Задача 1
Даны точки $A(1,2,1)$, $B(1,0,-1)$ и $C(-1,2,-1)$.
Определить координаты векторов $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$.
Ответ: $\overline{AB}=\{0,-2,-2\}$, $\overline{BC}=\{-2,2,0\}$, $\overline{CA}=\{2,0,2\}$.

Задача 2
Даны векторы $\overline{AB}=\{1,-1,0\}$, $\overline{CD}=\{-2,1,3\}$.
Определить координаты точек A и D, если известно, что $B(2,1,-1)$, $C(1,-2,-2)$.
Ответ: $A(1,2,-1)$, $D(-1,-1,1)$.

Задача 3
Даны векторы $\mathbf{a}=\{2,2,-1,\}$, $\mathbf{b}=\{-1,1,1\}$ и $\mathbf{c}=\{1,0,-1\}$.
Определить координаты векторов $\mathbf{g}=2\mathbf{b}-\mathbf{a}+3\mathbf{c}$ и $\mathbf{h}=2\mathbf{c}-2\mathbf{a}-\mathbf{b}$.
Ответ: $\mathbf{g}=\{-1,0,0\}$, $\mathbf{h}=\{-1,-5,-1\}$.

Задача 4
Представить вектор $\mathbf{c}$ в виде линейной комбинации векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$, если:
1) $\mathbf{a}=\{2,3\}$, $\mathbf{b}=\{-1,1\}$ и $\mathbf{c}=\{5,5\}$;
2) $\mathbf{a}=\{-1,3\}$, $\mathbf{b}=\{4,2\}$ и $\mathbf{c}=\{7,7\}$.

Ответы:
1) $\mathbf{c}=2\mathbf{a}-\mathbf{b}$,
2) $\mathbf{c}=\mathbf{a}+2\mathbf{b}$.

Задача 5
Представить вектор $\mathbf{d}$ в виде линейной комбинации векторов $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ и $\mathbf{c}$, если:
1) $\mathbf{a}=\{2,-1,1\}$, $\mathbf{b}=\{1,1,0\}$, $\mathbf{c}=\{0,2,-1\}$ и $\mathbf{d}=\{2,-4,2\}$;
2) $\mathbf{a}=\{1,1,-1\}$, $\mathbf{b}=\{-1,0,1\}$, $\mathbf{c}=\{1,-2,0\}$ и $\mathbf{d}=\{0,0,1\}$.

Ответы:
1) $\mathbf{d}=2\mathbf{a}-2\mathbf{b}$,
2) $\mathbf{d}=2\mathbf{a}+3\mathbf{b}+\mathbf{c}$.

Задача 6 (*)
Даны векторы $\mathbf{a}=\{-5,2\}$, $\mathbf{b}=\{-5,4\}$ и $\mathbf{c}=\{-4,2\}$.
Подобрать числа α и γ так, чтобы векторы $\alpha\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ и $\gamma\mathbf{c}$ образовали треугольник, если начало вектора $\mathbf{b}$ совместить с концом вектора $\alpha\mathbf{a}$, а конец – с началом вектора $\gamma\mathbf{c}$.
Ответ: $\alpha=3$, $\gamma=-5$.

Задача 7
Определить, лежат ли на одной прямой линии точки $A(3,2,4)$, $B(4,6,5)$ и $C(1,-6,2)$.
Ответ: да, точки A, B и C лежат на одной прямой.

Задача 8
Пусть в декартовой прямоугольной системе координат вектор $\mathbf{a}=\{x,y,z\}$.
Доказать, что $x=\mathrm{Pr}_{Ox}(\mathbf{a})$, $y=\mathrm{Pr}_{Oy}(\mathbf{a})$, $z=\mathrm{Pr}_{Oz}(\mathbf{a})$.

Задача 9
Найти ортогональную проекцию точки $M(1,2,3)$ на ось Oz и на плоскость Oxy.
Ответ: ортогональная проекция точки M на ось Oz – это точка $M_z(0,0,3)$, на плоскость Oxy – это точка $M_{xy}(1,2,0)$.

Задача 10 (*)

Пусть в декартовой прямоугольной системе координат вектор $\mathbf{a} = \{x, y, z\}$.

Доказать, что направляющие косинусы $\cos(\alpha)$, $\cos(\beta)$ и $\cos(\gamma)$ вектора $\mathbf{a}$ удовлетворяют следующим соотношениям:

1) $\cos(\alpha) = \dfrac{x}{|\mathbf{a}|}$, $\cos(\beta) = \dfrac{y}{|\mathbf{a}|}$, $\cos(\gamma) = \dfrac{z}{|\mathbf{a}|}$;

2) $\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = 1$.