

Concursul "Quasar Cup" - Fizică 1

Ciocârlan Mihai-Bogdan, Graur Darius

Ediția 1 - Iunie 2025

1 Nivel 1

Un corp este aruncat oblic în câmp gravitațional g , cu viteza inițială v_0 , la unghiul α de orizontală. Acesta va descrie o traiectorie parabolică. Să analizăm câteva proprietăți ale acestei curbe. Exprimați rezultatele în funcție de datele oferite.

a) Scrieți ecuațiile parametrice $x(t)$, $y(t)$. Eliminând timpul între cele 2 ecuații, obțineți ecuația caracteristică $y(x)$ a parabolei.

b1) Aflați timpul de zbor.

b2) Aflați înălțimea maximă a mișcării corpului pe parabolă.

c1) Aflați distanța dintre punctul de lansare și cel de aterizare. Aceasta se cheamă *bătaia* traiectoriei.

c2) Aflați unghiul pentru care bătaia e maximă și care e valoarea maximă a bătaii.

Hodograful este reprezentarea urmei lăsate de vârful vectorului viteză în fiecare punct al traiectoriei străbătute de un mobil, considerând că originea sa este fixată în originea O a sistemul Ov_xv_y . Spre exemplu, hodograful mișcării circulare uniforme este, de asemenea, un cerc cu raza egală cu modulul vitezei.

d) Reprezentați grafic hodograful mișcării corpului pe parabolă. Justificați forma hodografului și indicați dimensiunile sale.

2 Nivel 2

Bob are în mână un pix de lungime l , pe care îl rotește cu o viteză unghiulară ω , perpendiculară pe pix, în jurul unui punct oarecare O de pe acesta.

e) Aflați viteza relativă dintre capetele pixului, v_{rel} . Oferiți răspunsul în funcție de ω și l .

Acum Bob mișcă rectiliniu și uniform pixul (punctul O al acestuia) cu o viteză v , egală cu media aritmetică a vitezelor capetelor. Punctul O rămâne un punct arbitrar de pe pix. Schițați traiectoria ambelor capete ale pixului.

f) Arătați, în mod particular, cazul când punctul O e la mijlocul acestuia. Nu e nevoie să arătați forma analitică a curbelor, e suficient un desen pentru fiecare caz și o argumentare logică a formelor acestora.

Acum Bob pune mijlocul pixului pe un cilindru de rază R , perpendicular pe generatoarea acestuia și îl rotește cu o viteză unghiulară constantă, ω , fără ca pixul să alunece de pe cilindru, acesta rămânând mereu tangent la el.

g) Aflați distanța parcursă de capătul pixului care se îndepărtează de cilindru până în momentul în care celălalt capăt atinge cilindrul.

3 Nivel 3

Un corp este aruncat de pe sol peste un cilindru orizontal de rază R . h) Aflați viteza minimă v_{min} cu care trebuie aruncat de la suprafața pământului un corp punctiform peste cilindru astfel încât corpul să atingă cilindrul doar în vârful acestuia.

Parabola de siguranță reprezintă înfășurătoarea tuturor parabolilor ce pot fi descrise de un corp aruncat cu o anumită viteză v_0 , în direcții arbitrare corespunzătoare aceluiași punct de lansare. Ea poate fi obținută exprimând discriminantul ecuației de gradul 2 în $\tan(\alpha)$ și considerând cazul limită în care punctele extreme de pe fiecare traiectorie aparțin înfășurătoarei.

i) Deduceți expresia analitică a parabolei de siguranță în funcție de parametrul v_0 . Schițați-o pe desen.

Lângă corp se află un perete plan înclinat cu 45° . Cea mai scurtă distanță dintre punctul de lansare și intersecția peretelui cu suprafața este l .

j) Aflați viteza minimă de lansare v_{min} astfel încât corpul să atingă peretele.

4 Nivel 4

Un câine se află inițial la o distanță d de o pisică. Aceasta se mișcă rectiliniu uniform, cu viteza u , pe o dreaptă ce formează unghiul α cu segmentul ce unește pozițiile inițiale ale lor, pisica intenționând să se îndepărteze de câine. Câinele aleargă cu viteza $v, v > u$, aceasta fiind orientată mereu spre pisică.

k) Aflați timpul în care câinele prinde pisica din urmă.

Acum considerați cazul $\alpha = \pi/2$.

l) Aflați expresia analitică $\frac{d\theta}{dt}(\theta)$, unde θ e unghiul dintre vitezele animalelor.

m) Aflați raza de curbură a traiectoriei când distanța dintre corpuri e r , iar unghiul dintre viteze este β .