

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій

Кафедра систем штучного інтелекту



Лабораторна робота №2
з курсу “Дискретна математика ”

Виконав:
ст. гр. КН-110
Марій Павло

Викладач:
Мельникова Н.І.

Тема:

”Моделювання основних операцій для числових множин”

Мета роботи:

Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Теоретичні відомості:

2.1. Основні поняття теорії множин. Операції над множинами

Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами.

Кажуть, що множина A є **підмножиною** множини S (цей факт позначають $A \subseteq S$, де \subseteq – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S . Досить часто при цьому кажуть, що множина A міститься в множині S .

Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то A називають **власною (строгою, істинною) підмножиною** S (позначають $A \subset S$, де \subset – знак строгого включення).

Дві множини A та S називаються **рівними**, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть $A=S$.

Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають **універсумом** або **універсальною множиною** і позначають літерою U (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках).

Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають **сімейством**.

Множину, елементами якої є всі підмножини множини A і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною A), називають **булеаном** або **множиною-степенем** множини A і позначають $P(A)$.

Потужністю скінченної множини A називають число її елементів, позначають $|A|$.

Множина, яка не має жодного елемента, називається **порожньою** і позначається \emptyset .

Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також $A \subset A$.

Множина всіх підмножин множини A називається **булеаном** і позначається $P(A)$. Потужність скінченної множини дорівнює кількості її елементів, позначається A . Потужність порожньої множини дорівнює 0.

Варіант № 2

Завдання 1:

1. Для даних скінчених множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$,
 $B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$, $C = \{1,3,5,7,9\}$ та універсума $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $A \cup \neg(B \cap C)$;
б) $(A \setminus C) \Delta B$; Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

$$A = \{1,1,1,1,1,1,0,0,0\};$$

$$B = \{0,0,0,1,1,1,1,1,1\};$$

$$C = \{1,0,1,0,1,0,1,0,1\};$$

$$\text{а) } A \cup \neg(B \cap C) = A \cup (\neg\{0,0,0,0,1,0,1,0,1\}) = A \cup \{1,1,1,1,0,1,0,1,1\} = \{1,1,1,1,1,1,1,0,1\}$$

$$\text{б) } (A \setminus C) \Delta B = \{0,1,0,1,0,1,0,0,0\} \Delta B = \{0,1,0,0,1,0,1,1,1\}$$

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $(\neg B \Delta C) \cap A$.
Знайти його потужність.

$$(\neg B \Delta C) \cap A = (\{1,1,1,0,0,0,0,0,0\} \Delta C) \cap A = \{0,1,0,0,1,0,1,0,1\} \cap A = \{0,1,0,0,1,0,1,0,0\};$$

Це множина $\{2,5,7\}$.

$$P((\neg B \Delta C) \cap A) = \{\{\emptyset\}, \{2\}, \{5\}, \{7\}, \{2,5\}, \{2,7\}, \{5,7\}, \{2,5,7\}\}$$

$$|P((\neg B \Delta C) \cap A)| = 2^3 = 8.$$

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірної твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

$$\text{а) } \emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset \quad \text{б) } Q \in R;$$

$$\text{в) } N \cap Z = Z; \quad \text{г) } R \setminus N \subset R \setminus Q;$$

$$\text{д) якщо } A \setminus C \subset B \setminus C, \text{ то } A \subset B.$$

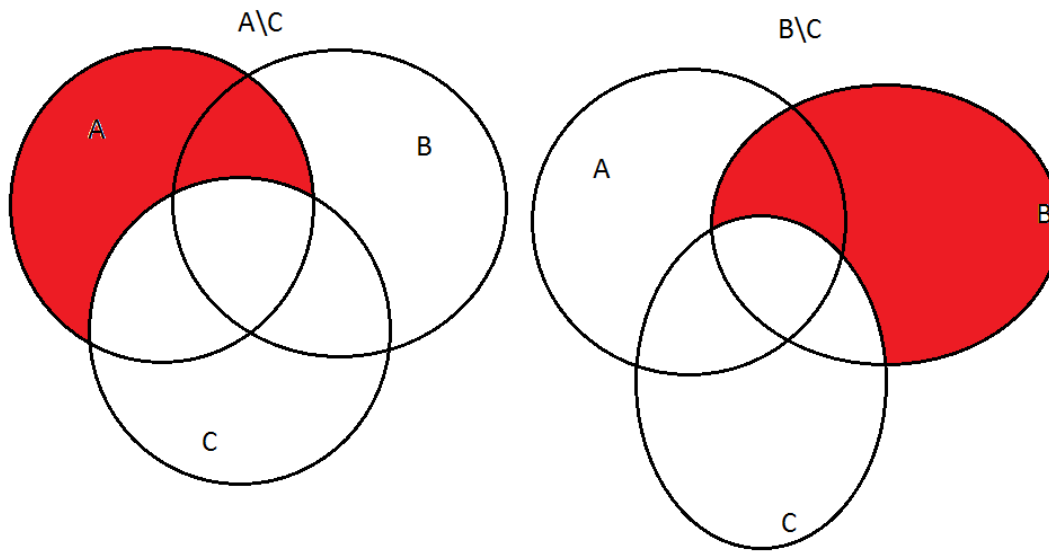
$$\text{а) } \emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset \quad \text{-- Вірно.}$$

$$\text{б) } Q \in R \quad \text{-- Вірно.}$$

$$\text{в) } N \cap Z = Z \quad \text{-- Невірно, } N \cap Z = N$$

$$\text{г) } R \setminus N \subset R \setminus Q \quad \text{-- Невірно, } R \setminus Q \subset R \setminus N$$

$$\text{д) } A \setminus C \subset B \setminus C.$$



Круги Ейлера показують, що $A \setminus C \subset B \setminus C$. З цих кругів видно, що $A \subset B$.

4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \cap B) \setminus C.$$

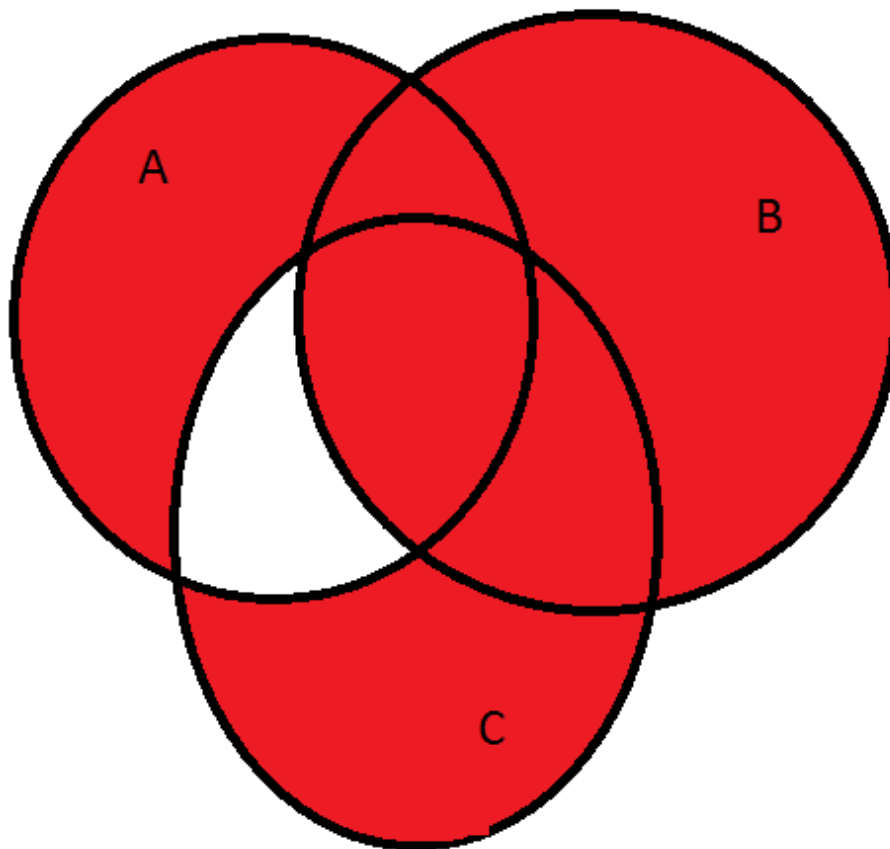
Для доведення скористаємось законами алгебри множин

$$\begin{aligned} \text{а) } (A \cap B) \setminus (A \cap C) &= (A \cap B) \cap ((\neg A) \cup (\neg C)) = (A \cap B \cap \neg A) \cup (A \cap B \cap \neg C) = \\ &= A \cap B \cap \neg C \end{aligned}$$

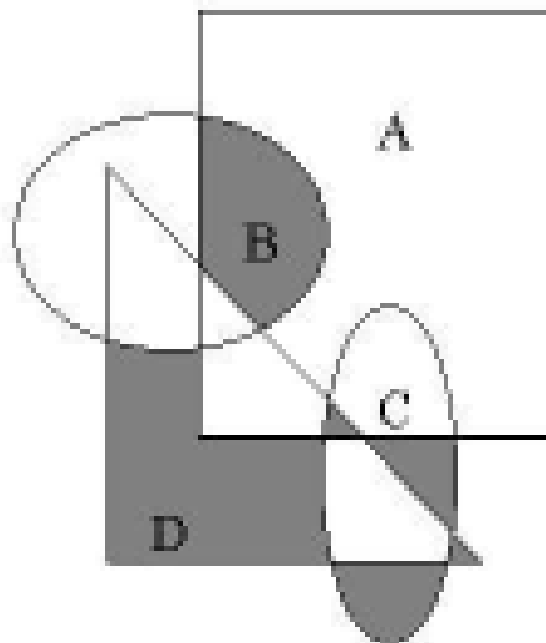
$$\text{б) } (A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \cap \neg C = A \cap B \cap \neg C$$

$$\text{Отже, } (A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \cap B) \setminus C$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $((A \setminus B) \Delta (C \setminus B)) \cup B$.



6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



1. $(A \cap B) \setminus D$ 2. $(D \setminus B) \setminus C \setminus A$ 3. $C \setminus A \setminus D$ 4. $A \cap C \cap D$
 $((A \cap B) \setminus D) \cup (((D \setminus B) \setminus C) \setminus A) \cup (C \setminus A \setminus D) \cup (A \cap C \cap D)$

7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу) : $(A \setminus B) \cup (A \cap B \cap C)$.

$$\begin{aligned}(A \setminus B) \cup (A \cap B \cap C) &= (A \cap (\neg B)) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap (\neg B \cup (B \cap C)) = \\ &= A \cap ((\neg B \cup B) \cap (\neg B \cup C)) = A \cap (U \cap (\neg B \cup C)) = A \cap (\neg B \cup C);\end{aligned}$$

8. Скільки існує натуральних чисел, що менші за 1000, які не діляться ні на 3, ні на 5, ні на 7?

Натуральних чисел буде 999.

Використаємо формулу загального члену арифметичної прогресії

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

1. Знайдемо кількість чисел, що діляться на 3.

$$999 = 3 + 3(n-1); n=333.$$

2. Знайдемо кількість чисел, що діляться на 5.

$$999 = 5 + 5(n-1); n=199.$$

3. Знайдемо кількість чисел, що діляться на 7.

$$999 = 7 + 7(n-1); n=142.$$

4. Число чисел, що діляться на 3 та 5 дорівнює 66.

5. Число чисел, що діляться на 3 та 7 дорівнює 47.

6. Кількість чисел, що діляться на 5 та 7 дорівнює 28.

7. Число чисел, що діляться на 3 і на 5 і на 7 дорівнює 9.

$$8. 999 - (333 + 199 + 142 - 66 - 47 - 28 + 9) = 457.$$

Відповідь: 457 чисел.

Завдання 2:

Програма:

Ввести з клавіатури дві множини дійсних чисел. Реалізувати операції перерізу та різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти програмно їх потужність.

Код програми:

```

#include <cs50.h>
#include <stdio.h>
#include <math.h>

int main(void)
{
    printf("\nChoose size (1-10) of array 1:");
    int n;
    n = GetInt();
    while (n<1 || n>10)
    {
        printf("It must be 1-10:");
        n = GetInt();
    }
    int Array1 [n];

    printf("\nEnter %i values: \n", n);
    for (int i=0; i<n; i++)
    {
        printf("Array1[%i]=", i);
        Array1[i] = GetInt();
    }

```

```

printf("\nArray1 is:");
for (int i=0; i<n; i++)
    printf("%i ", Array1[i]);
printf("\b");

```

```

printf("\n\nChoose size (1-10) of array 2:");
int m;
m = GetInt();
while (m<1 || m>10)
{
    printf("It must be 1-10:");
    m = GetInt();
}
int Array2 [m];

printf("\nEnter %i values: \n", m);
for (int i=0; i<m; i++)
{
    printf("Array2[%i]=", i);
    Array2[i] = GetInt();
}

```

```

printf("\nArray2 is:{" );
for (int i=0; i<m; i++)
    printf("%i ", Array2[i]);
printf("\b}");

printf("\n\n");
int counter1 = 0;
printf("Intersection of arrays is: ");
for(int i=0; i<n; i++)
{
    for(int j=0; j<m; j++)
    {
        if (Array1[i]==Array2[j])
        {
            printf("%i ", Array1[i]);
            counter1++;
        }
    }
}
printf("\n\n");
printf("Power of intersection:%i", counter1);
counter1 = 0;
int counter2=0;
printf("\n\nDifference of arrays is:{" );
for(int i=0; i<n; i++)
{
    for(int j=0; j<m; j++)
    {
        if (Array1[i]!=Array2[j])
        {
            counter1++;
        }
    }
    if (counter1%m==0)
    {
        printf("%d ", Array1[i]);
        counter2++;
    }
    counter1=0;
    continue;
}
printf("\b}\n\nPower of difference:%i", counter2);
printf("\n\n");

return 0;
}

```


Результат:

```
jharvard@appliance (~/Desktop): ./DiskrLaba2  
  
Choose size (1-10) of array 1:5  
  
Enter 5 values:  
Array1[0]=1  
Array1[1]=2  
Array1[2]=3  
Array1[3]=4  
Array1[4]=5  
  
Array1 is:{1 2 3 4 5}  
  
Choose size (1-10) of array 2:2  
  
Enter 2 values:  
Array2[0]=2  
Array2[1]=4  
  
Array2 is:{2 4}  
  
Intersection of arrays is:{2 4}  
  
Power of intersection:2  
  
Difference of arrays is:{1 3 5}  
  
Power of difference:3  
  
jharvard@appliance (~/Desktop):
```

Висновки:

Я ознайомився на практиці із основними поняттями теорії множин, навчився будувати діаграми Ейлера-Венна для операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїв принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.