

$x$  ... reálná hodnota

$\hat{x}$  ... odhad

$E_x = x - \hat{x}$  ... abs. chyba

$\varepsilon_x = \frac{E_x}{x} = \frac{x - \hat{x}}{x}$  ... relativní chyba

$$E_{x^2} = x^2 - \hat{x}^2 = (x + \hat{x})(x - \hat{x}) = (x + \hat{x}) E_x$$

$$|E_{x^2}| = |x + \hat{x}| |E_x| \leq (|x| + |\hat{x}|) |E_x|$$

$$x \sim \hat{x} \Rightarrow |E_{x^2}| \sim 2 \cdot |x| \cdot |E_x|$$

$$\varepsilon_{x^2} = \frac{E_{x^2}}{x^2} = \frac{x^2 - \hat{x}^2}{x^2} = \frac{(x + \hat{x}) E_x}{x^2} = \frac{x + \hat{x}}{x} \cdot \frac{E_x}{x} = \frac{x + \hat{x}}{x} \varepsilon_x$$

$$|E_{x^2}| = \left| \frac{x + \hat{x}}{x} \right| \cdot |E_x| \leq \frac{|x| + |\hat{x}|}{|x|} \cdot |E_x|$$

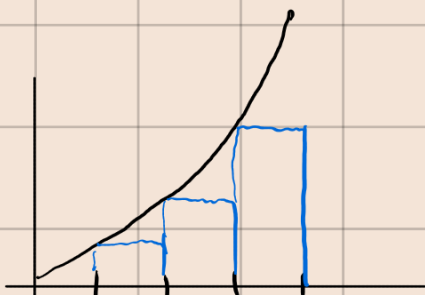
$$x \sim \hat{x} \Rightarrow$$

$$|E_{x^2}| \leq 2 \cdot |E_x|$$

Numerická integrace

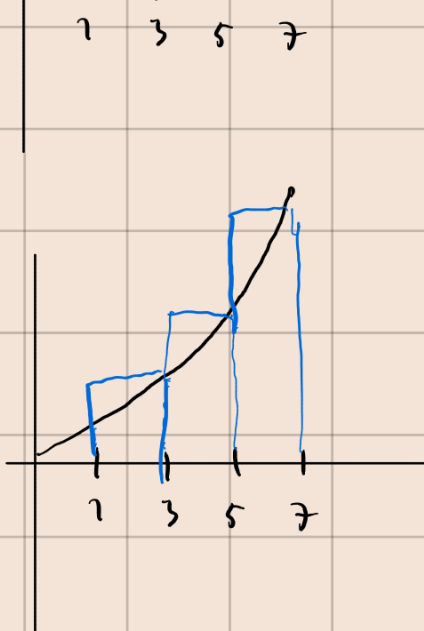
$$\int_1^7 e^x dx$$

$$h=3$$



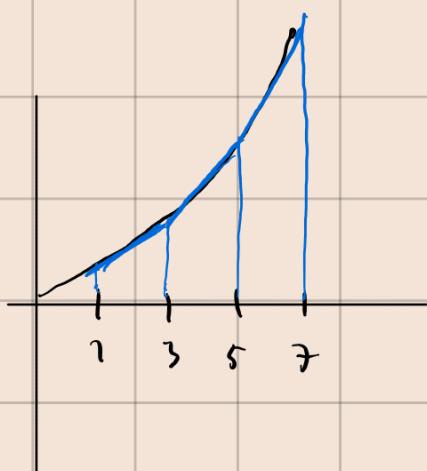
levo obdélníková metoda:

$$\int_1^7 e^x dx \sim e^1 \cdot 2 + e^4 \cdot 2 + e^7 \cdot 2 = 342$$



pravá obdélníková metoda:

$$\int_1^7 e^x dx \sim e^3 \cdot 2 + e^5 \cdot 2 + e^7 \cdot 2 = 2530$$



Lichoběžníková metoda:

$$\begin{aligned} \int_1^7 e^x dx &\sim \frac{e^1 + e^3}{2} \cdot 2 + \frac{e^3 + e^5}{2} \cdot 2 + \frac{e^5 + e^7}{2} \cdot 2 \\ &= e^1 + 2e^3 + 2e^5 + e^7 = 1436 \end{aligned}$$

metoda v'adn 2 (např. Lichoběžníková)

$$E_{2,0} \sim 0,47$$

$$\begin{array}{ccc} h & \rightarrow & \frac{h}{2} \\ \downarrow & & \downarrow \\ E_n & & \left(\frac{1}{2}\right)^2 E_n \end{array}$$

a) jaká je chyba při kroku  $h=1,0$ ?

$$E_{1,0} \sim 0,17$$

b) jaký krok zvolit, aby chyba byla max 0,07?

$$0,07 \geq \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 0,47$$

$$\Delta \geq \sqrt{47}$$

$$\Delta \geq 6,4$$

nový krok:  $h = \frac{2}{6,4} = \frac{1}{3,2} \approx 0,3125$

$$n = 79,2 \Rightarrow n = 20$$

①  $\frac{1}{x} \dots$  chcí,  $x, \hat{x}, E_x, \epsilon_x$   $x \dots$  reálná hodnota

$$\hat{x} \dots \text{odhad}$$

$$E \frac{1}{x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{\hat{x}} =$$

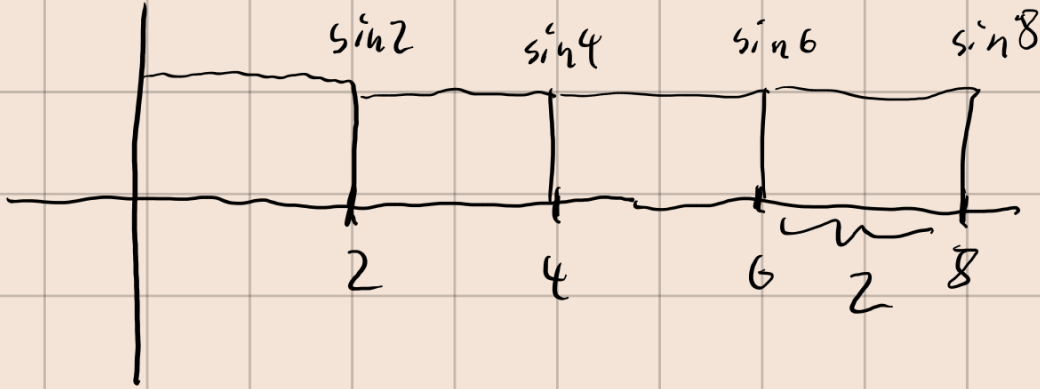
$$E_x = x - \hat{x} \dots \text{abs. chyba}$$

$$\epsilon_x = \frac{E_x}{x} = \frac{x - \hat{x}}{x} \dots \text{relativní chyba}$$

$$= \frac{1}{x} - \frac{1}{\hat{x}} + \frac{1}{x}$$

obdélníková pravidla metoda

②  $\int_0^8 \sin x \, dx, n=4 \sim 2 \sin 2 + 2 \sin 4 + 2 \sin 6 + 2 \sin 8$   
=



$\vec{r}_{sd} \text{ metal } z = 2$

$$(3) E_{0,2} = 0,164$$

$$a) E_{0,1} = 2 \rightarrow \text{h}_n \text{ při polarizaci dělení: } 0,32$$

$$b) h \text{ pro chyb } \max 0,107$$

$$0,107 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot E_{0,2}$$

$$0,107 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2 0,164$$

$$2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{0,107}{0,164}}}$$