
BESTIMMUNG DER ELEMENTARLADUNG NACH MILLIKAN

Physikalisches Praktikum B
am
I. Physikalischen Institut

04.05.2015



Studenten

Pavlo Ignatiev
Yushi Nishida
Ramin Karbalaie

Betreuer

Marius Hermanns

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	2
2 Theoretische Grundlagen	3
2.1 Messmethode	3
2.2 Cunningham-Korrektur	4
3 Versuchsaufbau	6
4 Versuchsdurchführung	9
5 Messwerte & Auswertung	10
5.1 Plots	13
5.2 Fehlerrechnung	14
5.2.1 Berechnung von Δt	14
5.2.2 Berechnung von Δv	14
5.2.3 Berechnung von Δr	14
5.2.4 Berechnung von ΔQ	15
5.2.5 Berechnung von Δr_C mit Cunningham-Korrektur	15
5.2.6 Berechnung von ΔQ_C mit Cunningham-Korrektur	16
6 Diskussion	17

1 Einleitung

Bereits am Ende des 19. Jahrhunderts wurde vermutet, dass die elektrische Ladung eine gequantelte Größe ist. J. J. Thomson ermittelte 1897 den Quotienten zwischen der Ladung und der Masse des Elektrons mit dem Wert

$$e/m = 1,7588(8) \cdot 10^{11} \text{ C/kg} \quad (1)$$

Damit konnte Thomson den Teilchencharakter des Elektrons nachweisen; der von ihm berechnete Wert für Elektronenladung lag zwischen $1,8 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ und $2,8 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. H. A. Wilson stellte in 1903 ein neues Experiment zur Bestimmung der Elektronenladung vor: Er beobachtete Anstieg und Abfall von ionisierten Wassertröpfchen zwischen zwei Kondensatorplatten mit und ohne Anwesenheit vom elektrischen Feld und erhielt für die Elektronenladung Werte zwischen $0,66 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ und $1,47 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Er ging davon aus, dass die Masse und Ladung der Wassertröpfchen gleich war, und achtete nicht darauf, dass die Tröpfchen schnell in gasförmigen Zustand übergingen und dementsprechend verschiedene Massen und Ladungen trugen. Robert A. Millikan verbesserte den Versuchsaufbau von H. Wilson durch Ersetzung des Wassers mit Öl und konnte damit in 1909/1910 nachweisen, dass die Elementarladung tatsächlich eine quantisierte Größe ist und ermittelte dafür den Wert

$$e = 1,592 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (2)$$

Heutzutage gibt es verfeinerte Methoden zur Bestimmung der Elementarladung, z. B. über die Bestimmung der Feinstrukturkonstanten. Der heutige SI-Wert¹ beträgt

$$e = (1,602176565(35)) \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (3)$$

Heute haben wir vor, den Versuch von Millikan nachzuverfolgen und eigenständig einen Wert für Elementarladung zu bestimmen. Hierzu beobachten wir geladene Öltröpfchen im elektrischen Feld eines Kondensators mit Hilfe eines Mikroskops und nehmen die Bewegungen der Öltröpfchen mit einer Videokamera auf. Die Messung der Geschwindigkeiten und der auf die Tröpfchen wirkenden Kräfte ermöglicht uns, den Radius und die Gesamtladung einzelner Tröpfchen zu berechnen.

¹<http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e>

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Messmethode

In diesem Versuch soll die Quantisierung der elektrischen Ladung nachgewiesen und der Wert der Elementarladung e ermittelt werden. Dazu werden winzige Ölropfchen zwischen die waagerecht angeordneten Platten eines Kondensators gesprührt. Manche Tröpfchen laden sich beim Sprühvorgang durch Reibung elektrisch auf. Dann wirken auf diese folgende Kräfte:

Coulombkraft:

In dem homogenen Feld eines Plattenkondensators wirkt auf die Ladung q die Kraft

$$F_C = q \frac{U}{d} \quad (4)$$

wobei U die Spannung und d der Abstand der Kondensatorplatten ist.

Gravitationskraft:

Auf ein Ölropfchen mit der Dichte $\rho_{Öl}$ und dem Radius r wirkt unter der Erdbeschleunigung g die Kraft

$$F_G = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Öl} g \quad (5)$$

Auftriebskraft:

Ein Ölropfchen mit dem Radius r erhält in der Luft mit der Dichte ρ_{Luft} unter der Erdbeschleunigung g die Auftriebskraft

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Luft} g \quad (6)$$

Reibungskraft:

Auf ein Ölropfchen mit dem Radius r wirkt bei der Geschwindigkeit v in einem viskosen Medium der Viskosität η die Stokes-Reibungskraft

$$F_R = -6\pi r \eta v \quad (7)$$

Aufgrund der Reibung steigt das Tröpfchen für $F_C + F_A > F_G$ mit gleichmäßiger Geschwindigkeit. In diesem Kräftegleichgewicht addieren sich die Kräfte zu Null:

$$\begin{aligned} 0 &= F_A + F_G + F_R + F_C \\ &= \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Luft} g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Öl} g - 6\pi r \eta v + q \frac{U}{d} \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich durch Umformung die Steiggeschwindigkeit des Tröpfchens

$$v_{steig} = \frac{1}{6\pi\eta r} \left(q \frac{U}{d} - \frac{4}{3}\pi r^3 g (\rho_{Öl} - \rho_{Luft}) \right) \quad (8)$$

Wenn die Platten bei gleicher Spannung umgepolzt werden, dann gilt $F_C + F_A < F_G$ und es ergibt sich für die Sinkgeschwindigkeit:

$$v_{sink} = \frac{1}{6\pi\eta r} \left(q \frac{U}{d} + \frac{4}{3}\pi r^3 g (\rho_{Öl} - \rho_{Luft}) \right) \quad (9)$$

Durch Subtraktion der Geschwindigkeiten erhält man

$$\begin{aligned} v_{sink} - v_{steig} &= \frac{4r^2 g (\rho_{Öl} - \rho_{Luft})}{9\eta} \\ \Rightarrow r &= \sqrt{\frac{9\eta (v_{sink} - v_{steig})}{4g (\rho_{Öl} - \rho_{Luft})}} \end{aligned} \quad (10)$$

Durch Addition erhält man

$$v_{sink} + v_{steig} = \frac{2qU}{6\pi r \eta d}$$

mit (10) ergibt sich

$$q = \frac{9}{2}\pi d \sqrt{\frac{\eta^3 (v_{sink} - v_{steig})}{g (\rho_{Öl} - \rho_{Luft})}} \frac{v_{sink} + v_{steig}}{U} \quad (11)$$

2.2 Cunningham-Korrektur

Da die mittlere freie Weglänge $\langle l \rangle$ der Luftmoleküle nicht mehr klein gegen den Radius r der Tröpfchen ist, wird die Luft für diese körnig und der Abstand zwischen den Luftmolekülen relevant. Die Stöße mit den Luftmolekülen werden umso seltener, je kleiner das Tröpfchen wird. Deshalb muss das Reibungsgesetz in Abhängigkeit vom Radius korrigiert werden. Die korrigierte Viskosität ist:

$$\eta_C = \frac{\eta}{1 + \frac{A_C \langle l \rangle}{r}} \quad (12)$$

Damit lassen sich Radius und Ladung korrigieren:

Radius:

Setzt man die korrigierte Viskosität ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 r^2 &= \frac{9\eta(v_{sink} - v_{steig})}{4g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})} \frac{1}{1 + \frac{A_C \langle l \rangle}{r}} \\
 \iff r^2 + A_C r \langle l \rangle &= \frac{9\eta(v_{sink} - v_{steig})}{4g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})} \\
 \Rightarrow r &= -\frac{A_C \langle l \rangle}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_C \langle l \rangle}{2}\right)^2 + \frac{9\eta(v_{sink} - v_{steig})}{4g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})}}
 \end{aligned} \tag{13}$$

Da $r > 0$ wurde die zweite Lösung vernachlässigt.

Ladung:

Nach (11) gilt für die Ladung:

$$q = \frac{9}{2} \pi d \sqrt{\frac{\eta^3(v_{sink} - v_{steig})}{g(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})}} \frac{v_{sink} + v_{steig}}{U}$$

Mit (10) ergibt sich:

$$q = \frac{3\pi\eta rd}{U} (v_{sink} + v_{steig})$$

Mit der korrigierte Viskosität erhält man schließlich:

$$q = \frac{3\pi\eta rd}{U} \frac{v_{sink} + v_{steig}}{1 + \frac{A_C \langle l \rangle}{r}} \tag{14}$$

3 Versuchsaufbau

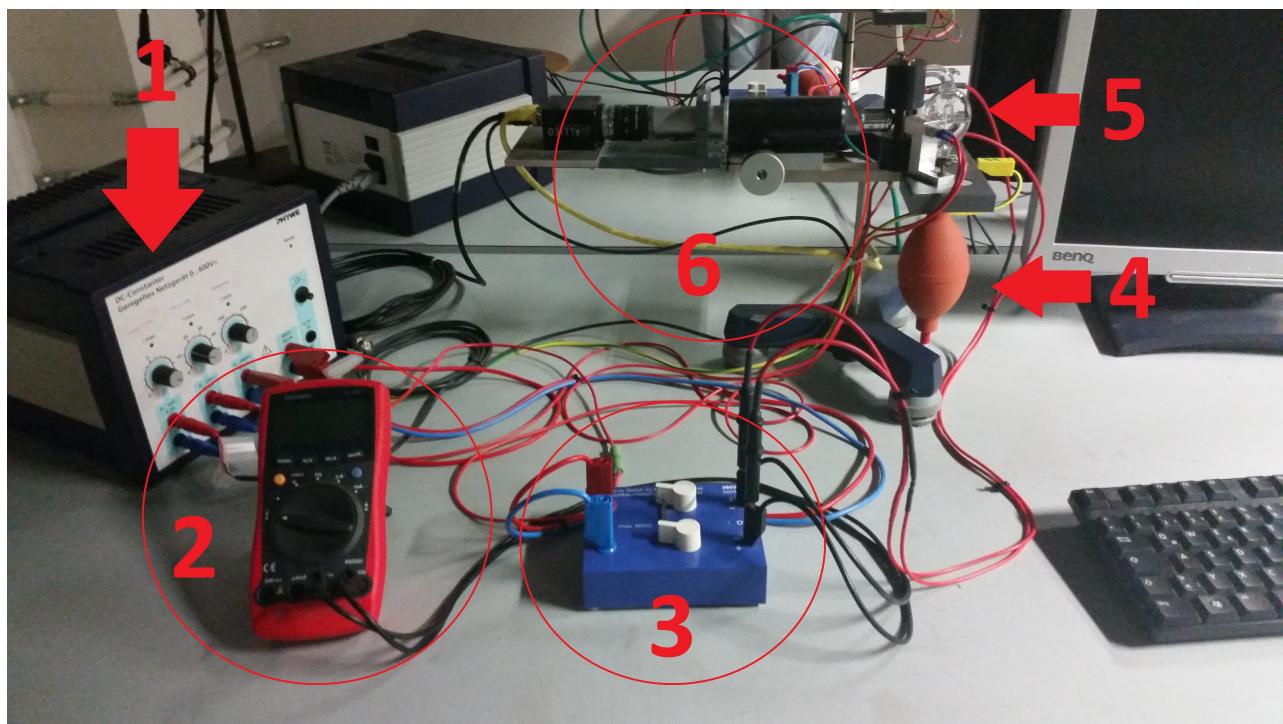


Abb. 1: Der Versuchsaufbau. 1. Spannungsquelle. 2. Spannungsmessgerät. 3. Kommutator. 4. Ölzerstäuber 5. Öl. 6. Kamera mit Mikrometerskala.

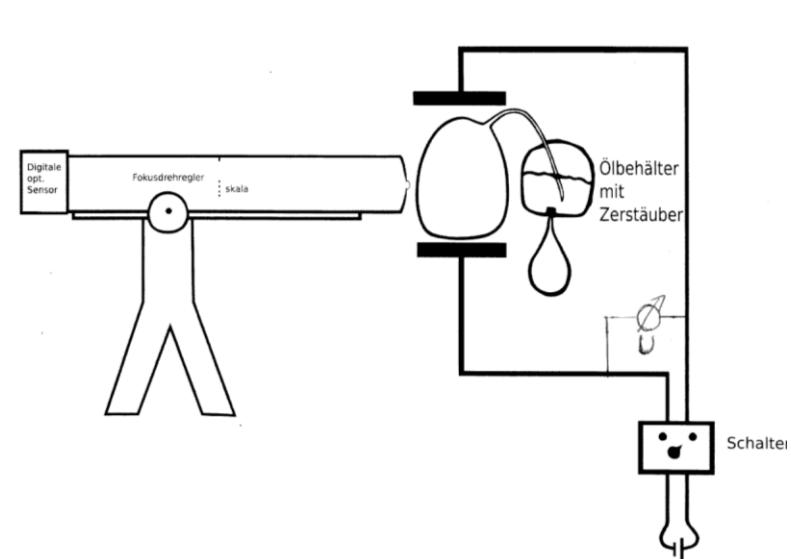


Abb. 2: Sizze des Versuchsaufbaus

In Abb. 1 sehen wir den Versuchsaufbau. Die angelegte Spannung (1) wird über ein Spannungsmessgerät (2) abgelesen.

Die Öltropfen werden durch einen Zerstäuber (5) in einen elektrischen Feld gebracht, welches vom anliegenden Plattenkondensator erzeugt wird und senkrecht zum Boden gerichtet ist. Die Öltropfen kann man nun durch einen Mikroskop (6) betrachten.

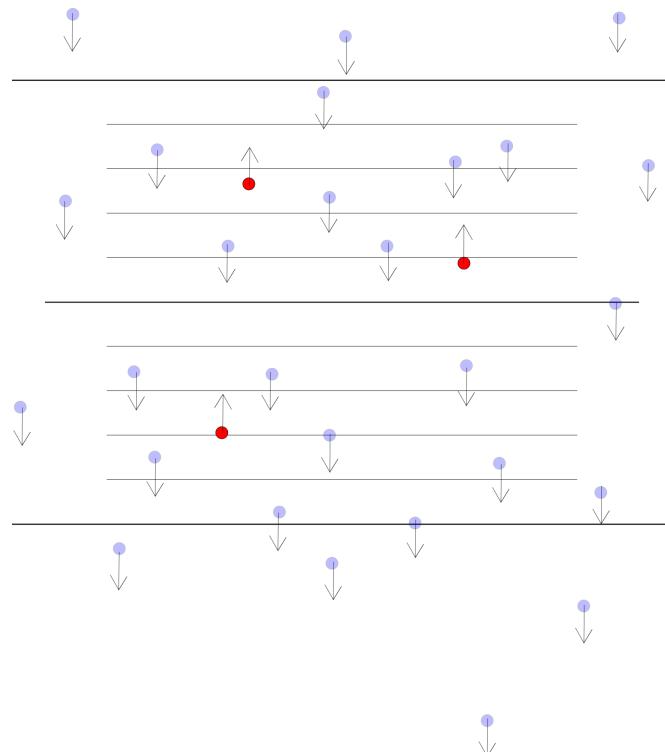


Abb. 3: Geladene Öltropfen im Plattenkondensator. Die rot markierten Öltropfen sind geladen und somit für die Versuchsdurchführung interessant.

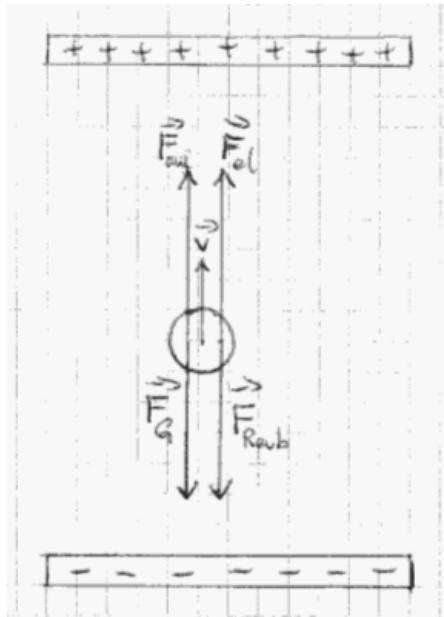


Abb. 4: Kräfte die an einem Öltropfen wirken.

Abb. 3 zeigt schematisch die Situation in dem Plattenkondensator. Man sieht viele Öltropfen, von denen nur wenige geladen sind. Die geladenen Tropfen erkennt man durch das Aufsteigen bei richtiger Polung. Die Polung des Feldes wiederum kann mittels des Kommutators (3) (vgl. Abb. 5) umgeschaltet werden.

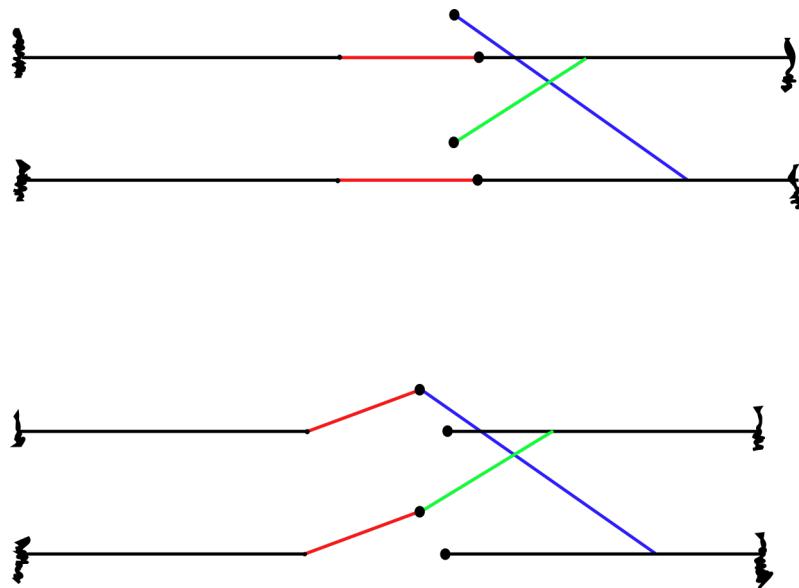


Abb. 5: Skizze einer Kommutatorschaltung.

Eine Skala eingebaut im Fokus des virtuellen Bildes ermöglicht die Bestimmung des zurückgelegten Weges der Tropfen. Hieraus können für diesen Versuch relevante Parameter wie Sink- und Steigzeiten, Geschwindigkeit etc. berechnet werden.

4 Versuchsdurchführung

In der Durchführung des Versuchs haben wir Steig- und Fallzeiten von Öltröpfchen mittels Videoaufnahme bestimmt. Dabei wurden die Tropfen in eine Kammer geblasen in der sich ein Plattenkondensator befindet, so dass diese durch Reibung elektrisch geladen waren. Durch die Gravitation sinken nun die Tröpfchen nach unten und bei Umschalten des Kommutatorschalters steigen die leichten Öltröpfchen auf. Bei Begutachtung der Videoaufzeichnungen konnten die Steig- und Fallzeiten bestimmt werden, da das Verhältnis von Anzahl der aufgezeichneten Bilder zur Aufnahmgeschwindigkeit (32,792 Bilder/Sekunde) eben die benötigten Zeiten angibt. Da die Strecke durch eine Mikrometerskala ($0,96 \pm 0,01$) mm bekannt war, konnten hieraus noch die Geschwindigkeit bestimmt werden.

Insgesamt sollten 20 Tröpfchen untersucht werden, wobei zu jedem Tropfen fünf Steig- und Sinkzeiten zu ermitteln waren. Daraus wurden Mittelwert $\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$ und Fehler

$\Delta t = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}$ bestimmt, so wie die Ladung q , Radius r und Geschwindigkeit v auch mit Cunningham-Korrektur berechnet.

5 Messwerte & Auswertung

Laufzeit [s]	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
t_{sink}	3.14	2.68	2.38	3.32	3.32	3.02	2.84	3.26	2.01	1.83
	3.20	2.68	2.29	3.32	3.48	2.93	2.71	3.20	2.17	1.83
	3.20	2.47	2.38	3.26	3.57	3.02	2.81	3.26	1.98	1.83
	3.17	2.62	2.35	3.26	3.66	2.99	2.84	3.17	1.95	1.80
	3.26	2.65	2.38	3.32	3.51	2.96	2.65	3.20	1.98	1.83
t_{steig}	3.84	2.98	2.62	4.18	4.42	3.51	3.26	4.12	2.17	2.13
	3.93	2.98	2.59	4.03	4.30	3.45	3.35	3.87	2.17	2.07
	3.84	2.86	2.56	3.99	4.36	3.42	3.29	4.06	2.17	1.98
	3.84	3.01	2.68	3.99	4.48	3.48	3.20	3.90	2.04	2.01
	3.75	2.99	2.50	3.81	4.33	3.54	3.26	3.96	2.20	2.04
Mittelwert										
Sinkzeit	3.20	2.62	2.35	3.30	3.51	2.98	2.77	3.22	2.01	1.82
Fehler	0.02	0.04	0.02	0.01	0.06	0.02	0.04	0.02	0.04	0.01
Steigzeit	3.84	2.97	2.59	4.00	4.38	3.48	3.28	3.98	2.15	2.05
Fehler	0.03	0.03	0.03	0.06	0.03	0.02	0.02	0.05	0.03	0.03
Geschwindigkeit [$\cdot 10^{-4}$m/s]										
Steigen	2.49	3.23	3.70	2.39	2.19	2.76	2.93	2.41	4.47	4.68
Fehler [$\cdot 10^{-6}$]	3.25	4.69	5.77	4.38	2.73	3.29	3.54	3.93	7.79	8.42
Sinken	3.01	3.66	4.07	2.90	2.73	3.21	3.46	2.98	4.75	5.26
Fehler [$\cdot 10^{-6}$]	3.65	6.76	5.48	3.16	5.48	3.99	6.17	3.62	10.64	6.20
Radius [$\cdot 10^{-7}$ m/s]										
	4.51	4.15	3.88	4.53	4.69	4.29	4.65	4.79	3.38	4.83
Fehler [$\cdot 10^{-2}$]	2.18	3.99	4.13	2.40	2.63	2.43	3.09	2.25	7.87	4.36
Ladung [$\cdot 10^{-19}$ C]										
	2.13	2.45	2.59	2.06	1.98	2.20	2.55	2.22	2.67	4.12
Fehler [$\cdot 10^{-22}$]	6.64	10.79	11.98	6.73	6.66	7.42	9.32	6.80	18.28	17.56
Cunningham-Korrektur										
Radius [$\cdot 10^{-7}$ m]	4.13	3.77	3.50	4.15	4.30	3.91	4.26	4.41	3.00	4.45
Fehler	2.17	3.97	4.11	2.39	2.63	2.42	3.08	2.24	7.81	4.35
Ladung [$\cdot 10^{-19}$ C]										
	1.80	2.05	2.14	1.75	1.69	1.85	2.17	1.90	2.16	3.53
Fehler [$\cdot 10^{-22}$]	6.93	11.30	12.58	7.02	6.94	7.76	9.71	7.08	19.33	18.27

Tabelle 1: Messreihe 1 bis 10 mit berechneten Fehlern. Spannung $U = 497 \pm 1V$

Laufzeit [s]	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	t_{15}	t_{16}	t_{17}	t_{18}	t_{19}	t_{20}
t_{sink}	2.22	2.86	3.99	2.95	3.01	3.56	3.01	1.61	2.92	2.16
	1.98	2.89	3.93	2.98	2.92	3.56	3.08	1.67	2.77	2.22
	2.31	2.95	3.90	2.89	2.95	3.59	3.04	1.70	2.77	2.22
	2.28	2.83	4.02	3.01	3.08	3.62	2.92	1.67	2.68	2.25
	2.31	2.95	3.93	2.92	3.01	3.68	3.04	1.70	2.74	2.22
t_{steig}	2.53	3.44	5.94	3.38	3.56	4.90	3.62	1.82	3.1	3.99
	2.53	3.47	6.06	3.32	3.65	4.87	3.59	1.79	3.0	4.02
	2.40	3.47	5.91	3.44	3.72	4.84	3.62	1.86	3.1	3.99
	2.43	3.26	5.88	3.50	3.65	4.94	3.56	1.86	3.0	3.99
	2.40	3.35	5.97	3.29	3.65	4.97	3.72	1.89	3.1	3.99
Mittelwert										
Sinkzeit	2.22	2.90	3.95	2.95	3.00	3.61	3.02	1.67	2.78	2.22
Fehler	0.06	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.03	0.02	0.04	0.01
Steigzeit	2.46	3.40	5.95	3.39	3.65	4.90	3.62	1.84	3.09	4.00
Fehler	0.03	0.04	0.03	0.04	0.02	0.02	0.03	0.02	0.01	0.01
Geschwindigkeit [$\cdot 10^{-4}$ m/s]										
Steigen	3.89	2.82	1.61	2.83	2.62	1.95	2.64	5.19	3.10	2.39
Fehler [$\cdot 10^{-6}$]	6.24	4.43	1.86	4.46	3.09	2.19	3.52	7.8	3.39	2.57
Sinken	4.31	3.30	2.42	3.24	3.19	2.65	3.17	5.72	3.45	4.32
Fehler [$\cdot 10^{-6}$]	12.46	4.13	2.81	4.03	4.62	3.14	4.56	9.06	6.13	4.91
Radius [$\cdot 10^{-7}$ m/s]										
	4.09	4.42	5.73	4.09	4.80	5.32	4.61	4.62	3.74	8.81
Fehler [$\cdot 10^{-2}$]	6.86	2.76	1.19	2.97	2.33	1.45	2.52	5.22	3.78	1.27
Ladung [$\cdot 10^{-19}$ C]										
	2.13	2.45	2.59	2.06	1.98	2.20	2.55	2.22	2.67	4.12
Fehler [$\cdot 10^{-22}$]	16.73	8.23	4.04	8.13	7.50	4.93	7.62	20.61	9.47	8.66
Cunningham-Korrektur										
Radius [$\cdot 10^{-7}$ m]	4.13	3.77	3.50	4.15	4.30	3.91	4.26	4.41	3.00	4.45
Fehler [$\cdot 10^{-16}$]	6.83	2.75	1.18	2.95	2.33	1.44	2.51	5.20	3.75	1.27
Ladung [$\cdot 10^{-19} C$]										
	2.88	2.32	1.98	2.13	2.40	2.10	2.30	4.32	2.10	5.08
Fehler [$\cdot 10^{-22} C$]	17.53	8.59	4.18	8.52	7.80	5.11	7.95	21.48	9.96	8.85

Tabelle 2: Messreihe 11 bis 20 mit berechneten Fehlern.

Als Mittelwert für die Ladung ohne Korrektur erhalten wir:

$$\langle e \rangle = \sum_{i=1}^{20} \frac{r_i}{20} = (2,296 \pm 0,0099) \cdot 10^{-19} C$$

und mit Korrektur

$$\langle e \rangle = \sum_{j=1}^{20} \frac{r_j}{20} = (1,950 \pm 0,010) \cdot 10^{-19} C$$

Verglichen mit einem Literaturwert² von $1,602 \cdot 10^{-19} C$ weicht der unkorrigierte Wert um ca. 30 % und der korrigierte um ca. 17,8% ab. Der mittels Cunningham korrigierte Wert ist somit deutlich näher an den Literaturwerten. Die ermittelten Werte passen jedoch von der Größenordnung trotz Abweichungen.

²Vgl. <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e>

5.1 Plots

Die folgenden Plots stellen die Messwerte und ihre Fehler anschaulich dar:

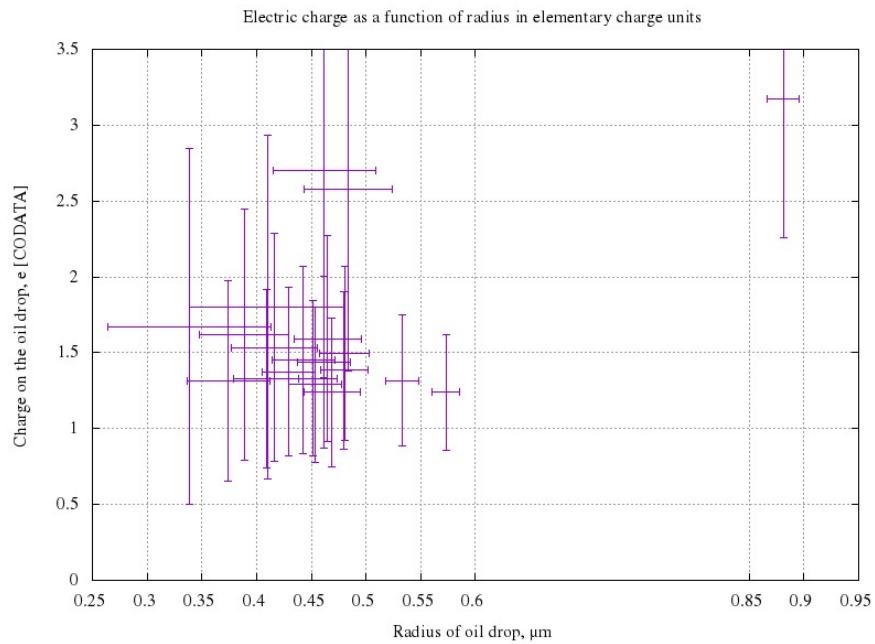


Abb. 6: Der Plot $Q(r)$ in Einheiten der Elementarladung e .

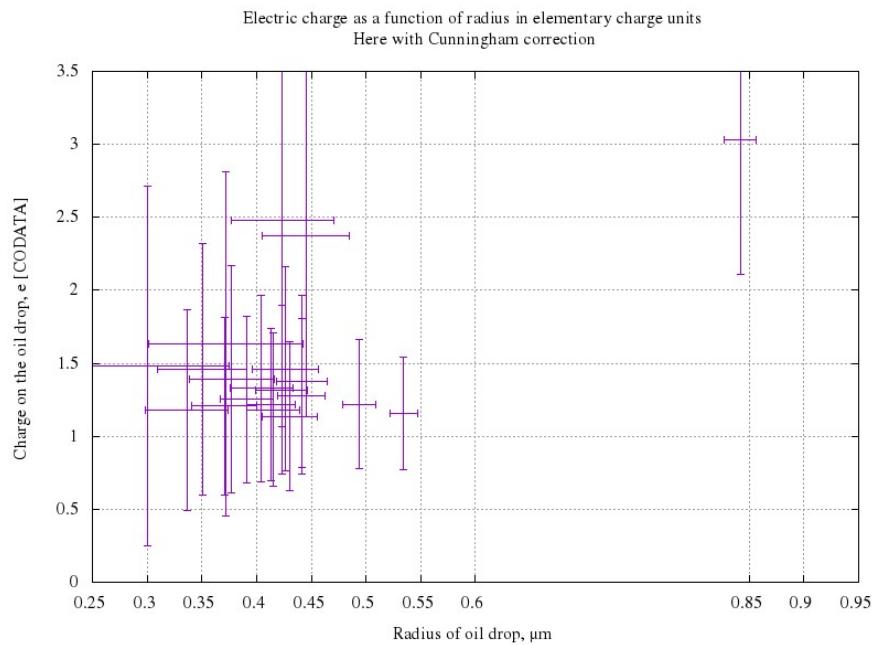


Abb. 7: Der mit den Cunningham korrigierten Werten Plot $Q_{corr.}(r)$ in Einheiten der Elementarladung e .

Die Messwerte und Plots werden in der Diskussion behandelt.

5.2 Fehlerrechnung

5.2.1 Berechnung von Δt

Zur Berechnung des Fehler auf den Sink- und Steigzeiten haben wir einen Ablesefehler von $\Delta b = \pm 3$ Bildern angenommen.

$$t = \frac{b_i}{32,792} \quad \left[\frac{\text{Bilder}}{\text{Sekunde}} \right]$$

Die Standardabweichung liefert:

$$\Delta t = \left(\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (t_i - \langle t \rangle)^2 \right)^{1/2}$$

Der Ablesefehler liefert andererseits:

$$\begin{aligned} \Delta t_A &= \frac{\partial t}{\partial b} \Delta b = \frac{\Delta b}{32,792 \text{ Bilder/s}} \\ &= \pm 0,0915 \text{ s} \approx \pm 0,1 \text{ s} \end{aligned}$$

5.2.2 Berechnung von Δv

Für die Berechnung des Fehlers der Geschwindigkeit galt es den Fehler der Zeit fortzupflanzen und den Fehler der Strecke $\Delta s = 0,01 \text{ mm}$ zu berücksichtigen.

$$\Delta v = v \left(\left(\frac{\Delta s}{s} \right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \right)^2 \right)^{1/2}$$

5.2.3 Berechnung von Δr

In den Fehler des Radius r der Ölträpfchen sind einige Fehlerfortpflanzungen zu beachten.

$$r = \left(\frac{9\eta v}{4g\rho} \right)^{1/2}$$

Mit $\rho = \rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}$ und $v = v_{\text{sink}} - v_{\text{steig}}$ In den Fehler des Radius gehen folgende Fehlergrößen ein:

$$\Delta\eta = 0,02 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$$

$$\Delta g = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

$$g_{\text{Köln}} = 9,8114 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta\rho_{\text{Öl}} = 0$$

$\rho_{\text{Öl}}$ ist unbekannt. ρ_{Luft} ist vernachlässigbar klein. Daraus folgt für Δr :

$$\Delta r = \frac{r}{2} \left(\left(\frac{\Delta\eta}{\eta} \right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g} \right)^2 + \frac{v_{\text{sink}}^2 + v_{\text{steig}}^2}{(v_{\text{sink}} - v_{\text{steig}})^2} \right)^{1/2}$$

5.2.4 Berechnung von ΔQ

In den Fehler der Ladung Q gehen folgende fehlerbehaftete Größen ein:

$$\Delta r$$

$$\Delta d = 0,03 \text{ mm}$$

$$\Delta\eta = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Pa} \cdot s$$

$$\Delta U = 1V$$

$$\Delta v_{\text{sum}} = \sqrt{\Delta v_{\text{sink}}^2 + \Delta v_{\text{steig}}^2}$$

Ausgehend von

$$Q = (v_{\text{sink}} + v_{\text{steig}}) \frac{3\pi r \eta d}{U} = v_{\text{sum}} \frac{3\pi r \eta d}{U}$$

ergibt sich der Fehler ΔQ zu:

$$\Delta Q = Q \left(\left(\frac{\Delta v_{\text{sum}}}{v_{\text{sum}}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\Delta\eta}{\eta} \right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d} \right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U} \right)^2 \right)^{1/2}$$

5.2.5 Berechnung von Δr_C mit Cunningham-Korrektur

Für den Fehler des Cunningham-korrigierten Radius Δr_C haben wir die Fehler auf den Größen A_C und $\langle l \rangle$ nicht berücksichtigt, da sie nicht bekannt sind.

Daraus folgt:

$$\Delta r_C = \Delta r \left(1 + \frac{A_C \langle l \rangle}{2r} \right)^{-1/2}$$

5.2.6 Berechnung von ΔQ_C mit Cunningham-Korrektur

Der Fehler der Cunningham-korrigierten Ladung ergibt sich unter Berücksichtigung des korrigierten Radius r_C zu:

$$\Delta Q_C = Q \left(\left(\frac{\Delta v_{sum}}{v} \right)^2 + \left(\frac{\Delta r_C}{r_C} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \eta}{\eta} \right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d} \right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U} \right)^2 \right)^{1/2}$$

6 Diskussion

Die Versuchsdurchführung verlief ohne nennenswerte Probleme. Einzig das Einfangen der Öltropfen, die bei Umschalten des Kommutatorschalters tatsächlich aufsteigen gestaltete sich als größte Hürde, da die meisten Tropfen zu schwer waren und entweder weiter gesunken oder nur sehr langsam aufgestiegen sind. Als Fehlerquelle können wir das manuelle ablesen der Laufstrecke der Ölropfchen festhalten, da der Treffpunkt von Anfangs- und Endpunkt nicht immer eindeutig auf eine Bildnummer festzulegen war. Von daher haben wir einen großzügigen Fehler von ± 3 Frames angenommen. Eine weitere Fehlerquelle stellt der Versuchsaufbau an sich dar, da die Öltropfen keine zur Kamera exakt senkrechte Strecke liefen, sondern eine leicht geneigte, so dass die effektiv zurückgelegte Strecke verändert wurde.

Unser Fehlerbalken sind dementsprechend gross ausgefallen; wir haben die Fehler grosszügig abgeschätzt.

Wie wir in den Plots Abb. 6 und Abb. 7 sehen, nimmt die Ladung mit zunehmenden Radius ab. Das liegt daran, dass die Wahrscheinlichkeit sinkt, dass ein Teilchen sich durch Stöße elektrisch auflädt, da der Größenunterschied zwischen Tropfen und Luftpolekül klein ist.

Obwohl wir anscheinend nur 3 öltropfen haben, die zwei bzw. dreifach geladen sind, können wir feststellen, dass die Ladung im Rahmen der Fehler diskrete Werte annimmt, also gequantelt ist. Weiterhin sehen wir, dass die Cunningham-Korrektur unseren ausgewerteten Wert für e , verbessert. Diese korrigiert η mit $\eta_c = \eta \cdot (1 + const/r)^{-1}$ gerade so, dass wenn $\lim_{r \rightarrow \infty} \eta_c = \eta$ wird und für $\lim_{r \rightarrow 0} \eta_c$ geht η_c gegen null. In unserem Fall ist der minimalste Radius $3,36 \cdot 10^{-7} m$, d.h. es gilt $5 < l > \approx r$, sodass $\eta_c < \eta$ ist und somit die korrigierte Ladung kleiner als die unkorrigierte, was wir durch unsere Messung bestätigen können.

Unsere berechneten Werte, sowohl der unkorrigierte als auch der korrigierte Wert, für die Elementarladung sind im Rahmen der Fehler jedoch valide Ergebnisse.