

---

# ELEKTRONENSPINRESONANZ (ESR)

---

Physikalisches Praktikum B  
am  
I. Physikalischen Institut

08.06.2015

**Studenten**

Yushi Nishida  
Pavlo Ignatiev  
Ramin Karbalaie

**Betreuer**

Dr. Patrick Pütz

---

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Theoretische Grundlagen</b>	<b>2</b>
1.1 Einleitung . . . . .	2
1.2 Magnetismus . . . . .	2
1.2.1 Ferro-, Para- & Diamagnetismus . . . . .	2
1.2.2 Erdmagnetfeld . . . . .	3
1.3 Spin . . . . .	3
1.4 Magnetisches Moment und Landé-Faktor . . . . .	4
1.5 Zeeman-Effekt . . . . .	4
1.6 Auswahlregeln . . . . .	6
1.6.1 Klassische Betrachtung: Larmor-Frequenz . . . . .	6
1.7 Linienverbreiterung . . . . .	6
1.8 Elektronik . . . . .	8
1.8.1 Elektrischer Schwingkreis . . . . .	8
1.8.2 Wheatstone-Brücke . . . . .	9
1.8.3 Helmholtzspulen . . . . .	11
<b>2 Versuchsaufbau</b>	<b>12</b>
<b>3 Versuchsdurchführung &amp; Messung</b>	<b>14</b>
3.1 Zur Bestimmung des g-Faktors . . . . .	15
3.2 Zur Bestimmung der Halbwertsbreite . . . . .	16
<b>4 Auswertung</b>	<b>17</b>
4.1 g-Faktor des Elektrons in DPPH . . . . .	17
4.1.1 Resonanzflussdichte ohne Korrektur . . . . .	17
4.1.2 Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes . . . . .	18
4.2 Halbwertsbreite der ESR-Absorptionslinie . . . . .	21
<b>5 Diskussion</b>	<b>22</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>24</b>

# 1 Theoretische Grundlagen

## 1.1 Einleitung

Die Elektronen-Spin-Resonanz (ESR) ist eine Messmethode bei der durch Absorption von Mikrowellenstrahlung in einem statischen Magnetfeld eine Probe, die mindestens ein ungepaartes Elektron besitzt, untersucht werden kann. Das so entstehende Absorptionsspektrum erlaubt Rückschlüsse auf die magnetischen Eigenschaften der Probe, insbesondere der Wechselwirkung zwischen Spin des Elektrons und des magnetischen Feldes.

In diesem Versuch haben wir das Verhältnis von Elektronenspin und magnetischem Moment des Elektrons in dem Radikal Diphenylpicrylhydrazyl (DPPH) bestimmt, welches auch als Landé-Faktor  $g$  bezeichnet wird.

Weiterhin ließ sich durch geschickte Messung und Auswertung das Erdmagnetfeld bestimmen.

## 1.2 Magnetismus

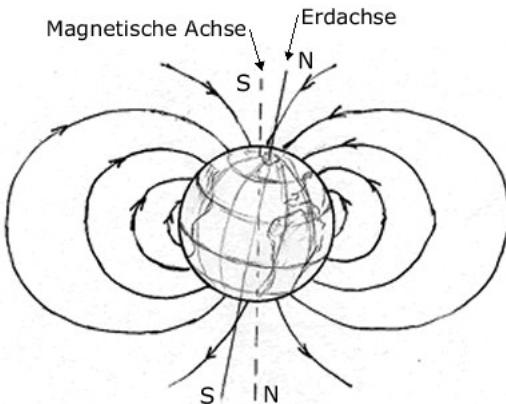
### 1.2.1 Ferro-, Para- & Diamagnetismus

Festkörper werden hinsichtlich ihrer magnetischen Eigenschaften im Wesentlichen in die folgenden Kategorien unterteilt.

- **Paramagnetismus** Bringt man Paramagneten in ein Magnetfeld, richten sich dessen Dipole in Richtung des Magnetfeldes aus, so dass sie das Feld im Inneren des Stoffes verstärken. Paramagnetische Stoffe sind dabei nur so lange magnetisch, wie sie in der Nähe des Magnetfeldes sind und magnetisieren sich solange bis das externe Magnetfeld verschwindet.
- **Diamagnetismus** Bei diamagnetischen Stoffen ist die äußere Elektronenhülle vollständig gefüllt. Wird ein Diamagnet in ein Magnetfeld gebracht, richten sich die magnetischen Momente entgegen dem äußeren Feld, so dass die Magnetisierung diesem entgegenwirkt. Im Allgemeinen besitzen Diamagneten keine ungepaarten Elektronen.
- **Ferromagnetismus** Ferromagneten unterscheiden sich im Wesentlichen von Para- und Diamagneten durch die gleichgerichtete magnetische Ordnung der Elektronenspins, die wiederum zu den sichtbaren Weiß-Bezirken (Größenordnung von nm bis  $\mu\text{m}$ ) führen. Die Weiß'schen Bezirke sind also mikroskopische Bereiche, in denen alle atomaren Momente parallel ausgerichtet sind. Legt man ein äußeres Magnetfeld an, das eine Mindeststärke überschreitet, klappen sich alle Momente eines Weiß'schen Bezirks gleichzeitig um.

### 1.2.2 Erdmagnetfeld

Das Erdmagnetfeld entsteht durch Konvektionsströme von ionisiertem Eisen im Erdkern und ähnelt dem Feld eines Stabmagneten. Die Flussdichte des Erdmagnetfeldes in Mitteleuropa beträgt ca.  $48 \mu T$ , wobei  $20 \mu T$  in der Horizontalkomponente und  $44 \mu T$  in der Vertikalkomponente auftreten. Dieser Wert unterliegt regional zeitlichen Schwankungen.



**Abb. 1:** Schematische Zeichnung des Erdmagnetfeldes<sup>1</sup>

### 1.3 Spin

Der Spin ist eine Eigenschaft von Elementarteilchen die quantenmechanisch, nicht klassisch, erklärbar ist und kann durch einen Eigendrehimpuls beschrieben werden. Der Spin  $\vec{s}$  des Elektrons hat eine Spinquantenzahl  $s = \frac{1}{2}$ , für seine Komponente in Feldrichtung  $\hat{e}_z$  gibt es nur zwei mögliche Werte  $s_z = \pm \frac{1}{2}\hbar$  und die magnetische Quantenzahl, die die Orientierung von  $\vec{s}$  bzgl. z-Achse beschreibt, beträgt

$$m_s = \frac{s_z}{\hbar} = \pm \frac{1}{2}$$

In einem Experiment von Stern und Gerlach (Stern-Gerlach-Versuch) wurden Silberatome durch ein inhomogenes Magnetfeld geschickt. Dabei kam es zur Spaltung des Strahls und auf dem Schirm wurden zwei Teilstrahlen sichtbar. Das ungepaarte Elektron des Silberatoms hat im Grundzustand eine Bahndrehimpulsquantenzahl von  $l = 0$ , daher lassen sich die Silberatome nicht anhand von  $l$  unterscheiden. Da das Experiment immerhin eine Aufspaltung zeigt, sollte es eine weitere Eigenschaft existieren, die zwei Quantenzustände voneinander unterscheidet - der Spin, wie wir sie heutzutage bezeichnen.

---

<sup>1</sup> <http://www.geomorph.uni-bayreuth.de/de/research/magnetik/index.html>

## 1.4 Magnetisches Moment und Landé-Faktor

Beschreibt man die Bewegung der Elektronen klassisch, so bewegen sie sich auf einer Kreisbahn um den Kern. Das erzeugt ein magnetisches Moment  $\vec{\mu}_l$ , das mit dem Bahndrehimpuls  $\vec{l}$  des Elektrons folgendermaßen zusammenhängt:

$$\vec{\mu}_l = -\frac{e}{2m}\vec{l}$$

Nach Abschnitt 1.3 besitzen Teilchen ebenso einen Spin  $\vec{s}$ , dass mit dem magnetischen *Spinmoment*  $\vec{\mu}_s$  über

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m}\vec{s}$$

gekoppelt ist. Betrachten wir nun den Gesamtdrehimpuls  $\vec{j} = \vec{s} + \vec{l}$  so ergibt sich für das gesamte magnetische Moment:

$$\vec{\mu} = -g\frac{e}{2m}\vec{j}$$

mit dem Landé-Faktor  $g$ . Für ein Elektron beträgt  $g$ :

$$g = \frac{3}{2} + \frac{s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$$

Somit ergibt sich bei einem reinen Bahndrehimpulsbeitrag ( $s = 0$ ) ein Wert von  $g = 1$  und bei einem reinem Spinbeitrag ( $l = 0$ ) ein Wert von  $g = 2$ . In unserem Versuch werden wir diesen Landé-Faktor für das freie Elektron messen.

## 1.5 Zeeman-Effekt

Beim normalen Zeemann-Effekt, im Gegensatz zum anomalen Zeemann-Effekt, trägt der Elektronenspin nicht zum magnetischen Moment bei. Interessant ist hier die Bezeichnung 'normal', denn eigentlich ist es in der Natur genau andersherum: der anomale Zeemann-Effekt tritt wesentlich häufiger auf als der normale. Somit gibt es einen Spin- und Bahn-Beitrag, welches wiederum zu mehr Aufspaltungen der Spektrallinien führt. In Abb.2 ist dies deutlich dargestellt. Der Zeeman-Effekt beschreibt die Aufspaltung der Energieniveaus in einem äußeren Magnetfeld  $\vec{B}$ . Teilchen besitzen Bahndrehimpulse und Spins, die magnetische Momente erzeugen. Momente sind unterschiedlich orientiert und es werden unterschiedliche Energien benötigt, um sie am äußeren Feld auszurichten. Absorptionsspektrum des Materials gibt Aufschluss über die vom Feld eingespeisten Energiedifferenzen. Wir unterscheiden zwei Fälle:

- **der normale Zeeman-Effekt**

Spin  $\vec{s} = 0$  wird hier vernachlässigt und wir betrachten die Kreisbahn des Elektrons um

den Atomkern. Wir können die Bewegung des Elektrons als Strom  $I = -e \frac{v}{2\pi r}$  auffassen, wobei  $v$  Bahngeschwindigkeit und  $r$  Bahnradius sind.  $I$  erzeugt ein magnetisches Moment

$$\vec{\mu} = I \cdot \vec{A} = -e \frac{v}{2\pi r} \cdot \pi r^2 \hat{n} = -\frac{1}{2} \cdot e \cdot v \cdot \hat{n}$$

in Richtung  $\hat{n}$  normal zu der Bahnebene. Da der Bahndrehimpuls andererseits  $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = m \cdot r \cdot v \cdot \hat{n}$  beträgt, ergibt sich für die potentielle Energie  $E_{Pot} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$  des Elektrons im Magnetfeld

$$E_{Pot} = \frac{e}{2m_e} \vec{l} \cdot \vec{B}$$

- **der anomale Zeeman-Effekt**

Wir verzichten nun auf die Annahme  $\vec{s} = 0$  und betrachten einen allgemeinen Fall der Energieaufspaltung, der aus geschichtlichen Gründen *anomalous* heißt. Wir müssen hier die Spin-Bahn-Kopplung berücksichtigen und unterscheiden magnetische Momente  $\vec{\mu}_l$  und  $\vec{\mu}_s$ , deren Summe das magnetische Moment  $\mu$  des Gesamtdrehimpulses  $\vec{j}$  ergibt (siehe oben):

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s = -g \frac{e}{2m} \vec{j}$$

Die Energiedifferenz zwischen zwei benachbarten Niveaus der Aufspaltung beträgt dann

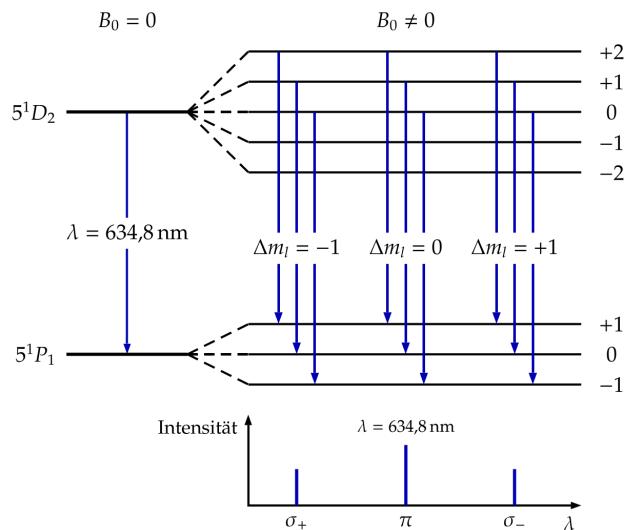
$$\Delta E_B = \mu_B \cdot B \cdot g \cdot |\Delta m_s|$$

$g$  ist hier der Lande-Faktor des Gesamtdrehimpulses aus dem vorherigen Abschnitt,  $\Delta m_s$  sind die Differenzen der magnetischen Spinquantenzahlen  $m_s$  der jeweiligen Nachbarzustände, und es sind nur Übergänge  $\Delta m_s = \pm 1$  möglich. Diese Einschränkung bezeichnen wir als *Auswahlregel*.

Der Übergang zwischen den Energieniveaus kann durch elektromagnetische Strahlung der Frequenz  $\nu$  erfolgen, sofern folgende Bedingung erfüllt ist:

$$h\nu = g\mu_B B$$

Ziel dieses Versuchs ist es, den Faktor  $g$  für unsere Probe DPPH zu bestimmen. Hierfür wird die Probe mit Mikrowellen fester Frequenz bestrahlt und die magnetische Flussdichte  $B$  solange variiert, bis eine Resonanz in Form von Absorption der Mikrowellen eintritt. Die Resonanzflussdichte  $B_r$  ließe dann  $g$  ausrechnen.



**Abb. 2:** Aufspaltung der Energieniveaus von Cadmium durch den Zeemaneffekt<sup>2</sup>

## 1.6 Auswahlregeln

Auswahlregeln geben an ob ein Übergang zwischen zwei Zuständen möglich ist oder nicht. So gilt für den Versuch relevanten Übergang, die folgende Auswahlregel:

$$\Delta m_s = 0, \pm 1 \quad \text{mit} \quad m_s = \pm \frac{1}{2}$$

Wobei  $m_s$  die magnetische Spinquantenzahl ist. Abb. 2 verdeutlicht auch dieses Mal für einige Übergänge diese Auswahlregel.  $\Delta m_s = 0$  ist dabei ein verbotener Übergang.

### 1.6.1 Klassische Betrachtung: Larmor-Frequenz

Die Präzession des Drehimpulses  $l$  eines Teilchens mit magnetischem Moment  $\mu$  um die Richtung eines von außen angelegten Magnetfelds wird als **Larmorpräzession** bezeichnet. Die Frequenz der Präzession bezeichnet man dabei als Larmor-Frequenz.

## 1.7 Linienverbreiterung

Aufgrund verschiedener Effekte lassen sich Absorptionslinien nicht beliebig scharf messen und ihre Breite ist endlich. Mögliche Ursachen hierfür sind:

- **Natürliche Linienverbreiterung**

Nach der Heisenberg'schen Unschärferelation kann die Energie nur mit einer Genauigkeit von  $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$  gemessen werden

<sup>2</sup><http://www.semibyte.de/wp/graphicslibrary/gl-physics/zeeman-effekt/>

- **Wechselwirkung der Spins**

Die Spins der ungepaarten Elektronen in der Probe wechselwirken untereinander, so dass es zur Aufspaltung der Energieniveaus kommt.

- **Helmholzspulen**

Das von den Helmholtzspulen erzeugte Magnetfeld ist nicht vollständig homogen, so dass die Resonanzstromstärke in unterschiedlichen Bereichen auch unterschiedlich groß ist.

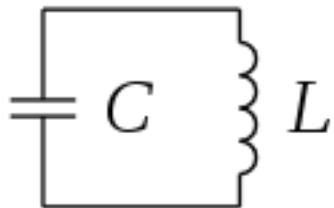
- **Relaxation**

Durch Mikrowellenpulse wird die Magnetisierung unserer Probe (die Summe der einzelnen magnetischen Momente) sowohl entlang (longitudinal) als auch senkrecht (transversal) zu der Magnetfeldrichtung geändert, und die Rückkehr (Relaxation) zum Anfangszustand erfolgt innerhalb einer endlichen Zeit, was eine Energieunschärfe verursacht.

## 1.8 Elektronik

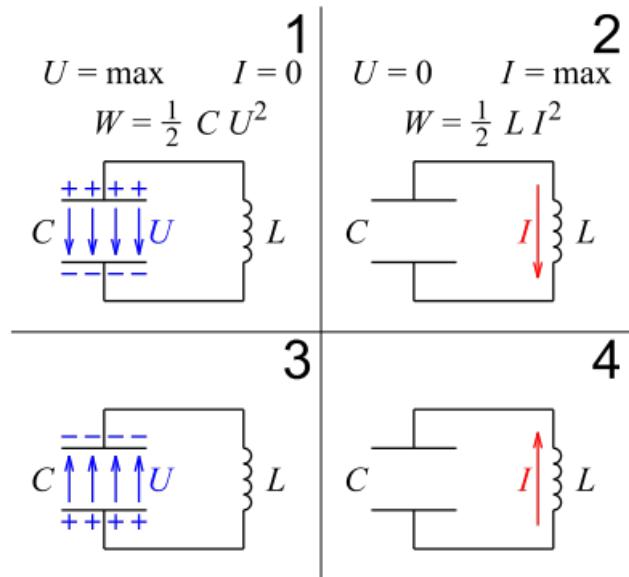
### 1.8.1 Elektrischer Schwingkreis

Ein elektrischer Schwingkreis ist eine elektrische Schaltung aus einer Spule und einem Kondensator.



**Abb. 3:** elektrischer Schwingkreis<sup>3</sup>

Wenn in der Schaltung Energie enthalten ist, entsteht im idealen Fall ein periodischer Vorgang:



**Abb. 4:** Schwingungsphasen<sup>4</sup>

1. Sei zunächst der Kondensator geladen. Die gesamte Energie ist in dessen elektrischem Feld gespeichert.

---

<sup>3</sup><https://de.wikipedia.org/wiki/Schwingkreis>

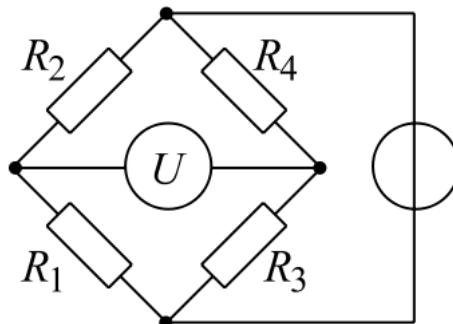
<sup>4</sup>Ebenda

2. Der Kondensator entlädt sich vollständig über die Spule, jedoch aufgrund der Selbstinduktion nicht instantan. Die gesamte Energie ist schließlich in deren magnetischem Feld gespeichert.
3. Der Kondensator wird in Gegenrichtung geladen. Die gesamte Energie ist wiederum in dessen elektrischem Feld gespeichert.
4. Der Kondensator entlädt sich erneut über die Spule. Die gesamte Energie ist wieder in deren magnetischem Feld gespeichert.

Im realen Fall entstehen im Schwingkreis Verluste durch die Widerstände der Kabel und Bauteile. Um der Dämpfung entgegenzuwirken, muss von außen periodisch Energie zugeführt werden. In unserem Versuch befindet sich in der Spule des Schwingkreises die DPPH-Probe, die also durch das Spulenfeld durchflutet wird. Zusätzlich befindet sich die gesamte Spule zwischen den Helmholtzspulen, deren Flussdichte wir variieren. Beträgt diese Flussdichte  $B_r$ , so tritt Absorption von HF-Strahlung auf, und die Impedanz des Schwingkreises  $Z = \frac{u(t)}{\dot{i}(t)}$  ändert sich, was wir als Änderung des Scheinwiderstandes  $Z = \frac{\hat{u}}{\hat{i}}$  beobachten können.

## 1.8.2 Wheatstone-Brücke

Die Wheatstone-Brücke ist eine Schaltung zur Messung von Widerständen. Sie ist aufgebaut aus vier Widerständen, die zu einem geschlossenen Ring zusammengeschaltet sind. An einer Diagonalen liegt eine Spannung an, an der anderen ist ein Spannungsmessgerät angeschlossen.



**Abb. 5:** Wheatstone-Brücke<sup>5</sup>

Die Brücke ist abgeglichen, wenn die Spannung auf der Diagonalen 0 ist, was bedeutet, dass

---

<sup>5</sup>[Wikipedia: Wheatstonesche Messbrücke](#)

der Strom in den beiden Zweigen gleich ist. Dann gilt nach den Kirchhoff'schen Regeln:

$$R_1 \cdot I_1 = R_3 \cdot I_2$$

$$R_2 \cdot I_1 = R_4 \cdot I_2$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (1)$$

Ist nun einer der Widerstände unbekannt, so lässt sich durch Variation der anderen Widerstände die Brücke abgleichen und mittels (1) der letzte Widerstand bestimmen. Der oben erwähnte Schwingkreis mit der Probe ist einer der Widerstände in der Wheatstone-Messbrücke (siehe Versuchsaufbau, Abb. 7). Vor der Messung wird die Brücke abgestimmt, sodass beide Zweige die gleiche Impedanz besitzen und die Diagonalspannung null ist. Bei der Resonanzflussdichte  $B_r$  absorbiert die Probe HF-Strahlung und die Impedanz des Schwingkreises ändert sich. Dementsprechend fällt auf der Diagonalen eine messbare Spannung ab.

### 1.8.3 Helmholtzspulen

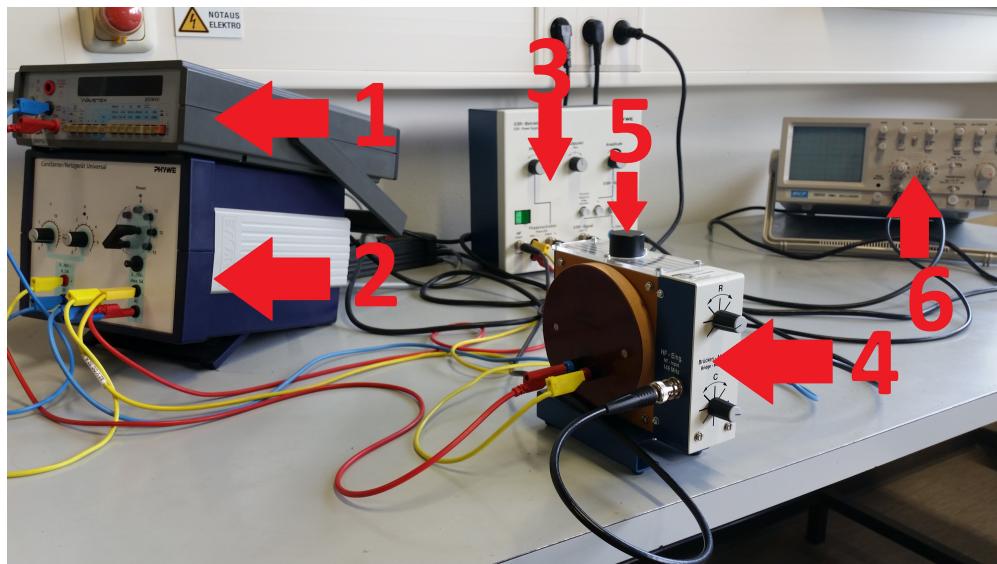
Eine Helmholtzspule ist eine kurze Spule mit großem Radius  $r$ . Werden zwei solcher Spulen im Abstand  $r$  auf gleicher Achse parallel zueinander aufgestellt und in gleicher Richtung von Strom durchflossen, so ist das Magnetfeld zwischen diesen weitgehend homogen. Nach dem Biot-Savart Gesetz ergibt sich die magnetische Flussdichte  $B_S$  der Spulen und damit die gesamte magnetische Flussdichte im Zentrum dieser:

$$\begin{aligned} B &= B_S \left( \frac{r}{2} \right) + B_S \left( -\frac{r}{2} \right) \\ &= 2 \cdot B_S \left( \frac{r}{2} \right) \\ &= 2 \cdot \frac{\mu_0 n_W r^2}{2 \left( r^2 + \frac{r^2}{4} \right)^{\frac{3}{2}}} I \\ &= \left( \frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} \mu_0 \frac{n_W}{r} I \end{aligned}$$

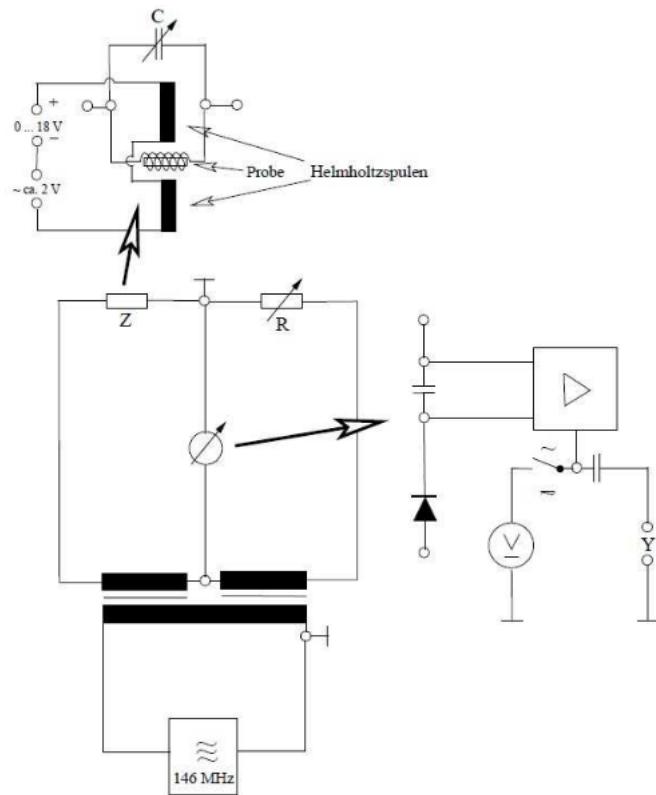
wobei  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante,  $n_W$  die Windungszahl und  $r$  der Spulenradius ist. Um die Abweichung von der idealen Helmholtzanordnung zu berücksichtigen wird weiterhin ein Korrekturfaktor  $\zeta$  eingeführt. Dann ergibt sich:

$$B = \zeta \cdot \left( \frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} \mu_0 \frac{n_W}{r} I \quad (2)$$

## 2 Versuchsaufbau



**Abb. 6:** Versuchsaufbau. 1. Strommessgerät, 2. Netzgerät, 3. ESR-Betriebsgerät mit HF-Ein-/Ausgang (146 MHz), 4. Resonator mit 5. DPPH-Probe, 6. Oszilloskop



**Abb. 7:** Schaltplan des Versuchsaufbaus<sup>6</sup>

<sup>6</sup>Versuchsanleitung, s. 5 [PDF]

Der Resonator, der in diesem Versuch verwendet wird, besteht im wesentlichen aus zwei Bau- teilen:

- **Helmholtzspulenpaar**

Das Helmholtzspulenpaar wird für die Erzeugung des externen Magnetfeldes verwendet.

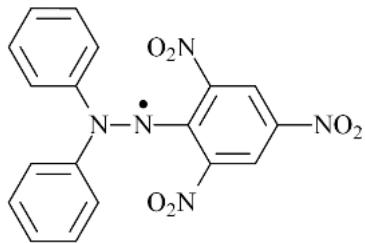
Der angelegte Strom besteht aus einem variablen Gleichstromanteil und einem festen Wechselstromanteil, was zur Folge hat, dass die magnetische Flussdichte nicht fest ist, sondern pulsiert. Der Gleichstromanteil kann an einem Multimeter abgelesen werden.

- **Brückenschaltung**

Der eine Zweig der Brückenschaltung enthält einen variablen Widerstand und der andere einen abstimmbaren Schwingkreis extrem hoher Güte, in dessen Spule sich die Probesubstanz befindet. Die Brücke wird zunächst abgestimmt.

Erreicht das Magnetfeld des Helmholtzspulenpaars die Resonanzflussdichte, so tritt die beschriebene Absorption auf, was eine Änderung der Impedanz des Schwingkreises zur Folge hat. Dadurch ist die Brücke nicht mehr im Gleichgewicht, weshalb am Diagonalzweig eine Spannung auftritt. Diese wird mittels einer Halbleiterdiode gleichgerichtet und über dem Kondensator abgegriffen. Das ausgehende Signal wird schließlich am Oszilloskop dargestellt. Dabei wird zur x-Ablenkung ein Wechselstrom verwendet, der frequenz- und phasengleich mit dem Wechselstromanteil des Helmholtzspulenstroms ist. Zu sehen sind auf dem Oszilloskop zwei Glockenkurven (Vor- und Rücklauf des Elektronenstrahls). Die Abstimmung der Brücke muss so eingestellt werden, dass die Kurven möglichst symmetrisch sind und der Phasenregler des Wechselstroms so, dass sich die beiden Kurven überlagern. Letzterer muss nach Variation der Stromstärke nachjustiert werden. Wird am Oszilloskop keine zusätzliche x-Ablenkung eingestellt, so schneidet die y-Achse das Signal an der Stelle, an der Wechselstromanteil des Spulenstroms gerade seinen Nulldurchgang hat, d.h., wenn die Stromstärke des Spulenstroms gerade dem Gleichstromanteil entspricht.

### 3 Versuchsdurchführung & Messung



**Abb. 8:** Strukturformel von DPPH<sup>7</sup>

Das Messprinzip beruht auf der Tatsache, dass sich die Energieniveaus der Atome/Moleküle im Magnetfeld aufgrund des Zeeman-Effektes aufspalten. Bei der hier verwendeten Probesubstanz DPPH (*Diphenylpicrylhydrazyl*) ist dies bedingt durch das magnetische Moment eines ungepaarten und ortsgebundenen Elektrons. Der Bahnanteil  $\vec{\mu}_l$  wird durch die Kristallfelder fast vollständig ausgelöscht, sodass nur noch das magnetische Moment des Elektronenspins  $\vec{\mu}_s$  übrig bleibt. Das magnetische Moment des Elektrons ist

$$\mu = -g m_s \mu_B$$

wobei  $\mu_B$  das Bohr'sche Magneton,  $m_s$  die magnetische Quantenzahl des Spins und  $g$  der Lande-Faktor ist. Damit ergibt sich die Energie des Elektrons im Magnetfeld:

$$E = -\mu B = g m_s \mu_B B$$

Demnach ist die Energiedifferenz zwischen den Zuständen mit  $m_s = \pm \frac{1}{2} \rightarrow |\Delta m_s| = 1$ :

$$\Delta E = g |\Delta m_s| \mu_B B = g \mu_B B$$

Das Elektron kann nun durch Strahlungsquanten in den energetisch höheren Zustand angeregt werden, wobei die Energie der Strahlung dann gerade der Energiedifferenz zwischen den Zuständen entsprechen muss. In diesem Versuch wird eine Frequenz vorgegeben und durch Variation des äußeren Magnetfeldes eine Resonanzflussdichte  $B_r$  eingestellt, bei der der Effekt auftritt. Dann gilt:

$$h\nu = g \mu_B B_r \quad (3)$$

---

<sup>7</sup>Ebenda, s.4 [PDF]

Bei der Versuchsdurchführung müssen wir allgemein darauf achten, dass:

- Der Multimeter auf einen Strommessbereich von über 2 A Gleichstrom eingestellt ist, die Anzeige jedoch 1,5 A nicht *überschreiten* darf
- Die Probesubstanz sehr giftig und daher der sorgfältige Umgang damit geboten ist
- Das Erdmagnetfeld eventuell Einfluss auf unsere Messung hat; hierfür messen wir Resonanzstromstärken bei vier jeweils um 90° verdrehten Ausrichtungen der Helmholtzspulen und berechnen dann die Größe der Horizontalkomponente der Flussdichte des Erdfeldes

#### 3.1 Zur Bestimmung des g-Faktors

Die Stromstärke in der Versuchsanordnung wird in diesem Teil so variiert, dass die y-Achse das Signal genau am Maximum schneidet. Die entsprechende Stromstärke nehmen wir auf. Zu jeder der vier Ausrichtungen der Helmholtzspulen haben wir jeweils 10 mal die Resonanzstromstärke gemessen. Für einzelne Stromstärken  $I_i$  haben wir den Ablesefehler auf  $10^{-3} A$  abgeschätzt. Wir bekommen folgende Messwerte:

$\phi$ [°]	0	90	180	270
$I$ [A]	1,261	1,258	1,265	1,265
	1,200	1,215	1,215	1,206
	1,197	1,212	1,217	1,207
	1,205	1,212	1,218	1,208
	1,203	1,210	1,211	1,208
	1,202	1,216	1,217	1,203
	1,205	1,212	1,221	1,203
	1,209	1,211	1,217	1,211
	1,213	1,217	1,213	1,207
	1,206	1,218	1,213	1,210
	1,207	1,217	1,22	1,206

**Tabelle 1:** Messwerte zur Bestimmung des g-Faktors

### 3.2 Zur Bestimmung der Halbwertsbreite

Hier wird die Stromstärke dann aufgenommen, wenn das Signal die y-Achse bei halber Höhe einmal links und einmal rechts vom Maximum schneidet. Dabei ergeben sich folgende Messwerte:

$I_{links}$ [A]	$I_{rechts}$ [A]	$I_{Diff}$ [A]
1,175	1,226	0,051
1,176	1,227	0,051
1,175	1,228	0,053
1,178	1,228	0,050
1,174	1,225	0,051
1,178	1,228	0,050
1,178	1,226	0,048
1,176	1,225	0,049
1,179	1,227	0,048
1,178	1,227	0,049

**Tabelle 2:** Messwerte zur Bestimmung der Halbwertsbreite (FWHM)

$$I_{Diff} = |I_{links} - I_{rechts}| \quad (4)$$

bezeichnet hierbei die Differenz zwischen jeweiligen Stromwerten links und rechts vom Maximum und dient zur Berechnung der Halbwertsbreite.

## 4 Auswertung

### 4.1 g-Faktor des Elektrons in DPPH

Die magnetische Flussdichte zur Berechnung von  $g$  lässt sich mit (3) aus der Resonanzstromstärke berechnen. Zu jeder der vier Messreihen bilden wir zuerst Mittelwerte  $\bar{I}_k = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} I_i$  mit zugehörigen statistischen Fehlern  $\Delta \bar{I}_k = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} \sum_{i=1}^{10} (I_i - \bar{I}_k)^2}$ . Wir haben also vier Mittelwerte  $\bar{I}_k$  aus vier Stichproben der gleichen Grundgesamtheit:

$\phi [^\circ]$	0	90	180	270
$\bar{I}_k [A]$	1,204	1,214	1,216	1,206
$\Delta \bar{I}_k [A]$	0,005	0,003	0,003	0,003

**Tabelle 3:** Mittelwerte des Stroms aus vier Messreihen

#### 4.1.1 Resonanzflussdichte ohne Korrektur

Einerseits suchen wir einen gemeinsamen Wert für magnetische Resonanzflussdichte, und dafür bietet sich die Berechnung des gewichteten arithmetischen Mittelwertes  $\bar{I}$  über alle  $\bar{I}_k$  an:

$$\bar{I} = \frac{\sum_{k=1}^4 \omega_k \cdot \bar{I}_k}{\sum_{k=1}^4 \omega_k} \quad \text{mit Gewichten } \omega_k = \frac{1}{\sigma_k^2}, \quad \text{Varianzen } \sigma_k^2 = (\sqrt{4} \cdot \Delta \bar{I}_k)^2$$

und dem statistischen Fehler des gewichteten Mittelwerts  $\Delta \bar{I} = \sqrt{\frac{1}{10} \frac{\sum_{k=1}^4 \omega_k^2 \cdot \sigma_k^2}{(\sum_{k=1}^4 \omega_k)^2}}$

Der Faktor  $\frac{1}{\sqrt{4}}$  sorgt dafür, dass  $\Delta \bar{I}$  der stat. Fehler des Mittelwertes  $\bar{I}$  statt eines der „Einzelmessung“  $\bar{I}_k$  ist. Wir berechnen nun die unkorrigierte magnetische Resonanzflussdichte über Gl. (2) und deren Fehler mittels Fehlerfortpflanzung:

$$B_{unkorr} = \zeta \cdot \left( \frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} \mu_0 \frac{n_W}{r} \bar{I}, \quad \Delta B_{unkorr} = \left| \frac{dB_{unkorr}}{d\bar{I}} \Delta \bar{I} \right| = B_{unkorr} \cdot \frac{\Delta \bar{I}}{\bar{I}}$$

Schließlich berechnen wir den gesuchten Lande-Faktor und dessen Fehler mittels Gl. (3):

$$g_{unkorr} = \frac{h\nu}{\mu_B B_{unkorr}}, \quad \Delta g_{unkorr} = \left| \frac{dg_{unkorr}}{dB_{unkorr}} \Delta B_{unkorr} \right| = g_{unkorr} \cdot \frac{\Delta B_{unkorr}}{B_{unkorr}}$$

Unsere Ergebnisse sind:

$\bar{I}$ [A]	$B_{unkorr}$ [mT]	$g_{unkorr}$
$1,211 \pm 0,001$	$4,540 \pm 0,003$	$2,297 \pm 0,002$

**Tabelle 4:** Lande-Faktor beeinflusst durch das magnetische Flussdichte des Erdfeldes

Allerdings ist dieser Wert  $g_{unkorr}$  durch die magnetische Flussdichte des Erdfeldes beeinflusst worden. Diesen systematischen Fehler wollen wir im Folgenden berechnen und eliminieren.

#### 4.1.2 Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes

Für jede Ausrichtung der Spulen lassen sich aus Mittelwerten  $\bar{I}_k$  Resonanzflussdichten  $B_k$  berechnen. Mittels Fehlerfortpflanzung von  $\Delta\bar{I}_k$  (siehe Tab. 3) bekommen wir auch die Fehler für die jeweiligen Flussdichten  $B_k$ :

$$B_k = \zeta \cdot \left( \frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} \mu_0 \frac{n_W}{r} \bar{I}_k, \quad \Delta B_k = \left| \frac{dB_k}{d\bar{I}_k} \Delta \bar{I}_k \right| = B_k \cdot \frac{\Delta \bar{I}_k}{\bar{I}_k} \quad (5)$$

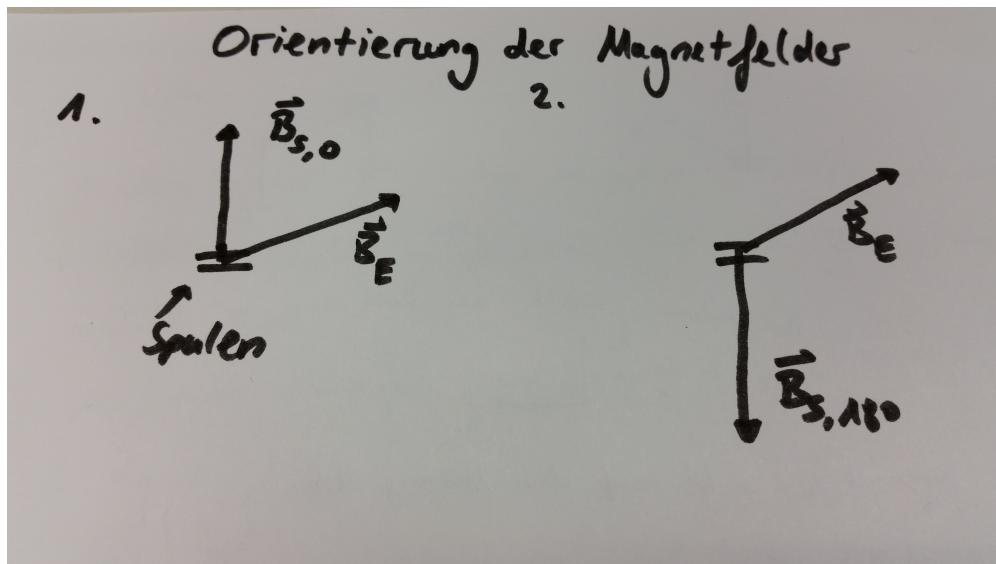
Des Weiteren setzen wir  $B_k := B(\phi)$  für  $k \in [1..4]$ ,  $\phi \in [0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ]$ .  $\phi$  bezeichnet hier die Winkeleinstellung des Helmholtzspulen bezüglich der von uns willkürlich gewählten Anfangsposition  $\phi = 0$ . Rechnung liefert folgende Werte:

$\phi$ [°]	0	90	180	270
$\bar{I}_k$ [A]	1,204	1,214	1,216	1,206
$\Delta \bar{I}_k$ [A]	0,005	0,003	0,003	0,003
$B(\phi)$ [mT]	4,513	4,550	4,558	4,521
$\Delta B(\phi)$ [mT]	0,018	0,011	0,012	0,013

**Tabelle 5:** Tabelle mit den gemittelten Werten für  $I$  und die berechneten magnetischen Flussdichten.

Wir unterscheiden nun zwischen reinem Spulenanteil  $\vec{B}_s(\phi)$  und dem horizontalen Anteil der magn. Flussdichte des Erdmagnetfeldes  $\vec{B}_{E\parallel}$  an der gesamten gemessenen Resonanzflussdichte  $\vec{B}(\phi)$ . Es gilt:

$$\vec{B}(\phi) = \vec{B}_s(\phi) + \vec{B}_{E\parallel}$$



**Abb. 9:** Orientierung der Magnetfelder bei der Winkelausrichtung der Helmholtzspulen von  $\phi = 0^\circ$  und  $\phi = 180^\circ$ .  $\vec{B}_E$  bezeichnet hier die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes  $\vec{B}_{E\parallel}$ . Die Bildebene ist die Tischemebene.

Weil das Spulenfeld  $\vec{B}_s(\phi)$  näherungsweise parallel zu der Erdoberfläche ausgerichtet ist, lässt sich die Auswirkung der Vertikalkomponente der magnetischen Flussdichte der Erde auf die Messung vernachlässigen. In unserem Versuch betrachten wir vier jeweils um  $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$  in der Tischemebene gedrehte Stellungen der Spulenanordnung, um damit  $B_{E\parallel}$  abgreifen zu können.

Diese Überlegungen nutzen wir aus, um die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes zu bestimmen:

- **x-Richtung**

$$\begin{aligned}
 \vec{B}(0^\circ) + \vec{B}(180^\circ) &= \vec{B}_s(0^\circ) + \vec{B}_{E\parallel x} + \vec{B}_s(180^\circ) + \vec{B}_{E\parallel x} &\Leftrightarrow \\
 \vec{B}(0^\circ) + \vec{B}(180^\circ) &= \vec{B}_s(0^\circ) + \vec{B}_{E\parallel x} - \vec{B}_s(0^\circ) + \vec{B}_{E\parallel x} &\Leftrightarrow \\
 \vec{B}(0^\circ) + \vec{B}(180^\circ) &= 2 \cdot \vec{B}_{E\parallel x} &\Leftrightarrow \\
 B_{E\parallel x} &= \frac{1}{2} |\vec{B}(0^\circ) + \vec{B}(180^\circ)| = \frac{1}{2} \cdot |B(0^\circ) - B(180^\circ)| \\
 \Delta B_{E\parallel x} &= \sqrt{\left( \frac{dB_{E\parallel x}}{dB(0^\circ)} \Delta B(0^\circ) \right)^2 + \left( \frac{dB_{E\parallel x}}{dB(180^\circ)} \Delta B(180^\circ) \right)^2} = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\Delta B(0^\circ))^2 + (\Delta B(180^\circ))^2}
 \end{aligned}$$

- **y-Richtung analog**

$$B_{E\parallel y} = \frac{1}{2} |\vec{B}(90^\circ) + \vec{B}(270^\circ)| = \frac{1}{2} \cdot |B(90^\circ) - B(270^\circ)|$$

$$\Delta B_{E\parallel y} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\Delta B(90^\circ))^2 + (\Delta B(270^\circ))^2}$$

- **Betrag und Richtung der Horizontalkomponente**

$$B_{E\parallel} = \sqrt{B_{E\parallel x}^2 + B_{E\parallel y}^2}, \quad \vec{B}_{E\parallel} = B_{E\parallel} \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \alpha = \arctan \left( \frac{B_{E\parallel y}}{B_{E\parallel x}} \right)$$

$$\Delta B_{E\parallel} = \sqrt{\left( \frac{dB_{E\parallel}}{dB_{E\parallel x}} \Delta B_{E\parallel x} \right)^2 + \left( \frac{dB_{E\parallel}}{dB_{E\parallel y}} \Delta B_{E\parallel y} \right)^2} = \frac{\sqrt{(B_{E\parallel x} \Delta B_{E\parallel x})^2 + (B_{E\parallel y} \Delta B_{E\parallel y})^2}}{B_{E\parallel}}$$

Hierbei wählen wir als x-Richtung die Ausrichtung der Spulen bei  $\phi = 0^\circ$ , welche ungefähr dem Nordost entspricht, weil die Helmholtzspulen dabei orthogonal zum Fenster des Labors ausgerichtet sind.

Nun sind wir in der Lage, die gemessene Resonanzflussdichte zu korrigieren:

$$\vec{B}_{korr} = \vec{B}_{unkorr} + \vec{B}_{E\parallel} \quad \Rightarrow \quad B_{korr} = \sqrt{B_{unkorr}^2 + B_{E\parallel}^2}$$

$$\Delta B_{korr} = \frac{\sqrt{(B_{unkorr} \Delta B_{unkorr})^2 + (B_{E\parallel} \Delta B_{E\parallel})^2}}{B_{korr}}$$

Schließlich berechnen wir anhand von  $B_{korr}$  den korrigierten Lande-Faktor des Elektronenspins:

$$g_{korr} = \frac{h \cdot \nu}{\mu_B \cdot B_{korr}}, \quad \Delta g_{korr} = g_{korr} \cdot \left| \frac{\Delta B_{korr}}{B_{korr}} \right|$$

Fassen wir nun die Ergebnisse unserer Rechnung tabellarisch zusammen:

$B_{E\parallel} [\mu T]$	$\alpha [^\circ]$	$B_{unkorr}$	$B_{korr} [mT]$	$g_{unkorr}$	$g_{korr}$
$26,87 \pm 10,1$	$32,5$	$4,5401 \pm 0,0032$	$4,5402 \pm 0,0032$	$2,297 \pm 0,002$	$2,312 \pm 0,002$

**Tabelle 6:** Ergebnisse der Auswertung ohne und mit Korrektur

Wir sehen, dass die Berücksichtigung von  $B_{E\parallel}$  keine signifikante Änderung des Lande-Faktors liefert. Die neue Auswertung lieferte einen um eine Zehnerpotenz kleineren Fehler für Lande-Faktor, das offensichtlich nicht den tatsächlichen Messfehler repräsentiert. Daher sollten wir weitere Fehlerquellen diskutieren, die die Abweichung des g vom Literaturwert um ca. 13% rechtfertigen. Der Wert von  $B_{E\parallel}$  weicht um  $\approx 27\%$  von dem tatsächlichen Wert von  $B_{E,h} =$

$19,6158 \mu T$  ab<sup>8</sup>.

## 4.2 Halbwertsbreite der ESR-Absorptionslinie

Aus dem gemessenen Werten (siehe S.16, Tab.2) verwenden wir die Differenzwerte der Stromstärke, berechnen mit (2) die magnetische Flussdichten und bilden den Mittelwert.

$I_{Diff.}$ [A]	B [ $\cdot 10^{-4}$ T]
0,051	1,911
0,051	1,911
0,053	1,986
0,050	1,874
0,051	1,911
0,050	1,874
0,048	1,799
0,049	1,836
0,048	1,799
0,049	1,836

Der Mittelwert von B ergibt gerade unsere Halbwertsbreite (FWHM):

$$FWHM = (1,87 \pm 0,06) \cdot 10^{-4} T$$

---

<sup>8</sup>Das Helmholtzzentrum Potsdam gibt auf <http://www.gfz-potsdam.de/deklinationsrechner/> Monatswerte für das (horizontale) Erdmagnetfeld eines Ortes an. Für den Monat Mai 2015 in Köln gibt die Seite den oben genannten Wert für die für uns relevante Horizontalkomponente an. Als jährliche Schwankung wird zudem für die horizontale Komponente ein Wert von 13,4 nT pro Jahr angegeben. Diese Schwankungen liegen jenseits unserer Messgenauigkeit.

## 5 Diskussion

Die Versuchsdurchführung verlief zu Beginn nicht problemlos, da nachdem wir zwei Messwerte aufgezeichnet hatten, die Sicherung herausgeflogen ist. Durch eine entstehende Wartezeit von ca. 15 Minuten ist das Oszilloskop abgekühlt. Dadurch erhielten wir, nachdem wir wieder die Messung fortführen konnten, einen deutlich sichtbaren Drifteffekt im Oszilloskop der auf die Temperaturänderung zurückzuführen ist. Wir mussten einige Minuten warten bis das Gerät eine entsprechende Betriebstemperatur erreicht hatte, so dass der Effekt abklingen konnte. Die darauffolgenden Messungen zur Bestimmung des g-Faktors bzw. des Erdmagnetfeldes und der Halbwertsbreite verliefen jedoch problemlos.

Die folgende Tabelle vergleicht die von uns bestimmten Werte für die Flussdichte der Erdmagnetfeldes der Horizontalkomponente  $B_{E,h}$ , den g-Faktor  $g_{e^-}$  des Elektrons und die Halbwertsbreite  $FWHM$  mit Literaturwerten.

	$g_{e^-}$	$B_{E,h} [\mu\text{T}]$	$FWHM [\cdot 10^{-4}]$
Messung	$2,312 \pm 0,002$	$26,87 \pm 10,10$	$1,87 \pm 0,06$
Literaturwert <sup>9</sup>	2,0023	19,6158	2,7
Abweichung [%]	13	27	31

Da die Berechnung des g-Faktors von dem gemessenen Wert für die Flussdichte abhängt, haben wir zunächst die möglichen Fehlerquellen ausgemacht die diese beeinflussen.

Das Erdmagnetfeld ändert sich auch in Abhängigkeit von der Sonnenaktivität. Von daher wäre für  $B_{E,h}$  ein Tageswert für Köln wünschenswert. Diesen konnten wir jedoch nicht ausfindig machen. Stattdessen haben wir auf der Seite des Helholzzentrums Potsdam einen Monatswert für Köln gefunden. Das 'Space Weather Prediction Center'<sup>10</sup> beobachtet jedoch auch die Sonnenaktivität, so dass wir zwar keinen konkreten Wert, dafür jedoch ein Bericht<sup>11</sup> finden konnten, der die Aktivität beschreibt:

*Analysis of Solar Active Regions and Activity from 08/2100Z to 09/2100Z: Solar activity has been at **low levels** for the past 24 hours. The largest solar event of the period was a C5 event observed at 09/0353Z from Region 2360 (N15W31). There are currently 6 numbered sunspot regions on the disk. IB. Solar Activity Forecast:*

---

<sup>9</sup>Die Quellen der Referenzwerte:

$g_{e^-}$ : <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?gem>

$B_{E,h}$ : <http://www.gfz-potsdam.de/deklinationsrechner/>

FWHM: [http://www.astro.uni-koeln.de/sites/default/files/praktikum\\_b/Anleitung%201.5.pdf](http://www.astro.uni-koeln.de/sites/default/files/praktikum_b/Anleitung%201.5.pdf)

<sup>10</sup><http://www.swpc.noaa.gov/>

<sup>11</sup><ftp://ftp.swpc.noaa.gov/pub/forecasts/RSGA/0609RSGA.txt>

## 5 DISKUSSION

---

*Solar activity is expected to be low with a slight chance for an M-class flare on days one, two, and three (10 Jun, 11 Jun, 12 Jun).*

Die Sonnenaktivität hält sich nach diesem Bericht auf einem niedrigen Niveau und kann somit nicht als Fehlerquelle für den in unserem Versuch gemessenen zu großen Wert für  $B_{E,h}$  ausgemacht werden. Vermutlich liegen die Ursachen für die starken Abweichungen von den Literaturwerten in dem Versuchsaufbau und der Durchführung. Ungenaue Messungen und Verunreinigung der Probe, sowie Defekte in dem Versuchsaufbau tragen zu Fehlern bei. Ebenso Ablesefehler (besonders bei der Bestimmung des FWHM) und Fehler auf dem Stromstärkemessgerät und Oszilloskop (auch wenn dieser vermutlich klein gegenüber den anderen Fehlerquellen ist) verursachen Fehler. Weiterhin kann in der Durchführung die ungenaue Positionierung des Resonators zu Ungenauigkeiten führen.

Berücksichtigt man diese möglichen Ursachen für die Fehler, sind die von uns bestimmten Werte auch im Vergleich mit den Literaturwerten als valide zu bezeichnen.

## Literatur

- [1] DEMTRÖDER, W. *Experimentalphysik 3 Atome, Moleküle Und Festkörper -*, 4. aufl. 2010 ed. Springer, Berlin, Heidelberg, 2010.
- [2] DEMTRÖDER, W. *Experimentalphysik 4 - Kern-, Teilchen- und Astrophysik*, 4. aufl. 2013 ed. Springer-Verlag GmbH, Heidelberg, 2013.
- [3] GERTHSEN, C., AND MESCHEDE, D. *Gertsen Physik -*, 23. aufl. ed. Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [4] O.A. Versuchsanleitung. [http://www.astro.uni-koeln.de/sites/default/files/praktikum\\_b/Anleitung%201.5.pdf](http://www.astro.uni-koeln.de/sites/default/files/praktikum_b/Anleitung%201.5.pdf).