Najděte min, max, inf, sup

1) celá záporná čísla:

min: není

max: -1

inf: $-\infty$

sup: -1

2) B: nezáporná čísla

$\min B = 0$

$\max B$ ... neex.

$\inf B = 0$

$\sup B = \infty$

3) $C = (1,2) \cup \langle 3,5 \rangle$

$\min C$ ... neex.

$\max C = 5$

$\inf C = 1$

$\sup C = 5$

4) $D = \langle 0, \sqrt{2} \rangle \cap Q$

$\min D = 0$

max D ... neex.

inf $D = 0$

sup $D = \sqrt{2}$

5) $E = \langle 0, \frac{1}{3} \rangle \cap \{ 2^{-n} : n \in \mathbb{N} \}$

min E ... neex.

max $E = \frac{1}{4}$

sup $E = \frac{1}{4}$

inf $E = 0$

Důkaz: inf $E = 0$

- 0 je dolní závora ✓
- 0 je největší dolní závora:

sporem:

mějme $k > 0$, ukážeme, že to není dolní závora: ex. $y \in E$, $y = 2^{-n}$ tak, že $2^{-n} < k$

$\frac{1}{2^n} < k$

$\frac{1}{k} < 2^n$

$\log_2 \frac{1}{k} < \log_2 2^n$

$\log_2 \frac{1}{k} < n$

můžeme vzít $y = 2^{-n}$, kde $n := \log_2 \frac{1}{k} + 1$

6) $F = \{ \frac{n+1}{\ldots} : n \in \mathbb{N} \}$

$\underline{a = 2,\overline{4}}$

$$10^1 \cdot a = 24,4$$
$$-a = -2,4$$
$$9a = 22$$
$$a = \frac{22}{9}$$

$b = 0,\overline{09}$

$$10^2 \cdot b = 9,09$$
$$99b = -0,09$$
$$99b = 9$$
$$b = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$$

DÚ: ukažte: $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$

$\log 2 \notin \mathbb{Q}$

sporem: předpokládejme, že ex. $a, b \in \mathbb{N}$ nesoudělná taková, že

$$\log 2 = \frac{a}{b}$$

$$b \cdot \log 2 = a$$

$$2^b = 10^a$$

$$2^b = 2^a \cdot 5^a$$

$$2^b \cdot 5^0 = 2^a \cdot 5^a$$

$$b = a \wedge a = 0 \ \dots \ \perp$$

$\Rightarrow \log 2 \notin \mathbb{Q}$

Vlastnosti funkcí

f je na M rostoucí:

$k \cdot f$ → $k > 0$ ... rostoucí
→ $k < 0$ ... klesající
→ $k = 0$ ... konstantní