Московский Физико-Технический Институт
(государственный университет)

Лабораторная работа по курсу общей физики № 5.1.3

Эффект Рамзауэра

Автор:
Филиппенко Павел Б01-009

ФРТК

Долгопрудный, 2022

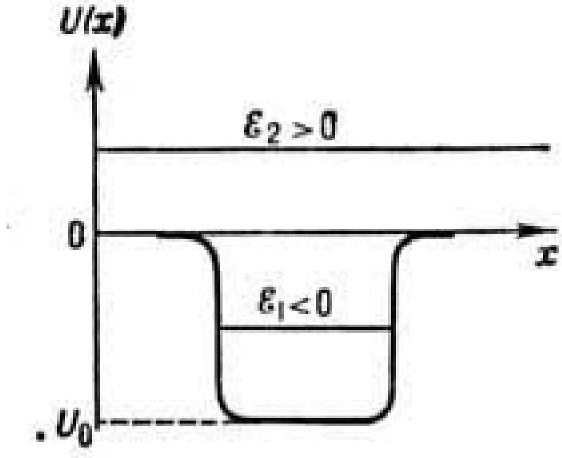

Рис. 1: Потенциальная яма

Цель работы

Теоретическая чать

0.1 Частица над потенциальной ямой

Запишем уравнения Шредингера в общем виде

$$-\frac{\hbar^2}{2mc}\psi'' + U\psi = E\psi \tag{1}$$

$$\psi'' + \frac{2mc}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0$$

Рассмотрим потенциальную яму глубиной U_0 и шириной l.
Тогда для области вне ямы уравнение запишется

$$\psi'' + \frac{2mc}{\hbar^2}E = 0 \tag{2}$$

где E – потенциальная энергия частицы. А для области внутри ямы уравнение запишем

$$\psi'' + \frac{2mc}{\hbar^2}(E + U_0) = 0 \tag{3}$$

Введем коэффициенты

$$k_1^2 = \frac{2mc}{\hbar^2}E \tag{4}$$

$$k_2^2 = \frac{2mc}{\hbar^2}(E + U_0) \tag{5}$$

Приведем качественное объяснение эффекта Рамзауэра.
Запишем коэффициент прохождения частицы через потенциальную яму

$$D = \frac{16k_1^2k_2^2}{16k_1^2k_2^2 + 4(k_1^2 - k_2^2)\sin^2(k_2 l)} \tag{6}$$

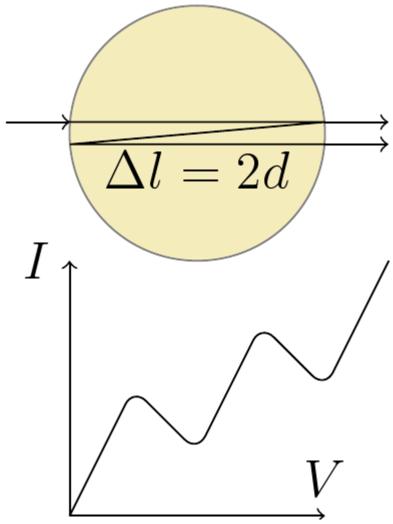

Рис. 2: Интерференция волн

Как мы видим, коэффициент прохождения частицы зависит от $\sin^2(k_2 l)$, а k_2 в свою очередь зависит от энергии частицы. Именно поэтому при разных энергиях частиц зависимость прохождения частицы над потенциальной ямой разная и имеет последовательность минимумов и максимумов. В частности, коэффициент прохождения максимальный, при условии

$$k_2 l = \sqrt{\frac{2mc}{\hbar^2}(E+U_0)}l = \pi n \quad (n = 1, 2, \dots) \tag{7}$$

Теперь приведем более прикладное объяснение.

Перейдем от волновых функций частиц к их длинам волн. Частице с энергией E соответсвует длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \tag{8}$$

При прохождении частицы над потенциальной ямой длина волны меняется:

$$\lambda' = \frac{h}{\sqrt{2m(E+U_0)}} \tag{9}$$

Яму в этом случае можно рассматривать в качестве оптически более плотной среды. В таком случае можно рассмотреть интерференцию прошедшей и отраженной волн

Запишем условие на максимум и минимум, Δ – оптическая разность хода. Условие на максимум: оптическая разность хода равна целому числу полуволн

$$\Delta = 2l = 2n\frac{\lambda'}{2} = n\lambda' \tag{10}$$

Условие на минимум: оптическая разность хода равна полуцелому числу полуволн

$$\Delta = 2l = (2n+1)\lambda' \tag{11}$$

Таким образом, подставляя в формулы выражения для волны де Бройля, получаем

$$\begin{cases} 2l = \sqrt{\frac{h^2}{2m(E_1+U_0)}} \\ 2l = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{h^2}{2m(E_2+U_0)}} \end{cases} \tag{12}$$

где E_1 – энергия частиц, дающая максимум, E_2 – энергия частиц, дающая минимум, U_0 – глубина потенциальной ямы.

Решая совместно эти 2 уравнения можно исключить U_0 и найти ширину ямы

$$l = \sqrt{\frac{5h^2}{32m(E_2 - E_1)}} \tag{13}$$

а так же расчитать глубину ямы

$$U_0 = \frac{4}{5}E_2 - \frac{9}{5}E_1 \tag{14}$$

В нашем эксперементе кинетическую энергию частица получает, при прохождении ускоряющей разности потенциалов $E = eV$, где V – ускоряющая разность потенциалов. Поэтому

$$E_1 = eV_1 \quad E_2 = eV_2$$

Эксперементальная установка

Обработка эксперементальных данных