

Concursul "Quasar Cup" - Astronomie 1

Ciocârlan Mihai-Bogdan, Graur Darius

Ediția 1 - Iunie 2025

Se consideră cunoscută pe tot parcursul problemei constanta atracției gravitaționale, G . Răspunsurile trebuie să fie date în funcție de mărimile menționate în textele problemelor și de alte constante fundamentale, în formă literală.

1 Nivel 1

Un corp este lansat din Polul Nord cu scopul de a ajunge la Ecuator. Masa Pământului este M , iar raza sa R .

- a) Determinați viteza minimă v_{min} necesară pentru a ajunge la Ecuator. Hint: Intuiți poziția celui de-al doilea focar.
- b) Care este excentricitatea numerică e a elipsei?
- c) Care este unghiul α față de orizont la care trebuie făcută lansarea?

2 Nivel 2

Legea lui Gauss este una din ecuațiile lui Maxwell, fiind o lege prezentă, de obicei, în electromagnetism. Ea afirmă că fluxul câmpului electric printr-o suprafață închisă este proporțional cu sarcina electrică din interiorul acesteia, coeficientul de proporționalitate fiind $\frac{1}{\epsilon_0}$. Datorită similarității câmpului electric cu cel gravitațional, aceasta poate fi utilizată pentru ambele câmpuri, având ca diferență doar coeficientul de proporționalitate și înlocuirea sarcinii cu masa. Să presupunem că avem o planetă omogenă, de densitate ρ și rază R .

- d) Determinați intensitatea câmpului gravitațional ca funcție de distanța de la centrul sferei, $g(r)$. Analizați cazurile cu $r < R$, respectiv $r > R$.
- e) Aflați potențialul gravitațional ca funcție de aceeași variabilă, $V(r)$.

f) Cât este potențialul gravitațional în capătul ascuțit al unui sector de sferă de unghi solid Ω ?

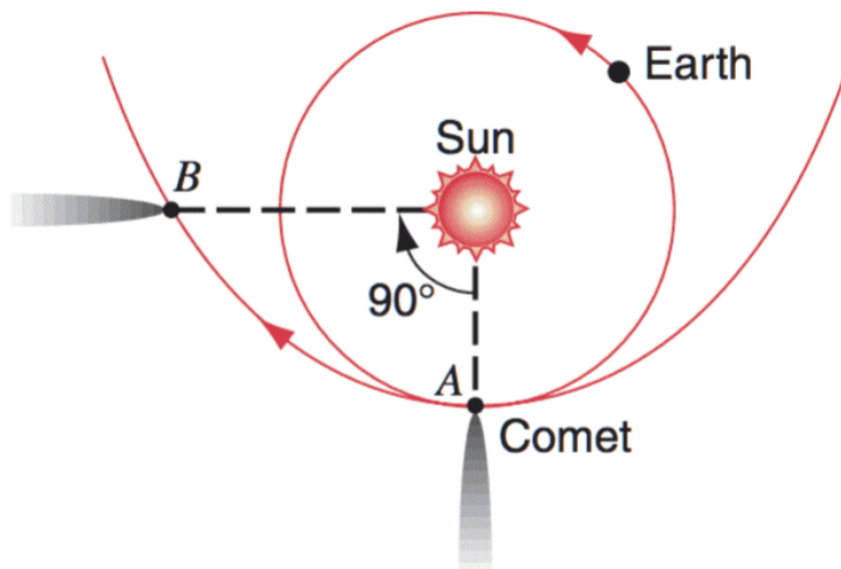
Hint: Luați în seamă Principiul Superpoziției care spune că potențialul unui solid unitar poate fi luat drept suprapunerea câmpurilor mai multor distribuții de masă a căror suprapunere este echivalentă cu cea inițială.

3 Nivel 3

O cometă se mișcă în jurul soarelui pe o traiectorie parabolică tangentă la traiectoria circulară a pământului în jurul acestuia. Raza orbitei circulare a Pământului este 1ua.

g) Scrieți ecuația parabolei descrise de cometă în reperul cartezian ales convențional cu axele Ox de la Soare spre poziția B a cometei și Oy de la Soare la poziția A.

h) Aflați timpul în care cometa ajunge din punctul A în punctul B, unde unghiul dintre noul vector de poziție al cometei s-a rotit cu 90° față de cel inițial. Exprimați răspunsul în ani terestri.



4 Nivel 4

Să considerăm o rachetă ce este lansată de pe o planetă cu scopul de a părăsi câmpul gravitațional al steii planetei. Planeta are masa M_P și raza R_P , orbitând steaua de masă M_S pe o traiectorie circulară de rază a . Problema implică analizarea mai multor scenarii privind manevrele orbitale ale rachetei.

i) Determinați viteza minimă v_3 a rachetei necesară pentru a evada din Sistemul Planetar, lansarea având loc pe suprafața planetei. Aceasta poartă numele de *a treia viteză cosmică*.

Să presupunem că racheta se întoarce din zborul său spațial înapoi în Sistemul Planetar. La nivel mare, orbita navei e de fapt una de transfer, aproape tangentă cu cea a planetei în jurul steii. Se cunoaște viteza navei față de stea înainte de trecerea în câmpul gravitațional al planetei, v_i , orientată la fel ca viteza planetei în jurul steii. Relativ la planetă, naveta se mișcă pe o orbită hiperbolică cu apropierea minimă r_{min} . Nava trece, în urma unei manevre de schimbare a vitezei după intrarea sa în câmpul gravitațional al planetei, de pe orbita de transfer pe una tangentă la suprafața planetei, astfel aterizând.

j) Determinați variația vitezei rachetei, $|\Delta v|$, necesară pentru îndeplinirea transferului descris. Folosiți-vă de noile mărimi date.

Hint: O metodă similară celei folosite la subpunctul anterior se poate dovedi utilă și în acest caz.