KLASSISCHE THEORETISCHE PHYSIK II

Elektrodynamik und analytische Mechanik

Inhalt der Vorlesung

- Maxwellsche Gleichungen
- el.-mag. Wellen
- Erhaltungssätze der ED
- Allgemeine Lösung der Maxwellschen Gleichungen
  (Vektorpotential, Eichfreiheit, Green-Funktion, Fourier-Transformationen)
- Strahlungsphänomene
- spezielle Relativitätstheorie
- Lorentzinvariante Formulierung der ED
  (äußeres Kalkül)
- ED in Materie

↑ Elektrodynamik

↓ analytische Mechanik (Winterpause)

- Lagrange Formalismus
- Hamiltonsches Variationsprinzip
- Hamilton Formalismus
- Erhaltungsgrößen und Symmetrien
- kanonische Transformation

Maxwell Gleichungen

Ausgangspunkt dieser Vorlesung sind folgende aus KTP I und Exp II bekannten Tatsachen:

- es gibt elektrische Ladungen positiver und negativer Polarität
- elektrische Ladungen wechselwirken durch elektromagnetische Kräfte
- elektromagnetische Kräfte werden durch das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r},t)$ und Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r},t)$ vermittelt: auf eine Punktladung q am Ort $\vec{r}$ mit Geschwindigkeit $\vec{v}$ wirkt eine Lorentz-Kraft:

$$\vec{F} = q \cdot \left(\vec{E}(\vec{r},t) + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r},t) \right)$$

- die elektromagnetischen Felder $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r},t)$ und $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r},t)$ genügen den Maxwellschen Gleichungen (im Vakuum)

(1) $$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi \rho \qquad \text{(Gauß)}$$

Ladungen sind Quellen des elektrischen Feldes.

Elektrische Feldlinien divergieren voneinander unter Anwesenheit elektrischer Ladungen.

(4) $$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} \qquad \text{(Ampère - Maxwell)}$$

$\Big\}$ inhomogene Maxwell-Gl.

Elektrische Ströme – einschließlich des Verschiebungsstroms – führen zu einem magnetischen Wirbelfeld.

(3) $$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{B} = 0 \qquad \text{(Faraday)}$$

Änderungen der magnetischen Flußdichte führen zu einem elektrischen Wirbelfeld.

(2) $$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \qquad \text{(Gauß)}$$

$\Big\}$ homogene Maxwell-Gl. (keine Quellen)

Magnetische Feldlinien divergieren nicht, das Feld der magn. Flussdichte ist quellenfrei. Es gibt keine magnetischen Monopole.

wobei auch Ladungsdichte ρ und Stromdichte $\vec{J}$ eine Funktion von $(\vec{r},t)$ sind: $\rho = \rho(\vec{r},t)$ und $\vec{J} = \vec{J}(\vec{r},t)$.

c ist die Lichtgeschwindigkeit.

$\vec{\nabla}$: Nabla Operator $\quad \vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \qquad \vec{r} = (x,y,z).$

- In ihrer <u>allgemeinsten Form</u> sind die Maxwell-Gleichungen in der <u>Anwesenheit von Materie</u> gegeben – ein Fall, den wir zu einem späteren Zeitpunkt in der Vorlesung noch genauer untersuchen werden.

Kurze Vorschau: Anstelle die inhomogenen Gleichungen für elektrisches Feld $\vec{E}$ und magnetisches Feld $\vec{B}$ zu formulieren, nutzen wir stattdessen

die <u>elektrische Flußdichte</u> $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

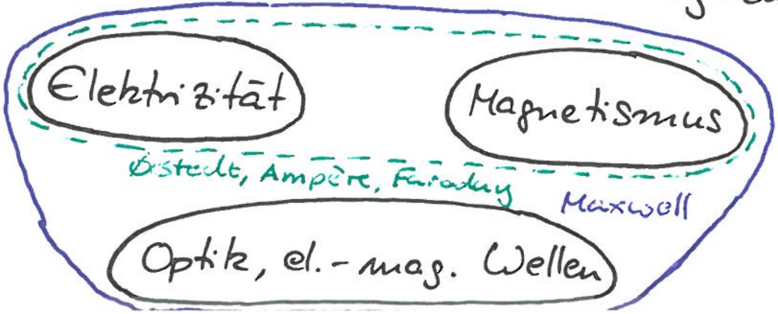
Dielektrizität (makroskopische) Polarisation

und

die <u>magnetische Feldstärke</u> $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}$

Permeabilität (makroskopische) Magnetisierung

Unsere heutige Ausgangslage – die vier oben genannten Punkte – stellen das Resultat erheblicher Bemühungen der Physik im 19. Jahrhundert dar. Anstelle induktiv vorzugehen und zu fragen, wie die einzelnen Erkenntnis-Schritte zu den Maxwell-Gleichungen geführt haben, werden wir in dieser Vorlesung zunächst <u>deduktiv</u> vorgehen und fragen, was wir mit diesem Set Gleichungen an Phänomenen beschreiben können. Tatsächlich stellt sich heraus, daß mit den obigen Punkten eine <u>einheitliche</u> Beschreibung <u>sämtlicher</u> makroskopischer elektro-magnetischer Phänomene möglich ist.



Typische Fragestellung:

Es seien die Ladungs- und Stromdichten, ρ und $\vec{j}$, gegeben. Berechne daraus die Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$ über die Lösung der Maxwell-Gleichungen, d.h. die Lösung gekoppelter, partieller Differentialgleichungen $\Rightarrow$ schwierig.

„Einfache Beispiele"

- Elektrostatik

d.h. $\vec{B} = 0$ und alle Zeitableitungen $= 0$ (und somit $\vec{j} = 0$)

$\Rightarrow$ Feldgleichungen der Elektrostatik

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 4\pi \rho \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= 0 \end{aligned}}$$

ρ vorgegeben
$\vec{E}$ gesucht

Magnetostatik

d.h. $\vec{E} = 0$ und alle Zeitableitungen $= 0$

$\Rightarrow$ Feldgleichungen der Magnetostatik

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \frac{4\pi}{c} \vec{j} \end{aligned}}$$

Elektromagnetische Wellen (im Vakuum)

Wenn wir noch einmal einen zweiten Blick auf die Maxwell-Gleichungen werfen, so mag erstaunen, daß dort als eine der Naturkonstanten die Lichtgeschwindigkeit auftaucht – eine Beobachtung, die schon Maxwell (1813-1879) zu der Schlussfolgerung geführt haben, daß

- es el.-mag. Wellen gibt, die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten
- Lichtwellen in der Tat el.-mag. Wellen sind.

Der direkte experimentelle Nachweis hierzu wurde 1888 (also knapp 10 Jahre nach Maxwells Tod) durch Heinrich Hertz erbracht, welcher später in Bonn tätig war.

Wellengleichung der el.-mag. Felder

Hierzu wollen wir die Maxwell-Gleichungen (im Vakuum) in Abwesenheit von Ladungen und Strömen betrachten, also $\rho = 0$ und $\vec{j} = 0$.

In der Elektrostatik, bzw. Magnetostatik bedeutet dies $\vec{E} = 0$ und $\vec{B} = 0$.

Aber: Es gibt Lösungen der (vollen) Maxwell-Gleichungen für $\rho = 0$ und $\vec{j} = 0$ mit $\vec{E} \neq 0$ und $\vec{B} \neq 0$!
Dies sind die elektromagnetischen Wellen.

Maxwell-Gleichungen in Abwesenheit von Ladungen und Strömen:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Jetzt können wir die folgende allgemeine Identität nutzen

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})\vec{A}$$
$$= \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \Delta \vec{A}$$

mit Laplace-Operator $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$,

d.h.

$$\Delta \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta A_x \\ \Delta A_y \\ \Delta A_z \end{pmatrix}$$

Damit ergibt sich für die Maxwell-Gleichungen

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \underbrace{\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E})}_{=0} - \Delta \vec{E} = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}\right)$$

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta \vec{E} &= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} \\ \Delta \vec{B} &= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B} \end{aligned}}$$

und analog

3D <u>Wellengleichung</u> für $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}(\vec{r}, t)$

Wdh.

- Maxwell-Gleichungen

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 4\pi\rho$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\vec{E} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

- in Abwesenheit von Ladungs- und Stromdichten

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

- daraus ergeben sich die Wellengleichungen für $\vec{E}(\vec{r},t)$ und $\vec{B}(\vec{r},t)$

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E}$$

$$\Delta\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{B}$$

Ebene Wellen

Behauptung: Ebene Wellen der Form

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \\ \vec{B}(\vec{r},t) &= \vec{B}_0 \cdot e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\end{aligned}}$$

sind Lösungen der Wellengleichung, wobei

- $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ beliebig
- die Amplituden $\vec{E}_0$ und $\vec{B}_0$ sind unabhängig von $\vec{r}$ und t

Beweis: Einsetzen in die Wellengleichung + Maxwell-Gleichungen

1) Wellengleichung

Berechne zunächst $\Delta\vec{E}$ und $\Delta\vec{B}$.

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \begin{pmatrix} E_x(\vec{r},t) \\ E_y(\vec{r},t) \\ E_z(\vec{r},t) \end{pmatrix} \qquad \Delta\vec{E}(\vec{r},t) = \begin{pmatrix} \Delta E_x(\vec{r},t) \\ \Delta E_y(\vec{r},t) \\ \Delta E_z(\vec{r},t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_x(\vec{r},t) &= \Delta\left(E_{0x} \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}\right) \\ &= E_{0x}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}\right) \\ &= E_{0x}\left(-k_x^2 e^{i(\dots)} - k_y^2 e^{i(\dots)} - k_z^2 e^{i(\dots)}\right) \\ &= -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) E_{0x} e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} \\ &= -\vec{k}^2 \cdot E_x(\vec{r},t)\end{aligned}$$

$$\Delta\vec{E}(\vec{r},t) = -\vec{k}^2 \cdot \vec{E}(\vec{r},t)$$

Analog ergibt sich: $\Delta \vec{B}(\vec{r},t) = -\vec{k}^2 \vec{B}(\vec{r},t)$

- Für die Zeitableitung erhalten wir

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} E_x(\vec{r},t) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(E_{0x}\, e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}\right)$$
$$= \frac{1}{c^2}(-\omega^2)\cdot E_x(\vec{r},t)$$

und allgemeiner

$$\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{\omega^2}{c^2}\vec{E}(\vec{r},t)$$

Analoges ergibt sich für das Magnetfeld

$$\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{B}(\vec{r},t) = -\frac{\omega^2}{c^2}\vec{B}(\vec{r},t)$$

- Die Wellengleichung ist somit erfüllt, wenn gilt:

$$\Delta\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E}(\vec{r},t)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}}$$

2) Maxwell-Gleichungen

Berechne zunächst $\vec{\nabla}\cdot\vec{E}$, $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}$, $\vec{\nabla}\times\vec{E}$ und $\vec{\nabla}\times\vec{B}$

- $\vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{\partial}{\partial x}E_x(\vec{r},t) + \frac{\partial}{\partial y}E_y(\vec{r},t) + \frac{\partial}{\partial z}E_z(\vec{r},t)$

- $\frac{\partial}{\partial x}E_x(\vec{r},t) = \frac{\partial}{\partial x}\left(E_{0x}\, e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}\right) = ik_x E_{0x}\, e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r},t) = \underbrace{\left(E_{0x}\, ik_x + E_{0y}\, ik_y + E_{0z}\, ik_z\right)}_{= i\vec{E}_0\cdot\vec{k}} e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}$$

- Analog ergibt sich: $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}(\vec{r},t) = i\,\vec{B}_0\cdot\vec{k}\;e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}$.

- $$\vec{\nabla}\times\vec{E}(\vec{r},t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_{0x}\,e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} \\ E_{0y}\,e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} \\ E_{0z}\,e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} \end{pmatrix} = \ldots$$

[erste Komponente: $\underbrace{\left[E_{0z}\,ik_y - E_{0y}\,ik_z\right]}_{=\text{ erste Komponente von } i\vec{k}\times\vec{E}_0} e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}$]

$$\ldots = i\,\vec{k}\times\vec{E}_0\,e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}.$$

- Analog erhalten wir: $\vec{\nabla}\times\vec{B}(\vec{r},t) = i\,\vec{k}\times\vec{B}_0\,e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}$

- Einsetzen in die Maxwell-Gleichungen ergibt somit
  - $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0 \Rightarrow i\,\vec{E}_0\cdot\vec{k}\;\underbrace{e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}}_{\neq 0} = 0$

    $$\Rightarrow \boxed{\vec{E}_0\cdot\vec{k} = 0 \quad \text{d.h. } \vec{E}_0 \perp \vec{k}}$$

  - $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{B}_0\cdot\vec{k} = 0 \quad \text{d.h. } \vec{B}_0 \perp \vec{k}}$

  - $\vec{\nabla}\times\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} = 0 \Rightarrow \left[i\vec{k}\times\vec{E}_0 - i\,\frac{\omega}{c}\,\vec{B}_0\right]\underbrace{e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}}_{\neq 0} = 0$

    $$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \vec{k}\times\vec{E}_0 = \frac{\omega}{c}\,\vec{B}_0 \\ \text{d.h. } \vec{B}_0 \perp \vec{k} \text{ und } \vec{B}_0 \perp \vec{E}_0 \end{array}}$$

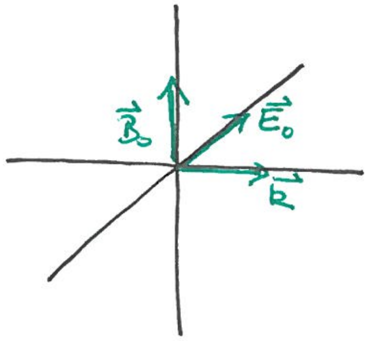
• Wir stellen also fest, daß

$\boxed{\vec{k}, \vec{E}_0, \vec{B}_0 \text{ bilden ein orthogonales Dreibein}}$ $\boxed{\rightarrow \text{transversse Wellen}}$

z. B.

$$\vec{k} = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{E}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \vec{k} \times \vec{E}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ kE_0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{B}_0 = \frac{c}{\omega} \vec{k} \times \vec{E}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{kc}{\omega} E_0 \end{pmatrix}$$



• Zudem gilt:

$$|\vec{B}_0| = \frac{c}{|\omega|} \underbrace{|\vec{k} \times \vec{E}_0|}_{}$$

$$= |\vec{k}| \cdot |\vec{E}_0| \text{ , da } \vec{k} \perp \vec{E}_0$$

$$= \underbrace{\frac{c}{|\omega|} k}_{=1} |\vec{E}_0|$$

$$\Rightarrow \boxed{|\vec{B}_0| = |\vec{E}_0|}$$

Zusammenfassung

Der Ansatz mit ebenen Wellen für $\vec{E}(\vec{r},t)$ und $\vec{B}(\vec{r},t)$ ist eine Lösung der Maxwell-Gleichungen für $\rho = 0$, $\vec{j} = 0$ sofern

- $\vec{E}_0 \perp \vec{k}$, $\vec{B}_0 \perp \vec{k}$ Vorzeichen von ω beliebig!
- $\vec{B}_0 = \frac{c}{\omega} \vec{k} \times \vec{E}_0$
- $\vec{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$

Frequenz und Wellenlänge

Sei $\vec{k} = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{E}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{B}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix}$

Für die Modulation des elektrischen Feldes einer ebenen Welle haben wir gefunden:

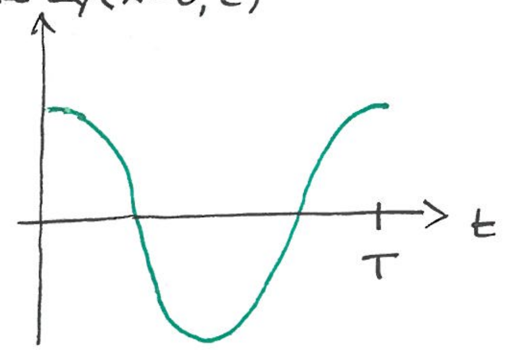
$$\vec{E}(\vec{r},t) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(kx-\omega t)} = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \\ 0 \end{pmatrix} \left[\cos(kx-\omega t) + i \sin(kx-\omega t) \right]$$

Das reale elektrische Feld wird durch den Realteil dieses Feldes beschrieben, d.h.

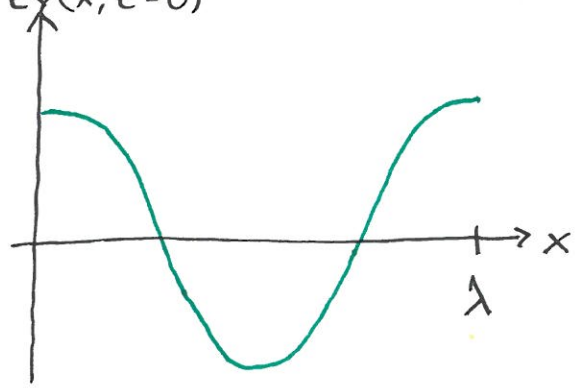
$$\mathrm{Re}\, \vec{E}(\vec{r},t) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \\ 0 \end{pmatrix} \cos(kx-\omega t)$$

Die komplexe Notation haben wir tatsächlich nur deshalb eingeführt, um uns relativ einfache Rechenwege zu ermöglichen und nicht mit den verschiedensten sin- und cos-Funktionen zu rechnen.

$\mathrm{Re}\, E_y(x=0,t)$



$\mathrm{Re}\, E_y(x,t=0)$



$$\omega T = 2\pi$$

$$k\lambda = 2\pi$$

Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Wellenlänge $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

$$= \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{c}{\nu} = Tc$$

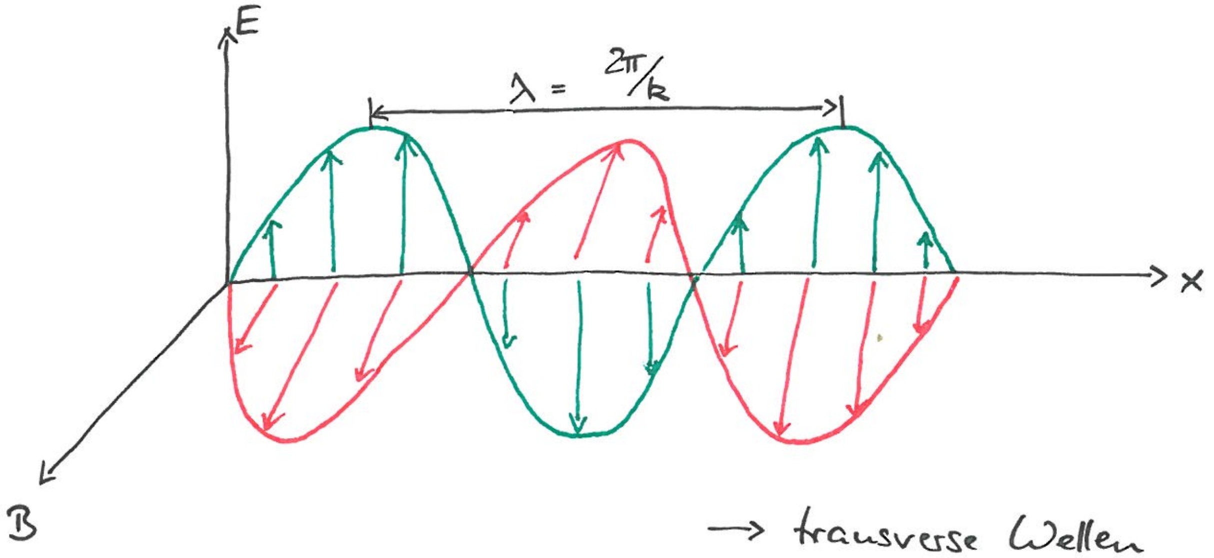
Frequenz $\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

Wiederum gilt für das magnetische Feld ganz analog zum elektrischen Feld

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix} e^{i(kx-\omega t)}$$

mit Realteil

$$\mathrm{Re}\,\vec{B}(\vec{r},t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix} \cos(kx-\omega t) .$$



→ transversale Wellen

Elektromagnetisches Spektrum

Frequenz ($\nu = \frac{\omega}{2\pi}$) (Hz)	Wellenlänge ($\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{c}{\nu}$) (m)	Beschreibung
$10^5 - 10^8$	$\sim 10^3 - 10^0$	Radiowellen
$10^9 - 10^{11}$	$10^{-1} - 10^{-3}$	Mikrowellen
10^{12}	10^{-4}	"Terahertz"
$10^{12} - 10^{14}$	$10^{-5} - 10^{-6}$	Infrarot
10^{15}	10^{-7}	Licht
10^{16}	10^{-8}	UV
$10^{17} - 10^{19}$	$10^{-9} - 10^{-11}$	Röntgenstrahlen
$\gtrsim 10^{20}$	10^{-12}	Gammastrahlen

Wdh.

- Wellengleichung:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}$$

$$\Delta \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B}$$

- Ebene Wellen:

$$\left.\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \\ \vec{B}(\vec{r},t) &= \vec{B}_0 \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \end{aligned}\right\} \text{Ansatz}$$

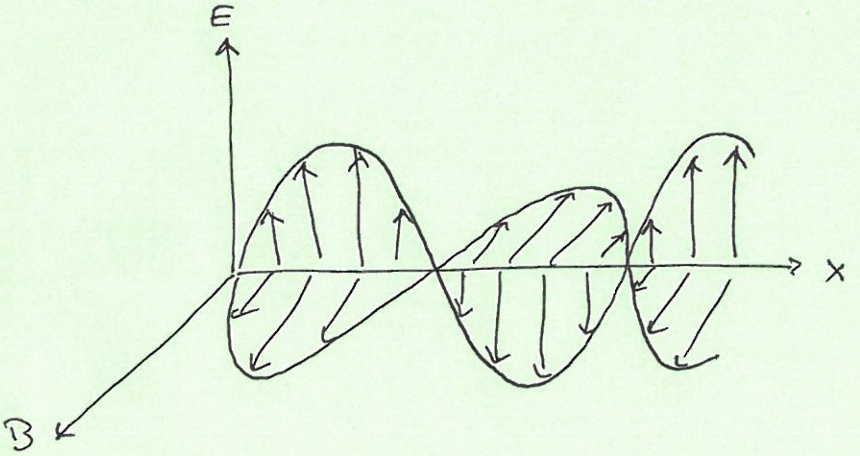
Ansatz erfüllt Wellengleichungen. Daraus sowie aus den Maxwell-Gleichungen ergibt sich ferner:

1) $\vec{E}_0 \perp \vec{k}$, $\vec{B}_0 \perp \vec{k}$

2) $\vec{B}_0 = \frac{c}{\omega} \vec{k} \times \vec{E}$

3) $\vec{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \quad \rightarrow \quad |\vec{B}_0| = |\vec{E}_0|$

- Darstellung



$$\vec{k} = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{E}(\vec{r},t) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(kx - \omega t)} \rightarrow \vec{E}(\vec{r},t) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \\ 0 \end{pmatrix} \cos(kx - \omega t)$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix} \cos(kx - \omega t)$$