- [1] Fakultät für Physik. *Schiefe Ebene* (SEB. Technische Universität München. 24.06.2022. URL: <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/ap1/AKU.pdf>
- [2] schweizer-fn *Formelsammlung und Berechnungsprogramme Maschinen- und Anlagenbau* (Gleitreibwerte von verschiedenen Materialien. 24.06.2022. URL: https://www.schweizer-fn.de/stoff/reibwerte/reibwerte_gleitreibung.php#holz
- [3] Fakultät für Physik. *ABW-Skript* (24.06.2022). URL: <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/org/ABW.pdf>

6 Anhang

6.1 Laborbuch

Physikalisches Grundpraktikum V SFB

①

Neigung [°]	F_{\perp} [N]	F_{\parallel} [N]
7,27 [0,50]	8,9 (0,1)	1,19 (0,01) ²
11,30 [0,50]	8,95 (0,1)	1,80 (0,01) ²
16,80 [0,50]	8,65 (0,1)	2,55 (0,05)
19,05 [0,50]	8,55 (0,1)	2,85 (0,05)
21,75 [0,50]	9,00 (0,1)	0,55 (0,01) ²

} Abstand falsch abgelesen

② Gewicht ohne Gewichte: ~~285 g~~ (9,81) 0 2,9 N $g = 9,807$

Gewichte	Versuch	Kraft [N] $\pm (0,02)$	
			1 8,85 N
0	1	1,02	2
	2	1,18	
	3	0,82	
	4	1,26	
	5	0,98	
	6	1,06	
	7	0,94	
	8	0,86	
	9	1,06	
	10	1,14	
	11	0,8	
	12	0,92	
	13	1,08	
	14	0,96	

0	15	0,96
	16	0,94
	17	0,90
	18	1,04
	19	1,08
	20	1,00

Kritik $u(0,05)$

1	1	3,20
	2	3,35
	3	3,75
	4	3,85
	5	3,55
	6	4,15
	7	3,10
	8	3,45
	9	4,15
	10	3,35
	11	3,35
	12	3,15
	13	3,65
	14	3,20
	15	3,90
	16	3,6
	17	3,15
	18	3,70
	19	3,5
	20	3,05

2	Kraft (0,1.)	6,5
1		6,58
2		50
3		6,45
4		6,40
5		7,00
6		7,10
7		7,40
8		7,30
9		6,60
10		6,40
11		7,50
12		6,40
13		6,10
14		6,60
15		7,60
16		6,40
17		7,20
18		6,10
19		6,10
20		5,70
		6,20

③

- | | | |
|-----|---------------|------------|
| (1) | $18,10^\circ$ | 2 Gewichte |
| (2) | $26,10^\circ$ | 2 Gewichte |
| (3) | $34,50^\circ$ | 1 Gewicht |
| (4) | $44,65^\circ$ | 1 Gewicht |