Московский Физико-Технический Институт (государственный университет)

Лабораторная работа по курсу общей физики N 5.1.3

Эффект Рамзауэра

Автор:

Филиппенко Павел Б01-009



Долгопрудный, 2022

Цель работы

Исследовать энергетическую зависимость вероятности рассеяния электронов атомами инертного газа, определить энергии электронов при которых наблюдается «просветление» инертного газа и оценить размер его внешней электронной оболочки.

Теоретическая чать

Эффективное сечение реакции — это величина, характеризующая вероятность перехода системы двух сталкивающихся частиц в результате их рассеяния (упругого или неупругого) в определенное конечное состояние. Сечение σ равно отношению числа N таких переходов в единицу времени к плотности потока рассеиваемых частиц nv, падающих на мишень, т. е. к числу частиц, проходящих в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к их скорости v (n – плотность числа падающих частиц).

$$\sigma = \frac{N}{nv}.\tag{1}$$

Таким образом, сечение имеет размерность площади.

Качественно результат экспериментов Рамзауэра при энергии электронов порядка десятков эВ показан на рис. 1.

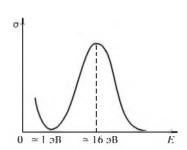


Рис. 1: Качественная картина результатов измерения упругого рассеяния электронов в аргоне

По мере уменьшения энергии электрона от нескольких десятков электрон-вольт поперечное сечение его упругого рассеяния растет. Однако при энергиях меньше 16 эВ в случае аргона сечение начинает уменьшаться, а при $E \sim 1$ эВ практически равно нулю, т. е. аргон становится прозрачным для электронов. При дальнейшем уменьшении энергии электронов сечение рассеяния опять начинает возрастать. Это поведение поперечного сечения свойственно не только атомам аргона, но и атомам всех инертных газов. Такое поведение электронов нельзя объяснить с позиций классической физики. Объяснение этого эффекта потребовало учета волновой природы электронов.

Частица над потенциальной ямой

Запишем уравнения Шредингера в общем виде

$$-\frac{\hbar^2}{2mc}\psi'' + U\psi = E\psi \tag{2}$$

$$\psi'' + \frac{2mc}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0$$

Рассмотрим потенциальную яму глубиной U_0 и шириной l.

Тогда для области вне ямы уравнение запишется

$$\psi'' + \frac{2mc}{\hbar^2}E = 0 \tag{3}$$

где E – потенциальная энергия частицы. А для области внутри ямы уравнение запишем

$$\psi'' + \frac{2mc}{\hbar^2}(E + U_0) = 0 \tag{4}$$

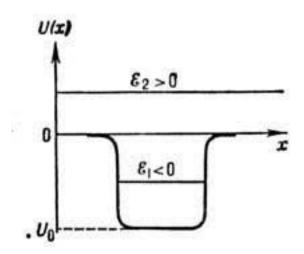


Рис. 2: Потенциальная яма

Введем коэффициенты

$$k_1^2 = \frac{2mc}{\hbar^2}E\tag{5}$$

$$k_2^2 = \frac{2mc}{\hbar^2} (E + U_0) \tag{6}$$

Приведем качественное объяснение эффекта Рамзауэра.

Запишем коэффициент прохождения частицы через потенциальную яму

$$D = \frac{16k_1^2k_2^2}{16k_1^2k_2^2 + 4(k_1^2 - k_2^2)\sin^2(k_2l)}$$
 (7)

Как мы видим, коэффициент прохождения частицы зависит от $\sin^2(k_2l)$, а k_2 в свою очередь зависит от энергии частицы. Именно поэтому при разных энергиях частиц зависимость прохождения частицы над потенциальной ямой разная и имеет последовательность минимумов и максимумов. В частности, коэффициент прохождения максимальный, при условии

$$k_2 l = \sqrt{\frac{2mc}{\hbar^2}(E + U_0)}l = \pi n \quad (n = 1, 2, \dots)$$
 (8)

Теперь приведем более прикладное объяснение.

Перейдем от волновых функций частиц к их длинам волн. Частице с энергией E соответсвует длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \tag{9}$$

При прохождении частицы над потенциальной ямой длина волны меняется:

$$\lambda' = \frac{h}{\sqrt{2m(E+U_0)}}\tag{10}$$

Яму в этом случае можно рассматривать в качестве оптически более плотной среды. В таком случае можно рассмотреть интерференцию прошедшей и отраженной волн

Запишем условие на максимум и минимум, Δ – оптическая разность хода. Условие на максимум: оптическая разность хода равна целому числу полуволн

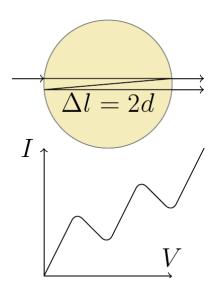


Рис. 3: Интерференция волн

$$\Delta = 2l = 2n\frac{\lambda'}{2} = n\lambda' \tag{11}$$

Условие на минимум: оптическая разность хода равна полуцелому числу полуволн

$$\Delta = 2l = (2n+1)\lambda' \tag{12}$$

Таким образом, подставляя в формулы выражения для волны де Бройля, получаем

$$\begin{cases}
2l = \sqrt{\frac{h^2}{2m(E_1 + U_0)}} \\
2l = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{h^2}{2m(E_2 + U_0)}}
\end{cases}$$
(13)

где E_1 – энергия частиц, дающая максимум, E_2 – энергия частиц, дающая минимум, U_0 – глубина потенциальной ямы.

Решая совместно эти 2 уравнения можно исключить U_0 и найти ширину ямы

$$l = \sqrt{\frac{5h^2}{32m(E_2 - E_1)}} \tag{14}$$

а так же расчитать глубину ямы

$$U_0 = \frac{4}{5}E_2 - \frac{9}{5}E_1 \tag{15}$$

В нашем эксперементе кинетическую энергию частица получает, при прохождении ускоряющей разности потенциалов E=eV, где V – ускоряющая разность потенциалов. Поэтому

$$E_1 = eV_1$$
 $E_2 = eV_2$

Расчет погрешностей

Расчитаем погрешности для формул (14) и (15).

По правилу вычисления косвенных погрешностей

$$\varepsilon_l = \sqrt{\varepsilon_{E_1}^2 + \varepsilon_{E_2}^2} \Rightarrow \sigma_l = \sqrt{\varepsilon_{E_1}^2 + \varepsilon_{E_2}^2} l$$
 (16)

Аналогично

$$\varepsilon_{U_0} = \sqrt{\varepsilon_{E_1}^2 + \varepsilon_{E_2}^2} \Rightarrow \sigma_{U_0} = \sqrt{\varepsilon_{E_1}^2 + \varepsilon_{E_2}^2} U_0 \tag{17}$$

Эксперементальная установка

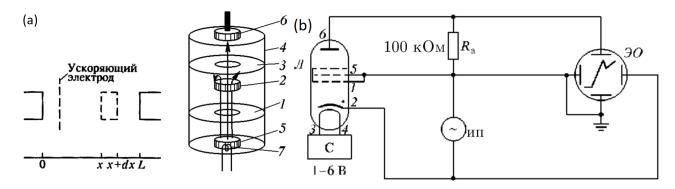


Рис. 4: (a) Схема тиратрона (слева) и его конструкция (справа): 1,2,3 – сетки, 4 – внешний металлический цилиндр, 5 – катод, 6 – анод, 7 – накаливаемая спираль. (b) Схема включения тиратрона.

Для изучения эффекта испульзуется тиратрон $T\Gamma 3$ -01/1.3Б, заполненный инертным газом (Рис. 1а). Электроны эмитируются катодом, ускоряются напряжением V и рассеиваются на атомах газа. Сетки соединены между собой и имеют один потенциал, примерно равный потенциалу анода. Рассеянные электроны отклоняются и уходят на сетку, а оставшиеся достигают анода, создавая ток $I_{\rm a}$. Таким образом, поток электронов на расстоянии x от ускоряющей сетки уменьшается с ростом x. ВАХ анода должна быть

$$I_{\mathbf{a}} = I_0 \exp\left(-Cw(V)\right),\tag{18}$$

где $I_0 = eN_0$ – ток катода, $I_a = eN_a$ – ток анода, $C = Ln_a\Delta_a(L$ – расстояние между катодом и анодом, Δ_a – площадь поперечного сечения атома, n_a – концентрация газа в лампе), w(V) – вероятность рассеяния на атоме. Формулу (18) можно переписать в виде

$$w(V) = -\frac{1}{C} \ln \frac{I_{\mathbf{a}}(V)}{I_{\mathbf{0}}}.$$
 (5a)

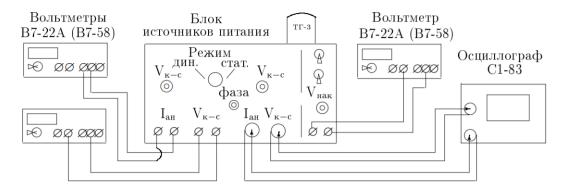


Рис. 5: Схема установки.

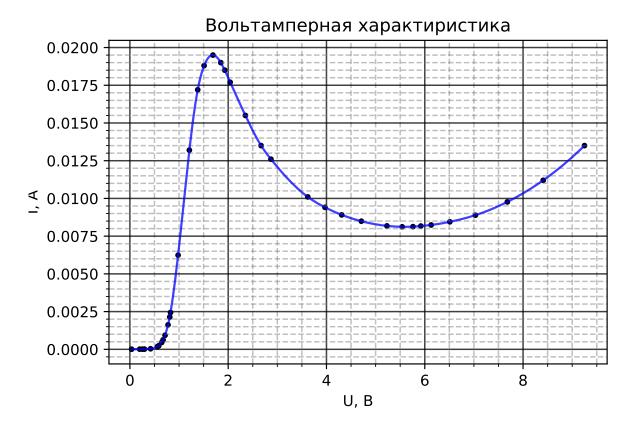


Рис. 6: Воль амперная характиристика для $V_1=2.98~\mathrm{B}$

Схема экспериментальной установки, изображанная на Рис. 1b, в нашей работе конструктивно осуществлена следующим образом (Рис. 2): лампа-тиратрон расположена непосредственно на корпусе блока источников питания (БИП), напряжение к электродам лампы подаётся от источников питания, находящихся в корпусе прибора. Регулировка напряжения и выбор режима работы установки производится при помощи ручек управления, выведенных на лицевую панель БИП.

Обработка эксперементальных данных

С помощью осцилографа выведем на экран вольт амперную характиристику и измерим E_1 и E_2 для двух различных напряжений накала $V_1=2.89~{\rm B}$ и $V_2=2.60~{\rm B}$.

На обоих напряжениях накала E_1 и E_2 оказались одинаковыми: $E_1=(2\pm 0.01)$ В, $E_2=(7.2\pm 0.01)$ В. Исходя из этих величин и пользуясь формулами (14) и (15) посчитаем

$$l = (3.00 \pm 0.02) \text{ Å}$$

 $U_0 = (2.16 \pm 0.01) \text{ 9B}$

Теперь снимем вольт амперную характиристику в статическом режиме для тех же значений напряжений накала. Результаты приведем в таблице 1.

По эксперементальным данным построим графики вольт амперных характиристику 6, 7, 8.

По графикам найдем E_1 и E_2 для каждого значения запирающего напряжения и расчитаем l.

Таким образом



Рис. 7: Воль амперная характиристика для $V_2=2.60~\mathrm{B}$

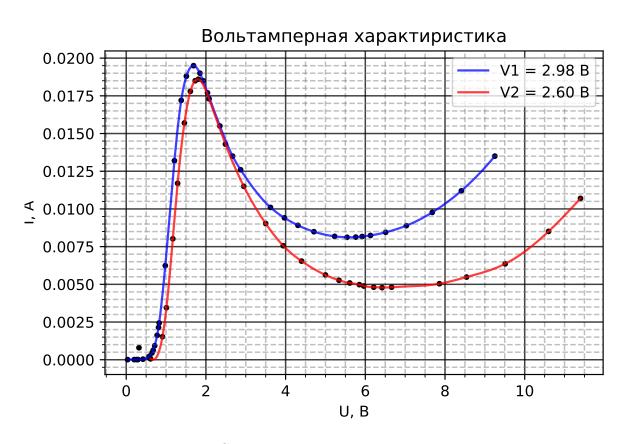


Рис. 8: Сравнение вольт амперных характиристик

$V_1 =$	2.89 B	$V_2 =$	2.60 B
U_i	Uc	U_i	U_c
0,07	0,035	0,11	0,36
0,09	0,199	0,58	0,61
0,1	0,257	7,96	0,32
0,13	0,296	15,3	0,91
0,37	0,421	34,5	1,01
1,78	0,56	80,2	1,17
2,38	0,587	117	1,29
4,55	0,647	157	1,46
6,25	0,676	178	1,61
9,31	0,715	185	1,73
16,2	0,776	186	1,81
21,4	0,811	173	2,08
24,4	0,827	143	2,49
62,4	0,981	115	2,95
132	1,21	90,3	3,5
172	1,38	75,6	3,94
188	1,51	65,4	4,4
195	1,69	56,2	5
190	1,85	52,7	5,34
185	1,93	50,9	5,61
177	2,04	49,8	5,85
155	2,35	48,9	5,96
135	2,67	48,1	6,21
126	2,87	47,8	6,42
101	3,62	48,1	6,66
94,1	3,97	50,4	7,86
89,1	4,31	54,8	8,54
84,9	4,71	63,6	9,51
81,8	5,23	85,1	10,6
81,2	5,54	107	11,4
81,3	5,76		
81,7	5,92		
82,4	6,13		
84,5	6,51		
88,9	7,03		
97,7	7,68		
112	8,41		
135	9,25		

Таблица 1: Таблица эксперементальных данных. U_i — напряжение на аноде, U_c — ускоряющий потенциал

Для
$$V_1=2.98~\mathrm{B}$$
 $l=(3.49\pm0.02)~\mathrm{\mathring{A}},~U_0=(1.39\pm0.01)~\mathrm{9B}$

Для
$$V_2=2.60~{\rm B}$$
 $l=(3.19\pm0.02)~{\rm \AA},~U_0=(1.88\pm0.01)~{\rm эB}$

	V	U_{min}	U_{max}	σ_U
1	2.98	5.54	1.69	0.01
2	2.60	6.42	1.81	0.01

Таблица 2: Результаты по статическому режиму



Рис. 9: Качественный график зависимости вероятности рассеяния электронов от их энергии

Кроме того, учитывая, что $w \sim \ln I_a$ где w — вероятность рассеяния электрона в зависимости от энергии, а I_a — так анода, можем построить качественную зависимость изменения w. **Примечание:** поскольку известны не все величины, график отражает лишь качественную зависимость. Численные значения не отражают действительность!

Найдем, при каком значении ускоряющего потенциала на вольт амперной характиристике мы увидили бы максимумы более высоких порядков (начиная со второго и так далее). Воспользуемся для этого формулой на дифрационный максимум

$$2l = n \frac{h}{\sqrt{2m(E - U_0)}} \tag{19}$$

из нее получаем

$$U \sim E = \frac{n^2 h^2}{8l^2 m} - U_0 \tag{20}$$

Для расчета возмем значения l и U_0 для напряжения $V_2=2.60~\mathrm{B}$, поскольку при этом напряжении величина l наиболее близка к табличной. Результаты расчетов представлены в таблице.

n	U, B
1	1.81
2	12.89
3	31.36
4	57.22

Таблица 3: Значения напряжений для максимумов ВАХ

Вывод

В данной работе мы получили вольт амперную характиристику на тиратроне в статическом и динамическом режимах. По графикам мы убедились в справедливости эффекта Рамзауэра, что подтверждает волновую природу элетронов. Используя данные мы расчитали ширину потенциальной ямы (для атома ксенона), а так же ее глубину. Полученная в ходе эксперемента величина l довольно близка к табличному значению $l=280\,$ пм, но все же отличается от нее. Это связано с тем, что мы использовали упрощенную модель прямоугольной потенциальной ямы, что в реальности вообще говоря является достаточно грубым приближением.