Эллипс

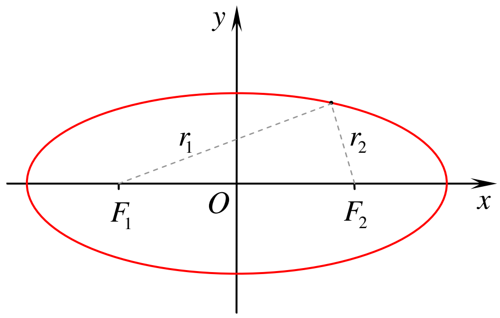
Эллипс – это геометрическое место точек, сумма расстояний от которых до двух заданных точек F_1 и F_2, называемых фокусами, постоянна.

Каноническое уравнение эллипса имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.$$

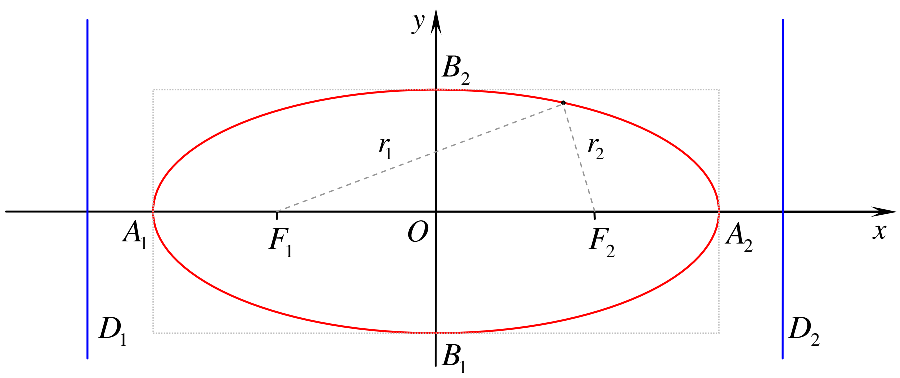
Уравнение выводится при следующих предположениях:

1. Ось абсцисс проходит через фокусы F_1 и F_2, при этом точка F_1 находится левее точки F_2.
2. Ось ординат проходит через середину отрезка F_1F_2 и направлена снизу вверх.
3. Расстояние между фокусами F_1 и F_2 равно $2c$, т.е. $F_1(-c,0)$ и $F_2(c,0)$.
4. Сумма расстояний от точки, принадлежащей эллипсу, до фокусов равна $r_1+r_2=2a$.
5. $b^2=a^2-c^2$.



Свойства эллипса:

1. У эллипса имеется две оси симметрии (ось абсцисс и ось ординат) и один центр симметрии (начало координат).
2. Координаты точки $M(x,y)$, принадлежащей эллипсу, удовлетворяют следующим неравенствам: $|x|\le a$ и $|y|\le b$.
   При $x=0$ $y=\pm b$, при $y=0$ $x=\pm a$.
   Точки $A_1(-a,0)$, $A_2(a,0)$, $B_1(0,-b)$ и $B_2(0,b)$ называются *вершинами эллипса*.
   Отрезки A_1A_2 и B_1B_2 называются *большая ось* и *малая ось* соответственно.
3. Эксцентриситет эллипса $e=c/a\le 1$.
   При $e=0$ эллипс превращается в окружность с радиусом a.
   При $e\to 1$ эллипс вырождается в отрезок A_1A_2.
4. Директрисы эллипса D_1 и D_2 имеют уравнения $x=-a/e$ и $x=a/e$.



Гипербола

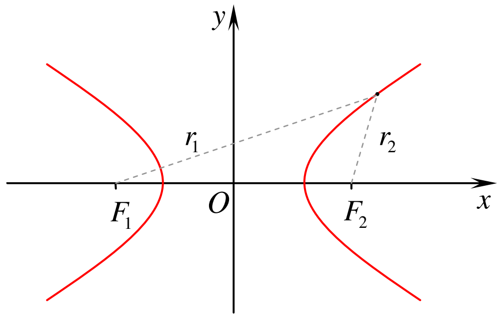
Гипербола – это геометрическое место точек, модуль разности расстояний от которых до двух заданных точек F_1 и F_2, называемых фокусами, постоянна.

Каноническое уравнение гиперболы имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1.$$

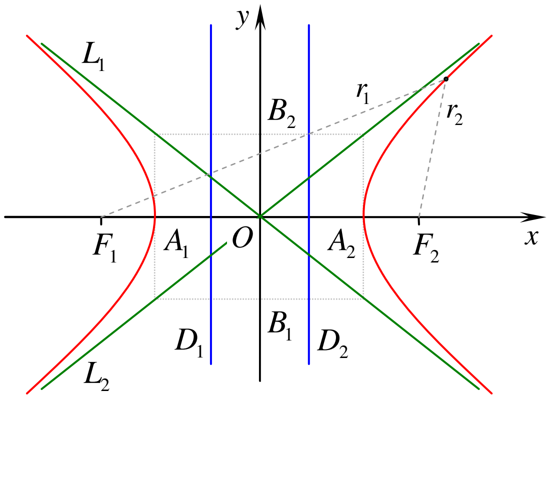
Уравнение выводится при следующих предположениях:

1. Ось абсцисс проходит через фокусы F_1 и F_2, при этом точка F_1 находится левее точки F_2.
2. Ось ординат проходит через середину отрезка F_1F_2 и направлена снизу вверх.
3. Расстояние между фокусами F_1 и F_2 равно $2c$, т.е. $F_1(-c,0)$ и $F_2(c,0)$.
4. Разность расстояний от точки, принадлежащей эллипсу, до фокусов равна $|r_1-r_2|=2a$.
5. $b^2=c^2-a^2$.



Свойства гиперболы:

1. У гиперболы имеется две оси симметрии (ось абсцисс и ось ординат) и один центр симметрии (начало координат).
2. Для любой точки $M(x,y)$, принадлежащей гиперболе, $|x|\ge a$, а координата y может принимать произвольные значения.
   При $y=0$ $x=\pm a$.
   Точки $A_1(-a,0)$, $A_2(a,0)$ называются *вершинами гиперболы*.
   Отрезки A_1A_2 и B_1B_2 называются *действительная ось* и *мнимая ось гиперболы* соответственно.
3. Эксцентриситет гиперболы $e=c/a>1$.
   При $e\to 1$ гипербола вырождается в полупрямые, дополняющие отрезок A_1A_2 до всей оси Ox.
4. Директрисы гиперболы D_1 и D_2 имеют уравнения $x=-a/e$ и $x=a/e$.
5. Асимптоты гиперболы L_1 и L_2 имеют уравнения $y=-(b/a)x$ и $y=(b/a)x$.



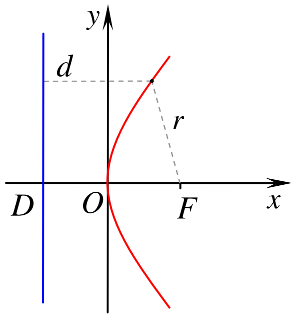
Парабола

Парабола – это геометрическое место точек, расстояния от которых до фиксированной точки F, называемой фокусом, и прямой D, называемой директрисой, равны.

Каноническое уравнение параболы имеет вид

$$y^2 = 2px.$$

Уравнение выводится при следующих предположениях:



1. Ось абсцисс проходит через фокус F перпендикулярно директрисе D, при этом директриса находится левее точки F.
2. Ось ординат располагается на одинаковом расстоянии от фокуса и директрисы и параллельна ей.
3. Расстояние между директрисой и фокусом равно p, т.е. $F(p/2, 0)$.

Свойства параболы:

1. У гиперболы имеется ось симметрии (ось абсцисс).
2. При $p > 0$ $x \geq 0$, при $p < 0$ $x \leq 0$, при $p = 0$ парабола вырождается в прямую, совпадающую с ось ординат.
3. Начало координат – точка с координатами $(0,0)$ – называется *вершиной параболы*.