Задача 1
Даны точки $A(2,-1)$, $B(1,0)$, $C(-1,2)$.

Определить координаты векторов $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$.

Ответ: $\overline{AB}=\{-1,1\}$, $\overline{BC}=\{-2,2\}$, $\overline{CA}=\{3,-3\}$.

Задача 2
Даны векторы $\overline{AB}=\{2,-1\}$, $\overline{CD}=\{-1,-2\}$.

Определить координаты точек B и C, если известно, что $A(0,-1)$, $D(1,-1)$.

Ответ: $B(2,-2)$, $C(2,1)$.

Задача 3
Даны векторы $\mathbf{a}=\{1,-1,\}$, $\mathbf{b}=\{2,0\}$ и $\mathbf{c}=\{-1,2\}$.

Определить координаты векторов $\mathbf{g}=2\mathbf{a}-\mathbf{b}+3\mathbf{c}$ и $\mathbf{h}=2\mathbf{c}-\mathbf{a}-\mathbf{b}$.

Ответ: $\mathbf{g}=\{-3,4\}$, $\mathbf{h}=\{-5,5\}$.

Задача 4
Представить вектор $\mathbf{c}$ в виде линейной комбинации векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$, если:

1) $\mathbf{a}=\{1,-1\}$, $\mathbf{b}=\{2,-1\}$ и $\mathbf{c}=\{-1,-1\}$;
2) $\mathbf{a}=\{-2,2\}$, $\mathbf{b}=\{3,-1\}$ и $\mathbf{c}=\{4,4\}$.

Ответы:

1) $\mathbf{c}=3\mathbf{a}-2\mathbf{b}$,
2) $\mathbf{c}=4\mathbf{a}+4\mathbf{b}$.

Задача 5
Представить вектор $\mathbf{d}$ в виде линейной комбинации векторов $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ и $\mathbf{c}$, если:

1) $\mathbf{a}=\{1,-2,4\}$, $\mathbf{b}=\{2,1,0\}$, $\mathbf{c}=\{1,2,-2\}$ и $\mathbf{d}=\{0,-1,0\}$;
2) $\mathbf{a}=\{2,1,0\}$, $\mathbf{b}=\{-1,0,-1\}$, $\mathbf{c}=\{0,-1,1\}$ и $\mathbf{d}=\{-3,1,-3\}$.

Ответы:

1) $\mathbf{d}=3\mathbf{b}-2\mathbf{a}-4\mathbf{c}$,
2) $\mathbf{d}=\mathbf{b}-\mathbf{a}-2\mathbf{c}$.

Задача 6
Доказать, что два вектора линейно зависимы тогда и только тогда, когда их координаты пропорциональны.

Задача 7
Определить, лежат ли точки $A(2,1)$, $B(-2,5)$ и $C(0,3)$ на одной прямой.

Ответ: да, точки лежат на одной прямой.

Задача 8
Доказать свойства ортогональной проекции вектора на ось L:

1) $\mathrm{Pr}_L(\mathbf{a})=|\mathbf{a}|\cos(\varphi)$,
2) $\mathrm{Pr}_L(\lambda\mathbf{a})=\lambda\,\mathrm{Pr}_L(\mathbf{a})$,
3) $\mathrm{Pr}_L(\mathbf{a}+\mathbf{b})=\mathrm{Pr}_L(\mathbf{a})+\mathrm{Pr}_L(\mathbf{b})$.

Задача 9
Пусть в декартовой прямоугольной системе координат вектор $\mathbf{a}=\{x,y\}$.

Доказать, что $x=\mathrm{Pr}_{Ox}(\mathbf{a})$, $y=\mathrm{Pr}_{Oy}(\mathbf{a})$.

Задача 10

Доказать, что направляющие косинусы $\cos(\alpha)$ и $\cos(\beta)$ вектора $\mathbf{a} = \{x, y\}$ удовлетворяют следующим соотношениям:

1) $\cos(\alpha) = \dfrac{x}{|\mathbf{a}|}$, $\cos(\beta) = \dfrac{y}{|\mathbf{a}|}$;
2) $\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$.