

$$F \lambda = \bar{d} \rightarrow CG$$

$F_z \leftarrow$ Main problem product mat vect.

$$F_z = -B_R K_{RR}^{-1} B_R^T z - B_R K_{RR}^{-1} K_{RP} S_{PP} K_{PR} K_{RR}^{-1} B_R^T z$$

$$K_{RR} = \begin{pmatrix} \square & & \\ & \square & \\ & & \square \end{pmatrix}$$

$$K_{RR}^{-1} = \begin{pmatrix} \square & & \\ & \square & \\ & & \square \end{pmatrix}$$

Todas las bloques son iguales en nuestra implementación

K_{PR}

$B_R^T \rightarrow B_R^{TS}$ se tendrá que utilizar

$$S_{PP} = K_{PP} - K_{PR} K_{RR}^{-1} K_{RP} \leftarrow \text{Small}$$

$$= \sum_{s=1}^N K_{Pr}^s K_{RR}^{-1} K_{Rq}^s$$

Paralelo \downarrow Calcular y assembler.

No paralelo \downarrow Los p varian

\uparrow No depende de s, \rightarrow todos iguales.

$$K_{PP} = \sum_s K_{qq}^s$$

Simétrica e invertible \rightarrow Cholesky \rightarrow QR ! Check.

① $K_{RR}^{-1} B_R^T z =$ subdominio a subdominio

$$= \sum_{s=1}^N A_r^s K_{RR}^{-1} B_r^{sT} z = y \text{ (paralelizable) } \in \mathbb{R}^R \text{ pero nunca se ensambla}$$

② $K_{PR} y = \sum_{s=1}^N A_q^s K_{Pr}^s A_r^{sT} y$

Together

①-② $K_{PR} K_{RR}^{-1} B_R^T z = \sum_{s=1}^N A_q^s K_{Pr}^s \underbrace{K_{RR}^{-1} B_r^{sT} z}_{\text{Cholesky to solve}} = x$

Facil testear.

$K_{RR} \rightarrow$ Cholesky
(1 única vez,
pq son todos iguales)

③ $S_{PP}^{-1} x = d \rightarrow x = S_{PP} d \leftarrow \text{solve } d \text{ with Cholesky} \leadsto d \in \mathbb{R}^P$

④ $B_R K_{RR}^{-1} K_{RP} \alpha = \sum_{s=1}^N B_R^s K_{RR}^{-1} K_{Rg}^s \underbrace{A_g^s}_{\text{cholesky}} d$ Careful! \rightarrow Sync required!

⑤ $B_R K_{RR}^{-1} B_R^T z = \sum_{s=1}^N B_R^s K_{RR}^{-1} B_R^{sT} z$ \rightarrow vector por procesador y al final sumar!

$$d = d - B_R K_{RR}^{-1} \left[\left(I_R + K_{RP} S_{PP}^{-1} K_{PR} K_{RR}^{-1} \right) \tilde{f}_R - K_{RP} S_{PP}^{-1} \tilde{f}_P \right]$$

\uparrow A diferencia de Fz , este solo se calcula una vez
misma estrategia

$$\left[I_R \tilde{f}_R + K_{RP} S_{PP}^{-1} (\beta + \tilde{f}_P) \right]$$

Probar con $Fz \rightarrow z \rightarrow$ vector random

\rightarrow Impl serial pero con paralelización en mente.

\rightarrow Paper del principio.