LAG definice

- **Lineární kombinace** seznamu vektorů $(\vec{x_1}...\vec{x_n})$ je vektor $\vec{v} = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot \vec{x_i}$, kde $(a_1...a_n)$ jsou koeficienty z tělesa F.
- **Lineární nezávislost** je vlastnost pro nějaký seznam vektorů S. Ten je lineárně nezávislý, pokud je buď prázdný, nebo pokud seznam není prázdný a $\vec{o}$ lze vytvořit pouze kombinací vektorů $(\vec{x_1}...\vec{x_n})$ za použití koeficientů $a_1...a_n = 0$. Tedy $\sum_{i=1}^{n} a_i \cdot \vec{x_i} = \vec{o}$, kde $\vec{x_1}...\vec{x_n} \in S$ a $a_1 = a_2... = a_n = 0$.
- **Lineární závislost**: Seznam vektoru S je lineárně závislý, pokud není lineárně nezávislý. Tedy pokud není prázdný a lze $\vec{o}$ sestavit kombinací vektorů $(\vec{x_1}...\vec{x_n})S$ za použití nenulových koeficientů $(a_1...a_n) \in F \setminus \{0\}$. Matematicky: $\vec{o} = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot \vec{x_i}$, $\vec{x_1}...\vec{x_n} \in S$ a $(a_1...a_n) \in F \setminus \{0\}$
- **Lineární obal** množiny M jakýchkoliv vektorů lineárního prostoru L je množina všech lineárních kombinací vektorů z množiny M, pokud $M \neq \{\}$. Pokud $M = \{\}$, tak je lineární obal $span(\{\}) = \vec{o}$
- **Lineární podprostor** prostoru L je taková podmnožina W prostoru L, pro kterou platí, že $span(W)$ je podmnožinou W. W je tedy uzavřena na tvorbu lineárních kombinací.
- **Množina generátorů** G je množina vektorů, pomocí jejíchž všech lineárních kombinací jsme schopni vytvořit lineární podprostor W prostoru L. Tedy: $span(G) = W$.
- **Konečně generovaný podprostor**: Lineární podprostor W prostoru L je konečně generovaný, pokud množina jeho generátorů G má konečný počet prvků.
- **Báze** B prostoru L je lineárně nezávislá množina generátorů prostoru L. Napíšeme-li B jako seznam (seznam = uspořádaná n-tice prvků), označujeme ji jako uspořádanou bázi.
- **Dimenze** konečně generovaného lineárního prostoru L je počet prvků jeho báze. $dim(L) = card(B)$, B je báze prostoru L.
- **Souřadnice** vektoru $\vec{v}$ vzhledem k uspořádané bázi $B = (\vec{b_1}...\vec{b_n})$ je uspořádaný seznam $(a_1...a_n) \in F$ takový, že $\vec{v} = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot \vec{b_i}$. Značíme jej $coord_B(\vec{v}) = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$. (Jednoduše řečeno: souřadnice $\vec{v}$, kterou vytvoříme pomocí lineární kombinace báze B)
- **Lineární zobrazení** z lineárního prostoru L_1 do lin. prostoru L_2, značeno $f : L_1 \to L_2$, je takové zobrazení, kde pro $\vec{x}, \vec{y}$ a skaláry a z F platí: $f(\vec{x} + \vec{y}) = f(\vec{x}) + f(\vec{y})$ a $f(a \cdot \vec{x}) = a \cdot f(\vec{x})$ (zachovává vektorové operace sčítání a násobení skalárem)
- **Jádro** lineárního zobrazení $f : L_1 \to L_2$ je množina všech $\vec{x} \in L_1$, pro které platí $f(\vec{x}) = \vec{o}$. Matematicky: $ker(f) = \{\vec{x} | f(\vec{x}) = \vec{o}\}$. Lidsky: množina všech vektorů, které se při zobrazení „ztratí“, tedy převedou na nulový vektor. Jádro indikuje, jak moc je f monomorfismus.
- **Obraz** lineárního zobrazení $L_1 \to L_2$ je množina všech $\vec{y} \in L_2$ pro které existuje $\vec{x}$ takové, že $f(\vec{x}) = \vec{y}$. Matematicky: $im(f) = \{\vec{y} | \exists \vec{x} : f(\vec{x}) = \vec{y}\}$.

Lidsky: množina všech vektorů, do kterých mohou být převedeny vektory z jiného prostoru zobrazením. Obraz indikuje, jak foc je f epimorfismus.

- **Hodnost** lineárního zobrazení $f : L_1 \to L_2$ je dimenze obrazu tohoto zobrazení. Matematicky: $rank(f) = dim(im(f))$
- **Defekt** lineárního zobrazení $f : L_1 \to L_2$ je dimenze jádra tohoto zobrazení. Matematicky: $rank(f) = dim(ker(f))$
- **Monomorfismus**: Lineární zobrazení $f : L_1 \to L_2$ je monomorfismus, pokud je prosté. Tedy když pro každé $x_1, x_2 \in L_1$ platí $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$. Z toho plyne: $ker(f) = \vec{o}$ (různé vstupy mají různé výstupy, nic se nesrazí do $\vec{o}$)
- **Epimorfismus** Lineární zobrazení $f : L_1 \to L_2$ je epimorfismus, pokud je na (surjektivní). Tedy když pro všechna $y \in L_2$ existuje $x \in L_1$ takové, že $f(x) = y$. Z toho plyne: $im(f) = L_2$ (pro každý vektor v L_2 je odpovídající vektor v L_1, zobrazení pokrývá celá prostor L_2)
- **Isomorfismus**: Lineární zobrazení $f : L_1 \to L_2$ je isoformismus, pokud je prosté a na zároveň (bijektivní).
- **Regulární matice** M je matice, která má inverzi A^{-1} a platí: $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$
- **Singulární matice** je matice M, která není regulární.