

1) Necht

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

jsou matice nad \mathbb{Z}_7 .

a) rozhodněte, zda jsou matice A, B regulární.

b) Řešte maticovou rovnici $A \cdot X^T = B$.

2) Je dána soustava nad \mathbb{R} :

$$a + b + 2c + 3d = 0$$

$$3a + 4b + c + d = 7$$

$$2a + 2c + 4d = -2$$

$$2a + 5b + c = 9$$

a) Zapište matici soustavy, vektor pravých stran, a rozšířenou matici soustavy.

b) Pomocí Frobeniovovy věty ukážte, že soustava má řešení.

c) Nalezněte všechna řešení soustavy.

3) Je dána matice nad \mathbb{Z}_7 ,

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 6 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

a) Vypočítejte $\det(A)$.

b) Rozhodněte, zda je A regulární.

4) Je dána následující soustava nad \mathbb{R} , kde $a \in \mathbb{R}$ je parameter.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a-1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 & 1 \end{array} \right)$$

a) Rozhodněte, zda soustava má řešení pro $a = -1$.

b) Řešte soustavu pro každé $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

5) Je dána matice nad \mathbb{R} ,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Vypočítejte $\det(A)$.

b) Najděte $\text{adj}(A)$.

c) Najděte A^{-1} , pokud existuje.

