Поиск образца в тексте

Постановка задачи.

Дано.

Некоторый текст (T)

Образ W тоже текст.

Или формально: Пусть задан массив T из N символов и массив W из M символов, причем $0<M\leq N$.

Результат.

Необходимо найти первое вхождение этого образца в указанный тексте. Сообщить о нахождении и возможно вернуть индекс, начиная с которого образец разместился в тесте.

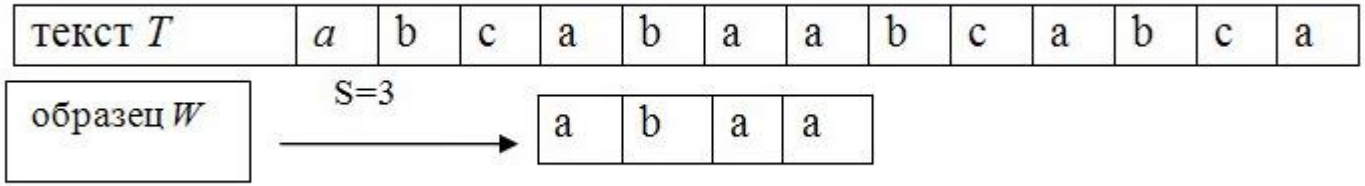
Элементы массивов T и W – символы некоторого конечного алфавита – например, {0, 1}, или {a, …, z}, или {а, …, я}.

Линейный поиск

Поиск строки обнаруживает первое вхождение W в T, результатом будем считать индекс i, указывающий на первое с начала строки (с начала массива T) совпадение с образом (словом).

Пример. Требуется найти все вхождения образца W = abaa в текст T=abcabaabcabca. Это последовательный поиск.

Образец входит в текст только один раз, со сдвигом S=3, индекс i=3.



```
findstr(char *s, char *temp) od
l – индекс строки s, j – индекс строки temp, ls – длина s, lt – длина temp
i ← 0, j←0, f ← -1, ls ←length(s), lt ←length(temp);
 if (ls < lt) неудачный поиск -1;
while (i < ls-lt)                                   //сравнений ls-lt (N-M)
od
        f ← i;
    while(i<ls and j<lt and s[i]==temp[j]) do   //сравнений 3*lt (3*M)
        i ←i+1; j ←j+1;
    od
    if (j = lt) удачный поиск f;          //еще одно
    else
    do
     j ← 0; i ←i+1;   }
   od
od
If f=-1 Неудачный -1;
od
```

Сложность алгоритма:

Худший случай (обнаружение образца в конце текста).

Пусть строка

T→{AAA….AAAB}, длина |T|=N,

образец W→{A….AB}, длина |W|=M.

Очевидно, что для обнаружения совпадения в конце строки потребуется произвести порядка N*M сравнений, то есть O(N*M).

Недостатки алгоритма:

1. высокая сложность — O(N*M), в худшем случае – Θ((N-M+1)*M);

2. *после несовпадения* просмотр всегда начинается с первого символа образца и поэтому может включать символы T, которые ранее уже просматривались (если строка читается из вторичной памяти, то такие возвраты занимают много времени);

3. *информация о тексте* T, получаемая при проверке данного сдвига S, никак не используется при проверке последующих сдвигов.

Алгоритм Боуера-Мура

Робертом Бойером и Джеем Муром

Идея БМ-поиска – сравнение символов начинается с конца образца, а не с начала, то есть сравнение отдельных символов происходит справа налево.

Пример

T: Иван Иванович по фамилии Иваникин

W:Иваникин

И	в	а	н	и	к	и	н
7	6	5	4	1	2	1	

Идея алгоритма

Формируется таблица сдвигов для каждого символа образца W, кроме последнего, длина сдвига устанавливается так:

- для предпоследнего =1
- для следующего от конца=2, затем 3 и т.д.
- для первого=n-1.

Если в образе один и тот же символ встречается несколько раз (без учета последнего), то для него устанавливается наименьшее значение.

Для всех остальных символов алфавита, который используется для представления строк T, в том числе и для последнего символа, если он не повторяется в образе, длина сдвига устанавливается равной длине образа W.

При несовпадении любой пары символов T[j] и W[k] осуществляется сдвиг на величину, установленную для первого с конца символа сравниваемой части строки T[i].

T.е. если сравнение началось с символа T[i], а не совпавшим символом любой сравниваемый символ T[j], то сдвиг будет на одну и ту же величину, установленную для символа T[i] в таблице по W.

Образец W – Иваникин Текст -Т

Иван Иванович по фамилии Иваникин

Иваникин (а сдвиг на 5)

Иваникин (ч сдвиг на 8)

Иваникин (и сдвиг на 1)

Иваникин (л сдвиг на 8)

Иваникин (и сдвиг на 1)

Иваникин (к сдвиг на 2)

Иваникин строка найдена

Таблица сдвигов для символов w справа налево, начиная с предпоследнего

и -1, к-2, н-4, а-5, в-6, И-7

В Т выделяется подстрока длины W. Сравнивается подстрока Т с конца с W. Если символы не совпали, то выполняется сдвиг вправо по тексту Т на установленное для не совпавшего символа смещение.

Декомпозиция алгоритма

- Создать таблицу сдвигов P
- Создать алгоритм поиска вхождения подстроки в строку

Анализ сложности

На практике алгоритм БМ наиболее эффективен, если образец W длинный, а мощность алфавита достаточно велика.

Почти всегда, кроме специально построенных примеров, БМ-поиск требует значительно меньше N сравнений.

В самых же благоприятных обстоятельствах, когда последний символ образца всегда попадает на несовпадающий символ текста, число сравнений равно

(N / M).

Временная сложность в худшем же случае – O(N+M).

По памяти O(N+M+P). P - длина таблицы сдвигов

Алгоритм Кнута-Морриса-Пратта

Эта задача является классическим применением префикс-функции (и, собственно, она и была открыта в связи с этим).

Рассмотрим пример

Ив Иванович по фамилии Иваникин

Иваники сдвиг на 2 позиции

Иваники сдвиг на 1 позицию

Иваники сдвиг на 4 позиции

Иваники сдвиг на 1 позицию до

……

…… Иваники подстрока найден…

Префикс - функция

Для определения смещений для каждого символа в подстроке специально разработана префикс-функция.

Определение

Дана строка S[0..n-1] Требуется вычислить для неё префикс-функцию, т.е. массив чисел P[0..n-1], где P[i] определяется следующим образом:

*это такая наибольшая длина наибольшего собственного суффикса подстроки S[0..i], совпадающего с её префиксом (*собственный **суффикс** — значит не совпадающий со всей строкой*).*

В частности, значение P[0] полагается равным нулю.

Математически определение префикс-функции можно записать следующим образом:

$$P[i] = \max\{k : S[0..k-1] = S[i-k+1..i]\}$$

Пример создания префикс функции по тексту *abcabcd*

Например, для строки "abcabcd" префикс-функция равна: , что $[0, 0, 0, 1, 2, 3, 0]$ означает:

- у строки "a" нет нетривиального префикса, совпадающего с суффиксом;
- у строки "ab" нет нетривиального префикса, совпадающего с суффиксом;
- у строки "abc" нет нетривиального префикса, совпадающего с суффиксом;
- у строки "abca" префикс длины 1 совпадает с суффиксом;
- у строки "abcab" префикс длины 2 совпадает с суффиксом;
- у строки "abcabc" префикс длины 3 совпадает с суффиксом;
- у строки "abcabcd" нет нетривиального префикса, совпадающего с суффиксом.

Другой пример — для строки "aabaaab" она равна: .

$[0, 1, 0, 1, 2, 2, 3]$

Постановка задачи Алгоритма КМП

Дан текст T и строка S, требуется найти и вывести позиции всех вхождений строки S в текст T .

Обозначим для удобства через n длину строки S, а через m — длину текста T .

Решение

Чтобы применить метод к поиску образца в тексте образуем строку S+#+T , где символ # — это разделитель, который не должен встречаться в тексте.

Посчитаем для этой строки префикс-функцию.

Теперь рассмотрим её значения, кроме первых n+1 (которые, как видно, относятся к строке S и разделителю).

По определению, значение **P[i] показывает наибольшую длину совпадающую** с префиксом.

При этом P[i] — фактически длина наибольшего блока совпадения со строкой S и оканчивающегося в позиции i.

Больше, чем n, эта длина быть не может — за счёт разделителя.

А равенство P[i]=n (там, где оно достигается), означает, что в позиции i оканчивается искомое вхождение строки S (только не надо забывать, что все позиции отсчитываются *в склеенной* строке S+#+t).

Таким образом, если в какой-то позиции i оказалось P[i]=n, **то в позиции *i-(n+1)-n+1=i-2n* строки T начинается очередное вхождение строки S в строку T.**

Если известно, что значения префикс-функции не будут превышать некоторой величины, то достаточно хранить не всю строку и префикс-функцию, а только её начало.

Это означает, что нужно хранить в памяти лишь строку S+# и значение префикс-функции на ней, а потом уже считывать по одному символу строку t и пересчитывать текущее значение префикс-функции.

Итак, алгоритм Кнута-Морриса-Пратта решает эту задачу за O(n+m) времени и O(n) памяти.

Примеры

1)string T = "abcabcdcabcabcd";

string S = "abcabcd";

T= S + "$" + T;

abcabcd$abcabcdcabcabcd

vector<int> P= prefix_function(S);

Содержимое P

000123001234567012345 67

14 22

i=14 тогда позиция размещения значения i-2n=14-2 *7=0

i=22 =22-2*7=8

2)

string ss="Iv Ivanovic po familii Ivanikin";

string t = "Ivaniki";

0000000012012340000000000000012345670

37-14=23

.

```
//Формирование массива префиксов
vector<int> prefix_function(string s) {
        int n = (int)s.length();
        vector<int> P(n);
        for (int i = 1; i<n; ++i) {
                int j = P[i - 1];
                while (j > 0 && s[i] != s[j])
                        j = P[j - 1];
                if (s[i] == s[j])  ++j;
                P[i] = j;
        }
        return P;
}
```

Алгоритм Рабина-Карпа

1987 году Майклом Рабином и Ричардом Карпом.

Алгоритм Рабина — Карпа — это алгоритм поиска строки, который ищет образец (подстроку), в тексте, используя хеширование.

Алгоритм редко используется для поиска одиночного шаблона, но имеет значительную теоретическую важность и очень эффективен в поиске совпадений множественных шаблонов одинаковой длины.

Одно из простейших практических применений алгоритма Рабина — Карпа состоит в определении плагиата.

Алгоритм Рабина — Карпа пытается ускорить проверку эквивалентности образца с подстроками в тексте, используя хеш-функцию. Хеш-функция — это функция, преобразующая каждую строку в числовое значение, называемое ***хеш-значением*** (хеш);

В алгоритме Рабина-Карпа создадим хеш для образца, который мы ищем, и будем проверять, соответствует текущий хэш текста хешу шаблона или нет.

Если не соответствует, мы можем гарантировать, что шаблон не существует в тексте. Однако, если он соответствует, шаблон может присутствовать в тексте .

Пример

S1: Олег Иванович по фамилии Иваникин

S2: Иван

Пример использования алгоритма

В алгоритме хеш-функции, будем использовать простое число. Это может быть любое простое число. Для этого примера возьмем prime = 11 .

Мы определим хеш-значение, используя формулу:

(код 1 символа) * $(prime)^0$ + (код 2 символа) * $(prime)^1$ + (код 3 символа) * $(prime)^2$ + ...

Обозначим коды алфавита образца Иван

И -> 1 ч -> 7 в -> 2 ф -> 8

а -> 3 л -> 9 н -> 4 к -> 10 о -> 5 и -> 6 О->11 е-> 12 г->13 м->14

Хеш-значение Иван будет вычисляться по формуле:

$1 * 11^0 + 2 * 11^1 + 3 * 11^2 + 4 * 11^3 = 5710$

Продолжение примера

Теперь мы находим текущий хеш текста - текст из исходной строки длиной 4 символа: Олег

Если *скользящий* хеш совпадает с хеш-значением нашего шаблона, мы проверим соответствуют строки друг другу или нет.

Поскольку наш шаблон имеет 4 буквы, мы возьмем с 1-ой 4 буквы и вычислим значение хеша. Мы получаем:

$11 * 11^0 + 9 * 11^1 + 12 * 11^2 + 13 * 11^3$

О л е г полученная сумма не совпадает с хеш образца.

```
RabinKarp(s[1..n], sub[1..m]) do
  hsub := hash(sub[1..m])
  hs := hash(s[1..m])
  for i <-1 to (n-m+1) do
    if hs = hsub
        if s[i..i+m-1] = sub
            return i
    hs := hash(s[i+1..i+m])
od
return not found
od
```

Анализ алгоритма Робина - Карпа

Две проблемы, связанные с таким поиском

Первая состоит в том, что, так как существует очень много различных строк, между двумя различными строками может произойти ***коллизия*** — совпадение их хешей.

В таких случаях необходимо посимвольно проверять совпадение самих подстрок, что занимает достаточно много времени, если данные подстроки имеют большую длину (эту проверку делать не нужно, если ваше приложение допускает ложные срабатывания).

При использовании достаточно хороших хеш-функций (смотрите далее) коллизии случаются крайне редко, и в результате среднее время поиска оказывается невелико.

Одно из простейших практических применений алгоритма Рабина — Карпа состоит в определении плагиата.

Например, студент пишет работу по какой-то теме.

Коварный профессор находит различные исходные материалы по этой теме и автоматически извлекает список предложений в этих материалах.

Затем алгоритм Рабина — Карпа может быстро найти в проверяемой статье примеры вхождения некоторых предложений из исходных материалов.

Для устранения чувствительности алгоритма к небольшим различиям можно игнорировать детали, такие как регистр или пунктуация, при помощи их удаления.

Поскольку количество строк, которые мы ищем, k, очень большое, обычные алгоритмы поиска одиночных строк становятся неэффективными.

Для текста длины n и шаблона длины m его среднее и лучшее время исполнения равно $O(n)$ при правильном выборе хеш-функции, но в худшем случае он имеет эффективность $O(nm)$, что является одной из причин того, почему он не слишком широко используется.

Для приложений, в которых допустимы ложные срабатывания при поиске, то есть, когда некоторые из найденных вхождений шаблона на самом деле могут не соответствовать шаблону, алгоритм Рабина — Карпа работает за гарантированное время $O(n)$ и при подходящем выборе рандомизированной хеш-функции вероятность ошибки можно сделать очень малой.

Также алгоритм имеет уникальную особенность находить любую из заданных k строк одинаковой длины в среднем (при правильном выборе хеш-функции) за время $O(n)$ независимо от размера k.

Эффективность в лучшем случае $O(n)$, в худшем случае $O(nm)$

Цифровой поиск

Цифровой поиск

Существует класс задач, которые оперируют с данными, представляющими собой множество слов некоторого языка. К таким задачам можно отнести задачи проверки орфографии, задачи перевода текста и т.п.

Одна из основных операций, которая часто используется в подобных задачах - поиск слова в множестве слов. Эффективность организации такого поиска во многом является определяющим для всей системы в целом.

Постановка задачи

Дано. Пусть имеется множество слов *M и слово S.*

Результат Необходимо определить, принадлежит ли слово S множеству *M.*

Эту задачу можно решить с помощью одного из уже рассмотренных нами алгоритмов поиска. Одним из наиболее эффективных, например, является алгоритм бинарного поиска.

Однако, во-первых, множество *M* должно быть упорядочено, что является существенным ограничением, во-вторых, время поиска будет зависеть от размера множества M, а не от искомого слова *s.*

Идея цифрового поиска

Цифровой поиск – частный случай поиска заданной подстроки (образца) в длинной строке (тексте).

Поиск подстроки по образцу используется в текстовых редакторах, в Интернетных поисковиках и т.п.

Примеры цифрового поиска: *поиск в словаре, в библиотечном каталоге и т.п.,* когда делается поиск по образцу в нескольких текстах (названиях книг, фамилиях авторов, текстах на вызванных сайтах и т.п.).

Еще один пример – *словарь с побуквенными метками* для первого и последнего слова на каждой страницы (обычно помещаются в верхнем колонтитуле).

При цифровом поиске ключи рассматриваются как последовательности символов рассматриваемого алфавита (в частности, цифр или букв).

Развивая идею побуквенных меток до ее логического завершения, *получаем схему поиска.*

Цифровой поиск – реализация этой идеи.

Ожидаемое число сравнений порядка $O(\log_m N)$, где m - число различных букв, используемых в словаре, N – мощность словаря.

В худшем случае дерево содержит k, уровней, где k – длина максимального слова.

Пример.

Пусть множество используемых букв (алфавит) {A, B, C, D}.

Мы добавим к алфавиту еще одну букву (пробел) {A, B, C, D,_}.

По определению слова AA, AA_, AA__ , совпадают.

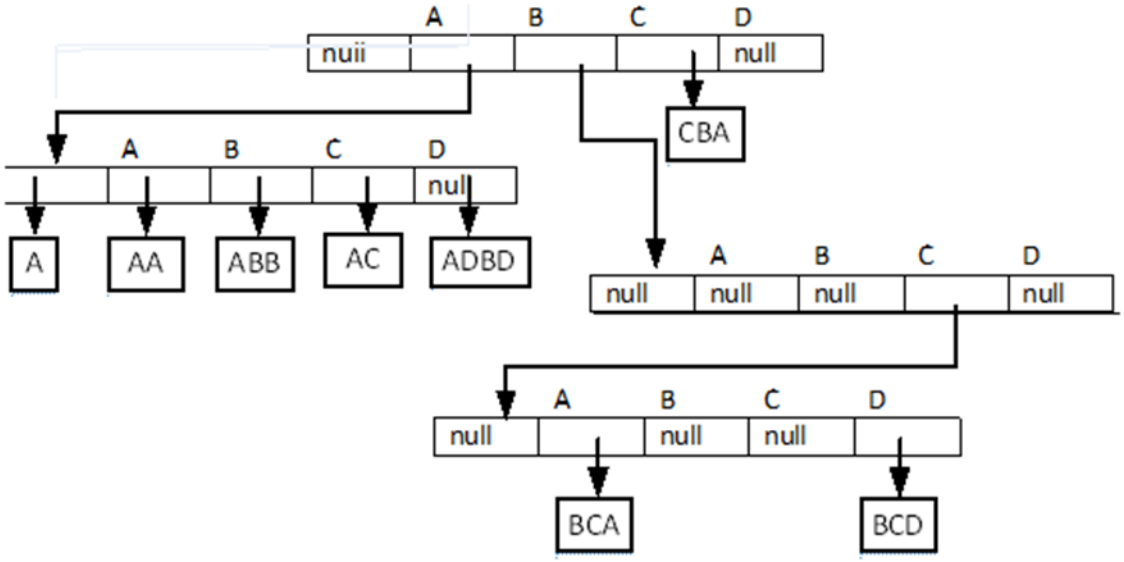
Пусть {A, AA, ABB, AC, ADBD, BCA, BCD, CBA} – словарь (множество ключей).

Построим m-ричное дерево, где m = 5 = | _ , A, B, C, D |.(для понимания алгоритма)

Следующая небольшая хитрость позволит иногда сократить поиск:

если в словаре есть слово a1a2a3...ak и первые i его букв (i < k) задают ***уникальное значение*** и комбинация a1...ai встречается в словаре только один раз, ***то не нужно строить для него отдельное дерево*** для j > i, так как слово можно идентифицировать по первым i буквам.

На рисунке изображено дерево поиска (5-ричное). Прямоугольниками изображены вершины дерева, в небольших прямоугольниках – значения слов (ключей) и связанная с ним информация (комментарий к слову или любая другая информация, которую мы будем обрабатывать). Тем самым любая вершина дерева – массив из m элементов (в данном примере m = 5). Каждый элемент вершины содержит либо ссылку на другую вершину m-ичного дерева, либо на содержащий информацию (ключ).



Рассмотрим корень дерева: как видно из словаря все слова начинаются с A, B или C, причем с C начинается только одно слово – CBA.

Поэтому *ссылки на узел для слов*, начинающихся с A, на узел для слов, начинающихся с B, и на слово CBA (оно единственно).

Рассмотрим узел для слов, начинающихся с A: у него пять ссылок на слова A , AA, ABB, AC, ADBD. Все перечисленные слова уникальны, так что дополнительных узлов не требуется.

Рассмотрим узел для слов, начинающихся с B: оба слова начинаются с комбинации BC. Это приводит к необходимости завести еще один узел для слов, начинающихся с BC.

Это обстоятельство ухудшает эффективность, так как рассматриваемое дерево содержит много нулевых указателей (7), что вызывает большой перерасход памяти.

Можно, конечно, исправить положение, модифицировав поиск.

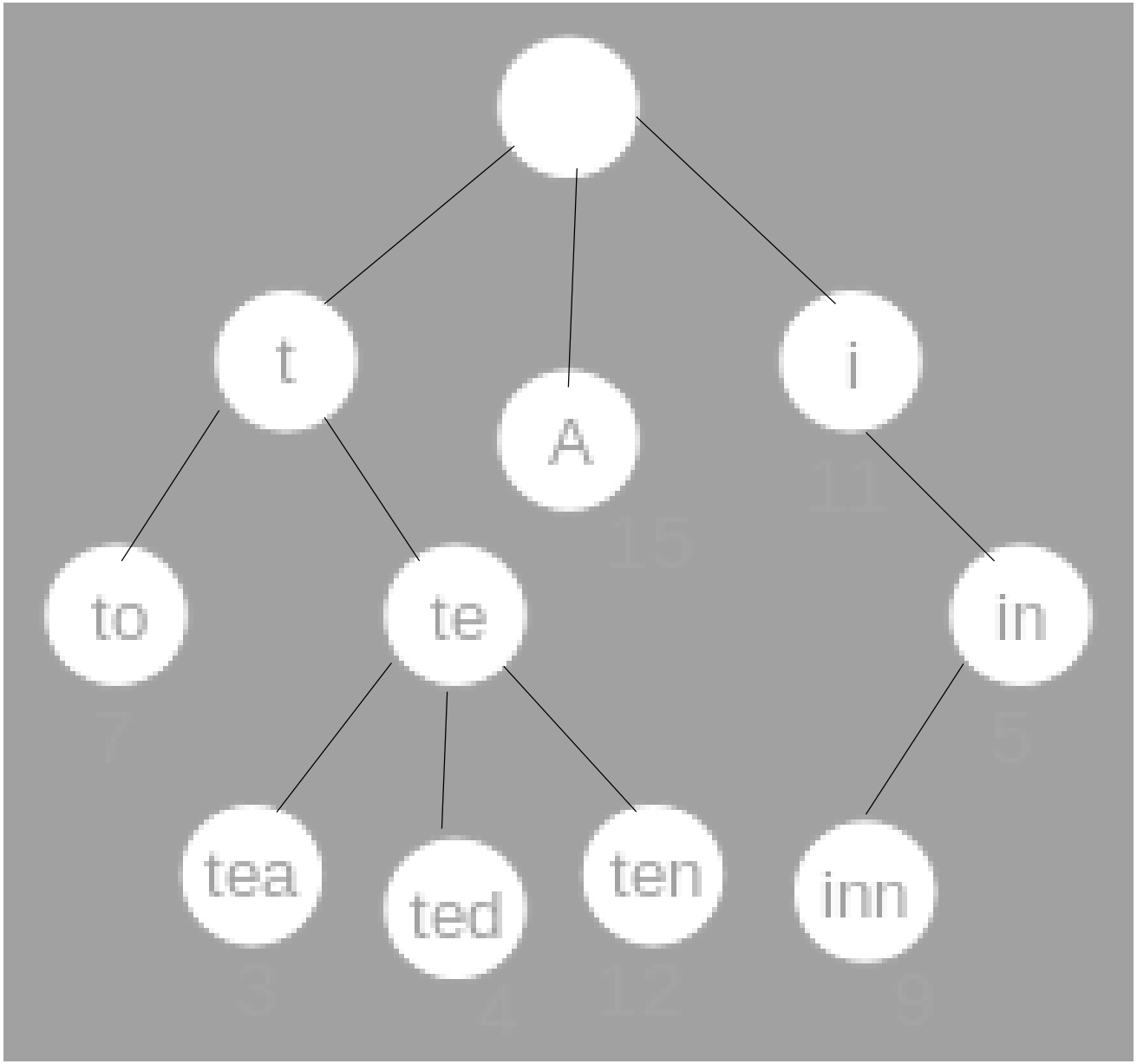
Поиск по бору – цифровой поиск

Такое название алгоритм получил от слова выборка, так как это суть алгоритма поиска. Бор представляет собой *m*-арное дерево. Каждый узел уровня *h* — это множество всех ключей, начинающихся с определенной последовательности из *h* символов.

Для хранения m – ричного дерева используется таблица. Каждый узел – представляет столбец таблицы (это массив размером m, индексированные с 0). Каждый элемент массива это либо ключ, либо ссылка на узел дерева(возможно пустая).

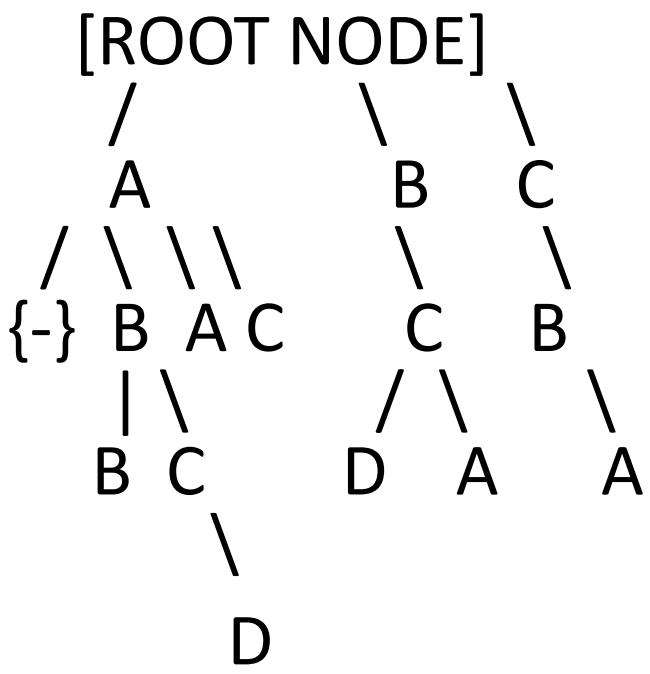
Алфавит ключей	Номера узлов			
	1	2	…….	N
_				
A				
B				

Пробел (_) — обязательный символ таблицы. В первом узле записывается первая буква или цифра ключа. Во втором узле к ней добавляется еще один символ и т.д. Если слово, начинающееся с определенной буквы (цифры), единственное, то оно сразу записывается в первом узле.


t
A
i
to
te
in
tea
ted
ten
inn

Пример создания бора и представления дерева таблицей

Имеется последовательность слов A, AA, ABB, AC, ABCD, BCA, BCD, CBA,ABC



	Номера узлов				
Алфавит	1	2	3	4	5
_(пробел)		A_	AB_	ABC_	BC_
A	(2)	AA			BCA
B	(5)	(3)	ABB		
C	CBA	AC	(4)		
D				ABCD	BCD

Префиксный бор

Бор — это дерево, в котором каждая вершина обозначает какую-то строку (корень обозначает нулевую строку — ε).

На ребрах между вершинами написана 1 буква, таким образом, добираясь по ребрам из корня в какую-нибудь вершину и конкатенируя буквы из ребер в порядке обхода, мы получим строку, соответствующую этой вершине.

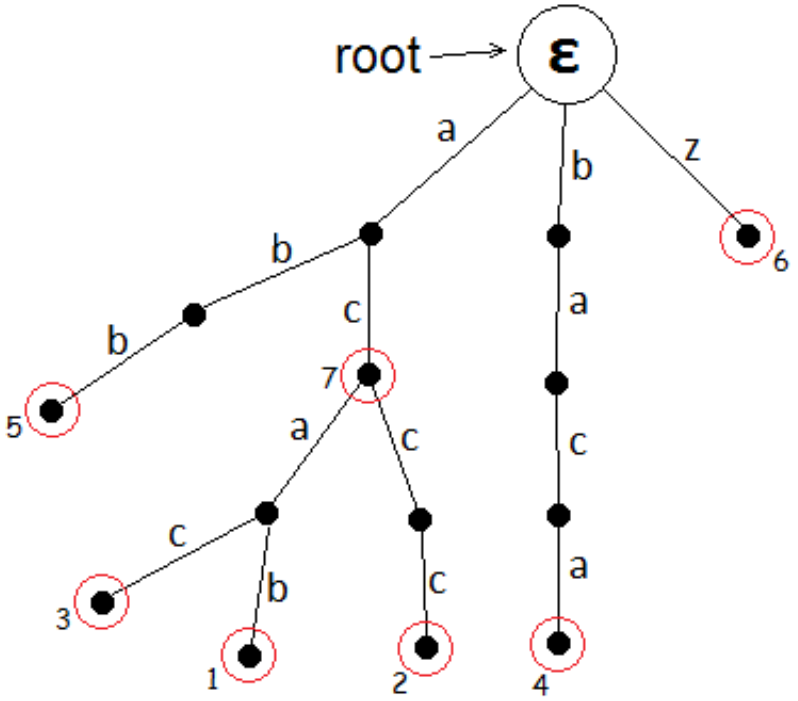
Из определения бора, как дерева, вытекает также единственность пути между корнем и любой вершиной, следовательно — каждой вершине соответствует ровно одна строка (в дальнейшем будем отождествлять вершину и строку, которую она обозначает).

Строить бор будем последовательным добавление исходных строк. Изначально у нас есть 1 вершина, корень (root) — пустая строка. Добавление строки происходит так: начиная в корне, двигаемся по нашему дереве, выбирая каждый раз ребро, соответствующее очередной букве строки. Если такого ребра нет, то мы создаем его вместе с вершиной. Вот пример построенного бора для строк:

1)acab, 2)accc, 3)acac, 4)baca, 5)abb, 6)z, 7)ac.

Особенность добавления строки 7. Она не создает новых вершин и ребер, а процесс ее добавления останавливается во внутренней вершине. Отсюда видно, что для каждой строки необходимо дополнительно хранить признак того является она строкой из условия или нет (красные круги).

Отметим также что, две строки в боре имеют общие ребра при условии наличия у них общего префикса. Крайний случай — все строки образцы попарно не имеют одинаковой начальной части. Значит верхняя оценка для числа вершин в боре — сумма длин всех строк + 1(корень).



Эффективность поиска по бору

1. Занимает много памяти.

Так для представления 31 ключа часто используемых английских слов была построена таблица размером 30*12, т.е. использует 360 слов памяти, многие пустые, в то время как бинарное дерево поиска занимает 62 слова памяти. Однако можно использовать разреженные структуры данных и задействовать под бор всего 49 слов.

2. Удачный поиск требует около 26 единиц времени. При неудачном поиске бор оказывается быстрее бинарного дерева поиска

3. Алгоритм Ахо-Корасик

Пусть дан набор строк в алфавите размера k суммарной длины m. Алгоритм Ахо-Корасик строит для этого набора строк структуру данных "бор", а затем по этому бору строит автомат, всё за O (m) времени и O (m k) памяти.

Полученный автомат уже может использоваться в различных задачах, простейшая из которых — это нахождение всех вхождений каждой строки из данного набора в некоторый текст за линейное время.

Данный алгоритм был предложен канадским учёным Альфредом Ахо (Alfred Vaino Aho) и учёным Маргарет Корасик (Margaret John Corasick) в 1975 г.

Алгоритм Ахо-Корасик реализует эффективный поиск всех вхождений всех строк-образцов в заданную строку. Был разработан в 1975 году Альфредом Ахо и Маргарет Корасик.
Условие задачи. На вход поступают несколько строк pattern[i] и строка s.

Результат: найти все возможные вхождения строк pattern[i] в s.

Суть алгоритма заключена в использование структуры данных — **бора** и построения по нему **конечного детерминированного автомата**.

Важно помнить, что задача поиска подстроки в строки тривиально реализуется за квадратичное время, поэтому для эффективной работы важно, чтоб все алгоритмы в алгоритме Ахо-Корасика линейно зависели от длины строки.

Цифровой бор

В качестве строк используются двоичные записи чисел, включая ведущие нули. Таким образом он имеет глубину w.

Так же как и в алгоритме поиска по дереву в узлах дерева хранятся полные ключи, но для выбора правой и левой ветви используется не результат сравнения ключей, а биты аргумента K.

Код слова WITH: 11010 01001 00011 01000. Чтобы найти его на рисунке со словами, сначала надо сравнить со словом THE, так как они не совпали, то смотрим первый бит слова WITH, он равен 1, тогда идем на правую ветвь. Сравниваем со словом OF. Так как они не совпали, и второй бит слова WITH равен 1, то идем на правую ветвь узла OF. Ключ найден из узла можно извлечь дополнительную информацию