

---

# POSITRONEN-EMISSIONS-TOMOGRAFIE

---

Physikalisches Praktikum B  
am  
Kernphysikalischen Institut

02.11.2015



**Studenten**

Yushi Nishida  
Pavel Ignatiev

**Betreuer**

Jan Mayer

---

## Abbildungsverzeichnis

1	Compton-Kante . . . . .	4
2	Escape-Peaks . . . . .	5
3	Vorverstärkersignal . . . . .	8
4	TFA-Signal . . . . .	9
5	Diskriminatorsignal . . . . .	9
6	Bestimmung der Ortsauflösung . . . . .	10
7	Scan der Truhe, ohne Diagonalmessung . . . . .	11
8	Scan der Truhe, mit Diagonalmessung . . . . .	12
9	Kollinearität der Annihilationsstrahlung . . . . .	13
10	Koinzidenz der Annihilation und des $\gamma$ -Zerfalls von $^{22}\text{Na}$ . . . . .	14

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1	Kernzerfall und Strahlungsemission . . . . .	3
1.1.1	$\beta$ -Zerfall und Elektroneneinfang (EC) . . . . .	3
1.1.2	Elektron-Positron-Paarbildung und Annihilation . . . . .	3
1.2	Kennlinien eines Strahlungsspektrums . . . . .	3
1.2.1	Photopeak . . . . .	4
1.2.2	Compton-Kontinuum . . . . .	4
1.2.3	Compton-Kante . . . . .	4
1.2.4	Single-, Double-Escape-Peak, 511-keV-Linie . . . . .	5
1.2.5	Rückstreupeak . . . . .	5
1.3	Szintillatoren . . . . .	6
1.4	Photomultiplier . . . . .	6
1.5	Verstärker . . . . .	6
1.6	Diskriminatoren . . . . .	6
1.7	Time-to-Amplitude Converter . . . . .	7
1.8	Delay . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Versuchsdurchführung und Auswertung</b>	<b>8</b>
2.1	Vorverstärkersignal . . . . .	8
2.2	TFA-Signal . . . . .	9
2.3	Diskriminatorsignal . . . . .	9
2.4	Ortsauflösung der Koinzidenzmessung . . . . .	10
2.5	PET-Scan der Truhe . . . . .	11
2.6	Winkelabhängigkeit . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Fazit</b>	<b>15</b>
<b>4</b>	<b>Literatur</b>	<b>16</b>

# 1 Theoretische Grundlagen

## 1.1 Kernzerfall und Strahlungsemission

### 1.1.1 $\beta$ -Zerfall und Elektroneneinfang (EC)

Beim *Beta-Zerfall* erfolgt eine Verwandlung eines Neutrons in einen Proton unter Emission eines Elektrons im Falle des  $\beta^-$ -Zerfalls

$$A(Z, N) \longrightarrow A(Z + 1, N - 1) + e^- + \bar{\nu}_e \quad (1)$$

bzw. eine Verwandlung eines Protons in einen Neutron unter Emission eines Positrons im Falle eines  $\beta^+$ -Zerfalls

$$A(Z, N) \longrightarrow A(Z - 1, N + 1) + e^+ + \nu_e \quad (2)$$

*Elektroneneinfang* erfolgt durch Absorption eines Elektrons der inneren Atomschale (z. B. K-Schale) durch den Kern, wobei sich eines der Kernprotonen in ein Neutron umwandelt und der Kern zum gleichen Tochterkern zerfällt, wie es bei  $\beta^+$ -Zerfall der Fall wäre:

$$A(Z, N) \longrightarrow A(Z - 1, N + 1) + \nu_e \quad (3)$$

Allerdings werden dabei nur Neutrinos und keine Elektronen emittiert, was EC für unseren Versuch unbrauchbar macht, wenn wir Elektronenlawinen erzeugen wollen.

### 1.1.2 Elektron-Positron-Paarbildung und Annihilation

Photonen mit Energien größer als die Summe der Ruheenergien eines Elektrons und eines Positrons ( $2 \cdot 511 \text{ keV} = 1,022 \text{ MeV}$ ) können ein Elektron-Positron-Paar erzeugen. Das erzeugte Positron annihiliert sehr wahrscheinlich sofort mit diesem oder einem anderem Elektron in der Nähe, dabei werden antiparallel zwei  $\gamma$ -Quanten gleicher Energien  $511 \text{ keV}$  emittiert. In unserem Versuch sollen die Detektoren solche Quanten empfangen, daher ist es wichtig, solche Quanten von der  $\gamma$ -Strahlung des Atoms zu unterscheiden.

## 1.2 Kennlinien eines Strahlungsspektrums

Ein Spektrum wird sichtbar beispielsweise wenn die absorbierte Intensität gegen die Kanalnummer (bzw. zugehörige Energie des Quanten) aufgetragen. Nur bestimmte Peaks des Spektrums entsprechen den  $\gamma$ -Quanten, welche bei atomaren Zustandsübergängen emittiert werden. Daher ist es wichtig, solche Quanten von allen anderen, denen andere Erscheinungen wie Paarerzeugung bzw. Compton-Effekt zugrunde liegen, zu unterscheiden.

### 1.2.1 Photopeak

Der Photopeak bzw. Full-Energy-Peak entspricht der maximalen Energieabgabe durch das Photon an den Detektor, so dass die gesamte Übergangsenergie des Atoms detektiert wird. Dies kann der Fall sein, wenn der  $\gamma$ -Quant sofort vollständig beim Photoeffekt absorbiert wird, aber auch durch mehrere hintereinander folgende Wechselwirkungen (Paarbildung, Compton-Streuung und Photoeffekt), falls diese koinzident im Detektor stattfinden.

### 1.2.2 Compton-Kontinuum

Je nach dem Streuwinkel gibt das  $\gamma$ -Quant unterschiedliche Energien an den Elektron ab. Der Streuwinkel variiert zwischen 0 und  $\pi$  und ist statistisch verteilt, daher ergibt sich eine waagerechte Spektrumlinie im Bereich  $E_\gamma(FEP) - E_{Compton}(\pi)$  bis  $E_\gamma(FEP) - E_{Compton}(0)$ , deren Energiewerte durch folgende Beziehung gegeben sind:

$$E_{Compton}(\phi) = \frac{E_\gamma(FEP)}{1 + \frac{E_\gamma(FEP)}{m_e c^2} (1 - \cos(\phi))} \quad (4)$$

### 1.2.3 Compton-Kante

Die abrupte Kante am Ende des Compton-Kontinuums nennt man Compton-Kante. Bei dieser Kante wird Compton-Streuung maximal, was einem Streuwinkel  $\pi$  entspricht. [Gleichung 4](#) nimmt dann folgende Gestalt an und erlaubt uns, die Lage der Compton-Kante vorherzusagen:

$$E_{Compton}(\pi) = \frac{E_\gamma(FEP)}{1 + \frac{E_\gamma(FEP)}{m_e c^2} (1 - \cos(\pi))} = \frac{E_\gamma(FEP)}{1 + 2 \cdot \frac{E_\gamma(FEP)}{m_e c^2}} \quad (5)$$

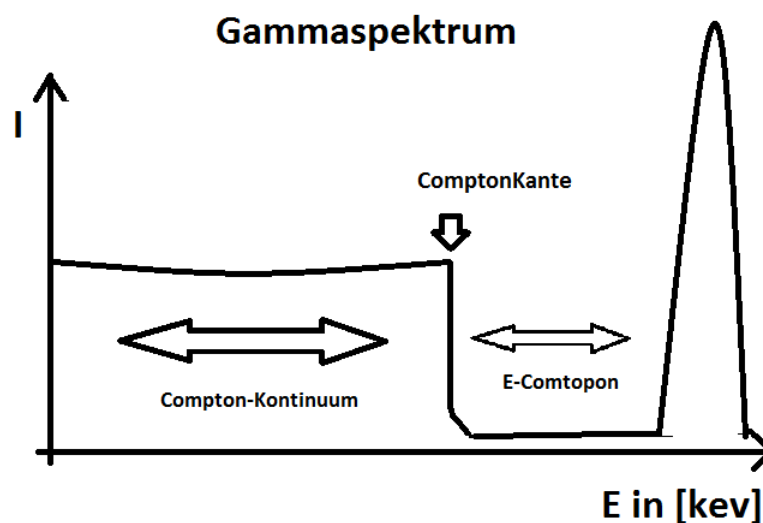
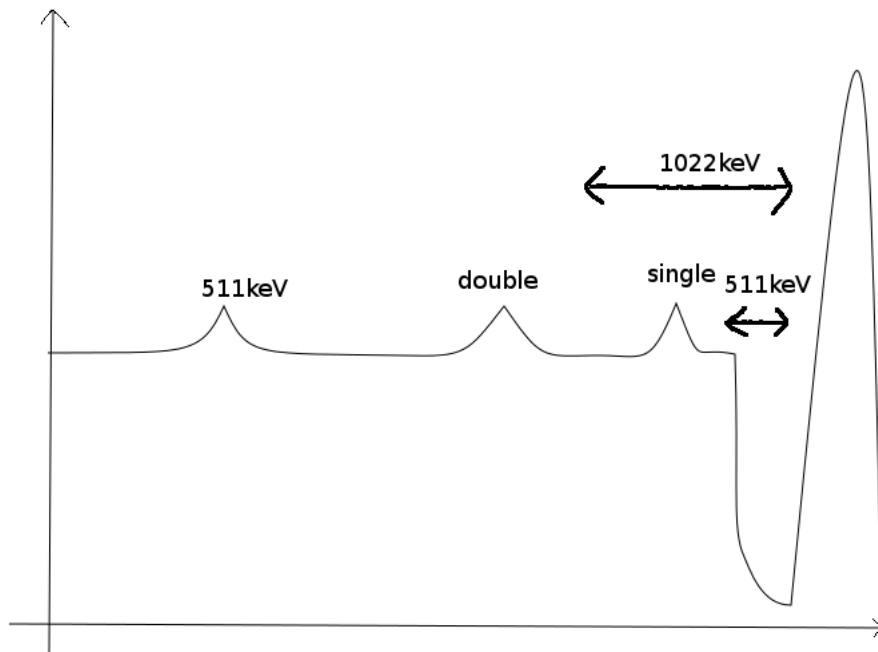


Abb. 1: Compton-Kante

### 1.2.4 Single-, Double-Escape-Peak, 511-keV-Linie

Gammaquanten hoher Energien können eine Paarbildung im Detektor verursachen, sodass ein Positron und ein Elektron entstehen. Der Positron kann schnell wieder mit einem Elektron in der Nähe wechselwirken. Dabei zerfällt es meistens in 2 Gammaquanten. Verlässt ein Gammaquant nun den Detektor, so entsteht das Single-Escape-Peak; ein Double-Escape-Peak entsteht, falls beide Quanten den Detektor verlassen. Die 511-keV Linie wird durch eine Paarbildung außerhalb des Detektors verursacht. Dabei fliegt ein Gammaquant aus der Paarerzeugung in den Detektor und wird detektiert.



**Abb. 2:** Escape-Peaks

### 1.2.5 Rückstreupeak

Rückstreupeaks entstehen schließlich, wenn Gammaquanten vor dem Eintreffen auf den Detektor bereits gestreut werden.

### 1.3 Szintillatoren

Ein Szintillator besteht aus einem Material/Molekül der, nach Anregung durch Stöße mit Photonen (Photoeffekt), Comptonstreuung oder ionisierten Teilchen, Licht aussendet. Dies geschieht durch einen extra Band zwischen dem Valenz- und Leitungsband, dessen Energiedifferenz dem sichtbaren Spektrum entspricht. Das emittierte Licht wird von einem Photomultiplier oder einer Leuchtdiode erfasst, so wird die Intensität des Photons oder ionisierten Teilchens bestimmt. Vorteile der Szintillatoren gegenüber einem Halbleiterdetektor liegen an der besseren Ansprechzeit und Effizienz. Dafür leidet jedoch die Energieauflösung.

### 1.4 Photomultiplier

Photonen lösen aus der Photokathode Elektronen aus. Diese ausgelösten Elektronen fliegen jetzt auf eine in Serie geschaltete Dynoden-Anordnung. Jede Dynode hat nach der Reihe eine höhere Spannung. So lösen auf dem Dynoden auftreffende Elektronen aus der Dynode zusätzliche Elektronen heraus, die von der nächsten Dynode zur ihr beschleunigt werden.

### 1.5 Verstärker

Ein Verstärker erhöht die Amplitude des Eingangssignals. Ein *Vorverstärker* wird verwendet, um schwache Signale des Detektors zu verstärken, so dass die Signale weniger durch Rauschen und andere Störungen beeinflusst werden. Der *Hauptverstärker* soll ein Signal möglichst sauber oder steil verstärken. Als Vorverstärker kommt ein TFA zum Einsatz, und für den Hauptverstärker ein Spectroscopy Amplifier.

### 1.6 Diskriminatoren

Der Diskriminator verarbeitet den Eingangssignal und gibt diskrete Pulse für einen definierten Ereignis heraus, wobei die Amplitude des Eingangssignals eine bestimmte Schwelle erreichen bzw. nicht überschreiten muss. Will man ein Koinzidenzereignis alleine durch das Setzen einer festen Schwelle registrieren, so treten Probleme auf, da die Amplituden unterschiedlich hoch sein könnten und somit werden die Zeitpunkte der Ereignisauslösung unterschiedlich sein, wenn die gleiche Schwelle eingestellt ist. Bei unterschiedlich eingestellten Schwellen ist es noch gravierender.

Aus diesem Grund wählt man einen Eingangssignal und invertiert diesen. Der zweite unbearbeitete Signal wird dann nach hinten verschoben. Nun wird das erste Signal gestaucht und mit dem ersten Signal addiert. Es entsteht nun eine Amplitude im negativen und eine im positiven Bereich. Jetzt wird genau der Nulldurchgang zwischen der ersten Amplitude zur zweiten als der Zeitpunkt des Ereignisses festgelegt. Diese Art von Diskriminatoren werden *Constant Fraction Discriminator* genannt.

### 1.7 Time-to-Amplitude Converter

Der TAC Konverter besitzt zwei Eingänge, ein für den Start- und ein für den Stoppsignal. Er wandelt die Zeit zwischen den Eingängen des Startsignals und des Stoppsignals in elektrische Ladung um. Dafür wird nach dem Eingang des Startsignals ein Kondensator bei einem konstantem Strom aufgeladen, bis der Stoppsignal eintrifft.

### 1.8 Delay

Da im Idealfall bei einer Koinzidenzmessung die Strahlen an beiden Detektoren gleichzeitig ankommen können und somit auch der Start- und Stoppsignal gleichzeitig ausgesendet werden, nimmt man für den Stoppsignal einen willkürlichen Delay an. Bis 100ns kann man dies mit einem Koaxialkabel schaffen. Für längere Delays werden elektrische Schaltkreise benötigt, damit die Störungen nicht beliebig groß werden.



## 2 Versuchsdurchführung und Auswertung

Eine quadratische drehbare Platte, mit einer Drehachse im Zentrum und schachbrettweise verteilten Befestigungslöchern für die radioaktiven Quellen befindet sich zwischen zwei gegenüberliegenden unbeweglichen Szintillatordetektoren. Als Quelle verwenden wir das  $^{22}\text{Na}$ . Wir untersuchen zunächst die charakteristischen Signale der elektronischen Bestandteile des Aufbaus. Als nächstes bestimmen wir die Ortsauflösung der Koinzidenzmessung, d.h. die Empfindlichkeit des Aufbaus gegenüber der Verschiebung bzgl. der line of response. Dann können wir die gemessene Ortsauflösung bei der Suche nach radioaktiven Quellen in einer verschlossenen Truhe mittels PET verwenden. Schließlich möchten wir die Kollinearität der Annihilationsstrahlung nachweisen, und untersuchen daher die Intensitätsabhängigkeit von der Drehung eines Detektors bzgl. der line of response.

### 2.1 Vorverstärkersignal

Die Quelle wird in die Mitte der Platte platziert.

Der Oszilloskop zeigt beim Anschluss an den Vorverstärker folgendes Signal.

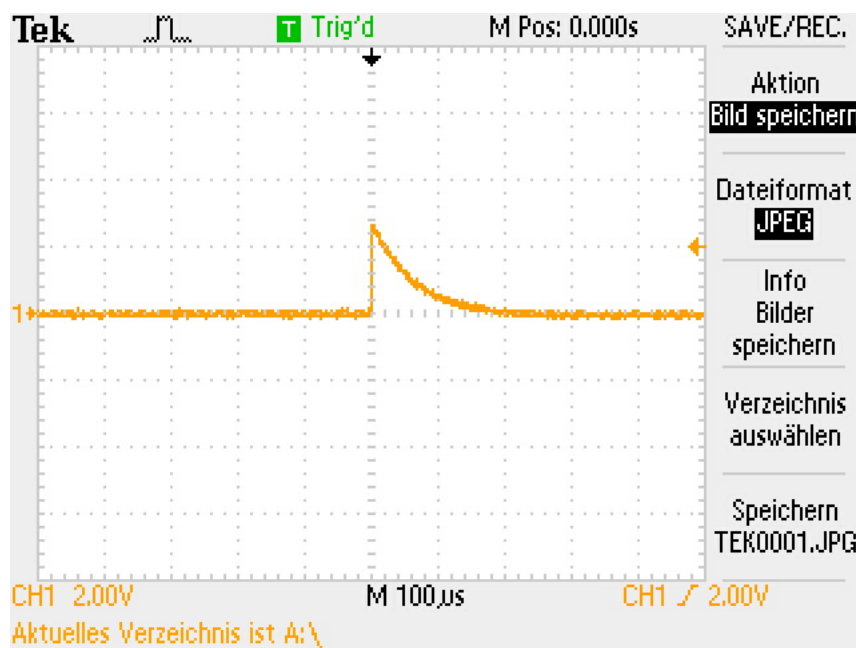


Abb. 3: Vorverstärkersignal

## 2.2 TFA-Signal

Die Quelle bleibt an der selben Position aber nun schließen wir das Oszilloskop an das TFA.

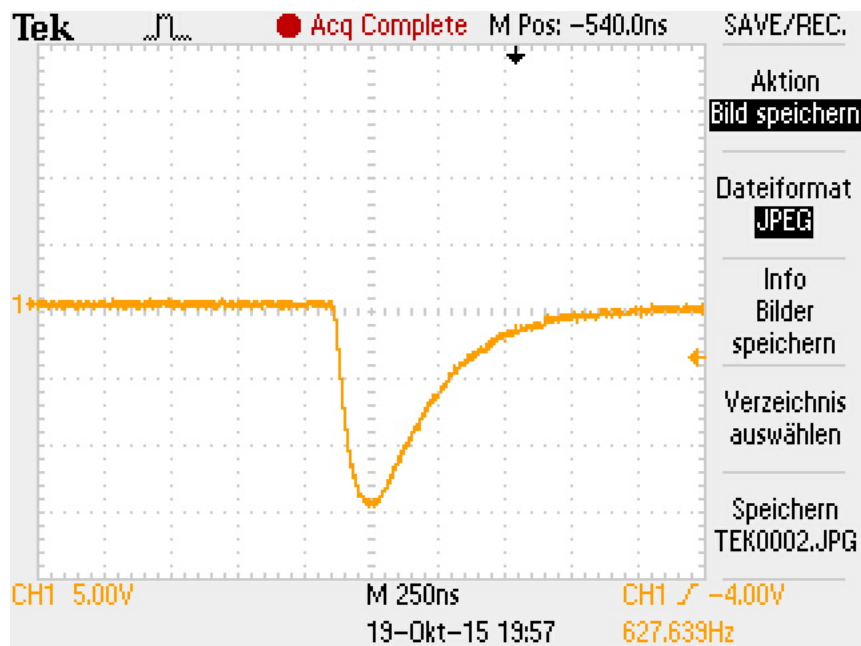


Abb. 4: TFA-Signal

## 2.3 Diskriminatorsignal

Keine Änderung an der Quelle aber dieses mal greifen wir das Signal für den Oszilloskop von dem Diskriminator.

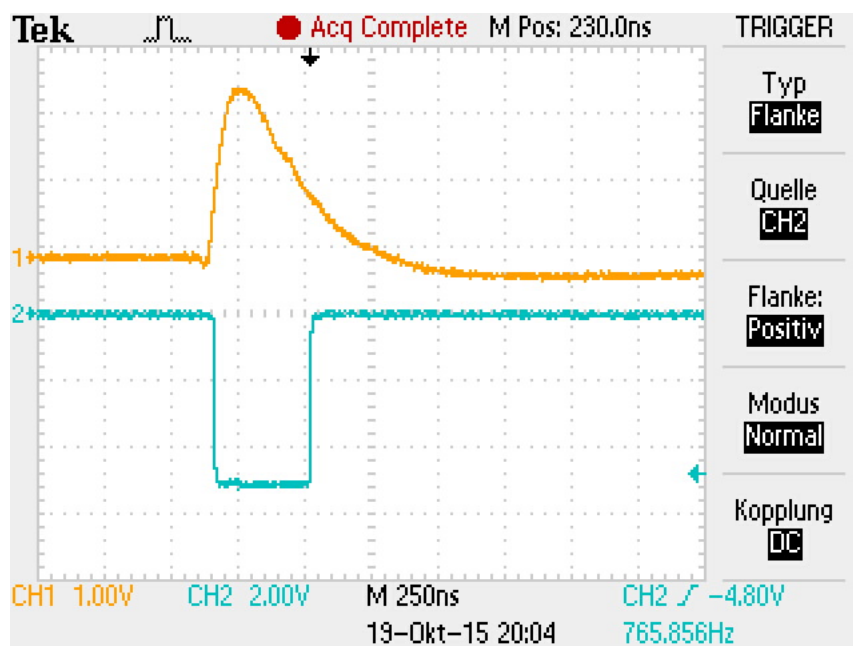


Abb. 5: Diskriminatorsignal

## 2.4 Ortsauflösung der Koinzidenzmessung

Für unsere weiteren Messungen möchten wir herausfinden, wie die Lage der Quelle bzgl. der Line of Response die Koinzidenzzählrate beeinflusst. Wir positionieren die Quelle zuerst mittig auf dem Wagen, verschieben diesen dann mit einer Schrittweite von  $1 \pm 0.5 \text{ mm}$  und zählen in jedem Schritt die Koinzidenzen für 60 s. Wir schätzen den Fehler für  $N$  Koinzidenzen durch  $\sqrt{N}$  ab. Es ergeben sich folgende Messwerte:

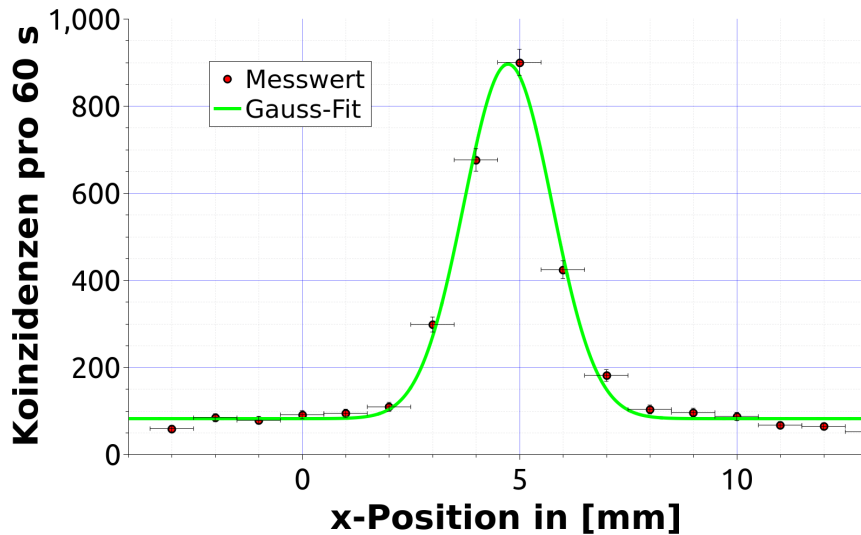
**Tabelle 1:** Ortsauflösung

Position [mm]	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7
Ereigniszahl	29	54	42	52	64	67	87	96	103	181
Position [mm]	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3
Ereigniszahl	424	900	676	298	109	94	91	78	84	59

Wir tragen diese Werte graphisch auf und fitten sie mit einer Gaußkurve

$$f(x) = y_0 + A \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot \sigma^2}} \cdot e^{-2 \cdot \left(\frac{x-x_c}{\sigma}\right)^2} \quad (6)$$

$$y_0 = 82 \pm 7, \quad A = (2070 \pm 68) \text{ mm}, \quad x_c = (4.74 \pm 0.03) \text{ mm}, \quad \sigma = (2.03 \pm 0.07) \text{ mm} \quad (7)$$



**Abb. 6:** Bestimmung der Ortsauflösung

Für die Halbwertsbreite ergibt sich dann

$$\sigma_{FWHM} = \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \ln 2} = (2.39 \pm 0.08) \text{ mm} \quad (8)$$

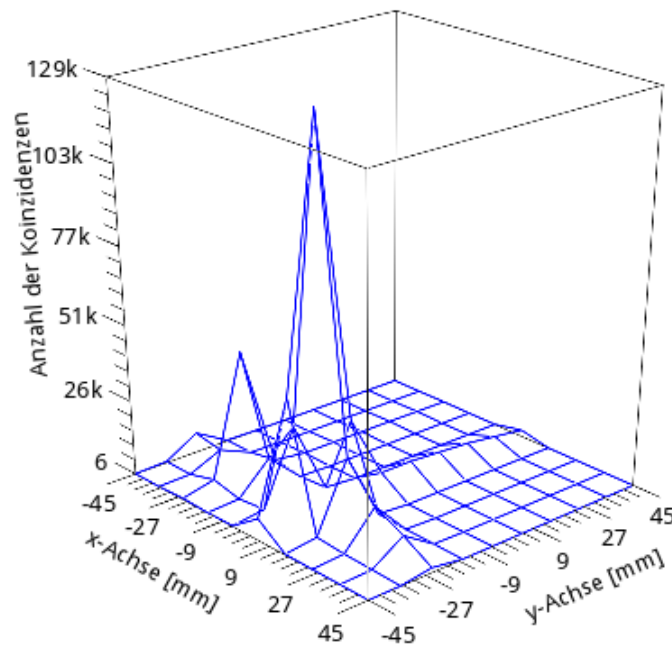
## 2.5 PET-Scan der Truhe

In diesem Abschnitt bestimmen wir mittels PET die Position von einer (oder mehreren)  $^{22}\text{Na}$ -Quellen in einer verschlossenen Truhe. Hierfür scannen wir die Truhe längs einer wohldefinierten Richtung (x-Richtung), dann senkrecht dazu (y-Richtung) und dann um  $45^\circ$  gedreht, um auch die Position der Quellen bzgl. der Line of Response zu ermitteln. An jeder Stelle messen wir die Zahl der Koinzidenzen für 60 s. Längs der x- bzw. der y-Achse gehen wir mit dem Schritt von  $d_1 = 10 \pm 0.5 \text{ mm}$ , längs der z-Achse mit dem Schritt  $d_2 = 7.1 \pm 0.5 \text{ mm}$ .

**Tabelle 2:** PET-Scan

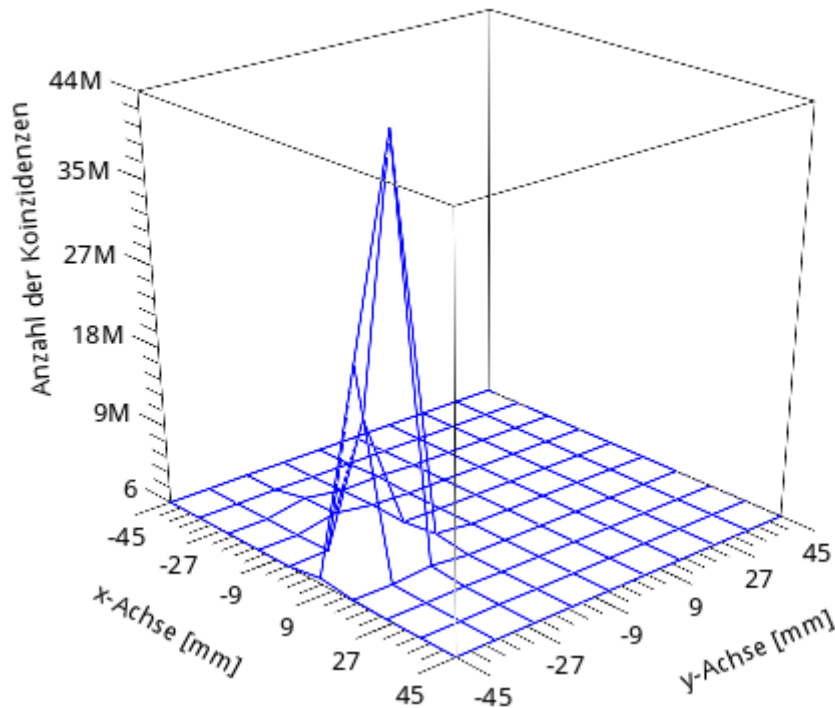
Position	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$
Messwert	8	6	51	13	31	758	29	15	9	2
Position	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$
Messwert	10	58	848	38	9	9	8	7	5	3
Position	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$	$z_7$	$z_8$	$z_9$	$z_{10}$
Messwert	3	4	7	14	20	83	509	69	20	7
Position	$z_{11}$	$z_{12}$	$z_{13}$	$z_{14}$	$z_{15}$	$z_{16}$	$z_{17}$	$z_{18}$	$z_{19}$	-
Messwert	7	9	8	10	6	5	2	4	1	-

Nun multiplizieren wir die Zählraten für x- und y-Richtung und stellen dieses Zwischenergebnis graphisch dar, wobei der größere Peak um Faktor 5 verkleinert wurde.



**Abb. 7:** Scan der Truhe, ohne Diagonalmessung

Wir vermuten, dass an den Stellen  $(x_6 - y_3)$  und  $(x_3 - y_3)$  zwei Quellen stark unterschiedlicher Intensitäten ( $\frac{I_{6,3}}{I_{3,3}} = \frac{642874}{43248} = 14.9$ ) vorliegen. Überlagerung mit der Diagonalmessung soll Aufschluss darüber geben, ob dies in der Tat zwei Quellen sind bzw. sich in der Truhe nur eine Quelle befindet.



**Abb. 8:** Scan der Truhe, mit Diagonalmessung

Jetzt können wir mit Sicherheit sagen, dass sich die einzige radioaktive Quelle in der Truhe an der Stelle  $(x_6 - y_3)$  bzw. (5 mm, -25 mm) befindet.

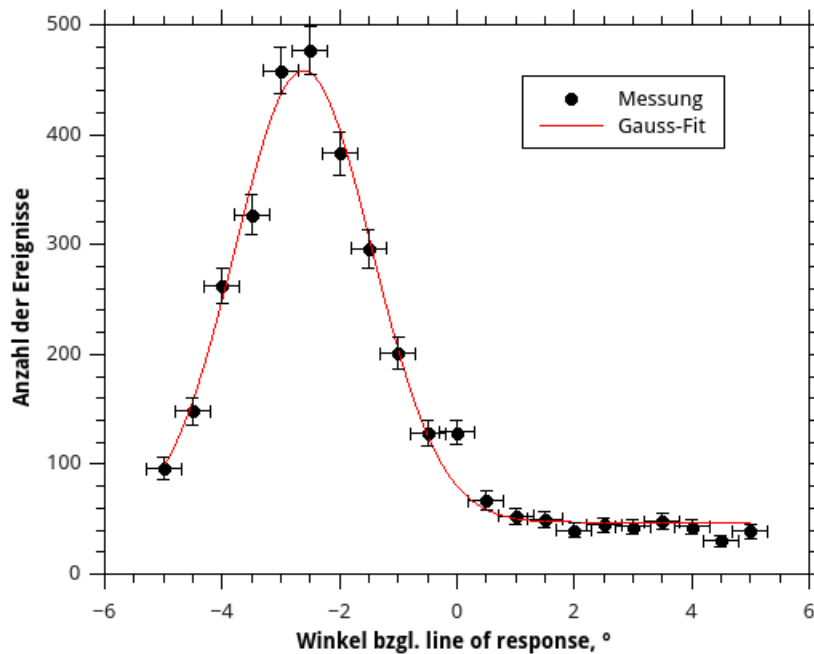
## 2.6 Winkelabhängigkeit

In diesem letzten Versuchsteil sollen wir überprüfen bzw. nachweisen, dass die Koinzidenten  $\gamma$ -Quanten aus der  $e^+ - e^-$  - Annihilation kollinear sind. Hierfür stellen wir die CFDs zuerst so ein, dass die 511-keV-Quanten zwischen der unteren und der oberen Energieschwelle der beiden Detektoren liegen. Im zweiten Fall wird ein CFD auf 511 keV eingestellt, der andere auf 1275 keV (dafür müssen wir die jeweilige Schwelle des zweiten CFD nach oben verschieben). Daraufhin positionieren wir die Quelle auf der line of response möglichst genau und sollten darauf achten, dass diese dann nicht versetzt wird. Nun lassen wir einen der Detektoren fest stehen, verdrehen jedoch den anderen Detektor mit einer Schrittweite von  $0.5^\circ$  bzgl. der line of response. Bei jedem Schritt messen wir die Anzahl der Koinzidenzen innerhalb von 30 s. Den Fehler für die Winkelmessung schätzen wir mit  $0.3^\circ$ , für die Ereigniszahl  $N$  mit  $\sqrt{N}$  ab. Wir fassen die gemessenen Werte tabellarisch sowie graphisch zusammen:

**Tabelle 3:** Beide Detektoren auf 511 keV eingestellt

Winkel $[\circ]$	-5	-4.5	-4	-3.5	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0
Ereigniszahl	96	148	262	327	458	476	383	296	201	128	129
Winkel $[\circ]$	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	-
Ereigniszahl	67	53	50	40	45	43	48	43	30	39	-

In diesem Fall werden nur  $\gamma$ -Quanten aus der Annihilation detektiert, welche im Idealfall kollinear ausgestrahlt werden. Wir erwarten hier deshalb eine Gauß-Verteilung der Intensitäten um  $0^\circ$ , falls die Quelle richtig positioniert wurde.



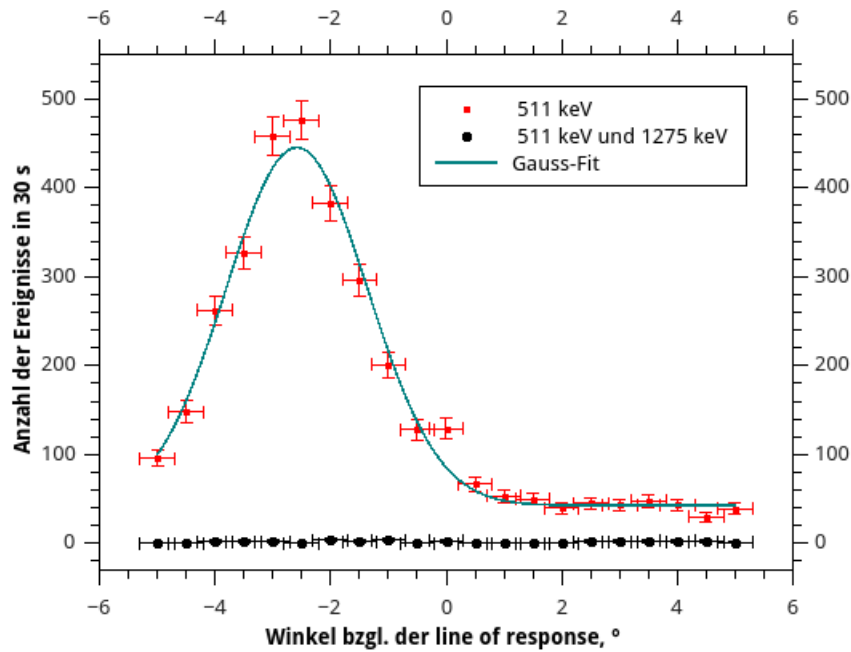
**Abb. 9:** Kollinearität der Annihilationsstrahlung

Wir entnehmen dem Graph, dass die Ereigniszahlen gemäß unserer Erwartung in der Tat um einen Maximum bei  $(-2.59 \pm 0.04)^\circ$  gaußverteilt sind; dieser Maximum liegt nicht bei  $0^\circ$ , weil wir während der Messung den Wagen versetzt haben.

Nun betrachten wir den zweiten Fall, wo der zweite Detektor  $\gamma$ -Quanten aus dem Zerfall von  $^{22}\text{Ne}$  in den Grundzustand detektiert. Wir erwarten hierbei keine Winkelabhängigkeit, weil der Zerfall eines angeregten Zustandes in erster Näherung isotrop erfolgt. Alle möglichen Richtungen sind hier also gleich verteilt.

**Tabelle 4:** Detektoren auf 511 keV bzw. 1275 keV eingestellt

Winkel $[\circ]$	-5	-4.5	-4	-3.5	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0
Ereigniszahl	0	0	2	2	2	0	4	2	4	0	3
Winkel $[\circ]$	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	-
Ereigniszahl	0	0	0	0	2	2	2	3	2	1	-



**Abb. 10:** Koinzidenz der Annihilation und des  $\gamma$ -Zerfalls von  $^{22}\text{Na}$

Wie erwartet beobachten wir hier keine ausgeprägte Winkelabhängigkeit im Vergleich zu dem ersten Fall.

### 3 Fazit

Die Ergebnisse des durchgeführten Versuchs sind teilweise zufriedenstellend. Einerseits stellten wir anhand von charakteristischen Kurven fest, dass die elektronischen Bestandteile des Aufbaus (Verstärker, TAC, Diskriminator) anständig funktionieren. Weiterhin konnten wir erfolgreich die im weiteren Verlauf benötigte Ortsauflösung unserer Messanordnung bestimmen.

Im nächsten Teil sollten wir herausfinden, an welcher Stelle sich eine radioaktive Quelle in einer verschlossenen Truhe befand. Leider gab es zu der Zeit keine übliche Halterung für die Quelle, daher wurde die Quelle durch den Betreuer in eine Frischhaltefolie eingewickelt und einigermaßen in der Truhe befestigt. Beim Versetzen der Truhe konnte sich die Quelle möglicherweise ebenfalls von der ursprünglichen Stelle versetzen, was unseren Scan erschweren würde. Graphische Auftragung der möglichen Quellenpositionen lieferte jedoch ein ganz eindeutiges Ergebnis, woraus wir auf dennoch gute Befestigung der Quelle schließen möchten. Da die Ortsauflösung (bzw. Halbwertsbreite) nur ein Viertel der minimalen Schrittweite bei der Befestigung der Quelle betrug, soll dieses Ergebnis auch gute Genauigkeit besitzen.

Die Untersuchung der Winkelabhängigkeit der Annihilationsstrahlung lieferte die erwarteten Ergebnisse: Mit einem Maximum der Intensität bei  $-2.59^\circ$  (statt im Idealfall bei  $0^\circ$ , auf der Verbindungsstrecke beider Detektoren) besaß die Winkelabhängigkeit der Intensität eine Gaußform. Die Verschiebung des Maximums erklären wir hier durch die mit Sicherheit stattgefundene zufällige Versetzung der Befestigungsplatte bei der Messung durch einen von uns. Gaußverteilung der Intensitäten um die Verbindungsstrecke bestätigt die erwartete Kollinearität der Annihilationsstrahlung. Die Untersuchung der Intensitätsverteilung bei unterschiedlicher Energieschwelleneinstellung der Detektoren bestätigte ebenfalls, dass in diesem Fall keine spezielle Intensitätsverteilung vorliegt, weil die detektierten  $\gamma$ -Quanten nicht nur bei der Annihilation, sondern auch beim Kernzerfall von  $^{22}\text{Na}$  erzeugt werden, und der Kernzerfall richtungsunabhängig erfolgt.



## 4 Literatur

1. **Demtröder, W.** Experimentalphysik 4. Kern-, Teilchen- und Astrophysik, 4. Aufl. 2014 ed. Springer-Verlag GmbH, Heidelberg, 2013.
2. **Knoll, G. F.** Radiation Detection and Measurement. 4. Auflage ed. John Wiley & Sons, New York, 2010.
3. **Bethge, K.** Kernphysik - Eine Einführung. Springer Verlag, 2001