

**Задача 1**

Найти проекцию

- 1) точки  $M(9,7)$  на прямую линию  $L$ , заданную уравнением  $-3x + y = 0$ ;
- 2) точки  $M(2,5,-5)$  на плоскость  $S$ , проходящую через начало координат, направляющими векторами которой являются векторы  $\mathbf{x}_1 = \{1,1,2\}$  и  $\mathbf{x}_2 = \{2,1,0\}$ .

Ответы:

- 1)  $M'(3,9)$ ;
- 2)  $M'(4,1,-4)$ .

**Задача 2**

Матрица  $\mathbf{P} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$  называется *матрицей ортогонального проектирования на линейное подпространство, порождённое вектор-столбцами матрицы  $\mathbf{X}$* .

Доказать, что:

- 1) матрица  $\mathbf{P}$  является *симметричной* и *идемпотентной*, т.е.  $\mathbf{P}^T = \mathbf{P}$  и  $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$ ;
- 2) всякая симметричная идемпотентная матрица  $\mathbf{P}$  является матрицей ортогонального проектирования на линейное подпространство, порождённое её вектор-столбцами.

**Задача 3**

Координатами векторов  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  являются данные первого и второго столбцов таблицы 1 соответственно. Требуется найти неизвестный параметр  $b$ , при котором вектор  $\hat{\mathbf{y}} = b\mathbf{x}$  будет ближайшим к вектору  $\mathbf{y}$  вектором в линейной оболочке  $L(\mathbf{x})$ .

Ответ:  $b = 60$ .

Таблица 1. Цены на однокомнатные квартиры

Площадь (кв. м)	Цена (тыс. руб.)
40	2300
50	3200
60	3500

**Задача 4**

Координатами векторов  $\mathbf{x}_1$ ,  $\mathbf{x}_2$  и  $\mathbf{y}$  являются соответственно данные первого, второго и третьего столбцов таблицы 2. Требуется найти значения неизвестных параметров  $b_1$  и  $b_2$ , при которых вектор  $\hat{\mathbf{y}} = b_1 \mathbf{x}_1 + b_2 \mathbf{x}_2$  будет ближайшим к вектору  $\mathbf{y}$  вектором в линейной оболочке  $L(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ .

Ответ:  $b_1 = 50$ ,  $b_2 = 30$ .

Таблица 2. Цены на двухкомнатные квартиры

Жилая площадь (кв. м)	Площадь кухни (кв. м)	Цена (тыс. руб.)
50	10	3300
60	10	3000
70	20	4000

**Задача 5**

В таблице приведены данные о ценах на подержанные автомобили. Требуется оценить влияние возраста автомобиля на его цену.

Ответ: цена автомобиля снижается каждый год в среднем на 40 тыс. руб.

Таблица 3. Цены на автомобили

Возраст (количество лет)	Цена (тыс. руб.)
2	540
5	350
7	350