

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd

Předmět KFY/FYA1

semestrální práce na téma:

**Jevy geometrické a vlnové optiky pomocí centimetrových
vln**

Autor: Pavel Kratochvíle

Datum: 20.03.2025

Pondělí 11:10, týden sudý

1 Měřicí potřeby a přístroje

1. mikrovlnný oscilátor s vysílací trychtýřovou anténou
2. napájecí zdroj pro oscilátor
3. přijímací anténa
4. polovodičová dioda jako detektor
5. voltmetr
6. příslušenství pro měření odrazu, lomu, interference atd

2 Obecná část

2.1 Zákon odrazu a lomu, interference světla

Světlo se šíří po dráze s extrémní dobou průchodu (Fermatův princip). Při dopadu na rozhraní dvou prostředí se dělí na odražený a lomený paprsek. Platí:

$$\alpha = \alpha' \quad (\text{zákon odrazu}) \quad (1)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} \quad (\text{zákon lomu}) \quad (2)$$

kde $n_i = c_0/c_i$ je index lomu.

Pro některé optické jevy, jako jsou ohyb a interference, je nutná vlnová teorie. Světlo lze popsat vlnovou funkcí:

$$u(x, t) = A \cos(2\pi f(t \pm x/c) + \varphi) \quad (3)$$

s vlnovou délkou $\lambda = c/f$. Skládání vln může vést k interferenci, pokud je fázový posun konstantní (koherence).

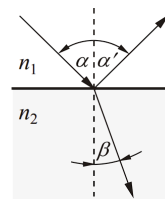


Figure 1: Odraz a lom $n_2 > n_1$

Interference při odrazu

1) Odrazem na pevné ploše vzniká stojaté vlnění s kmitnami a uzly vzdálenými $\lambda/2$. 2) Při dopadu světla na tenkou vrstvu tloušťky d dochází k interferenci odražených vln, s optickým dráhovým rozdílem:

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} \quad (4)$$

Barevné efekty vznikají selektivní interferencí (např. olejové skvrny, mýdlové bubliny).

Viditelné světlo má vlnové délky 400–760 nm, zatímco Röntgenovo (RTG) záření má kratší vlnové délky (řádově Å). To umožňuje studium difrakce na krystalech.

V krystalické mřížce jsou atomy pravidelně uspořádány do rovnoběžných rovin s mezirovinnou vzdáleností d . Pokud na krystal dopadá záření o vlnové délce λ , dochází k difrakci, přičemž maximum intenzity nastává ve směrech daných Braggovou rovnicí:

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

Úhel θ se nazývá Braggův úhel a jeho dvojnásobek odpovídá difrakčnímu úhlu. Tento vztah vyjadřuje podmínku, že dráhový rozdíl paprsků odražených od sousedních atomových rovin je roven celočíselnému násobku vlnové délky. Tento jev se často nepřesně označuje jako "reflexe na atomových rovinách".

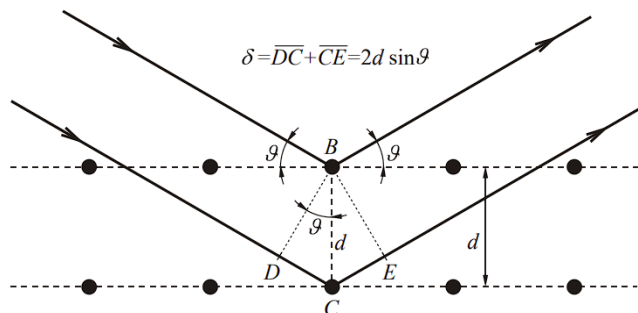


Figure 2: Enter Caption

Braggova reflexe je difrakční jev, při němž dochází k zesílení paprsků, nazývaných maxima nebo reflexe, jejichž řád je označen číslem n . V každém typu krystalu existují různé atomové roviny s různými vzdálenostmi d .

3 Měření

Studujeme jevy geometrické a vlnové optiky pomocí centimetrových elektromagnetických vln, jejichž vlnová délka odpovídá rozměrům útvarů, na kterých k těmto jevům dochází. Použitý oscilátor je tranzistorový s výkonem 50 mW a frekvencí 10 GHz, napájený stejnosměrným zdrojem 10 V. Detektorem je křemíková dioda 33NQ52 umístěná v přijímací anténě a na posuvném stojánku, přičemž detekované kmity jsou indikovány voltmetrem.

3.1 Měření vlnové délky pomocí stojatého vlnění

Kovovou desku zasuneme do otvorů na základní desce. Odpojíme táhla mezi tyčemi antén, nastavíme vysílací anténu na 0 stupňů a přijímací odkloníme. Odrazem vlnění od desky vznikají stojaté vlny mezi deskou a vysílací anténou. K měření intenzity použijeme křemíkovou diodu připojenou k voltmetru, jejíž polohu posouváme, abychom našli minima elektrického pole. Polohy minim

zaznameneáme a pomocí měřicí metody (vysvětlena v kapitole „Měřicí metody“) vyhodnotíme vlnovou délku λ včetně chyby.

3.2 Zákon odrazu

Pro odraz vln použijeme kovovou desku umístěnou ve středu úhlověrné stupnice. Připojíme přijímací anténu k voltmetru a nastavíme vysílací anténu na pevný úhel dopadu α (30° až 50°). Měříme závislost napětí U [mV] na úhlu odrazu α' v rozmezí 20° až 70° s krokem 5° . Úhel měříme od kolmice a výsledky graficky zpracujeme.

Pro studium Snellova zákona lomu použijeme trojboký hranol. Lámací stěny hranolu svírají úhel φ , který je lámavým úhlem. Nejprve změříme tento úhel pomocí úhlověrné stupnice. Poté umístíme hranol do středu stupnice tak, aby osa lámavého úhlu směřovala k rysce 90° na úhlověrně. Paprsek, který se láme na obou lámavých stěnách, je odchýlen o úhel δ . Minimální deviace, označovaná jako δ_m , nastává, když paprsek prochází hranolem symetricky k oběma stěnám ($\alpha = \alpha'$). Index lomu hranolu lze spočítat podle vzorce:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\varphi + \delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

Pomocí minimální deviace stanovíme index lomu n . Rychlost šíření elektromagnetických vln v materiálu hranolu c_2 pak spočítáme podle vztahu:

$$c_2 = \frac{c_1}{n}$$

kde $c_1 \approx 3 \times 10^8$ m/s je rychlost šíření vln ve vzduchu.

3.3 Interference na tenké vrstvě

Jev proměříme pomocí dvou plexisklových destiček, mezi kterými je vzduch (index lomu $n \approx 1$). Podmínkou maxima odraženého vlnění je:

$$2d = k\lambda \sin \alpha \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

kde d je vzdálenost destiček, λ je vlnová délka a α úhel dopadu. Jednu destičku umístíme do středu úhlověrné stupnice a druhou posouváme. Pomocí

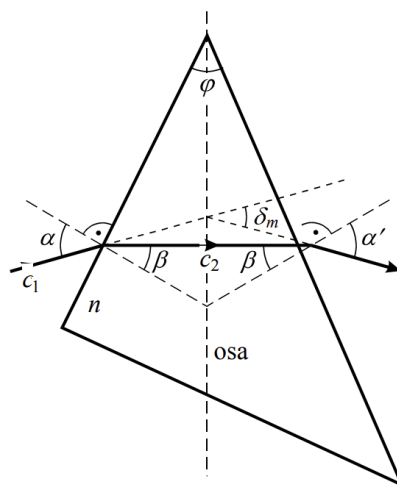


Figure 3: Odraz a lom $n_2 > n_1$

trychtýřové antény měříme úhly dopadu a odrazu (přibližně 30°) a hledáme polohu, kde nastává maximum. Dvojím použitím vzorce:

$$\lambda = \frac{2(x_2 - x_1)}{\sin \alpha}$$

určíme vlnovou délku λ . Měření provedeme pro několik sousedních poloh. Pokud nelze získat alespoň dvě polohy, zmenšíme úhel dopadu.

4 Pracovní úkol

1. Proved'te měření A až E.
2. Vyhodnoťte (doma).
3. Vlnové délky zjištěné při měření A a D porovnejte a rozhodněte, které měření je přesnější a proč. Přesnější hodnotu vlnové délky pak použijte pro vyhodnocení měření E.
4. U měření E vypočtete z naměřených úhlů vzdálenosti rovin d . Porovnejte je se skutečnou hodnotou změřenou na modelu měřítkem.

5 Vypracované měření

5.1 Měření vlnové délky pomocí stojatého vlnění

Jednotlivé naměřené a vypočítané hodnoty (pomocí postupné metody) jsou uvedeny v tabulce. Nejprve si vypočteme průměrnou hodnotu podle vztahu:

$$\bar{L} = \frac{\sum L_i}{6} = \frac{576}{6} = 96 \text{ mm}$$

Dále vypočítáme odchylky od průměrné hodnoty podle vztahu:

$$\Delta L_i = |\bar{L} - L_i|$$

A následně jejich druhé mocniny:

$$(\Delta L_i)^2$$

Výpočet směrodatné chyby v měření:

$$\bar{\sigma}_l = \sqrt{\frac{1}{k} \frac{\sum (\Delta_i)^2}{(k-1)}} = 0,365 \text{ mm}$$

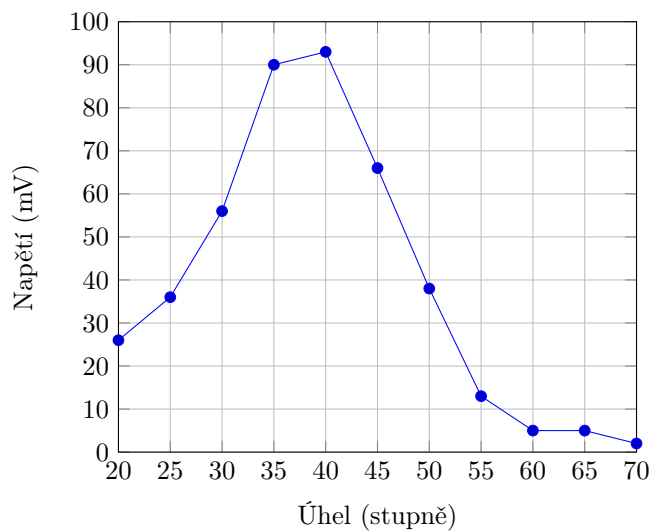
Vzdálenost uzlů vlnové délky $\frac{\bar{L}}{k}$ s chybou $\frac{\bar{\sigma}_l}{k}$ se také rovná jedné polovině vlnové délky λ platí tedy:

$$\lambda = 2 \frac{\bar{L}}{k} + 2 \frac{\bar{\sigma}_l}{k} = \frac{96}{3} \pm \frac{0,365}{3} = 32 \pm 0,12 \text{ mm}$$

i	l_i	$l_{i+5}[mm]$	$l_i = l_{i+5} - l_i[mm]$	$\Delta_i = \bar{L} - L_i[mm]$	$(\Delta_i)^2[mm^2]$
1	7	104	97	1	1
2	24	121	97	1	1
3	40	136	96	0	0
4	56	152	96	0	0
5	72	167	95	1	1
6	88	183	95	1	1
$\sum L_i = 576mm$		$\sum \Delta_i = 0mm$		$\sum (\Delta_i)^2 = 4mm$	

5.2 Zákon odrazu

Závislost mV na stupních



5.3 Zákon lomu

Nejprve si stanovíme lámavý úhel φ ten se v našem případě rovná 52° . Dále si určíme minimální deviaci hranolu. Pokus byl prováděn na hranolu z plexiskla tudíž $\delta_m = 21,5 \times 2 = 43^\circ$

Vypočítáme index lomu n prostřednictvím jednotlivých hranolů pomocí vztahu:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\varphi + \delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

Dosadíme:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{52+43}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52}{2}\right)} \approx 1.682$$

Hodnotu c_2 tj. rychlost šíření elektromagnetických vln v hranolu z plexiskla vypočteme podle vztahu:

$$c_2 = \frac{c_1 \cdot n_1}{n_2}$$

Kde c_1 je rychlost světla ve vakuu, tj. $3 \cdot 10^8$ a index lomu $n_1 \approx 1$

$$c_2 = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 1}{1.682} \approx 1.78 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

5.4 Interference na tenké vrstvě

Naměřené polohy d ve kterých nastává maximum: Vlnovou délku λ budeme

[mm]	[mV]
d_1	29
d_2	48
d_3	65

Table 1: Tabulka s naměřenými hodnotami

počítat podle vzorečku

$$2d\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = k\lambda, \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

kde d je vzdálenost destiček λ je vlnová délka a α úhel dopadu.

Postupným posouváním druhé destičky hledáme takovou její polohu, při níž v odraženém vlnění nastává maximum. Nalezneme-li alespoň dvě takové sousední polohy $x_1 < x_2$, pak dvojnásobným použitím vztahu (6) dostaneme:

$$2(x_2 - x_1)\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \lambda,$$

Pro naše naměřené hodnoty:

$$\lambda_1 = 2 \cdot (d_2 - d_1) \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 2 \cdot (48 - 29) \cdot \sqrt{1 - \sin^2 30^\circ} \approx 32.94 \text{ mm}$$

$$\lambda_1 = 2 \cdot (d_3 - d_2) \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 2 \cdot (65 - 48) \cdot \sqrt{1 - \sin^2 30^\circ} \approx 29.48 \text{ mm}$$

Pro lepší přesnost spočítáme průměr z výsledných hodnot λ_1, λ_2

$$\lambda = 31.21 \text{ mm}$$

5.5 Závěr

Vlnovou délku λ jsme si nejprve v zadání A vypočítali postupnou metodou, ze které jsme dostali přibližnou hodnotu $32 \pm 0,12 \text{ mm}$. Dále jsme stejnou vlnovou délku vypočetli pomocí interference na tenké vrstvě, kde nám výsledek vyšel

přibližně 31.21 mm. Oba výsledky jsou téměř totožné, což znamená, že jsme měřili vcelku správně.

Kdyby mělo být určeno stanovisko, které měření bylo přesnější, přiklonil bych se k měření vlnové délky pomocí postupné metody, jelikož zde bylo využito více naměřených hodnot.

Následně jsme si vykreslili graf, ze kterého je krásně vidět zákon odrazu vln v závislosti na úhlu dopadu, a nakonec jsme si spočítali rychlost šíření elektromagnetických vln v cizím materiálu, v našem případě v plexiskle, která nám vyšla $1.78 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.