Задача 1

Определить тип и характеристики линий (координаты вершин и фокусов, величины осей, эксцентриситет, уравнения директрис и асимптот), заданных следующими уравнениями:

1) $\dfrac{x^2}{225}+\dfrac{y^2}{144}=1$,
2) $\dfrac{x^2}{256}-\dfrac{y^2}{144}=1$,
3) $y^2=8x$.

Ответы:

1) эллипс; вершины: (−15, 0), (15, 0), (0, −12), (0, 12); большая ось = 30; малая ось = 24; фокусы: (−9, 0) и (9, 0); эксцентриситет = 0,6; директрисы: $x_1=-25$ и $x_2=25$;
2) гипербола; вершины: (−16, 0), (16, 0); действительная ось = 32; мнимая ось = 24; фокусы: (−20, 0) и (20, 0); эксцентриситет = 1,25; директрисы: $x_1=-12{,}8$ и $x_2=12{,}8$; асимптоты: $y_1=-3/4x$ и $y_2=3/4x$;
3) парабола; вершина (0, 0); параметр параболы = 4; фокус (2, 0); директриса $x=-2$.

Задача 2

Доказать, что уравнение

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

является уравнением эллипса.

Задача 3

Доказать, что для любой точки $M(x,y)$, принадлежащей эллипсу, имеет место равенство

$$\frac{r_1}{d_1}=\frac{r_2}{d_2}=e,$$

где

r_1, r_2 – расстояния от точки M до фокусов эллипса $F_1(-c,0)$ и $F_2(c,0)$;

d_1, d_2 – расстояния от точки M до директрис $D_1: x=-\dfrac{a}{e}$ и $D_2: x=\dfrac{a}{e}$.

Задача 4

Уравнение линии L в системе координат Oxy имеет вид $y^2=x$.

Записать уравнение линии L в системе координат $Ox'y'$, полученной из исходной системы путём поворота на угол $\varphi=-\pi/2$.

Ответ:

$$y'=x'^2.$$

Задача 5

Уравнение линии L в системе координат Oxy имеет вид

$$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1.$$

Записать уравнение линии L в системе координат $Ox'y'$, полученной из исходной системы путём поворота на угол $\varphi=-\pi/4$.

Ответ:

$$y'=\frac{1}{x'}.$$