$$y_1' = 2y_1 - y_2 + 4e^{4x} \qquad y_1(0) = 3$$
$$y_2' = -2y_1 + y_2 + 3 \qquad y_2(0) = -3$$

a) řešení hom. soustavy

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad A - E\lambda = \begin{pmatrix} 2-\lambda & -1 \\ -2 & 1-\lambda \end{pmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 2-\lambda & -1 \\ -2 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (2-\lambda)(1-\lambda) - 2 =$$
$$= -2\lambda - \lambda + \lambda^2 =$$
$$= \lambda^2 - 3\lambda$$
$$\to \lambda(\lambda - 3) = 0$$
$$\left.\begin{matrix} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = 3 \end{matrix}\right\} R = \{1, e^{3x}\}$$

$\lambda := 0$
$$\ker\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \text{span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right)$$

$\lambda := 3$
$$\ker\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = \text{span}\left(\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$$

$$y_h(x) = C_1\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2\begin{pmatrix} -e^{3x} \\ e^{3x} \end{pmatrix}$$

$$y_{h_1} = C_1 - C_2 \cdot e^{3x}$$
$$y_{h_2} = 2C_1 + C_2 \cdot e^{3x}$$

b) part. řešení pomocí variace konstant

$$y_{p_1} = C_1(x) - C_2(x) \cdot e^{3x}$$
$$y_{p_2} = 2C_1(x) + C_2(x) \cdot e^{3x}$$

$$y_{p_1}' = C_1'(x) - C_2'(x)e^{3x} - C_2(x) \cdot e^{3x} \cdot x$$
$$y_{p_2}' = C_1'(x) + C_2'(x)e^{3x} - C_2(x) \cdot e^{3x} \cdot x$$

$$y_1' = 2y_1 - y_2 + 4e^{4x}$$
$$C_1(x) - C_2'(x)e^{3x} - C_2(x) \cdot e^{3x} \cdot x = 2\left(C_1(x) - C_2(x) \cdot e^{3x}\right)$$
$$-\left(2C_1(x) + C_2(x)\, e^{3x}\right) + 4e^{4x}$$

$\left(C_1(x) \cdot C_2(x)\cdot e^{\;\;}\right) + 4e$

dosaď

$C_1(x) - C_2'(x)e^{3x} - C_2(x)\cdot e^{3x}\cdot x = 2C_1(x) - 2C_2(x)\cdot e^{3x}$
$- 2C_1(x) - C_2(x)\cdot e^{3x} + 4e^{4x}$

$C_1(x) - C_2'(x)e^{3x} = -C_2(x)e^{3x} - C_2(x)\cdot e^{3x} + 4e^{4x}$

$C_1(x) - C_2'(x)e^{3x} = -2C_2(x)e^{3x} + 4e^{4x}$

$y_2' = -2y_1 + y_2 + 3$

$C_1'(x) + C_2'(x)\cdot e^{3x} - C_2(x)\cdot e^{3x}\cdot x = -2\left(2C_1(x) + C_2(x)e^{3x}\right)$
$+ 2C_1(x) + C_2(x)\cdot e^{3x} + 3$

$C_1'(x) + C_2'(x)\cdot e^{3x} = 4e^{4x}$
$2C_1'(x) - C_2'(x)\cdot e^{3x} = 3$

$3C_1'(x) = 4e^{4x} + 3$

$C_1(x) = \int 1 + \frac{4}{3}e^{4x}\,dx$

c) tvar obecného řešení

d) Najít řešení splňující poč. podmínky