

Задача 1

Найти общее решение следующих систем линейных уравнений:

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \begin{cases} -2x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = -5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 4. \end{cases} & 2. \quad & \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -4, \\ -2x_1 + 4x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases} \\
 3. \quad & \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 - 2x_5 = 5, \\ 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 - x_5 = 2, \\ 8x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + x_5 = 2. \end{cases} & 4. \quad & \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - x_5 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 - x_5 = 1. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ответы:

$$\begin{aligned}
 1. \quad \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}. & 2. \quad \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}. \\
 3. \quad \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \\ 1 & 0 \\ -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}. & 4. \quad \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Задача 2 (*)

Найти матрицу \mathbf{A} , если известно, что:

$$\text{система } \mathbf{Ax} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ – несовместная,}$$

$$\text{система } \mathbf{Ax} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ – имеет единственное решение.}$$

Задача 3 (*)

Дать геометрическую интерпретацию всех возможных ситуаций (т.е. когда решение существует и когда не существует), для следующей системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} A_1x_1 + B_1x_2 + C_1x_3 = D_1, \\ A_2x_1 + B_2x_2 + C_2x_3 = D_2, \end{cases}$$

при условии, что $A_i^2 + B_i^2 + C_i^2 > 0$, для $i=1, 2$.