

Задача 1

Уравнение плоскости имеет вид $2x + 2y + 2z - 1 = 0$.

Требуется:

- 1) определить координаты нормального вектора плоскости;
- 2) определить координаты точек пересечения плоскости с осями координат;
- 3) записать уравнение плоскости в отрезках.

Задача 2

Плоскость пересекается с осью Ox в точке 2, с осью Oy в точке 2 и с осью Oz в точке 2.

Требуется:

- 1) определить координаты нормального вектора плоскости;
- 2) записать общее уравнение плоскости.

Задача 3

Плоскость содержит точку $M(1, 0, -5)$ и ортогональна вектору $\mathbf{n} = \{5, 0, -1\}$.

Требуется:

- 1) записать общее уравнение плоскости;
- 2) определить, проходит ли плоскость через начало координат.

Задача 4

Плоскость содержит точки $M_0(-1, 2, -3)$, $M_1(3, -2, 1)$ и $M_2(-2, 1, -3)$.

Требуется:

- 1) записать уравнение плоскости, проходящей через три точки;
- 2) найти координаты нормального вектора плоскости.

Задача 5

Векторы $\mathbf{a} = \{4, 2, 1\}$ и $\mathbf{b} = \{1, 2, 4\}$ компланарны плоскости, содержащей точку $M_0(0, 0, 1)$.

Требуется:

- 1) записать параметрическое уравнение плоскости;
- 2) определить, проходит ли плоскость через начало координат;
- 3) найти координаты нормального вектора плоскости;
- 4) записать общее уравнение плоскости.

Задача 6

Прямая линия проходит через точку $M_0(2, -1, -2)$ в направлении вектора $\mathbf{a} = \{2, 0, -1\}$.

Требуется:

- 1) записать каноническое и параметрическое уравнения прямой линии;
- 2) определить, принадлежат ли прямой линии точки $M_1(6, -1, -4)$ и $M_2(0, 0, -1)$.

Задача 7

Прямая линия проходит через точки $M_1(1, -1, 0)$ и $M_2(0, 1, -1)$.

Требуется:

- 1) записать каноническое и параметрическое уравнения прямой линии;
- 2) определить, принадлежит ли точка $M_0(-1, 0, 1)$ прямой линии.

Задача 8

Две плоскости, описываемые уравнениями $x - z + 1 = 0$ и $x + 2y - 3z + 1 = 0$, пересекаются вдоль прямой линии L .

Требуется:

- 1) найти координаты направляющего вектора прямой линии L ;
- 2) записать параметрическое уравнение прямой линии L .

Задача 9 (*)

Определить, какие из следующих пар плоскостей ортогональны, параллельны, совпадают.

1. $2x - y + 4z - 1 = 0$ и $2y - 4x - 8z + 2 = 0$.

2. $3x + 5z - 1 = 0$ и $3y - 5x + 3z - 2 = 0$.

3. $2x - y + z + 1 = 0$ и $3y - 6x - 3z + 3 = 0$.

4. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$ и $\frac{y}{2} - \frac{x}{2} + \frac{z}{2} = 1$.

5. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} - \frac{z}{1} = 1$ и $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} - \frac{z}{2} = 1$.

Задача 10 (*)

Определить, какие из следующих пар прямых линий ортогональны, параллельны, скрещиваются, пересекаются и найти точку их пересечения, если это возможно.

1. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$ и $\frac{x+3}{-2} = \frac{1-y}{1} = \frac{z-3}{3}$.

2. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{5-z}{4}$ и $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{4}$.

3. $\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z-2}{4}$ и $\frac{1-x}{4} = \frac{y-4}{6} = \frac{1-z}{8}$.

4. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-4}{3}$ и $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+5}{-6}$.

Задача 11 (*)

Для каждой пары уравнений прямой линии и плоскости в пространстве определить их взаимное расположение и найти точку их пересечения, если это возможно.

1. $x = 1 + 2t, y = 2 + t, z = 3 + t$ и $-x + y + z + 1 = 0$.

2. $x = 2 - t, y = 2 + t, z = t - 2$ и $-x + y + z + 2 = 0$.

3. $x = 3 + t, y = 5 + 3t, z = 2t - 1$ и $5x - y + 2z - 2 = 0$.

4. $x = 5 - 2t, y = 1 - t, z = 2t - 2$ и $3x + 2y + 4z - 9 = 0$.