Группа: 09602

Студенты

	Фамилия	Имя	Отчество
1.	Азарная	Валерия	Сергеевна
2.	Андрюков	Егор	Евгеньевич
3.	Балашова	Елизавета	Дмитриевна
4.	Белоусова	Екатерина	Павловна
5.	Валеева	Елизавета	Олеговна
6.	Василевич	Кирилл	Андреевич
7.	Винтовкина	Елизавета	Сергеевна
8.	Гаман	Полина	Игоревна
9.	Голощапова	Кристина	Александровна
10.	Дуля	Иван	Сергеевич
11.	Енчинов	Элес	Германович
12.	Кондратюк	Елизавета	Андреевна
13.	Машарипова	Юлия	Гайратовна
14.	Мурыгина	Валерия	Александровна
15.	Недбаева	Алена	Сергеевна
16.	Оболтина	Елизавета	Евгеньевна
17.	Осокин	Александр	Игоревич
18.	Пасечников	Кирилл	Евгеньевич
19.	Рахимова	Анастасия	Руслановна
20.	Сазонова	Анастасия	Владимировна
21.	Соболев	Игорь	Андреевич
22.	Фирсова	Анна	Денисовна
23.	Шараева	Ксения	Петровна
24.	Вариант 1		
25.	Вариант 2		
26.	Вариант 3		
27.			
28.			
29.			
30.			
31.			
32.			
33.			
34.			
35.			
36.			
37.			
38.			
39.			
40.			
41.			
42.			
43.			
44.			
45.			
46.			
47.			
48.			
49.			
50.			

Создать варианты

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ 1\ \ -2\ \ 1\ ],\ B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ 2\ \ -3\ \ 0\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 4 & 3 & 11 \\ 5 & 1 & 12 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} 1 & -10 & -10 \\ 2 & -7 & -4 \\ 0 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$\mathbf{Y = [0\ \ 0\ \ 2\ \ -1]^T,\ b = [\ 1\ \ 1\ \ 1\ ]^T.}$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 6 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 2 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 1, Dim(L(B)) = 1, Dim(L(A)*L(B)) = 0, Dim(L(A)+L(B)) = 2.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{r = 2,\ i_+ = 1,\ i_- = 1,\ s = 0.}$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно –3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ F = [\ -1 \quad -2 \quad 1\ ],\ B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ -2 \quad -3 \quad 2\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -4 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -6 & 0 & -3 \\ -6 & -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$\mathbf{Y = [-2 \quad 1 \quad -1 \quad -1]^T,\ b = [\ -1 \quad 0 \quad -1\ ]^T.}$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 & -4 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & -2 & 0 \\ -3 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 1, Dim(L(B)) = 2, Dim(L(A)*L(B)) = 0, Dim(L(A)+L(B)) = 3.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 1,\ i_- = 2,\ s = -1.}$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 & -2 \\ 2 & -3 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ 1\ \ -1\ \ 2\ ],\ B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ 3\ \ -6\ \ 5\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 8 \\ -5 & 10 & -10 \\ 4 & -6 & 5 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 9 \\ 1 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$\mathbf{Y} = [-1\ \ 0\ \ 0\ \ -1]^{\mathbf{T}},\ \mathbf{b} = [\ -1\ \ 0\ \ -1\ ]^{\mathbf{T}}.$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 1 & -7 \\ 1 & -5 & -1 & 5 \\ 5 & 2 & 4 & 1 \\ -3 & -3 & -3 & 1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 8 & -4 \\ -2 & -1 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 3, Dim(L(B)) = 1, Dim(L(A)*L(B)) = 0, Dim(L(A)+L(B)) = 4.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{r = 2,\ i_+ = 0,\ i\_ = 2,\ s = -2.}$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно –1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 2 \\ -3 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ 1\ \ -1\ \ -1\ ],\ B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S' = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ F' = [\ 2\ \ 0\ \ -3\ ],\ B' = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 3 \\ 6 & 4 & -5 \end{bmatrix},\ A' = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -3 \\ 4 & 2 & 2 \\ -3 & -2 & -2 \end{bmatrix}.}$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$\mathbf{Y = [0\ \ 1\ \ 0\ \ -1]^T,\ b = [\ 1\ \ 1\ \ 1\ ]^T.}$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -9 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & -6 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & -2 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 4 & -2 \\ -5 & 1 & 4 & -2 \\ -5 & 1 & 4 & -2 \\ 5 & -1 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 1, Dim(L(B)) = 1, Dim(L(A)*L(B)) = 0, Dim(L(A)+L(B)) = 2.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 2,\ i_- = 1,\ s = 1.}$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.}$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ -2\ \ 2\ \ 1\ ],\ B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & -2 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ F' = [\ -1\ \ 2\ \ 4\ ],\ B' = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -3 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix},\ A' = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \\ -3 & -7 & -6 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$Y = [0\ \ 0\ \ -1\ \ 0]^T,\ b = [\ 1\ \ 0\ \ -1\ ]^T.$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -9 & 7 & 4 \\ -7 & -1 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & -2 & -2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 2, Dim(L(B)) = 3, Dim(L(A)*L(B)) = 2, Dim(L(A)+L(B)) = 3.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$r = 2,\ i_+ = 1,\ i_- = 1,\ s = 0.$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно –3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$L = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},\ S = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ 2\ \ -2\ \ -2\ ],\ B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ F' = [\ 4\ \ -4\ \ -2\ ],\ B' = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -5 \\ 1 & -2 & 2 \\ -8 & 8 & 5 \end{bmatrix},\ A' = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 5 \\ 3 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 5 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$Y = [3\ \ -1\ \ 0\ \ -2]^T,\ b = [\ 1\ \ 0\ \ -1\ ]^T.$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -6 & 2 & -4 \\ -2 & 3 & -1 & 2 \\ -4 & 6 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & -1 & 2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -2 & 8 & 4 & -4 \\ -3 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & -8 & -4 & 4 \\ 3 & -9 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 1, Dim(L(B)) = 2, Dim(L(A)*L(B)) = 1, Dim(L(A)+L(B)) = 2.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$r = 3,\ i_+ = 0,\ i_- = 3,\ s = -3.$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно –3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -3 & -2 & 3 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$L = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix},\ S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ 1 \ \ -1 \ \ 2\ ],\ B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ -1 \ \ 2 \ \ 3\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 2 & -7 & -8 \\ -5 & 10 & 8 \\ -5 & 7 & 3 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 2 & -6 & -2 \\ -1 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \ \text{и} \ Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$\mathbf{Y} = [-1 \ \ 0 \ \ 1 \ \ 1]^{\mathbf{T}},\ \mathbf{b} = [\ -1 \ \ -1 \ \ -1\ ]^{\mathbf{T}}.$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 8 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -6 & 8 & 4 \\ -3 & 3 & -4 & -2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -6 & 8 & -8 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 8 & -8 & -4 \\ 3 & -4 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 1, Dim(L(B)) = 1, Dim(L(A)*L(B)) = 1, Dim(L(A)+L(B)) = 1.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 1,\ i_- = 2,\ s = -1.}$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -1 & -3 & 4 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix},\ F = [\ -2 \quad 2 \quad -1\ ],\ B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ -3 \quad 6 \quad 2\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -5 & -2 & -5 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 1 \\ 3 & -6 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$\mathbf{Y} = [2 \quad 1 \quad 3 \quad 1]^{\mathbf{T}}$, $\mathbf{b} = [\ -1 \quad -1 \quad 1\ ]^{\mathbf{T}}$.

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 1 & 2 & -3 \\ -3 & 1 & 0 & -1 \\ -6 & 2 & 0 & -2 \\ -5 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 6 & -6 & 3 \\ -2 & 4 & -4 & 2 \\ -1 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 2, Dim(L(B)) = 1, Dim(L(A)*L(B)) = 0, Dim(L(A)+L(B)) = 3.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 0,\ i_- = 3,\ s = -3.}$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 2 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ 2\ \ -1\ \ 2\ ],\ B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ F' = [\ 4\ \ -3\ \ 3\ ],\ B' = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ 8 & 0 & 13 \end{bmatrix},\ A' = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}.}$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$\mathbf{Y = [-2\ \ 0\ \ 1\ \ -1]^T,\ b = [\ -1\ \ 0\ \ -1\ ]^T.}$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -1 & -1 \\ -2 & 5 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 3, Dim(L(B)) = 1, Dim(L(A)*L(B)) = 0, Dim(L(A)+L(B)) = 4.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{r = 2,\ i_+ = 0,\ i_- = 2,\ s = -2.}$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},\ S = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.}$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ 2\ \ -1\ \ 2\ ],\ B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ F' = [\ 0\ \ -3\ \ 5\ ],\ B' = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 3 \\ 2 & -1 & -3 \\ 4 & -5 & 0 \end{bmatrix},\ A' = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -11 \\ 3 & 1 & -8 \\ 0 & 3 & -5 \end{bmatrix}.}$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$\mathbf{Y = [-3\ \ 0\ \ 2\ \ -1]^T,\ b = [\ -1\ \ 1\ \ 1\ ]^T.}$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & -4 & -1 \\ -4 & -2 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -6 & -4 & -2 & 4 \\ 9 & 6 & 3 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 3, Dim(L(B)) = 1, Dim(L(A)*L(B)) = 1, Dim(L(A)+L(B)) = 3.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$\mathbf{r = 2,\ i_+ = 2,\ i_- = 0,\ s = 2.}$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ S = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.}$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ F = [\ -2 \quad -1 \quad 2\ ],\ B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ 0 \quad 1 \quad 1\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 4 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -2 \\ -2 & 2 & -3 \\ -3 & 5 & -4 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$\mathbf{Y} = [-1 \quad 1 \quad -2 \quad -1]^{\mathbf{T}},\ \mathbf{b} = [\ -1 \quad 0 \quad -1\ ]^{\mathbf{T}}.$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -4 & 4 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & 1 & -1 \\ -5 & -1 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 1, Dim(L(B)) = 2, Dim(L(A)*L(B)) = 1, Dim(L(A)+L(B)) = 2.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{r} = 2,\ \mathbf{i}_{+} = 0,\ \mathbf{i}_{-} = 2,\ \mathbf{s} = -2.$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 3 & 4 & 3 \\ -4 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ -1 \quad 2 \quad -1\ ],\ B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -2 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ -2 \quad 3 \quad 0\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & -3 \\ -4 & 1 & -3 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} -6 & 1 & -14 \\ -5 & 3 & -9 \\ 4 & -2 & 7 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$\mathbf{Y} = [-5 \quad -2 \quad -1 \quad -2]^{\mathbf{T}},\ \mathbf{b} = [\ -1 \quad -1 \quad -1\ ]^{\mathbf{T}}.$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -4 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 & -1 \\ -6 & 3 & 9 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 2, Dim(L(B)) = 1, Dim(L(A)*L(B)) = 0, Dim(L(A)+L(B)) = 3.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 2,\ i_- = 1,\ s = 1.}$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно -3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 5 \\ -2 & -2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ F = [\ 1\ \ 1\ \ -2\ ],\ B = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ F' = [\ 3\ \ 0\ \ 1\ ],\ B' = \begin{bmatrix} -7 & 2 & -1 \\ 7 & -3 & 0 \\ 3 & -3 & -2 \end{bmatrix},\ A' = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 \\ -5 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}.}$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$Y = [-1\ \ 0\ \ 0\ \ -2]^T$, $b = [\ -1\ \ 0\ \ -1\ ]^T$.

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & -2 & 4 & -3 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 & 2 \\ 0 & 7 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 & -2 \\ 6 & -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 2, Dim(L(B)) = 2, Dim(L(A)*L(B)) = 0, Dim(L(A)+L(B)) = 4.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$r = 3$, $i_+ = 0$, $i_- = 3$, $s = -3$.

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & -4 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ S = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.}$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix},\ F = [\ 2\ \ -2\ \ -2\ ],\ B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ 4\ \ -8\ \ 2\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 \\ -2 & 4 & -1 \\ -3 & 7 & -2 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} -6 & 9 & -3 \\ -3 & 3 & -1 \\ -3 & 4 & -3 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\ \text{и}\ Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$\mathbf{Y = [-1\ \ 0\ \ 1\ \ 1]^T,\ b = [\ -1\ \ 0\ \ 1\ ]^T.}$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & -7 & -1 \\ -7 & 0 & 7 & 1 \\ -7 & 2 & -4 & -3 \\ -6 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 & -1 \\ 3 & 0 & 8 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 8 & 3 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 3, Dim(L(B)) = 2, Dim(L(A)*L(B)) = 1, Dim(L(A)+L(B)) = 4.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 2,\ i_- = 1,\ s = 1.}$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ -2 \quad 1 \quad -2\ ],\ B = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & -1 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ 0 \quad 3 \quad -5\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} -3 & -7 & 7 \\ -2 & -7 & 8 \\ -2 & -1 & -2 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} -1 & 8 & -12 \\ 1 & -9 & 15 \\ 1 & -6 & 11 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$\mathbf{Y = [2 \quad -1 \quad 2 \quad 1]^T,\ b = [\ 1 \quad 1 \quad 1\ ]^T.}$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 3 & -4 \\ 0 & 3 & 4 & -2 \\ -6 & 6 & -2 & 4 \\ 4 & -5 & 0 & -2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & -6 & 3 & 3 \\ 0 & -6 & 5 & 3 \\ -3 & 3 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 2, Dim(L(B)) = 3, Dim(L(A)*L(B)) = 2, Dim(L(A)+L(B)) = 3.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 3,\ i_- = 0,\ s = 3.}$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ -1\ \ -2\ \ -2\ ],\ B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ 1\ \ -1\ \ -2\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -3 \\ 4 & -6 & 1 \\ -10 & 12 & 2 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -13 \\ 1 & 2 & -8 \\ 2 & 1 & -7 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$\mathbf{Y} = [1\ \ 1\ \ -2\ \ 0]^{\mathbf{T}},\ \mathbf{b} = [\ 1\ \ 0\ \ -1\ ]^{\mathbf{T}}.$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 6 & 9 & 2 \\ 8 & -6 & -9 & -2 \\ -4 & 7 & 7 & 1 \\ 1 & -4 & -3 & 0 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 6 & -3 & 4 & -3 \\ -3 & 6 & -3 & 3 \\ 2 & -4 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 3, Dim(L(B)) = 2, Dim(L(A)*L(B)) = 1, Dim(L(A)+L(B)) = 4.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 2,\ i_- = 1,\ s = 1.}$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -4 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ F = [\ 1\ \ 1\ \ -2\ ],\ B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ -1\ \ 0\ \ -1\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 2 \\ -3 & -4 & 3 \\ -3 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$\mathbf{Y = [1\ \ 0\ \ -1\ \ 0]^T,\ b = [\ 1\ \ 1\ \ -1\ ]^T.}$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & -4 & -3 & -2 \\ -1 & -3 & -5 & -3 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & 4 & 1 \\ 8 & 4 & -8 & -2 \\ 4 & 2 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 3, Dim(L(B)) = 1, Dim(L(A)*L(B)) = 0, Dim(L(A)+L(B)) = 4.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 0,\ i_- = 3,\ s = -3.}$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ -3 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = \begin{bmatrix} -4 & 0 & -6 \end{bmatrix},\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -7 \\ 1 & -2 & 2 \\ -2 & 7 & -14 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} -6 & -6 & -4 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\ \text{и}\ Y = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$\mathbf{Y = [-2\ \ -2\ \ -2\ \ 1]^T,\ b = [\ -1\ \ 0\ \ -1\ ]^T.}$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -4 & 3 \\ -2 & -1 & 9 & -5 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 6 & -2 & -4 \\ -4 & 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 3, Dim(L(B)) = 1, Dim(L(A)*L(B)) = 1, Dim(L(A)+L(B)) = 3.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$\mathbf{r = 2,\ i_+ = 0,\ i_- = 2,\ s = -2.}$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 3 & -2 & 2 \\ -3 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ 2\ \ 2\ \ -2\ ],\ B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ F' = [\ 4\ \ 0\ \ -6\ ],\ B' = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -2 & -3 & 7 \\ -1 & 3 & -7 \end{bmatrix},\ A' = \begin{bmatrix} -4 & 6 & 3 \\ -3 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$Y = [0\ \ 1\ \ -1\ \ 0]^T,\ b = [\ 1\ \ 1\ \ -1\ ]^T.$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -4 & -2 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & -3 & -4 & -2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -2 & 2 \\ 1 & -4 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 2, Dim(L(B)) = 1, Dim(L(A)*L(B)) = 1, Dim(L(A)+L(B)) = 2.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$r = 3,\ i_+ = 3,\ i_- = 0,\ s = 3.$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно –1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & -2 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$L = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix},\ F = [\ -1 \quad -2 \quad 1\ ],\ B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ 0 \quad -3 \quad -2\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$\mathbf{Y} = [-2 \quad 0 \quad 1 \quad -1]^{\mathbf{T}},\ \mathbf{b} = [\ -1 \quad 0 \quad 1\ ]^{\mathbf{T}}.$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -1 & 1 \\ -8 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -2 & 0 \\ 2 & -4 & 4 & 1 \\ 1 & -6 & 6 & 2 \\ -2 & 4 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 2, Dim(L(B)) = 2, Dim(L(A)*L(B)) = 2, Dim(L(A)+L(B)) = 2.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 2,\ i_- = 1,\ s = 1.}$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно –3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & -5 \\ 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ 1\ \ 1\ \ 1\ ],\ B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ 2\ \ 2\ \ 1\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 4 & 2 \\ -1 & -6 & 10 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} -1 & -7 & 4 \\ 2 & 7 & -4 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\ \text{и}\ \ Y = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$\mathbf{Y = [-3\ \ 0\ \ 2\ \ 0]^T,\ b = [\ -1\ \ 0\ \ 1\ ]^T.}$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 8 & -8 & -4 \\ 2 & -8 & 8 & 4 \\ 2 & -8 & 8 & 4 \\ -1 & 4 & -4 & -2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 & 2 \\ -2 & -5 & -7 & -2 \\ -3 & -5 & -5 & -2 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 1, Dim(L(B)) = 2, Dim(L(A)*L(B)) = 0, Dim(L(A)+L(B)) = 3.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{r = 2,\ i_+ = 1,\ i_- = 1,\ s = 0.}$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно –1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ -1 \quad 1 \quad 2\ ],\ B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S' = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ F' = [\ -3 \quad 0 \quad 5\ ],\ B' = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 6 & 0 & -7 \end{bmatrix},\ A' = \begin{bmatrix} -16 & -8 & 16 \\ 14 & 9 & -12 \\ -10 & -6 & 9 \end{bmatrix}.}$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$\mathbf{Y = [0 \quad 1 \quad 1 \quad 0]^T,\ b = [\ 1 \quad 0 \quad 1\ ]^T.}$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 1 & 2 \\ 7 & -2 & 1 & 2 \\ -7 & 6 & -2 & -2 \\ 6 & -3 & 1 & 2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -7 & -2 & -4 & 4 \\ -7 & -2 & -4 & 4 \\ 2 & 4 & 8 & -4 \\ -4 & -2 & -4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 3, Dim(L(B)) = 2, Dim(L(A)*L(B)) = 2, Dim(L(A)+L(B)) = 3.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 0,\ i_- = 3,\ s = -3.}$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ S = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.}$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ 1\ \ 2\ \ 1\ ],\ B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ 0\ \ 3\ \ 4\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -6 \\ 3 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & 9 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 2 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\ \text{и}\ \ Y = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$\mathbf{Y = [-1\ \ -1\ \ 0\ \ 0]^T,\ b = [\ -1\ \ 0\ \ -1\ ]^T.}$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 8 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -4 & 2 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -3 & -1 \\ -3 & 1 & 0 & -2 \\ 6 & -2 & -4 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 1, Dim(L(B)) = 2, Dim(L(A)*L(B)) = 0, Dim(L(A)+L(B)) = 3.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 1,\ i_- = 2,\ s = -1.}$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix},\ F = [\,-2 \quad -1 \quad -1\,],\ B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\,-3 \quad -5 \quad 1\,],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} -3 & -10 & 4 \\ -8 & -22 & 8 \\ 2 & 5 & -2 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} 8 & 14 & -3 \\ -4 & -6 & 1 \\ -6 & -7 & -1 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$\mathbf{Y = [2 \quad -2 \quad -1 \quad 1]^T,\ b = [\,1 \quad 0 \quad -1\,]^T.}$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -2 & 3 & 6 \\ -3 & 0 & -1 & -2 \\ 6 & -1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 6 & 2 \\ 2 & -3 & -3 & -1 \\ -2 & 3 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 2, Dim(L(B)) = 3, Dim(L(A)*L(B)) = 2, Dim(L(A)+L(B)) = 3.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 0,\ i_- = 3,\ s = -3.}$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 4 \\ 4 & 2 & -4 \\ -3 & -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ -2 \quad -1 \quad 2\ ],\ B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ -4 \quad 1 \quad 5\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 2 & -6 & 5 \\ -6 & 2 & 6 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -7 \\ 3 & 3 & -11 \\ 2 & 1 & -6 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$\mathbf{Y = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T,\ b = [\ 1 \quad -1 \quad 1\ ]^T.}$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -2 \\ -6 & -4 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & -1 & 2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -3 & -1 \\ -5 & 3 & 1 & 1 \\ 4 & -6 & -5 & -2 \\ 1 & -3 & -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 1, Dim(L(B)) = 2, Dim(L(A)*L(B)) = 1, Dim(L(A)+L(B)) = 2.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$\mathbf{r = 3,\ i_+ = 0,\ i\_ = 3,\ s = -3.}$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно –1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ -3 & -3 & 2 \\ -3 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix},\ F = [\ 1\ \ -1\ \ -2\ ],\ B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ F' = [\ -1\ \ -4\ \ 1\ ],\ B' = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 3 & 10 & -1 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix},\ A' = \begin{bmatrix} -6 & -8 & -1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & -2 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\ \text{и}\ Y = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$$Y = [-2\ \ 0\ \ 1\ \ 0]^T,\ b = [\ -1\ \ 0\ \ 1\ ]^T.$$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 5 & 3 \\ 7 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 & -7 & 2 & -8 \\ 2 & -3 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 3, Dim(L(B)) = 3, Dim(L(A)*L(B)) = 2, Dim(L(A)+L(B)) = 4.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$r = 3,\ i_+ = 0,\ i_- = 3,\ s = -3.$$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно –3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$L = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ S = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Даны матрицы: S – матрица перехода от старого базиса {e} к новому базису {e'},
F – матрица линейной формы f(x) в старом базисе,
B – матрица билинейной формы B(x,y) в старом базисе,
A – матрица линейного оператора A(x) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = [\ 1 \ \ -2 \ \ 1\ ],\ B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{F'} = [\ 2 \ \ -3 \ \ 0\ ],\ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 4 & 3 & 11 \\ 5 & 1 & 12 \end{bmatrix},\ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} 1 & -10 & -10 \\ 2 & -7 & -4 \\ 0 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\ X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix},\ X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ и } Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов X_1, X_2 и X_3.

Ответ:

$\mathbf{Y = [0 \ \ 0 \ \ 2 \ \ -1]^T,\ b = [\ 1 \ \ 1 \ \ 1\ ]^T.}$

3. Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 6 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 2 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)∩L(B).

Ответ:

Dim(L(A)) = 1, Dim(L(B)) = 1, Dim(L(A)*L(B)) = 0, Dim(L(A)+L(B)) = 2.

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$\mathbf{r = 2,\ i_+ = 1,\ i_- = 1,\ s = 0.}$

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно –3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$