
Московский Физико-Технический Институт
(государственный университет)

Лабораторная работа по курсу общей физики № 5.1.3

Эффект Рамзауэра

Автор:

Филиппенко Павел Б01-009



Долгопрудный, 2022

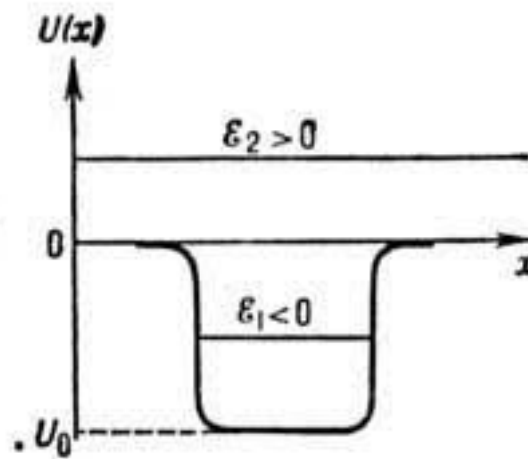


Рис. 1: Потенциальная яма

Цель работы

Теоретическая часть

Частица над потенциальной ямой

Запишем уравнения Шредингера в общем виде

$$-\frac{\hbar^2}{2mc}\psi'' + U\psi = E\psi \quad (1)$$

$$\psi'' + \frac{2mc}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0$$

Рассмотрим потенциальную яму глубиной U_0 и шириной l .

Тогда для области вне ямы уравнение запишется

$$\psi'' + \frac{2mc}{\hbar^2}E\psi = 0 \quad (2)$$

где E – потенциальная энергия частицы. А для области внутри ямы уравнение запишем

$$\psi'' + \frac{2mc}{\hbar^2}(E + U_0)\psi = 0 \quad (3)$$

Введем коэффициенты

$$k_1^2 = \frac{2mc}{\hbar^2}E \quad (4)$$

$$k_2^2 = \frac{2mc}{\hbar^2}(E + U_0) \quad (5)$$

Приведем качественное объяснение эффекта Рамзауэра.

Запишем коэффициент прохождения частицы через потенциальную яму

$$D = \frac{16k_1^2k_2^2}{16k_1^2k_2^2 + 4(k_1^2 - k_2^2)\sin^2(k_2l)} \quad (6)$$

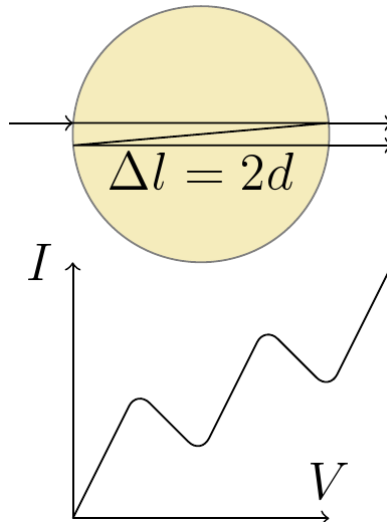


Рис. 2: Интерференция волн

Как мы видим, коэффициент прохождения частицы зависит от $\sin^2(k_2l)$, а k_2 в свою очередь зависит от энергии частицы. Именно поэтому при разных энергиях частиц зависимость прохождения частицы над потенциальной ямой разная и имеет последовательность минимумов и максимумов. В частности, коэффициент прохождения максимальный, при условии

$$k_2l = \sqrt{\frac{2mc}{\hbar^2}(E + U_0)}l = \pi n \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (7)$$

Теперь приведем более прикладное объяснение.

Перейдем от волновых функций частиц к их длинам волн. Частице с энергией E соответствует длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \quad (8)$$

При прохождении частицы над потенциальной ямой длина волны меняется:

$$\lambda' = \frac{h}{\sqrt{2m(E + U_0)}} \quad (9)$$

Яму в этом случае можно рассматривать в качестве оптически более плотной среды. В таком случае можно рассмотреть интерференцию прошедшей и отраженной волн

Запишем условие на максимум и минимум, Δ – оптическая разность хода. Условие на максимум: оптическая разность хода равна целому числу полуволин

$$\Delta = 2l = 2n \frac{\lambda'}{2} = n\lambda' \quad (10)$$

Условие на минимум: оптическая разность хода равна полуцелому числу полуволин

$$\Delta = 2l = (2n + 1)\lambda' \quad (11)$$

Таким образом, подставляя в формулы выражения для волны де Бройля, получаем

$$\begin{cases} 2l = \sqrt{\frac{h^2}{2m(E_1 + U_0)}} \\ 2l = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{h^2}{2m(E_2 + U_0)}} \end{cases} \quad (12)$$

где E_1 – энергия частиц, дающая максимум, E_2 – энергия частиц, дающая минимум, U_0 – глубина потенциальной ямы.

Решая совместно эти 2 уравнения можно исключить U_0 и найти ширину ямы

$$l = \sqrt{\frac{5h^2}{32m(E_2 - E_1)}} \quad (13)$$

а так же рассчитать глубину ямы

$$U_0 = \frac{4}{5}E_2 - \frac{9}{5}E_1 \quad (14)$$

В нашем эксперименте кинетическую энергию частица получает, при прохождении ускоряющей разности потенциалов $E = eV$, где V – ускоряющая разность потенциалов. Поэтому

$$E_1 = eV_1 \quad E_2 = eV_2$$

Расчет погрешностей

Расчитаем погрешности для формул (13) и (14).

По правилу вычисления косвенных погрешностей

$$\varepsilon_l = \sqrt{\varepsilon_{E_1}^2 + \varepsilon_{E_2}^2} \Rightarrow \sigma_l = \sqrt{\varepsilon_{E_1}^2 + \varepsilon_{E_2}^2} l \quad (15)$$

Аналогично

$$\varepsilon_{U_0} = \sqrt{\varepsilon_{E_1}^2 + \varepsilon_{E_2}^2} \Rightarrow \sigma_{U_0} = \sqrt{\varepsilon_{E_1}^2 + \varepsilon_{E_2}^2} U_0 \quad (16)$$

Экспериментальная установка

Обработка экспериментальных данных

С помощью осциллографа выведем на экран вольт амперную характеристику и измерим E_1 и E_2 для двух различных напряжений накала $V_1 = 2.89$ В и $V_2 = 2.60$ В.

На обоих напряжениях накала E_1 и E_2 оказались одинаковыми: $E_1 = (2 \pm 0.01)$ В, $E_2 = (7.2 \pm 0.01)$ В. Исходя из этих величин и пользуясь формулами (13) и (14) посчитаем

$$l = (3.00 \pm 0.02) \text{ \AA}$$

$$U_0 = (2.16 \pm 0.01) \text{ эВ}$$

Теперь снимем вольт амперную характеристику в статическом режиме для тех же значений напряжений накала. Результаты приведем в таблице 1.

По экспериментальным данным построим графики вольт амперных характеристики 3, 4, 5.

По графикам найдем E_1 и E_2 для каждого значения запирающего напряжения и рассчитаем l .

Таким образом

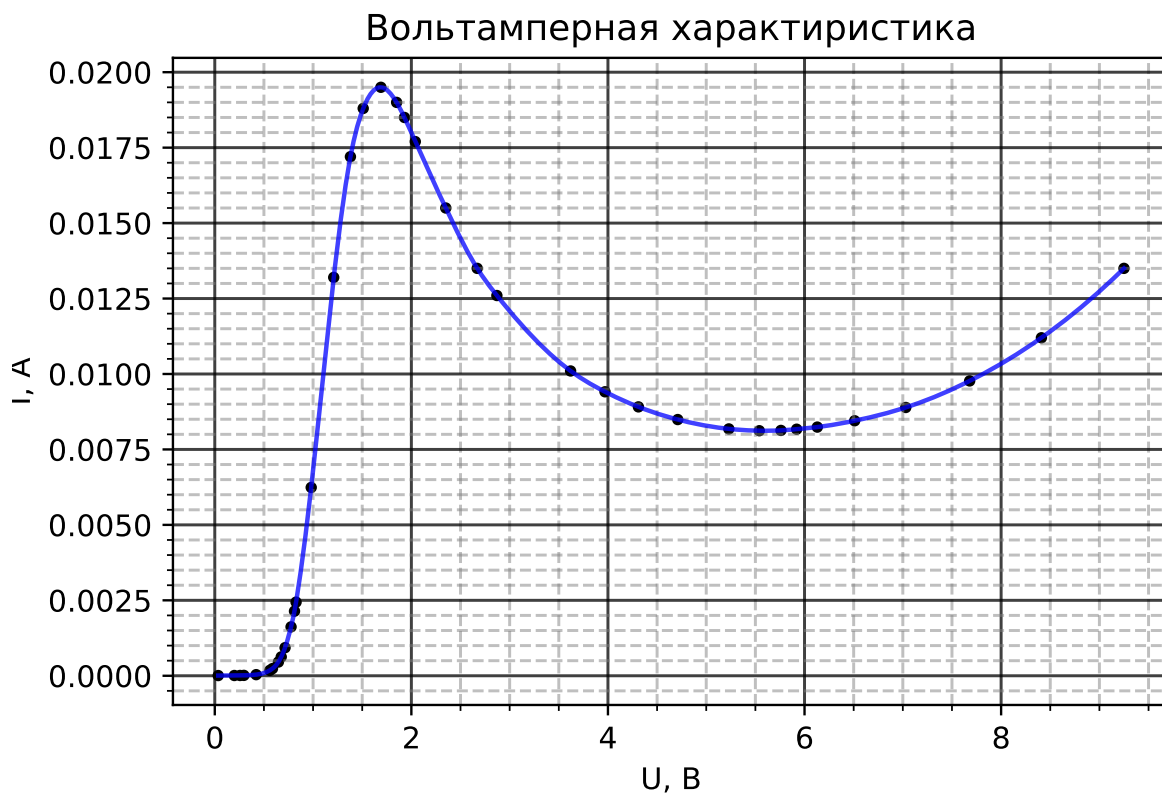


Рис. 3: Вольт амперная характеристика для $V_1 = 2.98$ В

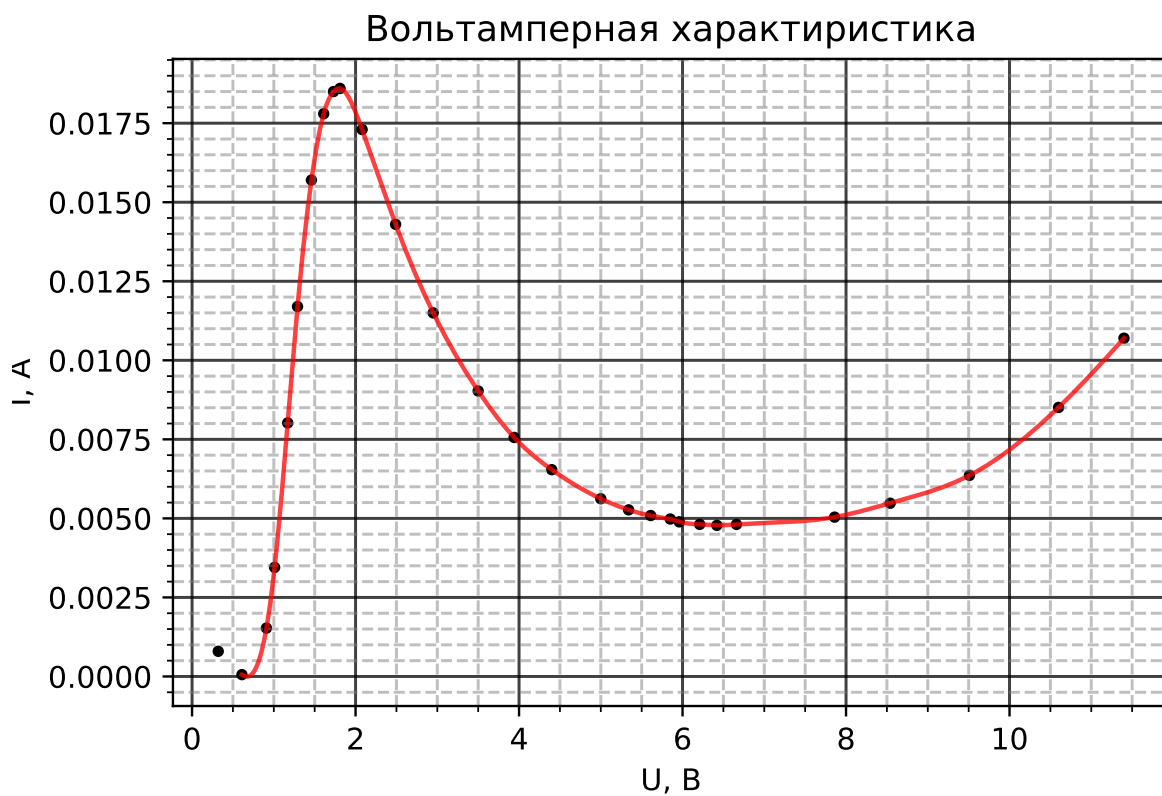


Рис. 4: Вольт амперная характеристика для $V_2 = 2.60$ В

$V_1 = 2.89 \text{ В}$		$V_2 = 2.60 \text{ В}$	
U_i	U_c	U_i	U_c
0,07	0,035	0,11	0,36
0,09	0,199	0,58	0,61
0,1	0,257	7,96	0,32
0,13	0,296	15,3	0,91
0,37	0,421	34,5	1,01
1,78	0,56	80,2	1,17
2,38	0,587	117	1,29
4,55	0,647	157	1,46
6,25	0,676	178	1,61
9,31	0,715	185	1,73
16,2	0,776	186	1,81
21,4	0,811	173	2,08
24,4	0,827	143	2,49
62,4	0,981	115	2,95
132	1,21	90,3	3,5
172	1,38	75,6	3,94
188	1,51	65,4	4,4
195	1,69	56,2	5
190	1,85	52,7	5,34
185	1,93	50,9	5,61
177	2,04	49,8	5,85
155	2,35	48,9	5,96
135	2,67	48,1	6,21
126	2,87	47,8	6,42
101	3,62	48,1	6,66
94,1	3,97	50,4	7,86
89,1	4,31	54,8	8,54
84,9	4,71	63,6	9,51
81,8	5,23	85,1	10,6
81,2	5,54	107	11,4
81,3	5,76		
81,7	5,92		
82,4	6,13		
84,5	6,51		
88,9	7,03		
97,7	7,68		
112	8,41		
135	9,25		

Таблица 1: Таблица экспериментальных данных. U_i – напряжение на аноде, U_c – ускоряющий потенциал

$$\text{Для } V_1 = 2.98 \text{ В} \\ l = (3.49 \pm 0.02) \text{ \AA}, U_0 = (1.39 \pm 0.01) \text{ эВ}$$

$$\text{Для } V_2 = 2.60 \text{ В} \\ l = (3.19 \pm 0.02) \text{ \AA}, U_0 = (1.88 \pm 0.01) \text{ эВ}$$

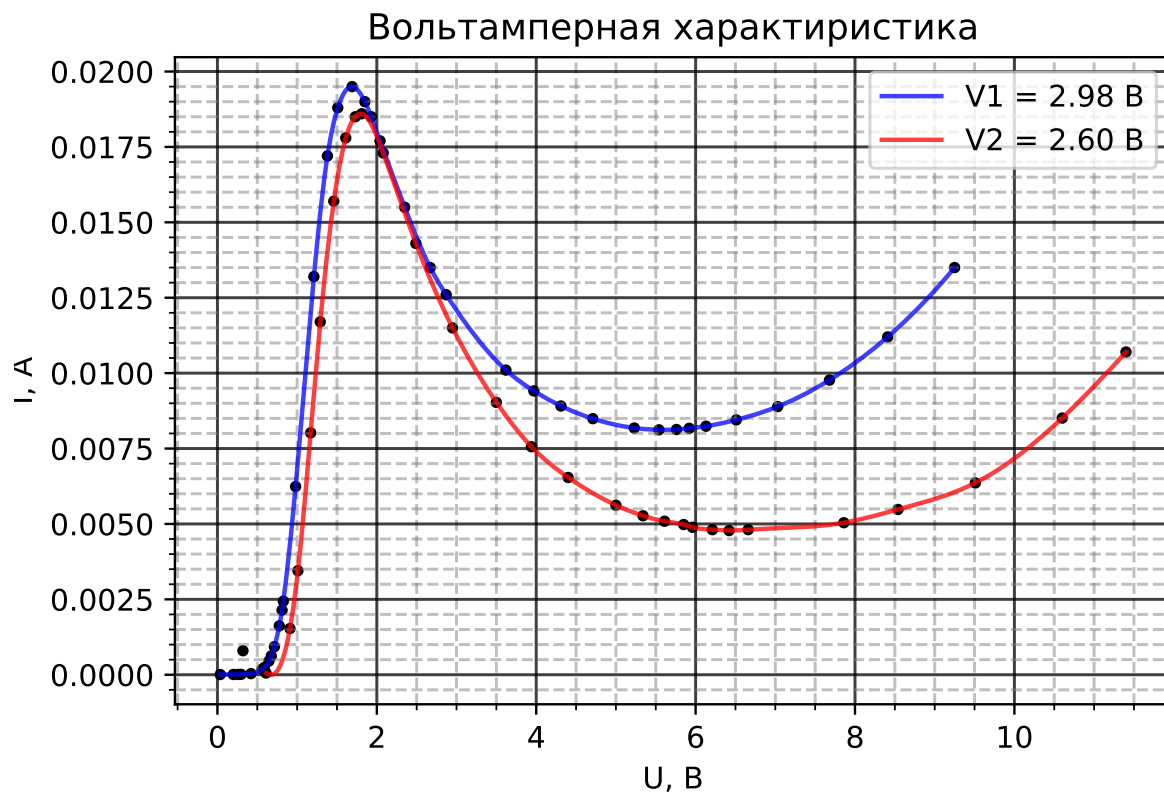


Рис. 5: Сравнение вольт амперных характеристик

	V	U_{min}	U_{max}	σ_U
1	2.98	5.54	1.69	0.01
2	2.60	6.42	1.81	0.01

Таблица 2: Результаты по статическому режиму

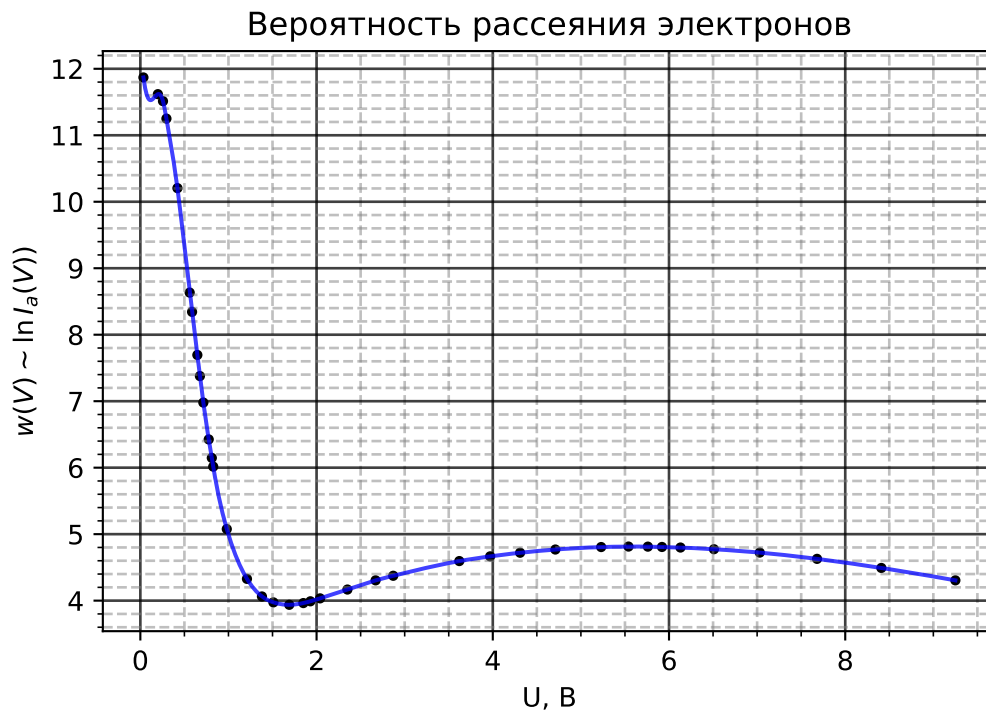


Рис. 6: Качественный график зависимости вероятности рассеяния электронов от их энергии

n	$U, \text{В}$
1	1.81
2	12.89
3	31.36
4	57.22

Таблица 3: Значения напряжений для максимумов ВАХ

Кроме того, учитывая, что $w \sim \ln I_a$ где w – вероятность рассеяния электрона в зависимости от энергии, а I_a – так анода, можем построить качественную зависимость изменения w . **Примечание:** поскольку известны не все величины, график отражает лишь качественную зависимость. Численные значения не отражают действительность!

Найдем, при каком значении ускоряющего потенциала на вольт амперной характеристике мы увидим бы максимумы более высоких порядков (начиная со второго и так далее). Воспользуемся для этого формулой на дифракционный максимум

$$2l = n \frac{h}{\sqrt{2m(E - U_0)}} \quad (17)$$

из нее получаем

$$U \sim E = \frac{n^2 h^2}{8l^2 m} - U_0 \quad (18)$$

Для расчета возьмем значения l и U_0 для напряжения $V_2 = 2.60 \text{ В}$, поскольку при этом напряжении величина l наиболее близка к табличной. Результаты расчетов представлены в таблице.

Вывод

В данной работе мы получили вольт амперную характеристику на тиратроне в статическом и динамическом режимах. По графикам мы убедились в справедливости эффекта Рамзауэра, что подтверждает волновую природу электронов. Используя данные мы рассчитали ширину потенциальной ямы (для атома ксенона), а так же ее глубину. Полученная в ходе эксперимента величина l довольно близка к табличному значению $l = 280$ пм, но все же отличается от нее. Это связано с тем, что мы использовали упрощенную модель прямоугольной потенциальной ямы, что в реальности вообще говоря является достаточно грубым приближением.