

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА  
ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра систем штучного інтелекту



Лабораторна робота №4  
З курсу «Дискретна математика»

Виконав:  
ст. гр. КН-110  
Марій Павло

Львів – 2018

**Тема:** Основні операції над графами. Знаходження остова мінімальної ваги за алгоритмом Прима-Краскала.

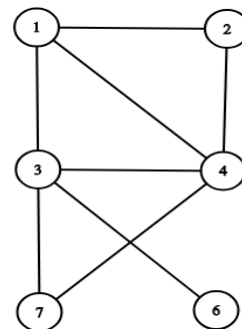
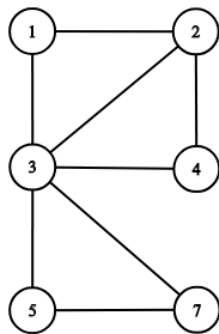
**Мета:** Набуття практичних вмінь та навичок з використання алгоритмів Прима та Краскала.

## Варіант 2

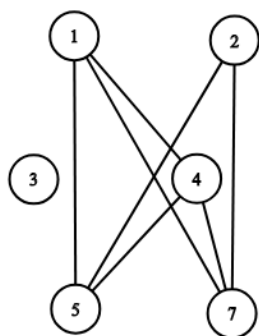
### Практична частина.

1. Виконати наступні операції над графами:

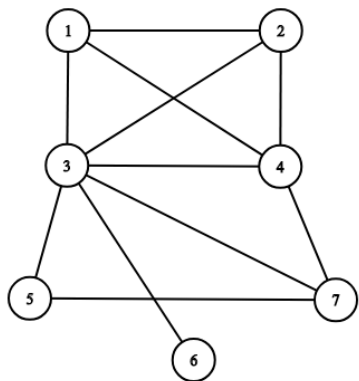
- 1) Знайти доповнення до першого графу.
- 2) Об'єднання графів.
- 3) Кільцеву суму  $G1$  та  $G2$  ( $G1+G2$ ).
- 4) Розщепити вершину у другому графі.
- 5) Виділити підграф  $A$ , що складається з 3-х вершин в  $G1$  і знайти стягнення  $A$  в  $G1$  ( $G1 \setminus A$ ).
- 6) Добуток графів.



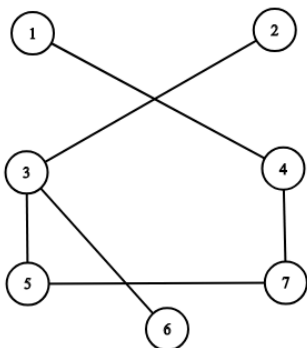
1) Доповнення до 1 графу



2) Об'єднання графів.

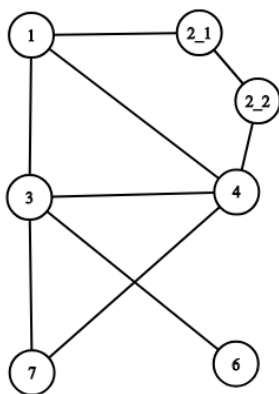


3) Кільцева сума  $G1$  та  $G2$  ( $G1+G2$ ).



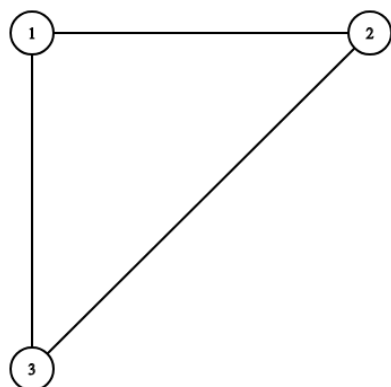
4) Розщеплення вершини у другому графі.

Розщепимо другу вершину:

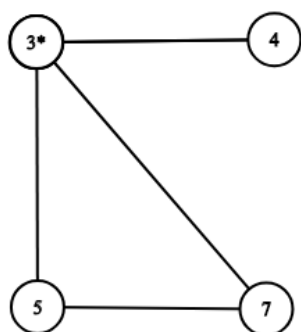


5) Виділяємо підграф  $A$ , що складається з 3-х вершин в  $G1$  і знаходимо стягнення  $A$  в  $G1$  ( $G1 \setminus A$ ).

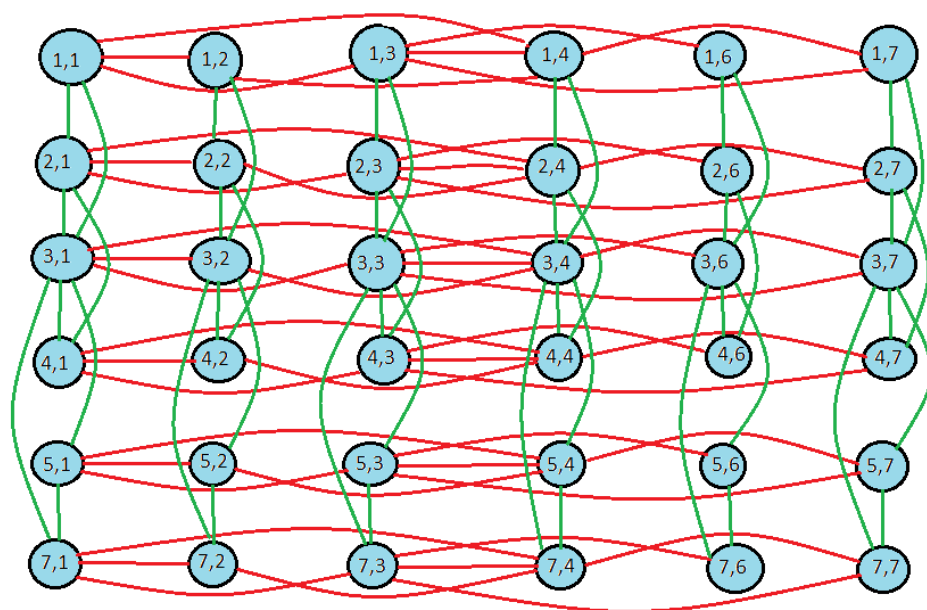
Підграф А:



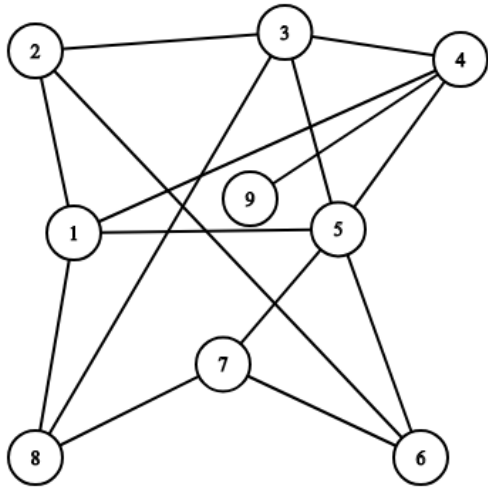
Стягнення:



6) Добуток графів.



2. Знайти таблицю суміжності та діаметр графа.

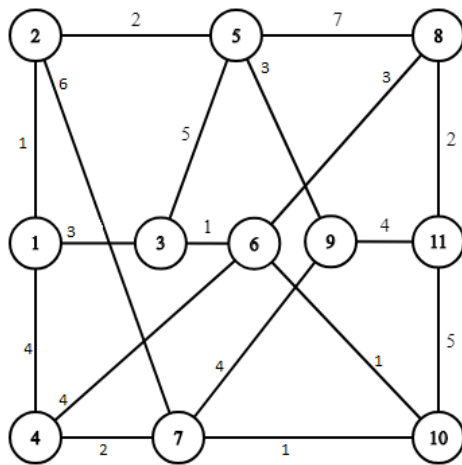


Таблиця суміжності

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
2	1	0	1	0	0	1	0	0	0
3	0	1	0	1	1	0	0	1	0
4	1	0	1	0	1	0	0	0	1
5	1	0	1	1	0	1	1	0	0
6	0	1	0	0	1	0	1	0	0
7	0	0	0	0	1	1	0	1	0
8	1	0	1	0	0	0	1	0	0
9	0	0	0	1	0	0	0	0	0

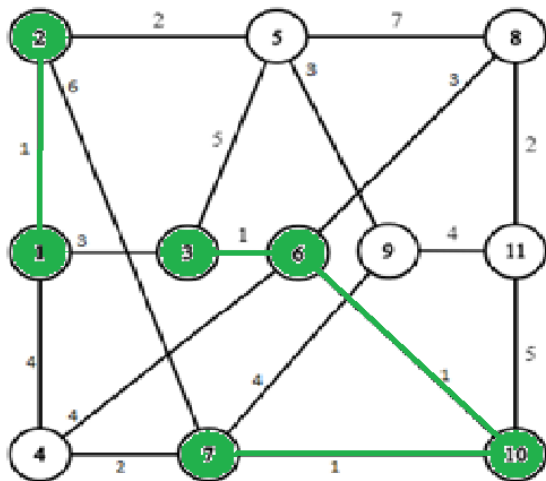
Діаметр – максимально можлива довжина між двома вершинами графа = 3.

3. Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.

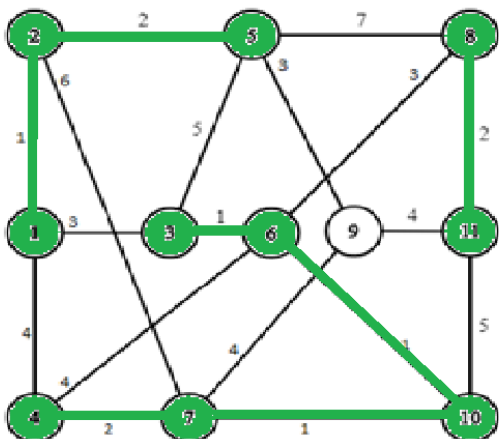


### Алгоритм Краскала:

1) Беремо ребра найменшої вартості:  $(1-2) = 1$ ;  $(3-6) = 1$ ;  $(7-10) = 1$ ;  $(6-10) = 1$ ; і перевіряємо, чи не утворюють вони циклу.

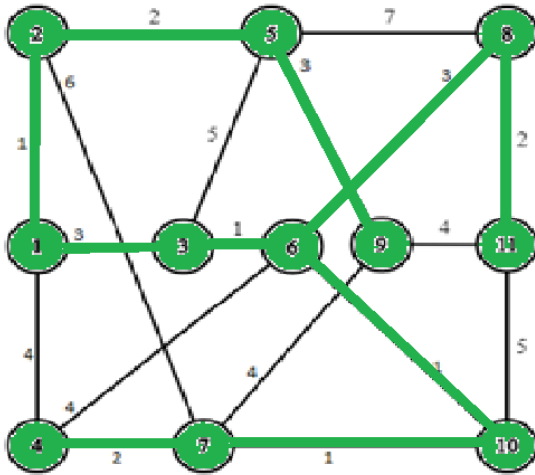


2) Беремо наступні ребра найменшої вартості і при включенні їх в остове дерево перевіряємо, чи не утворюється цикл.  $(2-5) = 2$ ;  $(8-11) = 2$ ;  $(4-7) = 2$ ;



Цикл не утворено.

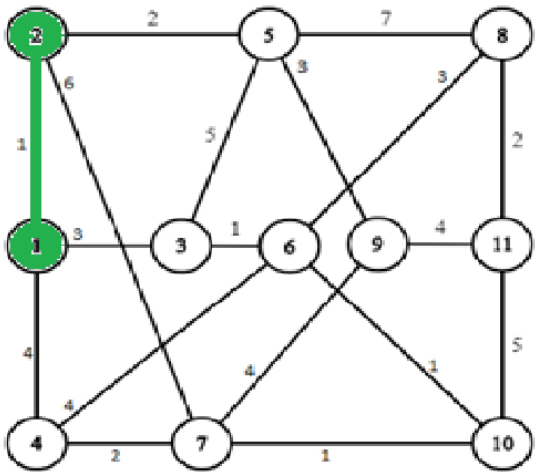
3) Беремо ребра з вагою 3 і перевіряємо на утворення циклу.  $(5-9) = 3$ ;  
 $(1-3) = 3$ ;  $(6-8) = 3$ ;



Циклу немає, всі вершини включені в остове дерево. Кістякове дерево побудоване.

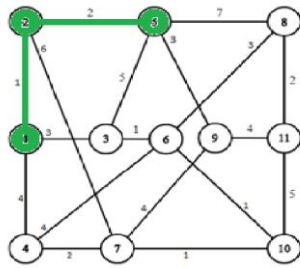
### Алгоритм Прима:

1) Беремо вершину №1 та шукаємо найменше інцидентне ребро. Це  $(1-2) = 1$ .



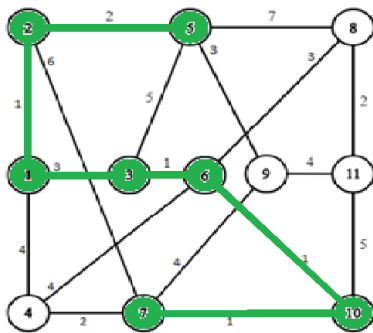
2) Перебираємо всі ребра, інцидентні вершинам, що включені в кістякове дерево, і шукаємо найкоротше, при цьому перевіряємо на ациклічність.

$(2-5) = 2$ ;

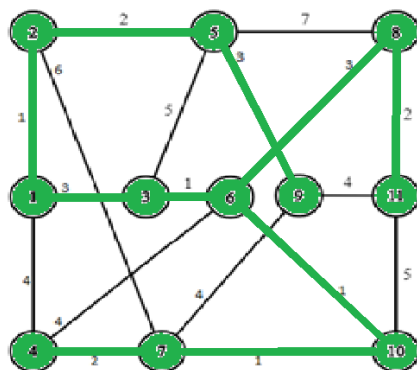


3) Повторюємо другий крок, допоки не буде побудовано кістякове дерево.

$(1-3) = 3$ ,  $(3-6) = 1$ ,  $(6-10) = 1$ ,  $(10-7) = 1$ ;



Продовжуємо пошук:  $(7-4) = 2$ ;  $(5-9) = 3$ ;  $(6-8) = 3$ ;  $(8-11) = 2$ ;

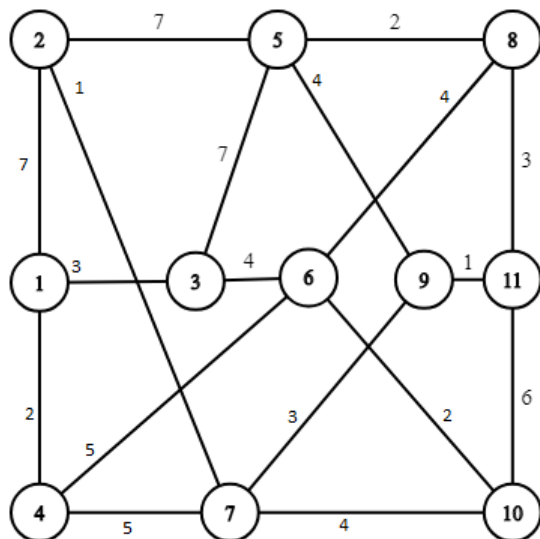


Кістякове дерево побудоване, співпадає з деревом, яке знайдено алгоритмом Краскала.

## Програмна частина

Написати програму, яка реалізує алгоритм знаходження остового дерева мінімальної ваги за алгоритмом Краскала. Етапи розв'язання задачі виводити на екран. Протестувати розроблену програму на наступному графі:





## Код програми:

```
#include <stdio.h>
```

```
int makeTrees(int n, int A[n][n]);
```

```
void removeRepeated(int n, int A[n][n]);
```

```
int areInDifferentTrees(int n, int A[n][n], int first, int second);
```

```
void addToTree(int n, int A[n][n], int first, int second);
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    int A[11][11] = {
```

```
        { 0, 7, 3, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 },
```

```
        { 7, 0, 0, 0, 7, 0, 1, 0, 0, 0, 0 },
```

```
        { 3, 0, 0, 0, 7, 4, 0, 0, 0, 0, 0 },
```

```
        { 2, 0, 0, 0, 0, 5, 5, 0, 0, 0, 0 },
```

```
        { 0, 7, 7, 0, 0, 0, 0, 2, 4, 0, 0 },
```

```
        { 0, 0, 4, 5, 0, 0, 0, 4, 0, 2, 0 },
```

```
        { 0, 1, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 3, 4, 0 },
```

```
        { 0, 0, 0, 0, 2, 4, 0, 0, 0, 0, 3 },
```

```
        { 0, 0, 0, 0, 4, 0, 3, 0, 0, 0, 1 },
```

```
        { 0, 0, 0, 0, 0, 2, 4, 0, 0, 0, 6 },
```

```
        { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 1, 6, 0 }
    };
```

```
    removeRepeated(11, A);
```

```
    printf("\nVertices sorted by weight:");
```

```

for (int i = 1; i <= 7; i++)
{
    printf("\n%d: ", i);
    for (int j = 1; j <= 11; j++)
    {
        for (int k = 1; k <= 11; k++)
        {
            if (A[j - 1][k - 1] == i)
            {
                printf("%d-%d; ", j, k);
            }
        }
    }
}

int B[11][11];
makeTrees(11, B);

printf("\n\nEdges : ");
for (int i = 1; i <= 7; i++)
{
    for (int j = 1; j <= 11; j++)
    {
        for (int k = 1; k <= 11; k++)
        {
            if (A[j - 1][k - 1] == i && areInDifferentTrees(11, B, j, k))
            {
                addToTree(11, B, j, k);
                printf("%d-%d; ", j, k);
            }
        }
    }
}

printf("\n\n");
return 0;
}

```

```
int makeTrees(int n, int A[n][n])
```

```
{  
    for (int i = 0; i < n; i++)  
    {  
        for (int j = 0; j < n; j++)  
        {  
            A[i][j] = 0;  
        }  
    }  
    for (int i = 0; i < n; i++)  
    {  
        A[i][i] = i + 1;  
    }  
  
    return A[n][n];  
}
```

```
void removeRepeated(int n, int A[n][n])
```

```
{  
    for (int i = 0; i < n; i++)  
    {  
        for (int j = 0; j < n; j++)  
        {  
            if (j < i)  
            {  
                A[i][j] = 0;  
            }  
        }  
    }  
}
```

```
int areInDifferentTrees(int n, int A[n][n], int first, int second)
```

```
{  
    int temp1;  
    int temp2;  
    for (int i = 0; i < n; i++)  
    {
```

```

    temp1 = 0;
    temp2 = 0;
    for (int j = 0; j < n; j++)
    {
        if (A[i][j] == first)
        {
            temp1 = 1;
        }
    }
    for (int k = 0; k < n; k++)
    {
        if (A[i][k] == second)
        {
            temp2 = 1;
        }
    }

    if (temp1 && temp2)
    {
        return 0;
    }
}

return 1;
}

void addToTree(int n, int A[n][n], int first, int second)
{
    int scndLine;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++)
        {
            if (A[i][j] == second)
            {
                scndLine = i;
            }
        }
    }
}

```

```

    }
}

for (int i = 0; i < n; i++)
{
    for (int j = 0; j < n; j++)
    {
        if (A[i][j] == first)
        {
            for (int k = 0; k < n; k++)
            {
                if (A[scndLine][k])
                {
                    A[i][k] = A[scndLine][k];
                    A[scndLine][k] = 0;
                }
            }
        }
    }
}
}

```

### Результат:

```

Vertices sorted by weight:
1: 2-7; 9-11;
2: 1-4; 5-8; 6-10;
3: 1-3; 7-9; 8-11;
4: 3-6; 5-9; 6-8; 7-10;
5: 4-6; 4-7;
6: 10-11;
7: 1-2; 2-5; 3-5;

Edges : 2-7; 9-11; 1-4; 5-8; 6-10; 1-3; 7-9; 8-11; 3-6; 6-8;

```

**Висновок:** Я набув практичних вмінь та навичок з використання алгоритмів Прима та Краскала.

