

Задача 1

Решить методом Гаусса следующие системы линейных уравнений:

$$1. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 = -2, \\ -2x_1 + x_2 - x_3 - 4x_4 = 2. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -8x_1 + 2x_2 - 5x_3 - x_4 = 4, \\ 7x_1 - x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -2. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} -6x_1 - 2x_2 - 5x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 - x_4 + 3x_5 = -1. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} -3x_1 - x_2 - 5x_3 + 5x_4 + 2x_5 = 4, \\ 3x_1 + 3x_3 - 6x_4 - 3x_5 = -3, \\ 3x_1 + 3x_2 + 9x_3 - 3x_4 = -6. \end{cases}$$

Ответы:

1. $x_1 = -1 - x_3 - x_4$, $x_2 = -x_3 + 2x_4$, x_3 и x_4 выбираются произвольно.
2. $x_2 = 2 + 3x_1 + 2x_3$, $x_4 = -2x_1 - x_3$, x_1 и x_3 выбираются произвольно.
3. $x_2 = -1 - x_1 - x_3$, $x_4 = 1 + 2x_1$, $x_5 = 1 - x_3$, x_1 и x_3 выбираются произвольно.
4. $x_1 = -1 - x_3 + 2x_4 + x_5$, $x_2 = -1 - 2x_3 - x_4 - x_5$, x_3 , x_4 , x_5 выбираются произвольно.

Задача 3 (*)

Дать геометрическую интерпретацию всех возможных ситуаций (т.е. когда решение существует и когда не существует), для следующей системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} A_1x_1 + B_1x_2 = C_1, \\ A_2x_1 + B_2x_2 = C_2, \end{cases} \text{ где } A_i^2 + B_i^2 > 0, \text{ для } i=1, 2.$$

Задача 4 (*)

Определить взаимное расположение плоскостей, заданных общими уравнениями:

$$1. \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 1, \\ x + 2y + 2z = 1, \\ x + y + 2z = 1. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 2x - z = 3, \\ 2y + 3z = 1, \\ 3y + 5z - x = 0. \end{cases} \quad 3. \begin{cases} -5x + 4y = 1, \\ 5y + 3z - 4x = 2, \\ 3y + 5z = 3. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} -x - y + 2z = 1, \\ 2z - x - y = 2, \\ 4z - 2x - 2y = 2. \end{cases}$$

Задача 5 (*)

Дать геометрическую интерпретацию всех возможных ситуаций (т.е. когда решение существует и когда не существует), для следующей системы линейных уравнений

$$\begin{cases} L_1 : \begin{cases} A_1x_1 + B_1x_2 + C_1x_3 = D_1, \\ A_2x_1 + B_2x_2 + C_2x_3 = D_2, \end{cases} \\ L_2 : \begin{cases} A_3x_1 + B_3x_2 + C_3x_3 = D_3, \\ A_4x_1 + B_4x_2 + C_4x_3 = D_4, \end{cases} \end{cases}$$

где $A_i^2 + B_i^2 + C_i^2 > 0$, для $i = \overline{1,4}$ и первая пара уравнений определяет прямую линию L_1 , а вторая пара – прямую линию L_2 .