### Задача 1

Доказать простейшие следствия из аксиом линейного пространства:

- 1. Для каждого вектора x линейного пространства имеется единственный противоположный вектор  $x^{-1}$ .
- 2. Для каждого вектора x линейного пространства имеет место  $x^{-1} = (-1)x$ .

#### Залача 2

Является ли линейным пространством следующее множество:

- 1. Множество векторов, угол между которыми и заданной прямой равен  $\alpha$  .
- 2. Множество векторов плоскости, длина которых не превышает 1.
- 3. Множество вектор-столбцов, состоящих из n чисел, сумма которых равна 0.
- 4. Множество вектор-столбцов, состоящих из n чисел, сумма которых равна 1.
- 5. Множество вектор-столбцов, состоящих из n целых чисел.
- 6. Множество вектор-столбцов, состоящих из n элементов, из которых каждый элемент с чётным номером равен 0.
- 7. Множество вектор-столбцов, состоящих из n элементов, из которых каждый элемент с нечётным номером равен 1.
- 8. Множество вектор-столбцов, состоящих из n элементов, из которых элементы с чётными номерами равны между собой.
- 9. Множество вектор-столбцов, состоящих из n элементов, для которых отношение между любыми двумя элементами постоянно.
- 10. Множество матриц размера  $m \times n$ , у которых элементы, расположенные на пересечении чётных строк и нечётных столбцов, равны 0.
- 11. Множество *кососимметричных матриц* (матриц, для которых  $A^{\mathrm{T}} = -A$  ).
- 12. Множество верхних треугольных матриц.
- 13. Множество диагональных матриц.
- 14. Множество невырожденных матриц.
- 15. Множество непрерывных функций, для которых f(1) = 0.
- 16. Множество непрерывных функций, для которых f(0) = 1.
- 17. Множество чётных полиномов степени не выше n.
- 18. Множество нечётных полиномов степени не выше n.

### Ответ:

- 1. Да, если угол  $\alpha$  равен либо 0 либо  $\pi/2$ .
- 2. Нет.
- 3. Да.
- 4. Нет.
- 5. Нет.
- 6. Да.
- 7. Нет.
- 8. Да.
- 9. Да.
- 10. Да.
- 11. Да.
- 12. Да.
- 13. Да.
- 14. Нет.
- 15. Да.
- 16. Нет.
- 17. Да.
- 18. Да.

24.02.2018 10:58:51

## Задача 3 (\*)

Образует ли совокупность векторов  $x_1$ ,  $x_2$ ,... базис и, если да, то найти координаты вектора z в этом базисе:

1. 
$$x_1 = \{1,1,1\}, \quad x_2 = \{0,1,0\}, \quad x_3 = \{1,0,0\} \quad \text{if} \quad z = \{1,2,3\}.$$

2. 
$$x_1 = \{1,0,0\}, x_2 = \{1,1,0\}, x_3 = \{1,1,1\}$$
  $y_1 z = \{3,2,1\}.$ 

3. 
$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
,  $x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $x_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $x_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\mathbf{u} \quad z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

4. 
$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
,  $x_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $x_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $x_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$   $u \quad z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

5. 
$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$
,  $x_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $x_3 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $x_4 = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$   $u \quad z = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

6. 
$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$
,  $x_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $x_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $x_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$   $\mathbf{u} \quad z = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ .

7. 
$$x_1 = 1 + t + t^2$$
,  $x_2 = 1 + 2t + t^3$ ,  $x_3 = t - 2t^2 + t^3$ ,  $x_4 = 1 - t - t^2$   $x_5 = 6 + t + t^3$ .

8. 
$$x_1 = 1 - t^2 + t^3$$
,  $x_2 = 1 + t^3$ ,  $x_3 = 1 - t^2$ ,  $x_4 = t^2 + t^3 - t$   $y = z = t^3$ .

# Ответ:

1. 
$$\coprod a, z = \{3, -1, -2\}.$$

2. 
$$\coprod a$$
,  $z = \{1,1,1\}$ .

3. 
$$\coprod a$$
,  $z = \{1, -1, 1, -1\}$ .

4. Да, 
$$z = \{2,1,-2,-1\}$$
.

5. 
$$\coprod a$$
,  $z = \{-1,1,-1,1\}$ .

6. Нет.

7. 
$$\coprod a, z = \{1, 2, -1, 3\}.$$

8. 
$$\coprod a$$
,  $z = \{1, 0, -1, 0\}$ .

24.02.2018 10:58:51