

## А. Ферзи боятся толпы

Одним из возможных решений было идти по столбцам слева направо и ставить ферзей в строки 1 и 2, 3 и 4, ... После установки ферзя в строку  $n$  нужно установить ферзя в строку 1 и продолжить дальше.

Данное решение работает за  $O(n)$  и набирает 100 баллов.

## В. Юлия и делители

Для решения первых двух подзадач достаточно было для каждого запроса подсчитать количество простых чисел на отрезке между границами запроса. Также для решения второй подзадачи можно было подсчитать массив  $ans$ , где  $ans[i][j]$  - количество простых чисел между  $i$  и  $j$ .

Пусть  $A$  и  $B$  - минимальная и максимальная граница всех запросов соответственно.

Создадим массив  $s$ , где  $s[i] = 1$ , если число  $(A + i)$  является простым, иначе 0. Альтернативно, можно использовать ассоциативный массив, где  $s[i] = 1$ , если число  $i$  является простым, иначе 0.

Тогда ответ на запрос  $(L, R)$  - это количество единиц в  $s[L - A], s[L - A + 1], \dots, s[R - A]$ . Чтобы отвечать на запрос за  $O(1)$ , подсчитаем на массиве  $s$  префиксные суммы.

Такое решение работает за  $O((B - A) \cdot B + q)$  и набирает 100 баллов.

## С. Поход

Применим подход meet-in-the-middle.

Разделим все продукты на две половины размерами  $n/2$  и  $n - n/2$  соответственно.

Для каждого подмножества продуктов из каждой половины подсчитаем, чему равен суммарный вес и суммарная масса. Это можно сделать перебором за  $O(2^{n/2})$ .

Рассмотрим задачу: дан массив объектов  $(w_i, v_i)$ .

Поступают запросы  $(L, R)$ : найти объект с максимальным  $v_i$  и  $L \leq w_i \leq R$ .

Отсортируем объекты по возрастанию  $w_i$ , при равенстве - по возрастанию  $v_i$ .

Найдём позиции  $l, r$  - позиции начала и конца подотрезка, в котором  $L \leq w_i \leq R$ . Это можно сделать двоичным поиском.

Теперь нужно вернуть элемент с максимальным  $v_i$  на отрезке  $[l, r]$ . Для этого можно использовать разреженную таблицу или другую подходящую структуру данных.

Таким образом, для массива размера  $n$  и  $q$  запросов данная задача решается за

$$O(T(\text{sort}) + T(\text{build\_sparse\_table}) + q \cdot (2 \cdot T(\text{binary\_search}) + T(\text{get\_max}))) =$$

$$O(n \cdot \log(n) + n \cdot \log(n) + q \cdot (\log(n) + 1)) = O((n + q) \cdot \log(n)).$$

Переберём подмножество взятых продуктов из первой половины, пусть оно кодируется битовой маской  $mask_1$ . Для него нужно найти подмножество взятых продуктов из второй половины с максимальной стоимостью и весом, лежащим в интервале  $[L - \text{total\_weight}(mask_1), R - \text{total\_weight}(mask_1)]$  (это в точности описанная выше задача).

Таким образом, решение всей задачи работает за  $O(2^{n/2} \cdot \log(n))$  и набирает 100 баллов.

## Д. Глеб и печеньеки

Будем поддерживать позицию последней встреченной буквы 'b', назовём её *last*.

Подсчитаем и запомним в массив *dist* количество букв между первой после *last* буквой 'B' и ближайшей справа от неё буквой 'b'. Обновим *last*. Это можно сделать за линейное время.

После чего нужно из массива *dist* брать минимальный элемент, пока сумма невзятых элементов не превышает *k*. Для этого нужно отсортировать массив *dist*.

Такое решение работает за  $O(n \cdot \log(n))$ , где  $n = |s|$ , и набирает 100 баллов.

## Е. Бизнес-гусеницы

Воспользуемся динамическим программированием.

Пусть  $dp[i] = true$ , если осталось  $i$  камней и выигрывает та гусеница, которая ходит сейчас, иначе  $dp[i] = false$ .

Если осталось  $i$  камней, то можно выиграть, если перевести соперника в проигрышное состояние за один ход.

Таким образом,  $dp[i] = dp[i - 1] \text{ or } dp[i - 2] \text{ or } dp[i - 6]$ .

Такое решение работает за  $O(n)$  и набирает 50 баллов.

Рассмотрим, как выглядит последовательность  $dp$ , начиная с нулевого элемента.

0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, ... (0 — *false*, 1 — *true*)

Несложно понять, что у этой последовательности период 7, поэтому ответ для чисел с одинаковым остатком по модулю 7 будет равным.

Такое решение работает за  $O(1)$  и набирает 100 баллов.