

1.

1. Найти минимум функции одной переменной на заданном отрезке методами золотого сечения / парабол, реализованными в функции `fminbnd` (1 балл).

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8 \Rightarrow \min, x \in [2; 4].$$

MatLab Code:

```
f = @(x) x.^3 - 7*x.^2 + 14*x - 8;
```

```
[x_min, f_min] = fminbnd(f, 2, 4);
```

```
fprintf('Минимум функции f(x) на отрезке [2, 4]:\n');
```

```
fprintf('x_min = %.4f\n', x_min);
```

```
fprintf('f(x_min) = %.4f\n', f_min);
```

```
>> f = @(x) x.^3 - 7*x.^2 + 14*x - 8;
[x_min, f_min] = fminbnd(f, 2, 4);
fprintf('Минимум функции f(x) на отрезке [2, 4]:\n');
fprintf('x_min = %.4f\n', x_min);
fprintf('f(x_min) = %.4f\n', f_min);
Минимум функции f(x) на отрезке [2, 4]:
x_min = 3.2152
f(x_min) = -2.1126
```

	A	B	C	D
1	1			
2		x	f	
3		3,21525	-2,1126	
4				
5				

2.

2. Найти минимум функции Била без учёта ограничений с помощью релаксационных методов:

2.1. Метода деформируемого многогранника Нелдера – Мида, реализованного в функции `fminsearch` (1 балл).

2.2. Метода Ньютона / квазиньютоновских методов, реализованных в функции `fminunc` (1 балл).

Точку начального приближения выбрать из указанной области.

$$f(x_1, x_2) = (1.5 - x_1 + x_1 x_2)^2 + (2.25 - x_1 + x_1 x_2^2)^2 + (2.625 - x_1 + x_1 x_2^3)^2 \Rightarrow \min$$

$$-4.5 \leq x_1 \leq 4.5,$$

$$-4.5 \leq x_2 \leq 4.5.$$

MatLab Code:

```
f = @(x) (1.5 - x(1) + x(1)*x(2))^2 + ...
```

```
(2.25 - x(1) + x(1)*x(2)^2)^2 + ...
```

```
(2.625 - x(1) + x(1)*x(2)^3)^2;
```

```
x0 = [0; 0];
```

```
[x_min, f_min] = fminsearch(f, x0);
```

```
fprintf('Метод Нелдера–Мида:\n');
```

```
fprintf('Минимум в точке: x1 = %.4f, x2 = %.4f\n', x_min(1), x_min(2));
```

```
fprintf('Значение функции: f(x_min) = %.4f\n', f_min);
```

```
>> f = @(x) (1.5 - x(1) + x(1)*x(2))^2 + ...
(2.25 - x(1) + x(1)*x(2)^2)^2 + ...
(2.625 - x(1) + x(1)*x(2)^3)^2;
x0 = [0; 0];
[x_min, f_min] = fminsearch(f, x0);
fprintf('Метод Нелдера-Мида:\n');
fprintf('Минимум в точке: x1 = %.4f, x2 = %.4f\n', x_min(1), x_min(2)); fprintf('Значение функции: f(x_min) = %.4f\n', f_min);
Метод Нелдера-Мида:
Минимум в точке: x1 = 2.9999, x2 = 0.5000
Значение функции: f(x_min) = 0.0000
```

MatLab Code:

```
f = @(x) (1.5 - x(1) + x(1)*x(2))^2 + ...
```

```
(2.25 - x(1) + x(1)*x(2)^2)^2 + ...
```

```
(2.625 - x(1) + x(1)*x(2)^3)^2;
```

```
x0 = [0; 0];
```

```
options = optimoptions('fminunc', 'Algorithm', 'quasi-newton');
```

```
[x_min, f_min] = fminunc(f, x0, options);
```

```
fprintf('Метод Ньютона / квазиньютоновский метод:\n');
```

```
fprintf('Минимум в точке: x1 = %.4f, x2 = %.4f\n', x_min(1), x_min(2));
```

```
fprintf('Значение функции: f(x_min) = %.4f\n', f_min);
```

```
>> f = @(x) (1.5 - x(1) + x(1)*x(2))^2 + ...
(2.25 - x(1) + x(1)*x(2)^2)^2 + ...
(2.625 - x(1) + x(1)*x(2)^3)^2;
x0 = [0; 0];
options = optimoptions('fminunc', 'Algorithm', 'quasi-newton');
[x_min, f_min] = fminunc(f, x0, options);
fprintf('Метод Ньютона / квазиньютоновский метод:\n');
fprintf('Минимум в точке: x1 = %.4f, x2 = %.4f\n', x_min(1), x_min(2)); fprintf('Значение функции: f(x_min) = %.4f\n', f_min);

Local minimum found.

Optimization completed because the size of the gradient is less than
the value of the optimality tolerance.

<stopping criteria details>
Метод Ньютона / квазиньютоновский метод:
Минимум в точке: x1 = 3.0000, x2 = 0.5000
Значение функции: f(x_min) = 0.0000
```

5	2			
6		x1	x2	f
7		2,99997	0,49999	1,6E-10
8				

3.

3. Найти минимум функции Била с указанными ограничениями методом последовательного квадратичного программирования, реализованного в функции `fmincon` (1 балл).

$$f(x_1, x_2) = (1.5 - x_1 + x_1 x_2)^2 + (2.25 - x_1 + x_1 x_2^2)^2 + (2.625 - x_1 + x_1 x_2^3)^2 \Rightarrow \min$$

$$3x_1^2 + 2x_2^3 \leq 55,$$

$$x_1^3 + x_2^2 \geq 33,$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 3.$$

MatLab Code:

```
function main()
```

```
    f = @(x) (1.5 - x(1) + x(1)*x(2))^2 + ...
```

```
           (2.25 - x(1) + x(1)*x(2)^2)^2 + ...
```

```
           (2.625 - x(1) + x(1)*x(2)^3)^2;
```

```
    x0 = [0; 0];
```

```
    A = [1, -2];
```

```
    b = 3;
```

```
    options = optimoptions('fmincon', 'Algorithm', 'sqp');
```

```
    [x_min, f_min] = fmincon(f, x0, A, b, [], [], [], [], @nonlin_constraints, options);
```

```
    fprintf('Минимум функции Била с ограничениями:\n');
```

```
    fprintf('x1 = %.4f, x2 = %.4f\n', x_min(1), x_min(2));
```

```
    fprintf('Значение функции: f(x_min) = %.4f\n', f_min);
```

```
end
```

```
function [c, ceq] = nonlin_constraints(x)
```

```
    c = [3*x(1)^2 + 2*x(2)^3 - 55; % 3 * x1^2 + 2 * x2^3 <= 55
```

```
        33 - (x(1)^3 + x(2)^2); % x1^3 + x2^2 >= 33 -> 33 - (x1^3 + x2^2) <= 0
```

```
        x(1) - 2*x(2) - 3]; % x1 - 2 * x2 <= 3
```

```
    ceq = [];
```

```
end
```

```

Editor - C:\Users\pavel\TSU\SEMESTER_5\OptimizationMethods\LW_18\main.m
main.m
1 function main()
2     f = @(x) (1.5 - x(1) + x(1)*x(2))^2 + ...
3           (2.25 - x(1) + x(1)*x(2)^2)^2 + ...
4           (2.625 - x(1) + x(1)*x(2)^3)^2;
5     x0 = [0; 0];
6     A = [1, -2];
7     b = 3;
8     options = optimoptions('fmincon', 'Algorithm', 'sqp');
9     [x_min, f_min] = fmincon(f, x0, A, b, [], [], [], @nonlin_constraints, options);
10    fprintf('Минимум функции Била с ограничениями:\n');
11    fprintf('x1 = %.4f, x2 = %.4f\n', x_min(1), x_min(2));
12    fprintf('Значение функции: f(x_min) = %.4f\n', f_min);
13 end
14
15 function [c, ceq] = nonlin_constraints(x)
16 c = [3*x(1)^2 + 2*x(2)^3 - 55; % 3 * x1^2 + 2 * x2^3 <= 55
17     33 - (x(1)^3 + x(2)^2); % x1^3 + x2^2 >= 33 -> 33 - (x1^3 + x2^2) <= 0
18     x(1) - 2*x(2) - 3]; % x1 - 2 * x2 <= 3
19 ceq = [];
20 end

```

Command Window

```

>> main

Local minimum found that satisfies the constraints.

Optimization completed because the objective function is non-decreasing in
feasible directions, to within the value of the optimality tolerance,
and constraints are satisfied to within the value of the constraint tolerance.

<stopping criteria details>
Минимум функции Била с ограничениями:
x1 = 3.1979, x2 = 0.5452
Значение функции: f(x_min) = 0.0051
fx >>

```

	3				
0		x1	x2	f	
1		3,19787	0,54525	0,00507	
2				31,0034	55
3				33	33
4				2,10738	3
5					

4.

4. Найти минимум функции двух переменных из задания (3) с указанными ограничениями с помощью генетических алгоритмов:

4.1. Обобщённого алгоритма поиска по образцу, реализованного в функции patternsearch (1 балл).

4.2. Генетических алгоритмов, реализованных в функции ga (1 балл).

MatLab Code:

```
function main()
```

```
f = @(x) (1.5 - x(1) + x(1)*x(2))^2 + ...
```

```
(2.25 - x(1) + x(1)*x(2)^2)^2 + ...
```

```
(2.625 - x(1) + x(1)*x(2)^3)^2;
```

```
x0 = [0; 0];
```

```
A = [1, -2];
```

```
b = 3;
```

```
options = optimoptions('patternsearch', 'Display', 'iter');
```

```
[x_min, f_min] = patternsearch(f, x0, A, b, [], [], [], [], @nonlin_constraints,  
options);
```

```
fprintf('Минимум функции Била с ограничениями (patternsearch):\n');
```

```
fprintf('x1 = %.4f, x2 = %.4f\n', x_min(1), x_min(2));
```

```
fprintf('Значение функции: f(x_min) = %.4f\n', f_min);
```

```
end
```

```
function [c, ceq] = nonlin_constraints(x)
```

```
c = [3*x(1)^2 + 2*x(2)^3 - 55;
```

```
33 - (x(1)^3 + x(2)^2);
```

```
x(1) - 2*x(2) - 3];
```

```
ceq = [];
```

```
end
```

```

Editor - C:\Users\pavel\TSU\SEMESTER_5\OptimizationMethods\LW_18\main.m
main.m
24 function main()
25     f = @(x) (1.5 - x(1) + x(1)*x(2))^2 + ...
26           (2.25 - x(1) + x(1)*x(2)^2)^2 + ...
27           (2.625 - x(1) + x(1)*x(2)^3)^2;
28
29     x0 = [0; 0];
30
31     A = [1, -2];
32     b = 3;
33
34     options = optimoptions('patternsearch', 'Display', 'iter');
35
36     [x_min, f_min] = patternsearch(f, x0, A, b, [], [], [], [], @nonlin_constraints, options);
37
38     fprintf('Минимум функции Била с ограничениями (patternsearch):\n');
39     fprintf('x1 = %.4f, x2 = %.4f\n', x_min(1), x_min(2));
40     fprintf('Значение функции: f(x_min) = %.4f\n', f_min);
41 end

```

Command Window

```

>> main

```

Iter	Func-count	f(x)	Max Constraint	MeshSize	Method
0	1	14.2031	33	0.2933	
1	38	0.670201	0	0.001	Increase penalty
2	124	0.426147	0	1e-05	Increase penalty
3	287	0.0840075	0	1e-07	Increase penalty
4	1144	0.014962	0	1e-09	Increase penalty
5	1603	0.00518077	0	1e-11	Increase penalty

Optimization finished: mesh size less than options.MeshTolerance
and constraint violation is less than options.ConstraintTolerance.

Минимум функции Била с ограничениями (patternsearch):
x1 = 3.2002, x2 = 0.5457
Значение функции: f(x_min) = 0.0052

fx >>

MatLab Code:

```

function main()

f = @(x) (1.5 - x(1) + x(1)*x(2))^2 + ...
      (2.25 - x(1) + x(1)*x(2)^2)^2 + ...
      (2.625 - x(1) + x(1)*x(2)^3)^2;

x0 = [0; 0];

A = [1, -2];
b = 3;

```

```
lb = [-4.5, -4.5];
```

```
ub = [4.5, 4.5];
```

```
options = optimoptions('ga', 'Display', 'iter', 'ConstraintTolerance', 1e-6);
```

```
[x_min, f_min] = ga(f, 2, A, b, [], [], lb, ub, @nonlin_constraints, options);
```

```
fprintf('Минимум функции Била с ограничениями (ga):\n');
```

```
fprintf('x1 = %.4f, x2 = %.4f\n', x_min(1), x_min(2));
```

```
fprintf('Значение функции: f(x_min) = %.4f\n', f_min);
```

```
end
```

```
function [c, ceq] = nonlin_constraints(x)
```

```
c = [3*x(1)^2 + 2*x(2)^3 - 55;
```

```
33 - (x(1)^3 + x(2)^2);
```

```
x(1) - 2*x(2) - 3];
```

```
ceq = [];
```

```
end
```

The screenshot shows the MATLAB environment. The Editor window displays the code for the main function and the nonlin_constraints function. The Command Window shows the output of the optimization process.

```
Editor - C:\Users\pavel\TSU\SEMESTER_5\OptimizationMethods\LW_18\main.m
main.m
53
54 %4.2
55 function main()
56     f = @(x) (1.5 - x(1) + x(1)*x(2))^2 + ...
57         (2.25 - x(1) + x(1)*x(2)^2)^2 + ...

Command Window
>> main

Single objective optimization:
2 Variables
3 Nonlinear inequality constraints
1 Linear inequality constraints

Options:
CreationFcn:      @gacreationlinearfeasible
CrossoverFcn:     @crossoverintermediate
SelectionFcn:     @selectionstochunif
MutationFcn:      @mutationadaptfeasible

Generation  Func-count      Best        Max        Stall
              f(x)      Constraint  Generations
1             2500       0.103195         0         0
2             4950       0.0997322        0         0
3             7400       0.0840254        0         0
4            16853       0.0135094        0         0
5            23674       0.00515892       0         0

Optimization finished: average change in the fitness value less than options.FunctionTolerance and constraint violation is less than c
Минимум функции Била с ограничениями (ga):
x1 = 3.1997, x2 = 0.5456
Значение функции: f(x_min) = 0.0052
fx >>
```