

Formulario Ecuaciones Diferenciales I

Pável Ernesto Oropeza Alfaro

Formulario 1

(4-29 de Mayo de 2015)

1. Definición y clasificación de las ecuaciones diferenciales.

- Es una ecuación que contiene derivadas de una o más variables respecto a una o más variables independientes.
 $F(x, y, y', y'', y^{(n)}) = 0$
- Se clasifican por **tipo, orden y linealidad**
- En la clasificación por orden, el orden de la ODE es el orden de la mayor derivada en la ecuación.
- Las ODE de primer orden a menudo se escriben como $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$
- Es común escribir las ODE de primer y segundo orden en su **forma normal**: $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ y $\frac{d^2y}{dx^2} = f(x, y, y')$

2. **Solución de una ODE.** Es una función ϕ definida en un intervalo I que tiene al menos n derivadas continuas en I , las cuales al sustituirse en una ODE reducen la ecuación a una identidad.

3. **Factor Integrante** $\mu(x) = e^{\int p(x)dx}$. Una forma alternativa de escribir una ODE lineal $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ es la siguiente: $y' + p(x)y = g(x)$

Por ejemplo, $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}y$ se puede escribir como: $y' + \frac{1}{2}y = \frac{3}{2}$

4. Clasificación de una ODE lineal de orden 1 (Se pueden obtener Soluciones exactas)

- Variables Separables: $\frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)}$
- Lineales: $y' + p(x)y = g(x)$
- Exactas: $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$
- Métodos especiales:

a) Sustitución / Bernoulli

b) Factor integrante

5. Ecuaciones lineales de Segundo Orden (homogéneas).

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f(x, y, \frac{dy}{dx})$$

En donde f se puede escribir como:

$$f(x, y, \frac{dy}{dx}) = g(x) - p(x)\frac{dy}{dx} - q(x)y,$$

donde g, p y q son funciones continuas en el I solución. Reescribiendo y considerando la ecuación como homogénea ($g(x) = 0$):

$$a_0(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$$

- Conjunto fundamental, independencial lineal y wronskiano
- Principio de superposición: If y_1 and y_2 are solutions of

$$L[y] = y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$$

then the linear combination (lc) $c_1y_1 + c_2y_2$ is also a solution for any values of c_1 and c_2

- Dos ODE lineales de segundo orden típicas:

$$y'' + 5y' + 6y = 0$$

$$y'' + \omega^2y = 0$$

- Polinomio (ecuación) característica. Raíces diferentes, dobles y complejas.
- Condiciones iniciales.
- Reducción de orden.
- Gráficas de soluciones.

6. PRIMER PARCIAL.

7. Ecuaciones lineales de Segundo Orden (no homogéneas).

- Método 1. Proponer una solución particular adecuada