

Задача 1

Вычислить определители следующих матриц:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ответы: $|\mathbf{A}_1| = -4$, $|\mathbf{A}_2| = -7$, $|\mathbf{A}_3| = -11$, $|\mathbf{A}_4| = -5$.

Задача 2

Решить следующие системы линейных алгебраических уравнений:

$$1) \begin{cases} 4x_1 + 7x_2 = -8, \\ 3x_1 + 5x_2 = -5; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 7x_2 - 2x_1 = 11, \\ 4x_1 - 3x_2 = -11; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = -4; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x_1 + 2x_3 = -5, \\ 2x_1 - 5x_2 = -7, \\ x_2 + 2x_3 = -3. \end{cases}$$

Ответы: 1) $x_1 = 5$, $x_2 = -4$; 2) $x_1 = -2$, $x_2 = 1$; 3) $x_1 = 2$, $x_2 = -1$, $x_3 = 3$; 4) $x_1 = -1$, $x_2 = 1$, $x_3 = -2$.

Задача 3

Пусть имеется матрица

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}.$$

Найти связь с определителем матрицы \mathbf{A} определителей следующих матриц:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \lambda a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \lambda a_{13} \\ \mu a_{21} & \mu a_{22} & \mu a_{23} \\ \tau a_{31} & \tau a_{32} & \tau a_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} + \lambda a_{11} & a_{22} + \lambda a_{12} & a_{23} + \lambda a_{13} \\ a_{31} + \mu a_{11} & a_{32} + \mu a_{12} & a_{33} + \mu a_{13} \end{bmatrix}.$$

Ответы: $|\mathbf{A}_1| = \lambda |\mathbf{A}|$, $|\mathbf{A}_2| = \lambda \mu \tau |\mathbf{A}|$, $|\mathbf{A}_3| = |\mathbf{A}|$, $|\mathbf{A}_4| = -|\mathbf{A}|$, $|\mathbf{A}_5| = |\mathbf{A}|$, $|\mathbf{A}_6| = |\mathbf{A}|$.