Группа: 09602

Студенты

1.         Азариая         Валерия         Сертевна           2.         Андрюков         Бгор         Ввленевич           3.         Валашова         Едизавета         Дмигриевиа           4.         Велоусова         Ехатерина         Павловна           5.         Вавева         Едизавета         Спома           6.         Василевич         Кирилл         Андревич           7.         Винтовкина         Едизавета         Сертеевна           8.         Гаман         Полина         Игорена           9.         Голошанова         Кристина         Александровна           10.         Дуля         Изван         Сертеевии           11.         Енчинов         Элес         Германович           12.         Кондратик         Едизавета         Андреевиа           13.         Машрипова         Юдия         Тайратовна           14.         Мурыгина         Валерия         Александровна           15.         Ведовава         Алена         Сертеевна           16.         Оболина         Едизавета         Вариане           17.         Осокин         Александровна           18.         Пасечиков         Кири </th <th></th> <th>Фамилия</th> <th>ямИ ями</th> <th>Отчество</th>		Фамилия	ямИ ями	Отчество
2.         Андроков         Егор         Евгеньевич           3.         Балашова         Елизавета         Даигриевиа           4.         Белоусова         Екатерина         Павловна           5.         Валеева         Елизавета         Олеговна           6.         Вакиевич         Кирилл         Андреевиа           7.         Винтовкина         Елизавета         Сергеевиа           8.         Гаман         Полина         Игоревна           9.         Рогошанова         Кристина         Анександровна           10.         Дуля         Иван         Сергеевиа           11.         Енчиков         Элес         Германович           12.         Компратки         Елизавета         Андреевиа           13.         Машарилова         Юлия         Гайратовна           14.         Мурыгина         Валександровна         Анександровна           15.         Ведбаева         Алена         Сергеевна           16.         Оболина         Елизавета         Евгеньевиа           17.         Осокин         Александровна           18.         Пасечников         Кирил         Варимент           20.         Сазонова	1.			
3.         Валашова         Елизавета         Дмитриевна           4.         Велоусова         Екатерина         Павловна           5.         Васева         Елизавета         Осеговна           6.         Василевич         Кирилл         Андреевич           7.         Винтовкина         Елизавета         Сергеевиа           8.         Гаман         Полима         Игоревна           9.         Голошапова         Кристина         Александровна           10.         Дуля         Иван         Сергеевия           11.         Енчинов         Элес         Германович           12.         Компратик         Елизавета         Андреевиа           13.         Маарилова         Клия         Гафатовна           14.         Мурытина         Валерия         Александровна           15.         Недбаева         Алена         Сергеевна           16.         Оботина         Елизавета         Въгеньевна           17.         Осокин         Александр         Игоревич           18.         Пасеникова         Кирил         Въгеньевич           19.         Рахимова         Анастасия         Руслановна           21.				
4.         Белоусова         Екатерина         Павловна           5.         Валеваа         Елизавета         Олеговиа           6.         Василеми         Кирилл         Андревич           7.         Винтовкина         Елизавета         Сергевна           8.         Гаман         Полина         Игоревна           9.         Голошапова         Кристина         Александровна           10.         Дуля         Иван         Сергевич           11.         Евчинов         Элес         Германович           12.         Кондратюк         Елизавета         Андревна           13.         Машаригова         Юлия         Тайратовна           14.         Мурыгина         Валемя         Александровна           15.         Недбаева         Алена         Сергевна           16.         Оболина         Елизавета         Евгеньена           17.         Осокин         Александр         Игоревич           18.         Пасечников         Кирил         Евгеньевна           19.         Рахиова         Анастасия         Владимировна           20.         Сазонова         Анастасия         Веринова           23. <td< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td></td<>				
5. Валеева         Елизавета         Олеговна           6. Василевич         Кирили         Андреевич           7. Витовкина         Елизавета         Сергеевна           8. Гаман         Полина         Игоревна           10. Дуля         Иван         Сергеевич           11. Енчинов         Элес         Германович           12. Кондатюк         Елизавета         Андреевна           13. Машарипова         Юлия         Гайратовна           14. Мурытина         Валерия         Александровна           15. Недбава         Алена         Сергеевна           16. Оболгина         Елизавета         Евтеньевна           17. Осокин         Александр         Игоревич           18. Пасечников         Кирили         Евтеньевич           19. Рахимова         Анастасия         Руслановна           20. Сазонова         Анастасия         Руслановна           21. Соболев         Игорь         Андреевич           22. Фирсова         Анна         Демисовна           31. Параева         Ксения         Петровна           25. Вариант         Вариант         Вариант           32.         Пороба         Пороба           33.         Пороба <td></td> <td></td> <td></td> <td></td>				
6.         Ваитовина         Епизавета         Сергеевна           8.         Геман         Полима         Игоревна           9.         Голощапова         Кристина         Александровна           10.         Дуля         Иван         Сергеевич           11.         Енчиюв         Элес         Германович           12.         Кондраток         Елизавета         Андреена           13.         Машарипова         Юлия         Гайратовна           14.         Мурыпина         Валерия         Александровна           15.         Недбаева         Алена         Сергеена           16.         Оболина         Елизавета         Евгеньевна           17.         Осокин         Александр         Игоревич           18.         Пасечников         Кирилл         Евгеньевна           19.         Рамиова         Анастасия         Руслановна           20.         Сазонова         Анастасия         Владимировна           21.         Соболев         Игорь         Андреевич           22.         Оурсова         Ана         Денисова           31.         Вариант 1         Вариант 2           32.         Вариант 3         <				
7.         Винтовкина         Елизавета         Сергеевна           8.         Гаман         Полина         Игоревна           9.         Голощапова         Кристина         Александровна           10.         Дуля         Иван         Сергеевич           11.         Енчинов         Элес         Германович           12.         Кондатюк         Елизавета         Андреевна           13.         Машарипова         Юлия         Гайратовна           14.         Мурытина         Валерия         Александровна           15.         Небаева         Алена         Сергеевна           16.         Оболтина         Елизавета         Евгеньевна           17.         Осокин         Александр         Игоревич           18.         Пасенников         Кирилл         Евгеньевти           19.         Рамимова         Анастасия         Руслановна           20.         Сазонова         Анастасия         Владимировна           21.         Соболев         Игорь         Андреевич           22.         Фурсова         Анна         Денисовна           23.         Вариант 2         Вариант 3         Вариант 3           36.				
8.         Гаман         Полина         Игоревна           9.         Голощапова         Кристина         Александровна           10.         Дуля         Иван         Сергеевич           11.         Енчинов         Элес         Германович           12.         Кондратюк         Елизавета         Андреевна           13.         Машрипова         Киля         Гайраговна           14.         Мурыгина         Валерия         Александровна           15.         Нелбаева         Алена         Сергеевна           16.         Оболгина         Елизавета         Евгеньевиа           17.         Осокин         Александр         Игоревич           18.         Пасечников         Кирилл         Евгеньевич           19.         Рахимова         Анастасия         Руслаковна           20.         Сазонова         Анастасия         Влашкировна           21.         Соболев         Игорь         Андреевич           4.         Вариант         Петровна           24.         Вариант         Петровна           31.         Петровна         Петровна           32.         Петровна         Петровна           33.				
9.         Голощапова         Кристина         Александровна           10.         Дуля         Иван         Сергеевич           11.         Енинов         Элес         Германович           12.         Кондратюк         Елизавета         Андреевна           13.         Машарипова         Юлия         Гайратовна           14.         Муригина         Валерия         Александровна           15.         Недбаева         Алена         Сергеевна           16.         Оболтина         Елизавета         Евгеньевна           17.         Осокин         Александр         Игоревич           18.         Пасечников         Кирилл         Евгеньевич           19.         Рахимова         Анастасия         Руслановна           20.         Сазонова         Анастасия         Руслановна           21.         Соболев         Игорь         Андреевич           22.         Фирсова         Анна         Денисовна           23.         Шараева         Ксения         Петровна           24.         Вариант 3         —         —           37.         —         —         —           39.         —         —				
10. Дуля Иван Сергеевич 11. Енчинов Элес Германович 12. Кондратюк Елизавета Андреевна 13. Машарипова Юлия Гайратовна 14. Мурыгина Валерия Александровна 15. Недбаева Алена Сергеевна 16. Оболтина Елизавета Евгеньевна 17. Осокин Александр Игоревич 18. Пасечников Кирилл Евгеньевич 19. Ракимова Анастасия Владимировна 20. Сазонова Анастасия Владимировна 21. Соболев Игорь Андреевич 22. Фирсова Анна Денисовна 23. Шараева Ксения Петровна 24. Вариант 1 25. Вариант 2 26. Вариант 3 27. Вариант 3 28. Вариант 3 39. Вариант 4 39. Вариант 4 39. Вариант 5 39. Вариант 6 39. Вариант 7 39. Вариант 7 39. Вариант 8 39. Вариант 8 39. Вариант 9 39				_
11.         Енчинов         Элес         Германович           12.         Кондратюк         Елизавета         Андреевна           13.         Машарипова         Юлия         Гайратовна           14.         Мурытина         Валерия         Александровна           15.         Недбаева         Алена         Сергеевна           16.         Оболина         Елизавета         Евгеньевна           17.         Осокин         Александр         Игоревич           18.         Пасечиков         Кирил         Багеньевич           19.         Рахимова         Анастасия         Руслановна           20.         Сазонова         Анастасия         Врацимровна           21.         Соболев         Игорь         Андреевич           22.         Фирова         Анна         Денисовна           18ариант 1         Вариант 2         Вариант 3           25.         Вариант 3         Вариант 3           27.         Вариант 3         Вариант 3           33.         Вариант 3         Вариант 3           34.         Вариант 4         Вариант 4           35.         Вариант 5         Вариант 6           36.         Вариант 6 <td></td> <td></td> <td></td> <td></td>				
12. Кондраток   Влизавета   Андреевна   13. Машарипова   Клия   Гайратовна   14. Мурыгина   Валерия   Александровна   15. Недбаева   Алена   Сергеевна   16. Оболтина   Влизавета   Ввгеньевна   17. Осокин   Александр   Игоревич   18. Пасечников   Кирилл   Ввгеньевич   19. Рахимова   Анастасия   Руслановна   20. Сазонова   Анастасия   Владимировна   21. Соболев   Игорь   Андреевич   22. Фирсова   Анна   Денисовна   Денисо				
13.         Машарипова         Клия         Гайраговна           14.         Муригина         Валерия         Александровна           15.         Недбаева         Алена         Сергевна           16.         Оболтина         Елизавета         Евтеньевна           17.         Осокин         Александр         Игоревич           18.         Пасечников         Кирилл         Евтеньевич           19.         Рахимова         Анастасия         Руслановна           20.         Сазонова         Анастасия         Владимировна           21.         Соболев         Игорь         Андреевич           22.         Фирсова         Анна         Денисовна           23.         Шараева         Ксения         Петровна           24.         Вариант 1         Петровна         Петровна           27.         Вариант 3         Петровна         Петровна           33.         Петровна         Петровна         Петровна           34.         Петровна         Петровна           35.         Петровна         Петровна           36.         Петровна         Петровна           37.         Петровна         Петровна           <				-
14.         Мурыгина         Валерия         Александровна           15.         Недбаева         Алена         Сергеевна           16.         Оболтина         Елизавета         Евгеньевна           17.         Осокин         Александр         Игоревич           18.         Пасечников         Кирилл         Ввгеньевки           19.         Рахимова         Анастасия         Руслановна           20.         Сазонова         Анастасия         Владимировна           21.         Соболев         Игорь         Андреевич           22.         Фирсова         Анна         Денисовна           23.         Шараева         Ксения         Петровна           24.         Вариант 1         Петровна         Петровна           25.         Вариант 3         Петровна         Петровна           31.         Петровна         Петровна         Петровна           32.         Петровна         Петровна         Петровна           33.         Петровна         Петровна         Петровна           34.         Петровна         Петровна         Петровна           35.         Петровна         Петровна         Петровна           36.				
15.         Недбаева         Алена         Сергеевна           16.         Оболгина         Елизавета         Евгеньевна           17.         Осокин         Александр         Игоревич           18.         Пасечников         Кирилл         Евгеньевич           19.         Рахимова         Анастасия         Руслановна           20.         Сазонова         Анастасия         Владимировна           21.         Соболев         Игорь         Андреевич           22.         Фирсова         Анна         Денисовна           23.         Шараева         Ксения         Петровна           24.         Вариант 1         —         —           25.         Вариант 2         —         —           26.         Вариант 3         —         —           27.         —         —         —           30.         —         —         —           31.         —         —         —           32.         —         —         —           33.         —         —         —           34.         —         —         —           36.         —         —         — <td></td> <td></td> <td></td> <td>_</td>				_
16.         Оболтина         Елизавета         Евгеньена           17.         Осокин         Александр         Игоревич           18.         Пасечников         Кирилл         Евгеньевич           19.         Рахимова         Анастасия         Владимировна           20.         Сазонова         Анастасия         Владимировна           21.         Соболев         Игорь         Андреевич           22.         Фирсова         Анна         Денисовна           23.         Шараева         Ксения         Петровна           24.         Вариант 1         Петровна         Петровна           25.         Вариант 3         Петровна         Петровна           30.         Петровна         Петровна         Петровна           31.         Петровна         Петровна         Петровна           33.         Петровна         Петровна         Петровна           34.         Петровна         Петровна         Петровна           35.         Петровна         Петровна         Петровна           36.         Петровна         Петровна         Петровна           37.         Петровна         Петровна         Петровна           38.				
17.         Осокин         Александр         Игоревич           18.         Пасечников         Кирилл         Евтеньевич           19.         Рахимова         Анастасия         Руслановна           20.         Сазонова         Анастасия         Владимировна           21.         Соболев         Игорь         Андреевич           22.         Фирсова         Анна         Денисовна           23.         Шараева         Ксения         Петровна           24.         Вариант 1         Вариант         1           25.         Вариант 2         Вариант 3         Вариант         1           29.         Вариант 3         Вариант         Вариант         1           30.         Вариант         Вариант         Вариант         1         1           31.         Вариант         Вариант         1 <td< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td></td<>				
18. Пасечников         Кирилл         Евгеньевич           19. Рахимова         Анастасия         Руслановна           20. Сазонова         Анастасия         Владимировна           21. Соболев         Игорь         Андреевич           22. Фирсова         Анна         Денисовна           23. Шараева         Ксения         Петровна           24. Вариант 1         Сения         Петровна           25. Вариант 2         Сения         Сения           26. Вариант 3         Сения         Сения           30. Сения         Сения         Сения           31. Сения         Сения         Сения           33. Сения         Сения         Сения           33. Сения         Сения         Сения           33. Сения         Сения         Сения           33. Сения         Сения         Сения           34. Сения         Сения         Сения           35. Сения         Сения         Сения           36. Сения         Сения         Сения           37. Сения         Сения         Сения           38. Сения         Сения         Сения           39. Сения         Сения         Сения           40. Сения				
19.         Рахимова         Анастасия         Руслановна           20.         Сазонова         Анастасия         Владимировна           21.         Соболев         Игорь         Андреевич           22.         Фирсова         Анна         Денисовна           23.         Шараева         Ксения         Петровна           24.         Вариант 1         1         1           25.         Вариант 2         1         1           26.         Вариант 3         1         1           27.         1         1         1           29.         1         1         1           30.         1         1         1           31.         1         1         1           33.         1         1         1           34.         1         1         1           36.         1         1         1           37.         38.         1         3           40.         1         1         4           42.         4         4         4           43.         4         4         4           46.         4         4				
20.         Сазонова         Анастасия         Владимировна           21.         Соболев         Игорь         Андреевич           22.         Фирсова         Анна         Денисовна           23.         Шараева         Ксения         Петровна           24.         Вариант 1         —           25.         Вариант 2         —         —           26.         Вариант 3         —         —           27.         —         —         —           28.         —         —         —           29.         —         —         —           30.         —         —         —           31.         —         —         —           32.         —         —         —           33.         —         —         —           34.         —         —         —           35.         —         —         —           36.         —         —         —           37.         —         —         —           40.         —         —         —           41.         —         —         — <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>				
21.       Соболев       Игорь       Андреевич         22.       Фирсова       Анна       Денисовна         23.       Шараева       Ксения       Петровна         24.       Вариант 1       —         25.       Вариант 2       —         26.       Вариант 3       —         27.       —       —         28.       —       —         30.       —       —         31.       —       —         32.       —       —         33.       —       —         34.       —       —         35.       —       —         36.       —       —         37.       —       —         38.       —       —         39.       —       —         40.       —       —         41.       —       —         42.       —       —         43.       —       —         44.       —       —         45.       —       —         46.       —       —         47.       —       —         48.				
22.         Фирсова         Анна         Денисовна           23.         Шараева         Ксения         Петровна           24.         Вариант 1         ————————————————————————————————————				
23.       Шараева       Ксения       Петровна         24.       Вариант 1       ————————————————————————————————————				
24. Вариант 1 25. Вариант 2 26. Вариант 3 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 34. 35. 35. 36. 37. 38. 39. 39. 40. 41. 42. 44. 45. 44. 44. 44. 44. 44. 44. 44. 44		*		
25. Вариант 2 26. Вариант 3 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 42. 43. 44. 45. 46.			Ксения	Петровна
26. Вариант 3 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47.				
27.       28.         29.       30.         31.       31.         32.       33.         34.       35.         36.       37.         38.       39.         40.       41.         42.       43.         44.       45.         46.       47.         48.       49.				
28.       29.         30.       31.         31.       32.         33.       33.         34.       35.         36.       37.         38.       39.         40.       41.         42.       43.         44.       45.         46.       47.         48.       49.		Вариант 3		
29.         30.         31.         32.         33.         34.         35.         36.         37.         38.         39.         41.         42.         43.         44.         45.         46.         47.         48.         49.				
30.       31.         32.       33.         33.       34.         35.       36.         37.       38.         39.       40.         41.       42.         43.       44.         45.       46.         47.       48.         49.       49.				
31.       32.         33.       34.         35.       36.         37.       38.         39.       40.         41.       42.         43.       44.         45.       46.         47.       48.         49.       49.				
32.       33.         34.       35.         36.       37.         38.       39.         40.       41.         42.       43.         43.       44.         44.       45.         46.       47.         48.       49.				
33.       34.         35.       36.         37.       38.         39.       40.         41.       42.         43.       44.         45.       46.         47.       48.         49.       49.				
35.       36.         37.       38.         39.       40.         41.       42.         43.       44.         45.       46.         47.       48.         49.       49.				
36.       37.         38.       39.         40.       41.         42.       42.         43.       44.         45.       46.         47.       48.         49.       49.				
37.       38.         39.       40.         41.       42.         43.       44.         45.       46.         47.       48.         49.       49.	35.			
38.       39.         40.       40.         41.       41.         42.       42.         43.       44.         45.       46.         47.       48.         49.       49.				
39.       40.         41.       41.         42.       42.         43.       44.         45.       46.         47.       48.         49.       49.				
40.       41.         41.       42.         43.       44.         44.       45.         46.       47.         48.       49.				
41.       42.         43.       44.         44.       45.         46.       47.         48.       49.				
42.       43.         44.       44.         45.       46.         47.       48.         49.       49.				
43.       44.         44.       45.         45.       46.         47.       48.         49.       49.				
44.       45.         45.       46.         47.       48.         49.       49.				
45.       ————————————————————————————————————				
46.       ————————————————————————————————————				
47.       48.         49.       49.				
48. 49.				
	49.			

Создать варианты

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 4 & 3 & 11 \\ 5 & 1 & 12 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 1 & -10 & -10 \\ 2 & -7 & -4 \\ 0 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1\\1\\-1\\0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} -1\\0\\2\\-1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} 0\\-1\\1\\0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0\\1\\3\\1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [0 \ 0 \ 2 \ -1]^{T}, b = [1 \ 1 \ 1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 6 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A) $\cap$ L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 1$$
,  $Dim(L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 0$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 2$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \ = \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{array} \right].$$

OTBET:

$$r = 2$$
,  $i_{\perp} = 1$ ,  $i_{\perp} = 1$ ,  $s = 0$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно -3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 2 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -4 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -6 & 0 & -3 \\ -6 & -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}^{T}, b = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и  $L(A)\cap L(B)$ .

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 1$$
,  $Dim(L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 0$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 3$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \ = \left[ \begin{array}{ccccc} 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right].$$

OTBET:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 1$ ,  $i_{\perp} = 2$ ,  $s = -1$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 & -2 \\ 2 & -3 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 5 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 8 \\ -5 & 10 & -10 \\ 4 & -6 & 5 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 9 \\ 1 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \left[ \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right], \quad \mathbf{X}_2 = \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{array} \right], \quad \mathbf{X}_3 = \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right] \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \left[ \begin{array}{c} -1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{array} \right].$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^{T}, b = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 1 & -7 \\ 1 & -5 & -1 & 5 \\ 5 & 2 & 4 & 1 \\ -3 & -3 & -3 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 8 & -4 \\ -2 & -1 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A) $\cap$ L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 3$$
,  $Dim(L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 0$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 4$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$r = 2$$
,  $i_{\perp} = 0$ ,  $i_{\perp} = 2$ ,  $s = -2$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно -1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 2 \\ -3 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 3 \\ 6 & 4 & -5 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -3 \\ 4 & 2 & 2 \\ -3 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \left[ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{2} \\ -1 \\ \mathbf{0} \end{array} \right], \ \mathbf{X}_2 = \left[ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ -1 \end{array} \right], \ \mathbf{X}_3 = \left[ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ -1 \\ 1 \\ \mathbf{0} \end{array} \right] \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \left[ \begin{array}{c} -1 \\ 1 \\ \mathbf{0} \\ -1 \end{array} \right].$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [0 \ 1 \ 0 \ -1]^{T}, b = [1 \ 1 \ 1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -9 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & -6 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 4 & -2 \\ -5 & 1 & 4 & -2 \\ -5 & 1 & 4 & -2 \\ 5 & -1 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и  $L(A)\cap L(B)$ .

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 1$$
,  $Dim(L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 0$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 2$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \ = \left[ \begin{array}{cccc} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{array} \right].$$

OTBET:

$$r = 3$$
,  $i_{+} = 2$ ,  $i_{-} = 1$ ,  $s = 1$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

OTBET:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & -2 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -3 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \\ -3 & -7 & -6 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{if } Y = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [0 \ 0 \ -1 \ 0]^{T}, b = [1 \ 0 \ -1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -9 & 7 & 4 \\ -7 & -1 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & -2 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 2$$
,  $Dim(L(B)) = 3$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 3$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \; = \left[ \begin{array}{cccc} \mathbf{0} & \mathbf{1} & -\mathbf{1} & -\mathbf{1} \\ \mathbf{1} & -\mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} \end{array} \right] \text{.}$$

OTBET:

$$r = 2$$
,  $i_{+} = 1$ ,  $i_{-} = 1$ ,  $s = 0$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно -3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} 4 & -4 & -2 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -5 \\ 1 & -2 & 2 \\ -8 & 8 & 5 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 5 \\ 3 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 5 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_{1} \ = \left[ \begin{array}{c} 2 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{array} \right], \ \ \mathbf{X}_{2} \ = \left[ \begin{array}{c} -1 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{array} \right], \ \ \mathbf{X}_{3} \ = \left[ \begin{array}{c} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right] \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} \ = \left[ \begin{array}{c} 1 \\ -3 \\ -1 \\ -4 \end{array} \right].$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [3 -1 \ 0 \ -2]^{T}, b = [1 \ 0 \ -1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -6 & 2 & -4 \\ -2 & 3 & -1 & 2 \\ -4 & 6 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 8 & 4 & -4 \\ -3 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & -8 & -4 & 4 \\ 3 & -9 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A) $\cap$ L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 1$$
,  $Dim(L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 2$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \ = \left[ \begin{array}{ccccc} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \end{array} \right].$$

Ответ:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 0$ ,  $i_{\perp} = 3$ ,  $s = -3$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно -3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -3 & -2 & 3 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} 2 & -7 & -8 \\ -5 & 10 & 8 \\ -5 & 7 & 3 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 2 & -6 & -2 \\ -1 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \left[ \begin{array}{c} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{array} \right], \ \ \mathbf{X}_2 = \left[ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{array} \right], \ \ \mathbf{X}_3 = \left[ \begin{array}{c} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right] \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{array} \right].$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{T}, b = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 8 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -6 & 8 & 4 \\ -3 & 3 & -4 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -6 & 8 & -8 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 8 & -8 & -4 \\ 3 & -4 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 1$$
,  $Dim(L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 1$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

OTBET:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 1$ ,  $i_{\perp} = 2$ ,  $s = -1$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -1 & -3 & 4 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} -3 & 6 & 2 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -5 & -2 & -5 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 1 \\ 3 & -6 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{if } Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [2 \ 1 \ 3 \ 1]^{T}, b = [-1 \ -1 \ 1]^{T}.$$

3. Координаты совокупностей векторов {А} и {В}, формируют столбцы матриц А и В:

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 1 & 2 & -3 \\ -3 & 1 & 0 & -1 \\ -6 & 2 & 0 & -2 \\ -5 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 6 & -6 & 3 \\ -2 & 4 & -4 & 2 \\ -1 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A) $\cap$ L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 2$$
,  $Dim(L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 0$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 3$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \; = \; \left[ \begin{array}{ccccc} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right] \! .$$

OTBET:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 0$ ,  $i_{\perp} = 3$ ,  $s = -3$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 2 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \left[ \begin{array}{ccc} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right], \quad \mathbf{S} = \left[ \begin{array}{ccc} -1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right].$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{F}' = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ 8 & 0 & 13 \end{bmatrix}, \ \mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}^{T}, b = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -1 & -1 \\ -2 & 5 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 3$$
,  $Dim(L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 0$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 4$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$r = 2$$
,  $i_{+} = 0$ ,  $i_{-} = 2$ ,  $s = -2$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 5 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 3 \\ 2 & -1 & -3 \\ 4 & -5 & 0 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -11 \\ 3 & 1 & -8 \\ 0 & 3 & -5 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \left[ \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right], \quad \mathbf{X}_2 = \left[ \begin{array}{c} -1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{array} \right], \quad \mathbf{X}_3 = \left[ \begin{array}{c} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right] \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \left[ \begin{array}{c} -3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{array} \right].$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}^{T}, b = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & -4 & -1 \\ -4 & -2 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -6 & -4 & -2 & 4 \\ 9 & 6 & 3 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A) $\cap$ L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 3$$
,  $Dim(L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 3$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \ = \left[ \begin{array}{cccc} 2 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right].$$

Ответ:

$$r = 2$$
,  $i_{+} = 2$ ,  $i_{-} = 0$ ,  $s = 2$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

OTBET:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{F}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 4 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}, \ \mathbf{A}' = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -2 \\ -2 & 2 & -3 \\ -3 & 5 & -4 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{if } \quad Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}^{T}, b = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -4 & 4 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & 1 & -1 \\ -5 & -1 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 1$$
,  $Dim(L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 2$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \ = \left[ \begin{array}{ccccc} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right].$$

OTBET:

$$r = 2$$
,  $i_{\perp} = 0$ ,  $i_{\perp} = 2$ ,  $s = -2$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 3 & 4 & 3 \\ -4 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -2 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & -3 \\ -4 & 1 & -3 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} -6 & 1 & -14 \\ -5 & 3 & -9 \\ 4 & -2 & 7 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{if } \quad Y = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = \begin{bmatrix} -5 & -2 & -1 & -2 \end{bmatrix}^{T}, b = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -4 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 & -1 \\ -6 & 3 & 9 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 2$$
,  $Dim(L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 0$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 3$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \ = \left[ \begin{array}{ccccc} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right].$$

Ответ:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 2$ ,  $i_{\perp} = 1$ ,  $s = 1$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно -3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 5 \\ -2 & -2 & -5 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} -7 & 2 & -1 \\ 7 & -3 & 0 \\ 3 & -3 & -2 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 \\ -5 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad M \quad Y = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [-1 \ 0 \ 0 \ -2]^{T}, b = [-1 \ 0 \ -1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & -2 & 4 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 & 2 \\ 0 & 7 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 & -2 \\ 6 & -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 2$$
,  $Dim(L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 0$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 4$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} = \left[ \begin{array}{ccccc} -2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{array} \right].$$

Ответ:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 0$ ,  $i_{\perp} = 3$ ,  $s = -3$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & -4 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \left[ \begin{array}{ccc} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{array} \right], \quad \mathbf{S} = \left[ \begin{array}{ccc} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \right].$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 2 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 \\ -2 & 4 & -1 \\ -3 & 7 & -2 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} -6 & 9 & -3 \\ -3 & 3 & -1 \\ -3 & 4 & -3 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{T}, b = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{T}.$$

3. Координаты совокупностей векторов {А} и {В}, формируют столбцы матриц А и В:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & -7 & -1 \\ -7 & 0 & 7 & 1 \\ -7 & 2 & -4 & -3 \\ -6 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 & -1 \\ 3 & 0 & 8 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 8 & 3 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 3$$
,  $Dim(L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 4$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \ = \left[ \begin{array}{ccccc} 2 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

OTBET:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 2$ ,  $i_{\perp} = 1$ ,  $s = 1$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -5 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} -3 & -7 & 7 \\ -2 & -7 & 8 \\ -2 & -1 & -2 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} -1 & 8 & -12 \\ 1 & -9 & 15 \\ 1 & -6 & 11 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{if } Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [2 -1 2 1]^{T}, b = [1 1 1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 3 & -4 \\ 0 & 3 & 4 & -2 \\ -6 & 6 & -2 & 4 \\ 4 & -5 & 0 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -6 & 3 & 3 \\ 0 & -6 & 5 & 3 \\ -3 & 3 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

OTBET:

$$Dim(L(A)) = 2$$
,  $Dim(L(B)) = 3$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 3$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 3$ ,  $i_{\perp} = 0$ ,  $s = 3$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -3 \\ 4 & -6 & 1 \\ -10 & 12 & 2 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -13 \\ 1 & 2 & -8 \\ 2 & 1 & -7 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{if } Y = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [1 \ 1 \ -2 \ 0]^{T}, b = [1 \ 0 \ -1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 6 & 9 & 2 \\ 8 & -6 & -9 & -2 \\ -4 & 7 & 7 & 1 \\ 1 & -4 & -3 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 & -3 & 4 & -3 \\ -3 & 6 & -3 & 3 \\ 2 & -4 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

OTBET:

$$Dim(L(A)) = 3$$
,  $Dim(L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 4$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \ = \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \end{array} \right].$$

Ответ:

$$r = 3$$
,  $i_{+} = 2$ ,  $i_{-} = 1$ ,  $s = 1$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -4 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S}^{\,\prime} \, = \, \left[ \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{array} \right], \ \mathbf{F}^{\,\prime} \, = \, \left[ \begin{array}{ccccc} -1 & 0 & -1 \end{array} \right], \ \mathbf{B}^{\,\prime} \, = \, \left[ \begin{array}{cccccc} -3 & -4 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{array} \right], \ \mathbf{A}^{\,\prime} \, = \, \left[ \begin{array}{cccccc} -3 & -1 & 2 \\ -3 & -4 & 3 \\ -3 & -4 & 2 \end{array} \right].$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{if } Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [1 \ 0 \ -1 \ 0]^{T}, b = [1 \ 1 \ -1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & -4 & -3 & -2 \\ -1 & -3 & -5 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & 4 & 1 \\ 8 & 4 & -8 & -2 \\ 4 & 2 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 3$$
,  $Dim(L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 0$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 4$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 0$ ,  $i_{\perp} = 3$ ,  $s = -3$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ -3 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \left[ \begin{array}{ccc} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right], \quad \mathbf{S} = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{array} \right].$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S}^{\,\prime} \; = \left[ \begin{array}{cccc} 2 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{array} \right], \;\; \mathbf{F}^{\,\prime} \; = \; \left[ \begin{array}{cccc} -4 & 0 & -6 \end{array} \right], \;\; \mathbf{B}^{\,\prime} \; = \; \left[ \begin{array}{cccc} -1 & 2 & -7 \\ 1 & -2 & 2 \\ -2 & 7 & -14 \end{array} \right], \;\; \mathbf{A}^{\,\prime} \; = \; \left[ \begin{array}{cccc} -6 & -6 & -4 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 5 \end{array} \right].$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad M \quad Y = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}^{T}, b = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -4 & 3 \\ -2 & -1 & 9 & -5 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 6 & -2 & -4 \\ -4 & 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 3$$
,  $Dim(L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 3$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \ = \left[ \begin{array}{ccccc} -2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{array} \right].$$

Ответ:

$$r = 2$$
,  $i_{\perp} = 0$ ,  $i_{\perp} = 2$ ,  $s = -2$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 3 & -2 & 2 \\ -3 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{F}' = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -6 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -2 & -3 & 7 \\ -1 & 3 & -7 \end{bmatrix}, \ \mathbf{A}' = \begin{bmatrix} -4 & 6 & 3 \\ -3 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [0 \ 1 \ -1 \ 0]^{T}, b = [1 \ 1 \ -1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -4 & -2 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & -3 & -4 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -2 & 2 \\ 1 & -4 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 2$$
,  $Dim(L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 2$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

OTBET:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 3$ ,  $i_{\perp} = 0$ ,  $s = 3$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно -1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & -2 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S}^{\,\prime} \, = \, \left[ \begin{array}{cccc} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{array} \right], \ \ \mathbf{F}^{\,\prime} \, = \, \left[ \begin{array}{cccc} 0 & -3 & -2 \end{array} \right], \ \ \mathbf{B}^{\,\prime} \, = \, \left[ \begin{array}{cccc} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right], \ \ \mathbf{A}^{\,\prime} \, = \, \left[ \begin{array}{cccc} 1 & -3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 \end{array} \right].$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{if } Y = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}^{T}, b = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -1 & 1 \\ -8 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -2 & 0 \\ 2 & -4 & 4 & 1 \\ 1 & -6 & 6 & 2 \\ -2 & 4 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 2$$
,  $Dim(L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 2$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 2$ ,  $i_{\perp} = 1$ ,  $s = 1$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно -3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & -5 \\ 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{F}' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 5 & 4 & 2 \\ -1 & -6 & 10 \end{bmatrix}, \ \mathbf{A}' = \begin{bmatrix} -1 & -7 & 4 \\ 2 & 7 & -4 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad M \quad Y = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [-3 \ 0 \ 2 \ 0]^{T}, b = [-1 \ 0 \ 1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 8 & -8 & -4 \\ 2 & -8 & 8 & 4 \\ 2 & -8 & 8 & 4 \\ -1 & 4 & -4 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 & 2 \\ -2 & -5 & -7 & -2 \\ -3 & -5 & -5 & -2 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 1$$
,  $Dim(L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 0$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 3$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \; = \left[ \begin{array}{ccccc} \mathbf{0} & -\mathbf{1} & -\mathbf{1} & \mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & -\mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} \end{array} \right].$$

Ответ:

$$r = 2$$
,  $i_{+} = 1$ ,  $i_{-} = 1$ ,  $s = 0$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно -1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 5 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 6 & 0 & -7 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} -16 & -8 & 16 \\ 14 & 9 & -12 \\ -10 & -6 & 9 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1\\1\\0\\0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 0\\1\\-1\\-1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} -1\\0\\1\\0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} -1\\2\\0\\2 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [0 \ 1 \ 1 \ 0]^{T}, b = [1 \ 0 \ 1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 1 & 2 \\ 7 & -2 & 1 & 2 \\ -7 & 6 & -2 & -2 \\ 6 & -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -7 & -2 & -4 & 4 \\ -7 & -2 & -4 & 4 \\ 2 & 4 & 8 & -4 \\ -4 & -2 & -4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 3$$
,  $Dim(L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 3$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 0$ ,  $i_{\perp} = 3$ ,  $s = -3$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{F}' = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -6 \\ 3 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & 9 \end{bmatrix}, \ \mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 2 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad M \quad Y = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [-1 \ -1 \ 0 \ 0]^{T}, b = [-1 \ 0 \ -1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 8 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -4 & 2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -3 & -1 \\ -3 & 1 & 0 & -2 \\ 6 & -2 & -4 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 1$$
,  $Dim(L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 0$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 3$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \ = \left[ \begin{array}{ccccc} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

OTBET:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 1$ ,  $i_{\perp} = 2$ ,  $s = -1$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 2, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} -3 & -5 & 1 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} -3 & -10 & 4 \\ -8 & -22 & 8 \\ 2 & 5 & -2 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 8 & 14 & -3 \\ -4 & -6 & 1 \\ -6 & -7 & -1 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad u \quad Y = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [2 -2 -1 1]^{T}, b = [1 0 -1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -2 & 3 & 6 \\ -3 & 0 & -1 & -2 \\ 6 & -1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 6 & 2 \\ 2 & -3 & -3 & -1 \\ -2 & 3 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 2$$
,  $Dim(L(B)) = 3$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 3$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} = \left[ \begin{array}{ccccc} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{array} \right].$$

Ответ:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 0$ ,  $i_{\perp} = 3$ ,  $s = -3$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно 1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 4 \\ 4 & 2 & -4 \\ -3 & -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 5 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 2 & -6 & 5 \\ -6 & 2 & 6 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -7 \\ 3 & 3 & -11 \\ 2 & 1 & -6 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^{T}, b = [1 \ -1 \ 1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -2 \\ -6 & -4 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -3 & -1 \\ -5 & 3 & 1 & 1 \\ 4 & -6 & -5 & -2 \\ 1 & -3 & -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 1$$
,  $Dim(L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 2$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} = \left[ \begin{array}{ccccc} -1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{array} \right].$$

Ответ:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 0$ ,  $i_{\perp} = 3$ ,  $s = -3$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно -1, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ -3 & -3 & 2 \\ -3 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$\mathbf{S'} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{F'} = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 3 & 10 & -1 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \ \mathbf{A'} = \begin{bmatrix} -6 & -8 & -1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & -2 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \left[ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right], \quad \mathbf{X}_2 = \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{array} \right], \quad \mathbf{X}_3 = \left[ \begin{array}{c} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right] \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \left[ \begin{array}{c} -3 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{array} \right].$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [-2 \ 0 \ 1 \ 0]^{T}, b = [-1 \ 0 \ 1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов {A} и {B}, формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 5 & 3 \\ 7 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -7 & 2 & -8 \\ 2 & -3 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 3$$
,  $Dim(L(B)) = 3$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 2$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 4$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ответ:

$$r = 3$$
,  $i_{\perp} = 0$ ,  $i_{\perp} = 3$ ,  $s = -3$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно -3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

F - матрица линейной формы f(x) в старом базисе,

В - матрица билинейной формы В(х, у) в старом базисе,

А - матрица линейного оператора А(х) в старом базисе.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Записать матрицы коэффициентов функций f(x), B(x,y) и A(x) в новом базисе.

Ответ:

$$S' = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 4 & 3 & 11 \\ 5 & 1 & 12 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} 1 & -10 & -10 \\ 2 & -7 & -4 \\ 0 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

2. Даны векторы

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1\\1\\-1\\0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} -1\\0\\2\\-1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} 0\\-1\\1\\0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0\\1\\3\\1 \end{bmatrix}.$$

Найти проекцию вектора Y на линейную оболочку векторов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

OTBET:

$$Y = [0 \ 0 \ 2 \ -1]^{T}, b = [1 \ 1 \ 1]^{T}.$$

**3.** Координаты совокупностей векторов  $\{A\}$  и  $\{B\}$ , формируют столбцы матриц A и B:

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 6 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить размерности линейных подпространств L(A), L(B), L(A)+L(B) и L(A)  $\cap$  L(B).

Ответ:

$$Dim(L(A)) = 1$$
,  $Dim(L(B)) = 1$ ,  $Dim(L(A)*L(B)) = 0$ ,  $Dim(L(A)+L(B)) = 2$ .

4. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы, матрица которой имеет вид:

$$\mathbf{B} \ = \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{array} \right].$$

Ответ:

$$r = 2$$
,  $i_{\perp} = 1$ ,  $i_{\perp} = 1$ ,  $s = 0$ .

5. Найти собственные значения линейного оператора A(x) и базис, в котором его матрица имеет диагональный вид, если одно из его собственных значений равно -3, а матрица оператора в некотором базисе имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

-			