

Екзаменаційна робота
з дисципліни „Теорія ймовірності”
та математична статистика
студента групи ПЗ-23
Михалевича Павла

$$1. P(A \cup \bar{A}) = P(\Omega) = 1$$

Вигнобів: так.

$$2. P_1 = 0,15 \quad P_2 = 0,35 \quad P_3 = 0,2$$

$$P_4 = 1 - P_1 - P_2 - P_3 = 0,3$$

$$P(P_2 \cup P_4) = 0,3 + 0,35 = 0,65$$

В: с.

$$3. C_5^2 p^2 q^3 \text{ - схема Бернуллі.}$$

$$p = 0,51 \text{ - хлопчик}$$

$$q = 1 - p = 0,49 \text{ - дівчинка}$$

$$C_5^2 p^2 q^3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 0,51^2 \cdot 0,49^3 = 10 \cdot 0,0312$$

$$= 0,312$$

В: В.

$$4. n = 400$$

$$k_1 = 255$$

$$p = 0,65$$

$$k_2 = 270$$

$$q = 0,35$$

$$P(A) = \varphi(x_2) - \varphi(x_1)$$

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{255 - 260}{\sqrt{91}} = -0,52$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{270 - 260}{\sqrt{91}} = 1,05$$

$$\varphi(x_1) = -0,1985$$

$$\varphi(x_2) = 0,3531$$

$$P(A) = 0,3531 + 0,1985 = 0,5516$$

B: B.

5. Довести, що $M(\xi - M\xi) = 0$

за властивостями мат.
сподівання:

$$M(\xi - M\xi) = M\xi - M(M\xi)$$

Мат. сподівання для сталої
дорівнює сталій, тому

$$M(M\xi) = M\xi$$

\Downarrow

$$M(\xi - M\xi) = M\xi - M(M\xi) = M\xi - M\xi = 0$$

Ві Доведено.

6. H_1 - переключи болт
 H_2 - переключи гайку.

$$P(A|H_1) = \frac{15}{26}$$

$$P(A|H_2) = \frac{16}{26}$$

$$P(H_1) = \frac{11}{15}$$

$$P(H_2) = \frac{4}{15}$$

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) =$$

$$= \frac{11}{15} \cdot \frac{15}{26} + \frac{4}{15} \cdot \frac{16}{26} = \frac{11}{26} + \frac{4 \cdot 8}{15 \cdot 13} = \frac{2977}{5070}$$

$$B: P(A) = 0,587$$

2. $n = 5$

$p = 0,52$ - хлопчик

$q = 1 - p = 0,48$ - дівчинка

Закон розподілу:

X	0	1	2	3	4	5
P(X)	0,025	0,138	0,299	0,324	0,176	0,038

$$P(0) = 0,48^5 = 0,025$$

$$P(1) = C_5^1 \cdot 0,52 \cdot 0,48^4 = 0,138$$

$$P(2) = C_5^2 \cdot 0,52^2 \cdot 0,48^3 = 0,299$$

$$P(3) = C_5^3 \cdot 0,52^3 \cdot 0,48^2 = 0,324$$

$$P(4) = C_5^4 \cdot 0,52^4 \cdot 0,48 = 0,176$$

$$P(5) = 1 - (P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4)) = 0,038$$

$$M(X) = 0 \cdot 0,025 + 1 \cdot 0,138 + 2 \cdot 0,299 + 3 \cdot 0,324 +$$

$$+ 4 \cdot 0,176 + 5 \cdot 0,038 = 2,6$$

Округляємо до 3.

Ві середня к-сть народжених хлопчиків = 3.

8. $p(A) = 0,8$

закон розподілу:

0	1	2	3	4
0,0016	0,0256	0,1536	0,4096	0,4096

$$P(0) = 0,2^4 = 0,0016$$

$$P(1) = C_4^1 \cdot 0,8 \cdot 0,2^3 = 4 \cdot 0,8 \cdot 0,2^3 = 0,0256$$

$$P(2) = C_4^2 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^2 = 6 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^2 = 0,1536$$

$$P(3) = C_4^3 \cdot 0,8^3 \cdot 0,2 = 4 \cdot 0,8^3 \cdot 0,2 = 0,4096$$

$$P(4) = 0,8^4 = 0,4096$$

$$\sum_{i=0}^4 (P(i)) = 1$$

P -іа розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq 0 \\ 0,0016, & \text{якщо } 0 < x \leq 1 \\ 0,0272, & \text{якщо } 1 < x \leq 2 \\ 0,1808, & \text{якщо } 2 < x \leq 3 \\ 0,5904, & \text{якщо } 3 < x \leq 4 \\ 1, & \text{якщо } x > 4 \end{cases}$$

$$M(\xi) = 0,0256 + 2 \cdot 0,1536 + 3 \cdot 0,4096 + 4 \cdot 0,4096 = 3,2$$

$$M(E^2) = 0,0256 + 4 \cdot 0,1536 + 9 \cdot 0,4096 + 16 \cdot 0,4096 = 10,88$$

$$DE = 10,88 - 3,2^2 = 0,64$$

$$\sigma = \sqrt{0,64} = 0,8$$

$$B: ME = 3,2 ; DE = 0,64 ; \sigma = 0,8$$

$$9. f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_0^{+\infty} \lambda x e^{-\lambda x} dx =$$

$$= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b x \lambda e^{-\lambda x} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(- \int_0^b x d e^{-\lambda x} \right)$$

$$= \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-x e^{-\lambda x} \Big|_0^b + \int_0^b e^{-\lambda x} dx \right) =$$

$$= \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-b e^{-\lambda b} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \Big|_0^b \right) = 0 -$$

$$- \frac{1}{\lambda} \lim_{b \rightarrow \infty} (e^{-\lambda b} - 1) = \frac{1}{\lambda}$$

$$M(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx = \int_0^{+\infty} \lambda x^2 e^{-\lambda x} dx =$$

$$= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b x^2 \lambda e^{-\lambda x} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(- \int_0^b x^2 d e^{-\lambda x} \right) =$$

$$= \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-x^2 e^{-\lambda x} \Big|_0^b + \int_0^b 2x e^{-\lambda x} dx \right) =$$

$$= \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-b^2 e^{-\lambda b} + \frac{2}{\lambda} \int_0^b x \lambda e^{-\lambda x} dx \right) = 0 + \frac{2}{\lambda} M(X) = \frac{2}{\lambda^2}$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$

10.

$\xi \backslash \eta$	-1	1	3
-1	0,05	0,15	0,15
2	0,4	0,15	0,1

$D\xi = ?$ η зависим ξ та η

ξ	-1	2
p	0,3	0,7

η	-1	1	3
p	0,45	0,3	0,25

$$M(\xi) = -1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,7 = 1,1$$

$$M(\xi^2) = 1 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,7 = 3,1$$

$$D(\xi) = 3,1 - 1,1^2 = 3,1 - 1,21 = 1,89$$

$$\xi = -1 \quad \eta = -1$$

$$p(-1 \mid \xi_1) = 0,3$$

$$p(\eta_1 = -1) = 0,45$$

$$\rho_1 \approx 0,05$$

$$0,3 \cdot 0,45 \neq 0,05$$

\Downarrow

ξ і η — залежні

11.
$$\begin{array}{c|cccc|c} x_i & -2 & -1 & 0 & 1 & 3 \\ \hline p_i & -2 & -1 & 0 & 2 & 3 \end{array}$$

$$\eta = c + b\xi + a\xi^2$$