

Versuch Nr. K4

Positronen-Emissions-Tomografie

Betreuer: Lars Netterdon, 06.12.2010

Caspar Reinerth, Philipp Scholz
caspar.reinerth@web.de, scholzphilipp@gmx.de

3. Februar 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Grundlagen des Versuchs	3
2.1	Positronen-Emissions-Tomografie	3
2.2	Physikalische Grundlagen	4
2.2.1	β^+ -Zerfall	4
2.2.2	Paarvernichtung	4
2.2.3	Szintillatoren	5
2.2.4	Photomultiplier	5
2.2.5	γ -Spektroskopie	6
2.3	Elektronik	8
3	Versuchsdurchführung und Auswertung	9
3.1	Signale am Oszilloskop	9
3.1.1	Vorverstärkersignale	9
3.1.2	TFA-Signal	10
3.1.3	Diskriminatorsignal	10
3.2	Bestimmung der Ortsauflösung	10
3.3	PET-Scan der Truhe	12
3.4	Winkelabhängigkeit	15
4	Zusammenfassung und Fazit	17

1 Einleitung

Die **Positronen-Emissions-Tomografie** ist ein bildgebendes Verfahren, welches in der Medizin beispielsweise eingesetzt wird, um Blutkreisläufe eines Patienten zu untersuchen. Dieser Versuch diente dazu, die physikalischen Grundlagen der Positronen-Emissions-Tomografie zu studieren und die Möglichkeiten derselbigen abzuschätzen (Stichwort: Ortsauflösung und Winkelabhängigkeit). Zu diesem Zweck untersuchten wir die Genauigkeit des Messverfahrens, machten uns mit der Elektronik und den elektronischen Signalen vertraut und führten einen PET-Scan an einer undurchsichtigen Truhe durch, um die genaue Lage zweier radioaktiven Quellen in dieser zu bestimmen und deren Intensität zu vergleichen.

2 Theoretische Grundlagen des Versuchs

2.1 Positronen-Emissions-Tomografie

Oft gestaltet sich die Untersuchung eines Patienten hinsichtlich potentieller Stoffwechselerkrankungen als sehr schwierig, da man nicht direkt in diesen “hineinsehen” kann. Die **Positronen-Emissions-Tomografie** gibt uns aber die Möglichkeit, Stoffwechselveränderungen sichtbar zumachen.

Dazu werden einem Patienten radioaktive Stoffe injiziert, sogenannte **Tracer**, die in relativ kurzer Zeit durch Aussenden von β^+ -Strahlung zerfallen. Die beim Zerfall ausgesandten Positronen annihilieren fast sofort mit einem Elektron, woraufhin zwei Gammaquanten mit 511 keV in entgegengesetzte Richtungen ausgesandt werden. Diese Gammaquanten können mit Hilfe zweier entgegengesetzt aufgestellter Detektoren und einer Koinzidenzschaltung als Zerfall gemessen werden. Durch Messungen aus unterschiedlichen Winkeln kann man die Positionen der ursprünglichen Zerfallsprodukte recht gut berechnen und somit den Verlauf der injizierten Tracer, und somit zum Beispiel auch den Verlauf des Blutes, sichtbar machen.

Bei der Wahl der Tracer ist auf eine relativ geringe Halbwertszeit zu achten, da man die Patienten nicht einer unnötig großen Strahlung aussetzen möchte. Weiterhin sollen die Tracer auch gut verträglich, also nicht giftig, für den Patienten und natürlich β^+ -Strahler sein. Häufig verwendete Tracer sind zum Beispiel:

Tracer	Halbwertszeit
^{11}C	20.3 min
^{13}N	10.1 min
^{15}O	2.03 min
^{18}F	110 min

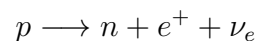
Das Resultat der PET sind Bilder auf dem man die Konzentration von den injizierten Tracern erkennen und somit Rückschlüsse zum Beispiel auf die Durchblutung des Gewebes ziehen kann.

2.2 Physikalische Grundlagen

2.2.1 β^+ -Zerfall

Der β -Zerfall ist eine Kernreaktion bei der ein instabiler Atomkern über die Emission von β -Strahlung zerfällt. Grundsätzlich gibt es zwei verschiedene Arten von β -Zerfällen: den β^+ - und den β^- -Zerfall. Für die Positronen-Emission-Tomografie ist der β^+ -Zerfall von Bedeutung.

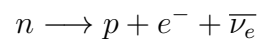
Wenn man sich die Nukleonen im Kern so vorstellt, als wären sie in einem Kastenpotential, so können diese nur bestimmte Energieniveaus besetzen. Der Potentialtopf der Neutronen ist dabei durch die fehlende Coulombwechselwirkung etwas geringer als die der Protonen. Liegt nun der Fall vor, dass ein einzelnes Proton das höchste Energieniveau der Protonen besetzt und auf dem höchsten Energieniveau der Neutronen ein Neutron für die vollständige Besetzung des obersten Energieniveaus fehlt, so kann sich das Proton mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zu einem Neutron umwandeln. Dabei wird ein Positron und ein Elektronenneutrino frei.



Es existiert auch der äquivalente Fall, dass das Proton ein Elektron einfängt, doch dieser ist für die PET nicht von Bedeutung, da keine Positronen emittiert werden.

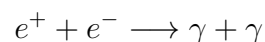


Für den Versuch ebenfalls nicht von Bedeutung ist der β^- -Zerfall, da dort auch keine Positronen emittiert werden. Dort wandelt sich ein Neutron in ein Proton um unter Entstehung eines Antielektronenneutrinos.



2.2.2 Paarvernichtung

Das Positron kann in Materie noch bis zu ca. 2mm wandern bis es mit einem vorhandenen Elektron annihiliert. Dabei entstehen zwei Gammaquanten mit einer Energie von 511 keV (die Ruheenergie von Elektronen), die kollinear ausgesandt werden.



Wichtig für diesen Vorgang ist, dass sowohl das Elektron, als auch das Positron, so gut wie keine kinetische Energie mehr besitzen. Sollten sie dennoch eine Restenergie besitzen, so können die Gammaquanten auch von höherer Energie sein bzw. bei Restimpulsen mehrere Gammaquanten entstehen. Die Wahrscheinlichkeit für das Entstehen mehrerer Gammaquanten lässt sich auf ca. 0.003% abschätzen. Auch können durch Restenergien von Positron und Elektron die Energien der Gammaquanten von 511keV abweichen.

2.2.3 Szintillatoren

Ein Szintillator dient dem Nachweis von Photonen und Teilchen. Der Versuch wurde mit einem anorganischen Szintillator durchgeführt, das Szintillatormaterial ist Natriumiodid-Kristall. Dies ist ein Isolator und es befinden sich dementsprechend keine Elektronen im Leitungsband, da die kinetische Energie der Elektronen nicht ausreicht sich im Kristall zu bewegen.

Wird nun durch einfallende Strahlung ausreichend Energie zugeführt, kann dieses Elektron seine Position im Kristall aufgeben und es entsteht ein Elektronen-Loch-Paar, was im Kristall wandert. Fällt nun das Elektron von diesem höher energetisch, freien Zustand zurück in den gebundenen (Rekombination), wird ein Photon emittiert. Dies sind die beobachteten Szintillationen. Problematisch ist, dass dieses Photon mit recht hoher Wahrscheinlichkeit wieder absorbiert wird und ein weiteres Elektronen-Loch-Paar erzeugt. Um diesen Effekt zu minimieren und damit die Empfindlichkeit des Detektors zu erhöhen, wird der Kristall mit Aktivatorzentren dotiert. An diesen Aktivatorzentren können die Elektronen in Energiezuständen zwischen Leitungs- und Valenzband wechseln. Dies geschieht natürlich auch unter Emittierung von Photonen, die aber mit geringerer Wahrscheinlichkeit absorbiert wird.

Die einfallende Energie der Strahlung ist proportional zur Anzahl von Elektronen-Loch-Paaren die im Szintillator entstehen, es ist also eine Energiebestimmung der Strahlung möglich, allerdings mit geringerer Genauigkeit als bei Halbleiterzählern.

Je nachdem wie lange es dauert bis Szintillatormaterial nach der Bestrahlung anfängt zu szintillieren, spricht man von Fluoreszenz ($\leq 10\text{ns}$) oder Phosphoreszenz ($>> 10\text{ns}$).

Der Vorteil bei anorganischen Szintillatoren ist vor allem die hohe Nachweiseffizienz. Dadurch, dass die Elektronen erst zu den Aktivatorzentren wandern müssen ist die emittierte Strahlung unterschiedlich stark zeitversetzt. Natriumiodid ist zwar auf Grund der hohen Ordnungszahl von Iod mit einem sehr guten Wirkungsquerschnitt ausgestattet, jedoch lagert sich mit der Zeit durch Luftfeuchtigkeit Wasser in den Kristallen ein, was starken Einfluss auf die Messung hat.

2.2.4 Photomultiplier

Die vom Szintillator ausgehenden Photonen sind nur ein sehr schwaches Signal, um dieses zu verstärken wird die ausgehende Strahlung auf eine Photoathode gerichtet, bei der auf Grund des Photoeffekts Elektronen losgeschlagen werden und durch einen Spannungsunterschied auf die erste von mehreren Dynoden beschleunigt wird. Dort schlägt es ein Vielfaches an Elektronen los, die ihrerseits wieder auf die zweite Dynode beschleunigt werden. Durch diesen kaskadierenden Effekt können aus schwachen Eingangssignalen eine erste Vorverstärkung erfolgen, sodass das Signal nicht durch elektrisches Rauschen verloren geht.

Es werden natürlich nicht nur Signale des Detektors verstärkt, sondern auch sonstige einfallende Strahlung, die zufällig in den Photomultiplier trifft, deshalb bedarf er einer guten Abschirmung vor Fremdstrahlung.

2.2.5 γ -Spektroskopie

Die Gammaskopie ist ein überaus nützliches Verfahren zur Untersuchung von Emissionsspektren. Möchte man hierbei Rückschlüsse auf die detektierten Gammaquanten ziehen, so muss man wissen, wie Gammaquanten im Detail mit Materie wechselwirken. Dies geschieht im Prinzip auf drei verschiedene Arten.

Compton-Streuung Das Gammaquant streut sich an einem freien Elektron inelastisch (z.B. ein Elektron im Leiterband eines Halbleiters). Photon und Elektron erfahren eine Impuls- und Energieänderung. Für das Photon gilt nach Streuung:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m \cdot c}(1 - \cos\phi)$$

wobei ϕ der Streuwinkel ist. Für den Wirkungsquerschnitt σ_C gilt für mittlere Energien die Reihenentwicklung:

$$\sigma_C \propto \begin{cases} Z \cdot \frac{8}{3} \pi r_e^2 \left(1 - \frac{2E_\gamma}{m_e c^2} + \frac{26}{5} \left(\frac{E_\gamma}{m_e c^2}\right)^2 + \dots\right) & \text{falls } E_b \gg E_\gamma \gg m_e c^2, \\ \frac{Z}{E_\gamma} & \text{falls } E_b \ll E_\gamma. \end{cases}$$

Wenn E_b die Bindungsenergie des Elektrons ist.

Photoeffekt Trifft ein Gammaquant mit ausreichend Energie auf ein in einer Atomhülle gebundenes Elektron, so absorbiert dieses das Gammaquant und durch diesen Energieübertrag verlässt es die Hülle als freies Elektron mit kinetischer Energie $E_{kin} = h \cdot \nu - E_b$. Der Wirkungsquerschnitt für diese Wechselwirkung σ_{Ph} ist:

$$\sigma_{Ph} \propto \begin{cases} \frac{Z^5}{E_\gamma^{7/2}} & \text{falls } E_b < E_\gamma \\ \frac{Z^5}{E_\gamma} & \text{falls } E_b \ll E_\gamma \end{cases}$$

Paarbildung Ab einer Energie von 1022 keV ($= 2 \cdot m_e c^2$) können Gammaquanten beim Eintritt in das Coulombfeld des Atomkerns ein Elektron-Positron-Paar erzeugen. Der Wirkungsquerschnitt für diese Wechselwirkung σ_{Pa} ist:

$$\sigma_{Pa} \propto \begin{cases} Z^2 \cdot \ln(E_\gamma) & \text{falls } 2 \cdot m_e c^2 \leq E_\gamma \\ Z^2 & \text{falls } 2 \cdot m_e c^2 \ll E_\gamma \end{cases}$$

Energieabhängigkeit der Dominanz der Wechselwirkungen Wie man an den Proportionalitäten der Wirkungsquerschnitte sieht, ist der Wirkungsquerschnitt je nach Energie (und Kernladungszahl) der γ -Quants für einen der drei Wechselwirkungen am größten. Der Photoeffekt überwiegt bei niedrigeren Energien. Bei mittleren Energie ab 0,1-0,5 MeV bis 4-6 MeV überwiegt die Compton-Streuung. Bei größeren Energien dominiert die Paarbildung.

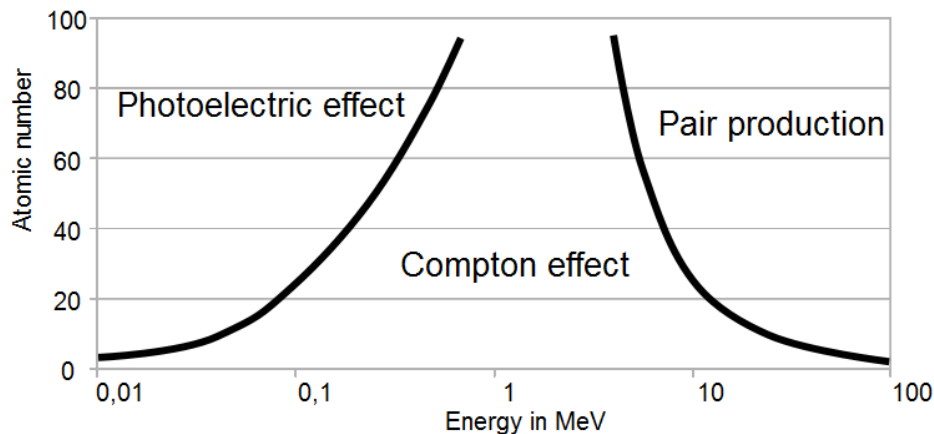


Abbildung 1: Dominanz der einzelnen Effekte

Auswirkung auf das Spektrum Diese Wechselwirkungen haben natürlich Auswirkungen auf das gemessene Spektrum. Idealerweise würde man bei der Gammaskopie einen einzelnen Photopeak erwarten, nämlich der des stattgefundenen Übergangs. Durch die verschiedenen Arten, wie ein Gammaquant mit Materie wechselwirken kann erhält man aber auch Peaks im Spektrum, deren Herkunft wir nun kurz erläutern wollen. (siehe Abbildung)

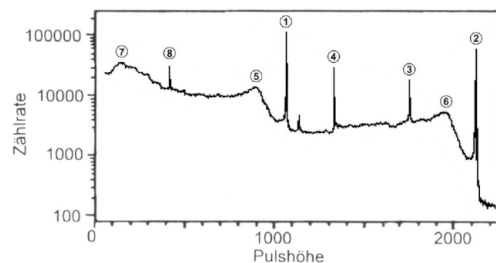


Abbildung 2: Das Beispiel eines Spektrums mit den gewöhnlichen Peaks

Die **Photopeaks** (1. und 2.) sind die eigentlichen Peaks, die man erwarten würde. Nun kann es aber geschehen, dass ein Gammaquant mit entsprechend großer Energie in Materie Elektronen-Positronen-Paare (Paarbildung) erzeugt, woraufhin diese aus dem Detektor austreten und nicht detektiert werden können. Tritt nur eins der Teilchen aus ist die Energie des Photopeaks um 511 keV, treten beide Teilchen aus so ist sie 1022 keV kleiner. Es entstehen die sogenannten **Single escape-** (3.) und **Double escape-Peaks** (4.). Die **Comptonkanten** (5. und 6.) entstehen, wie der Name schon sagt, durch die Comptonstreuung des Gammaquanten, woraufhin nur der bei dem inelastischen Stoß übertragene Energiebetrag detektiert wird. Dieser Energieübertrag hat ein Maximum bei einem Winkel von π , woraufhin es zu einem Abfall im Spektrum kommt. Werden schon bereits gestreute Gammaquant detektiert, so haben diese nur noch einen Bruchteil ihrer ursprünglichen

Energie, die sie an den Detektor abgeben können. Dies äußert sich im Spektrum durch den **Rückstreupeak** (7).

2.3 Elektronik

Verstärker Das vom Detektor ausgehende Signal wird zunächst vorverstärkt, damit es durch erste Verluste und Störungen in den Hauptverstärker gelangen kann. Dort wird es dann für die weitere Verwendung in der Elektronik verstärkt:

Ist es ein *Timing Filter Amplifier* (TFA) so wird ein Signal produziert, welches eine möglichst steile Anstigesflanke hat. Dies kann nützlich sein, wenn der Zeitpunkt der Detektion wichtig ist.

Ist der Verstärker ein *Spectroscopy Amplifier* (SA) so wird das Signal möglichst proportional zur Stärke des Eingangssignals verstärkt. Dies ist notwendig, wenn die detektierte Energie gemessen werden will wie z.B. in der Gamma-Spektroskopie.

Diskriminatoren Die Diskriminatoren dienen dazu Signale erst ab einer bestimmten Amplitude durchzulassen. Immer wenn ein Signal eine festgelegte Schwelle übertrifft, wird ein logisches Signal ausgegeben, das quasi "grünes Licht" für die Messung gibt.

Bei der von uns durchgeführten Messung kann es aber zu zwei Fehlern bei den Messungen kommen:

Walk: Zwei koinzidente Signale mit unterschiedlicher Amplitude passieren mit leichtem Zeitversatz die Schwelle des Diskriminators. Dies hat natürlich auch die zeitlich versetzte Ausgabe der logischen Signale zur Folge.

Jitter: Signale gleicher Amplitude können durch Untergrundrauschen verschiedene Signalverläufe haben und auch so eine Versetzung der logischen Signale ergeben.

Ein *Constant Fraction Discriminator* ist dazu ausgelegt diese Fehler zu minimieren. Ein CFD funktioniert insofern, dass das einlaufende Signal zunächst aufgeteilt wird. Das eine Signal wird gestaucht und invertiert und wird dann mit dem anderen, welches zeitlich leicht verzögert wurde, addiert. Beim Nulldurchgang der Summe der Signale wird ein logisches Signal ausgelöst.

Falsche Koinzidenzen Trotz aller Elektronik kann man Ereignisse also koinzident wahrnehmen, die keinen direkten Zusammenhang haben.

Treffen zufällig die Photonen zweier unterschiedlicher Paarvernichtung gleichzeitig (bzw. innerhalb eines kleinen Zeitintervalls) in die beiden Detektoren ein, so werden diese als ein Zerfall wahrgenommen, deren Photonen koinzident gemessen werden konnten. Dieser scheinbare Zerfall wird dann auch einem falschen Ort zugewiesen, da diese zufällige Koinzidenz eine falsche Verbindungslinie zwischen den Detektionen wahrnehmen lässt.

Bei einer Paarvernichtung kann auch ein oder beide Photonen nur nach Streuung in den Detektor gelangen. Dies ist zwar dann ein koinzidentes Ereignis, es wird aber eine falsche Verbindungslinie zwischen den Detektionen gemessen. Der Zerfall wird einem falschen Ort zugewiesen. Beide falsche Koinzidenzen erhöhen die Zählrate, dies bedeutet, dass die gemessenen Zerfälle höher sind, als die tatsächlich vorliegenden Koinzidenzen.

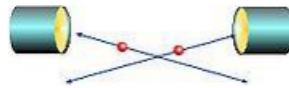


Abbildung: Zufällige Koinzidenz

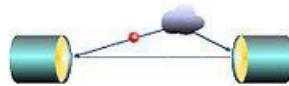


Abbildung: gestreute Koinzidenz

Abbildung 3: Falsche Koinzidenzen

3 Versuchsdurchführung und Auswertung

3.1 Signale am Oszilloskop

3.1.1 Vorverstärkersignale

In diesem und den folgenden zwei Versuchsteilen ging es darum, die Signale der Elektronik mit Hilfe eines Oszilloskops zu untersuchen. Dafür wurde eine radioaktive Quelle in der Mitte zwischen den beiden Detektoren positioniert.

Nun schlossen wir den Vorverstärker an den Kanal 1 des Oszilloskops an, um dessen Ausgangssignal zu beobachten. Wir nahmen folgende Einstellungen am Oszilloskop vor: 10 mV, 250 ns. Danach skizzierten wir das Signal: Wie man in der Abbildung sehen kann,

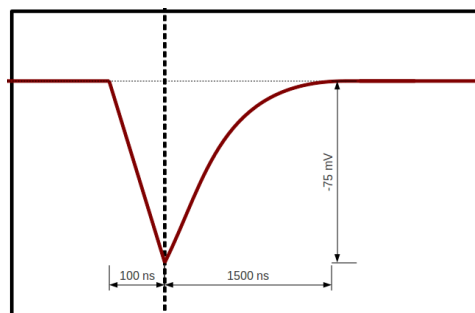


Abbildung 4: Skizze: Signal nach Vorverstärker am Oszilloskop

sieht das Signal aus, wie eine Lade-Entlade-Kurve eines Kondensators, deren Amplitude bei 75 mV ist. Die Ladezeit betrug ca. 100 ns und die Entladezeit 1500 ns. Die Höhe der Amplitude gibt an, wieviel Ladungen in dem Kondensator, nach dem Photomultiplier, aufgenommen wurden und ist deshalb ein Maß für die Energie der detektierten Strahlung.

3.1.2 TFA-Signal

Um das Signal des TFA zu betrachten, schlossen wir nun diesen an das Oszilloskop an und nahmen folgende Einstellungen vor: 200 mV, 250 ns. Auch dieses Signal skizzierten wir:

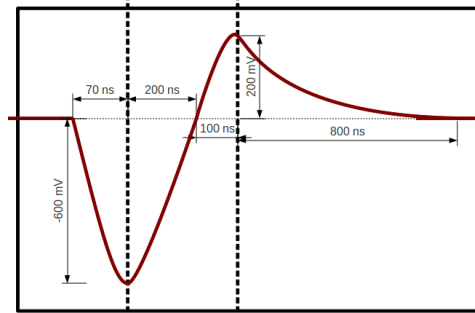


Abbildung 5: Skizze: Signal nach TFA am Oszilloskop

3.1.3 Diskriminatorsignal

Nun betrachteten wir die Signale des CF-Diskriminators. Den BKout schlossen wir an Kanal 1 und den CFD an Kanal 2 an. Einstellungen: 200 mV 250 ns. Wie man in der

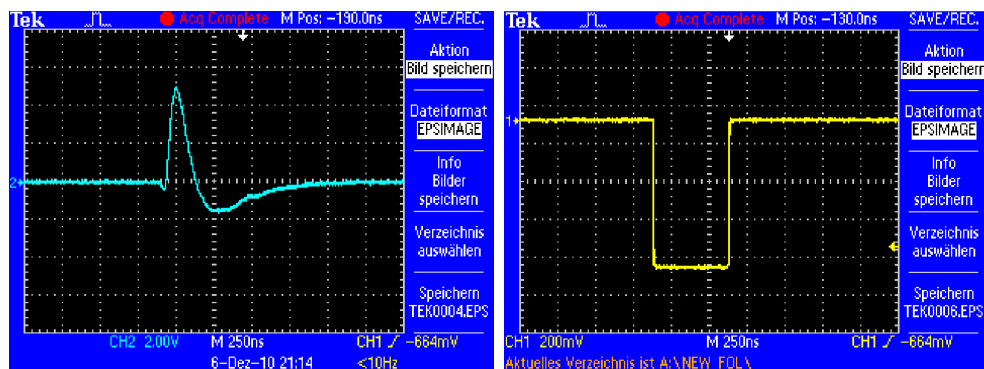


Abbildung 6: Links: Diskriminatorsignal; Rechts: BKout-Signal

Abbildung erkennen kann produziert uns der CFD ein logisches Signal, welches wir zum Zählen der Ereignisse benötigen. Als wir den Lower-Limit des CFD schrittweise erhöht haben, sank die Zählrate am Zähler. Das lag daran, dass wir die untere Schwelle der Energie für die Signale nach oben gesetzt und somit nicht mehr die 511 keV Gammaquanten gezählt haben

3.2 Bestimmung der Ortsauflösung

In diesem Versuchsteil ging es um die Bestimmung der Ortsauflösung der Koinzidenzmessung, also um den Einfluss der Lage der Quelle in Bezug auf die *Line of Response*. Die

Bestimmung der Ortsauflösung ist wichtig für die Abschätzung von Fehlern bzgl. der Lage der Quelle. Dazu positionierten wir unsere Quelle in die Mitte des Wagens, den wir dann schrittweise durch den relevanten Bereich, der von unseren Detektor abgedeckt wurde, schoben und jeweils für 60 Sekunden die Koinzidenzen aufnahmen. Danach trugen wir die Messwerte in Abhängigkeit der Koinzidenzen graphisch auf, um darauf unsere Halbwertsbreite zu bestimmen.

Wir fitteten den Plot über einer Gauß-Funktion:

$$g(x) = \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-x_c)^2}{2\sigma^2}} + b$$

Den Fehler für unsere Ortsmessung schätzten wir mit 0.05 cm und für unsere Zählrate N mit \sqrt{N} ab. Unser Fit ergab für die einzelnen Parameter:

x [cm]	N	Δx [cm]	ΔN
-4.5	56	0.05	7.4833
-3.5	71	0.05	8.4261
-2.5	68	0.05	8.2462
-2.0	51	0.05	7.1414
-1.5	56	0.05	7.4833
-0.75	83	0.05	9.1104
-0.5	69	0.05	8.3066
-0.25	107	0.05	10.344
-0.1	615	0.05	24.799
-0.05	730	0.05	27.019
0	763	0.05	27.622
0.05	619	0.05	24.880
0.1	394	0.05	19.849
0.25	78	0.05	8.8318
0.5	64	0.05	8
1.0	60	0.05	7.7460
1.5	53	0.05	7.2801
2.0	62	0.05	7.8740
2.5	56	0.05	7.4833
3.5	38	0.05	6.1644
4.5	57	0.05	7.5498

Abbildung 7: Messwerte zur Ortsauflösung

$$\begin{aligned}
 A &= 178.894 \pm 5.227 \\
 \sigma &= (0.100299 \pm 0.00295) \text{ cm} \\
 x_c &= (-0.0232929 \pm 0.002072) \text{ cm} \\
 b &= 65.4263 \pm 6.697
 \end{aligned}$$

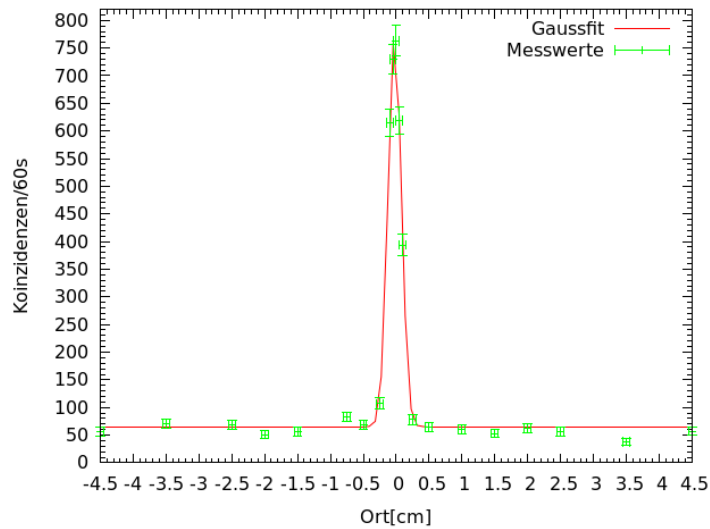


Abbildung 8: Messdaten zur Bestimmung der Halbwertsbreite

Mit diesen Werten ergibt sich für die Halbwertsbreite:

$$FWHM = \sigma\sqrt{2\ln 2} = (0.1181 \pm 0.0035)cm$$

3.3 PET-Scan der Truhe

In diesem Versuchsteil erhielten wir von unserem Betreuer eine undurchsichtige Truhe, in der zwei ^{22}Na -Quellen “versteckt” waren. Unsere Aufgabe war es nun, diese mit Hilfe der zwei Detektoren zu scannen, um dann zu entscheiden, wo sich die Quellen innerhalb der Truhe befinden.

Wir gingen wie folgt vor:

1. Wir rasterten die Truhe in eine Richtung (x-Richtung) in 1 cm Schritten und nahmen dabei die Zählraten für 60s auf.
2. Wir drehten die Truhe um 90° . (y-Richtung) Dann wiederholten wir Schritt 1.
3. Als letztes drehten wir die Truhe erneut um 45° und scannten die Truhe in $\sqrt{0,5}$ cm Schritten.

Wir konnten folgende Werte messen. Der Abstand zweier Steckplätze betrug in einer Richtung 1cm:

Steckplatz Nr. x	Messwert		Steckplatz Nr. y	Messwert
1	74		1	52
2	69		2	49
3	68		3	72
4	55		4	51
5	135		5	113
6	57		6	66
7	63		7	69
8	81		8	86
9	708		9	846
10	64		10	64

Nach dem wir Schritt 1 und 2 durchgeführt hatten, gab es jeweils in der x-, als auch in der y-Richtung zwei interessante Positionen, die sich aufgrund ihrer Zählrate deutlich von den anderen abheben. Dieser Unterschied wurde noch deutlicher als wir die Zählraten für die x- mit der für die y-Richtung multiplizierten.

Folgende Tabelle war das Resultat:

x_1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
y_1	3848	3588	3536	2860	7020	2964	3276	4212	36816	3328
y_2	3626	3381	3332	2695	6615	2793	3087	3969	34692	3136
y_3	5328	4968	4896	3960	9720	4104	4536	5832	50976	4608
y_4	3774	3519	3468	2805	6885	2907	3213	4131	36108	2364
y_5	8362	7797	7684	6215	15255	6441	7119	9153	80004	7232
y_6	4884	4554	4488	3630	8910	3762	4158	5346	48728	4224
y_7	5106	4761	4692	3795	9315	3933	4347	5589	48852	4416
y_8	6364	5934	5848	4730	11610	4902	5418	6966	60888	5504
y_9	62604	58374	57528	46530	114210	48222	53298	68526	598948	54144
y_{10}	4736	4416	4352	3520	8640	3648	4032	5184	45312	4096

Bei diesen Werten fallen vier Positionen auf, die sich deutlich von ihrer Umgebung abheben. Dort ließen sich die Strahlungsquellen vermuten.

Position	x_5	x_9
y_5	15255	80004
y_9	114210	598968

Tabelle 1: Die Multiplizierten Zählraten der interessanten Positionen

Man könnte schon jetzt vermuten, dass es sich hierbei um 2 Quellen handelt, die deutlich unterschiedliche Intensitäten aufweisen. Es würde einfach keinen Sinn machen, warum eine Quelle in x-Richtung intensiver als in y-Richtung strahlt. Noch unwahrscheinlich ist, dass dies zwei Quellen tun. Die Quellen befinden sich höchstwahrscheinlich auf den Positionen (5;5) und (9;9). Da wir aber nicht vollständig sicher sein können, führten wir

noch den letzten Schritt durch und drehen die Truhe um 45° und scannten sie erneut. Da jetzt die einzelnen Diagonalen gescannt wurden, wurden 19 Messwerte aufgenommen

Mess-Nr. z	Messwert		Mess-Nr. z	Messwert
1	54		11	66
2	45		12	59
3	71		13	55
4	50		14	49
5	49		15	53
6	59		16	56
7	65		17	76
8	84		18	51
9	77		19	56
10	642			

Multipliziert man nun diese Diagonalwerte zu den zugehörigen Werten der x-y-Tabelle, so erhält man das Endergebnis und eine eindeutige Bestimmung der Lagen der Strahlungsquellen.

Die Werte in der Tabelle wurden um den Faktor 10^3 verkleinert. Der dadurch entstandene Rundungsfehler ist vernachlässigbar, da die Größenunterschiede der Messwerte diese Abweichung bei Weitem übersteigen.

x_1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
y_1	2470	236	208	157	343	157	183	320	188	186
y_2	279	217	219	159	363	137	164	222	263	160
y_3	341	382	3143	261	573	223	222	307	2854	350
y_4	245	225	267	1800	454	172	177	202	1913	182
y_5	493	507	492	479	9793	4251	420	503	3920	383
y_6	239	269	292	232	686	2415	274	315	2570	207
y_7	255	233	279	247	596	303	2790	369	2882	243
y_8	452	297	287	279	755	314	417	4472	4019	325
y_9	2817	4145	2876	2280	6738	31344	3411	5277	384537	3573
y_{10}	256	199	314	176	423	215	262	332	349	2630

Einen 3D-Plot der gemessenen Werte sieht man in Abbildung 9. Nun können wir mit großer Sicherheit sagen, dass sie die Quellen in den Positionen (9,9) und (5,5) befinden, da die sich die Peaks im Plot sehr deutlich abzeichnen.

Markant ist aber auch die unterschiedliche Höhe der Peaks. Bildet man das Verhältnis:

$$\frac{I_{9,9}}{I_{5,5}} = \frac{384537456}{9793710} \approx 39,26$$

Man kann also feststellen, dass die Quelle in (9,9) deutlich aktiver ist als die in (5,5). Die Standardabweichung unserer Ortsauflösung war:

$$\sigma = (0.100299 \pm 0.00295)cm$$

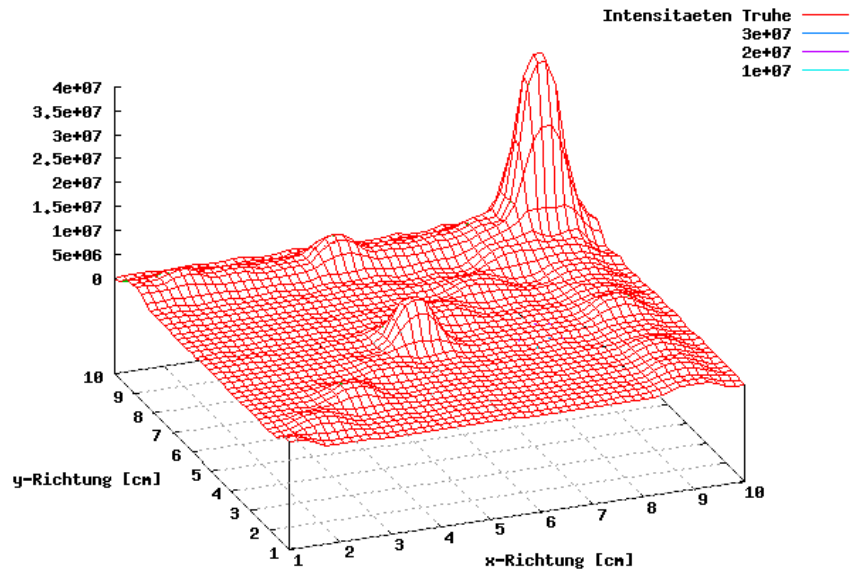


Abbildung 9: Intensitäten innerhalb der Truhe. Der Peak bei (9,9) wurde um einen Faktor 10 verkleinert

Damit sind die Abstände zwischen den Steckplätzen innerhalb der Truhe (x,y-Richtung: 1cm; z-Richtung: $\sqrt{\frac{1}{2}}$ cm) deutlich kleiner als zweimal unsere Standardabweichung. Darau können wir schließen, dass unsere Ergebnisse des Truhenscans korrekt sind.

3.4 Winkelabhängigkeit

In diesem Teil des Versuches ging es darum die Winkelabhängigkeit Koinzidenzschaltung zu überprüfen. Zu diesem Zweck stellten wir zunächst die beiden Constant-Fraction Diskriminatoren so ein, dass nur die 511 keV-Quanten gezählt werden, senkten dementsprechend den Upper-Level des CFD ab. Die Quelle wurde mittig zwischen den beiden Detektoren platziert. Während wir dann den einen Detektor fest an seinem Platz ließen, verdrehten wir den anderen Detektor um einen bestimmten Winkel in Bezug auf die *Line of Response*. So untersuchten wir den Bereich von -5° bis $+5^\circ$ in 0.5° Schritten und nahmen die Koinzidenzen für 30s auf.

Anschließend stellten wir einen der CFD's so ein, dass wir nur die 1275 keV-Quanten zählten, um die Koinzidenz von Annihilations- und Gammazerfallstrahlung zu vermessen. Dazu gingen wir genauso vor wie oben.

Für die Winkelabhängigkeit der 511 keV-Quanten erwarteten wir ein Maximum bei 0° , wohingegen wir bei der Koinzidenz zwischen 511 keV und 1275 keV-Quanten keine besondere Winkelabhängigkeit vermuteten, da die Emission von Gammaquanten keine bevorzugte

Richtung aufweist. Wir fitteten den Plot der 1. Messung über einer Gauß-Funktion:

$$g(x) = \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-xc)^2}{2\sigma^2}} + b$$

Den Fehler für unsere Winkelmessung schätzten wir mit 0.25° und für unsere Ereignisse N mit \sqrt{N} ab.

x [°]	N_1	N_2	$\Delta x [^\circ]$	ΔN_1	ΔN_2
-5.0	30.0	10	0.25	5.4	3.2
-4.5	23.0	7	0.25	4.7	2.6
-4.0	32.0	5	0.25	5.6	2.2
-3.5	29.0	9	0.25	5.3	3
-3.0	29.0	4	0.25	5.3	2
-2.5	57.0	3	0.25	7.5	1.7
-2.0	112.0	5	0.25	10.5	2.2
-1.5	229.0	7	0.25	15.1	2.6
-1.0	374.0	2	0.25	19.3	1.4
-0.5	429.0	5	0.25	20.7	2.2
0.0	341.0	7	0.25	18.4	2.6
0.5	147.0	4	0.25	12.1	2
1.0	57.0	4	0.25	7.5	2
1.5	33.0	3	0.25	5.7	1.7
2.0	31.0	2	0.25	5.5	1.4
2.5	28.0	5	0.25	5.2	2.2
3.0	28.0	4	0.25	5.2	2
3.5	29.0	9	0.25	5.3	3
4.0	18.0	3	0.25	4.2	1.7
4.5	33.0	5	0.25	5.7	2.2
5.0	24.0	5	0.25	4.8	2.2

Abbildung 10: Messwerte zur Winkelabhängigkeit, Messung 1: 511keV-511keV, Messung 2: 511keV-1275keV

Unser Fit ergab für die einzelnen Parameter:

$$\begin{aligned}
 A &= 765.599 \pm 16.32 \\
 \sigma &= (0.749022 \pm 0.01595)^\circ \\
 xc &= (-0.609473 \pm 0.01452)^\circ \\
 b &= 27.7048 \pm 2.523
 \end{aligned}$$

Damit kann man eine Winkelauflösung bestimmen:

$$FWHM = \sigma\sqrt{2\ln 2} = (0.8819 \pm 0.0188)^\circ$$

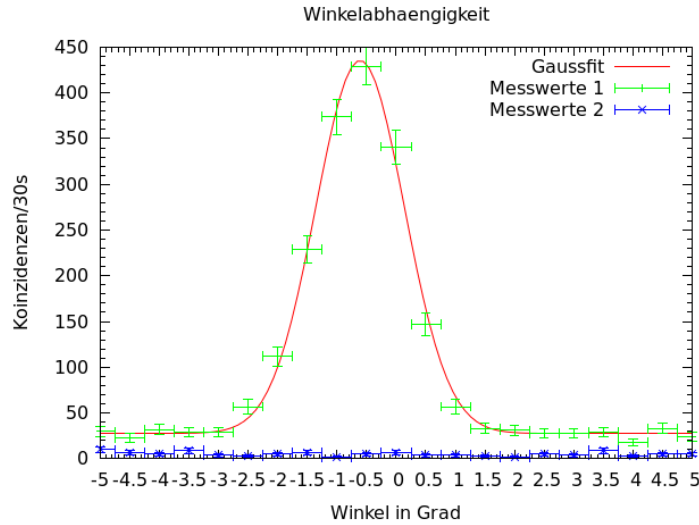


Abbildung 11: Messdaten zur Bestimmung der Winkelabhängigkeit

Wie man an den Ergebnissen erkennen kann, wurden unsere Vermutungen bestätigt. Das heißt die Koinzidenzen für die Annihilationsstrahlung haben ein deutliches Maximum um die 0° , während wir bei den Koinzidenzen zwischen Annihilations- und Gammazerfallstrahlung keine besondere Winkelabhängigkeit feststellen konnten. Das stimmt somit mit unseren Erwartungen überein. Die Abweichung des Maximums von $(-0.609473 \pm 0.01452)^\circ$ von der 0° Marke schreiben wir der Apparatur zu. So gestaltete sich das Einstellen des Winkels teils schwierig und konnte auch nur in 0.5° Schritten erfolgen, ein Fehler von 0.25° in der Einstellung ist also mit einzubeziehen. Dies deckt sich mit der bestimmten Standardabweichung von $\sigma = (0.749022 \pm 0.01595)^\circ$

4 Zusammenfassung und Fazit

Die Ergebnisse des Versuchs sind recht zufriedenstellend. Die Signalausgänge von TFA, CFD zeigten die Eigenschaften, die sie sollten. Der TFA liefert die notwendigen, sehr steile Anstiegsflanke und beim CFD kann man gut die Addition der geteilten Signale sehen. Als Ausgabesignal erhalten wir ein logisches, blockartiges Signal für die Koinzidenzmessung. Die mit den Detektoren erreichte Ortsauflösung war:

$$FWHM = \sigma\sqrt{2\ln 2} = (0.1181 \pm 0.0035)cm$$

Die ermittelte Standardabweichung betrug:

$$\sigma = (0.100299 \pm 0.00295)cm$$

Diese Werte sind kleiner als die Abstände der Steckplätze innerhalb der Truhe. Aus diesem Grund ließen sich auch beim Scan der Truhe gute Ergebnisse erzielen. Es konnten die zwei

Positionen der Quellen innerhalb der Truhe auf den Plätzen (5,5) und (9,9) nachgewiesen werden. Um mögliche falsche Positionen auszuschließen waren aber wirklich 3 Messungen nötig. Das Verhältnis der Intensitäten betrug:

$$\frac{I_{9,9}}{I_{5,5}} = \frac{384537456}{9793710} \approx 39,26$$

Bei der Untersuchung der Winkelabhängigkeit der Annihilationsdetektionen konnte wir eine sehr hohe Abhängigkeit herausfinden, was durchaus zu erwarten war, da die emittierten Photonen im Regelfall antiparallel auseinanderfliegen. Es kann jedoch je nach Impuls von Elektron und Positron auch zu leicht gewinkelten Zerstrahlungen kommen, was aber deutlich seltener ist.

Eine Winkelabhängigkeit zwischen den durch den Natriumzerfall emittierten 1275 keV γ -Quanten und den Quanten der Annihilation konnte nicht nachgewiesen werden, was auch zu erwarten war, da die 1275 keV γ -Quanten bei der Emission keine Raumrichtung bevorzugen und mit der Paarvernichtung kein unmittelbarer Zusammenhang besteht. Die Messung lieferte bei allen Winkeln konstante Werte, wobei die gemessenen Zerfälle deutlich geringer waren als bei der 511 keV Koinzidenz-Messung, ein Grund dafür könnte sein, dass der Energiebereich mit dem CFD zu eng eingestellt wurde. Mit der ermittelten Standardabweichung:

$$\sigma = (0.749022 \pm 0.01595)^\circ$$

,konnten wir eine Winkelauflösung bestimmen:

$$FWHM = \sigma\sqrt{2\ln 2} = (0.8819 \pm 0.0188)^\circ$$

Damit wären auch viele zusätzliche Messung der Truhe unter kleineren Winkeln als 45° möglich. Wären die zufindenden Quellen nicht so unterschiedlich in ihrer Intensität, oder wären es mehrere Quellen, die man finden müsste, dann würden zusätzliche Messungen unter verschiedenen Winkeln sehr gute Resultate bringen.