1. $f(x) = x^2 - 3x + 1$

metoda bisekce na $\langle 1, 5 \rangle$

- zjistím, jestli je nulový bod vůbec v intervalu

  => jedna strana musí být kladná, druhá záporná

$$\left.\begin{array}{l} f(1) = -1 \quad \ominus \\ f(5) = 11 \quad \oplus \end{array}\right\} \text{platí}$$

1. iterace:

- najdu střed intervalu: $x_1 = \frac{1+5}{2} = 3$

  $f(3) = 9 - 9 + 1 = 1 \quad \oplus$

- podívám se na předchozí hraniční body, jako další interval k půlení vyberu (tento bod i předchozí s opač. znaménkem)

  => pracuji v $\langle 1, 3 \rangle$

2. iterace:

- najdu střed intervalu $\langle 1, 3 \rangle$: $x_2 = 2$

  $f(2) = 4 - 6 + 1 = -1 \quad \ominus$

- opět najdu nový interval podle znaménka:

  $\langle 2, 3 \rangle$

b) newtonova metoda, $x_0 = 1$

vzorec: $$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

0. iterace:

$x_0 = 1$

$x_0 = 1$

$f(x) = x^2 - 3x + 1 \;\rightarrow\; f(x_0) = 1 - 3 + 1 = -1$

$f'(x) = 2x - 3 \;\rightarrow\; f'(x_0) = 2 - 3 = -1$

$$x_1 = 1 - \frac{-1}{-1} = 0$$

1. iterace:

$x_1 = 0$

$f(x_1) = 0 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$

$f'(x_1) = 2 \cdot 0 - 3 = -3$

$$x_2 = 0 - \frac{1}{-3} = \frac{1}{3}$$

2. iterace:

$x_2 = \frac{1}{3}$

$f(x_2) = \frac{1}{9} - 3 \cdot \frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{9} - 1 + 1 = \frac{1}{9}$

$f'(x_2) = \frac{2}{3} - 3 = -\frac{7}{3}$

$$x_3 = \frac{1}{3} - \frac{\frac{1}{9}}{-\frac{7}{3}} = \frac{1}{3} + \frac{1 \cdot \cancel{3}}{\cancel{9} \cdot 7} = \frac{1}{3} + \frac{1}{21} = \frac{8}{21}$$

c) je x_2 dostačující, když má být $\varepsilon = 0{,}25$?

$f(x_2 - \varepsilon) > 0 \quad \wedge \quad f(x_2 + \varepsilon) < 0$

$f\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) > 0 \qquad f\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) < 0$

$f\left(\frac{1}{12}\right) > 0 \qquad f\left(\frac{7}{12}\right) < 0$

$$\frac{1}{12^2} - \frac{3}{12} + 1 =$$

$$= \frac{1}{144} - \frac{3}{12} + 1 \doteq 0{,}75$$

$$0{,}75 > 0$$

$$\frac{41}{144} - \frac{27}{12} + 1 = -0{,}4097$$

$$-0{,}4097 < 0$$

opačné znaménka => NB mezi body
posunutými o pož. odchylku
=> číslo vyhovuje

2. $f(x) = x^2 - x + 1$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$f'(x) = 2x - 1$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2 - x_n + 1}{2x_n - 1}$$

$$x_0 = 2$$

$$x_1 = 2 - \frac{4 - 2 + 1}{4 - 1} = 1$$

$$x_2 = 1 - \frac{1 - 1 + 1}{2 - 1} = 0$$

$$x_3 = 0 - \frac{0-0+1}{0-1} = 1$$

$$x_4 = 1 - \frac{1-1+1}{2-1} = 0$$

$$x_5 = 0 - \frac{0-0+1}{0-1} = 1$$

metoda bude do nekonečna oscilovat mezi body, co jsou stejně vzdáleny od vrcholu paraboly a tedy zde rostou stejně, ale s opačným znaménkem.
(ale stejně kořen nemá)