Modelovanie časových rád z monitorovacieho systému Hawkular

Bc. Pavol Loffay[1]

3. decembra 2015

Abstrakt: Práca spracováva predikciu časových rád prevzatých z monitorovacieho systému Hawkular[a]. Tento systém dokáže monitorovať Java aplikácie, alebo fyzický hardvér na ktorom je spustený. Z množiny pozorovaných metrík bola vybratá vyťaženosť Java hromady (heap). Pre túto časovú radu boli zostrojené modely: *ARIMA* a exponenciálne vyhladzovanie. Ďalej bola demonštrovaná adaptívna filtrácia, ktorá pomocou algoritmu *LMS* vypočítala koeficienty *AR* modelu na generovaných dátach.

Kľúčové slová: Časová rada; ARIMA; LMS; Exponenciálne vyhladzovanie; Hawkular;

JEL klasifikácia: C53

[a]Dostupné na `http://www.hawkular.org`

1 Úvod

Monitorovanie dôležitých biznis aplikácii, medzi ktoré patria napríklad bankové systémy alebo rôzne servery, na ktorých bežia služby využívané 24/7 je veľmi dôležité. Väčšina monitorovacích systémov dokáže upozorniť administrátora na vyťaženie pri prekročení hraničnej hodnoty. V monitorovacom systéme Hawkular je možné zapnúť predikciu tak, že administrátor bude upozornený vopred ak by náhodou malo dôjsť k prekročeniu spomenutej hraničnej hodnoty. Použité modely časových rád v systéme Hawkular sú varianty exponenciálneho vyhladzovania. Modely *ARIMA* nemohli byť použité z dôvodu nestacionarity dát a náročnosti na výpočet – systém je schopný analyzovať aj niekoľko tisíc modelov naraz.

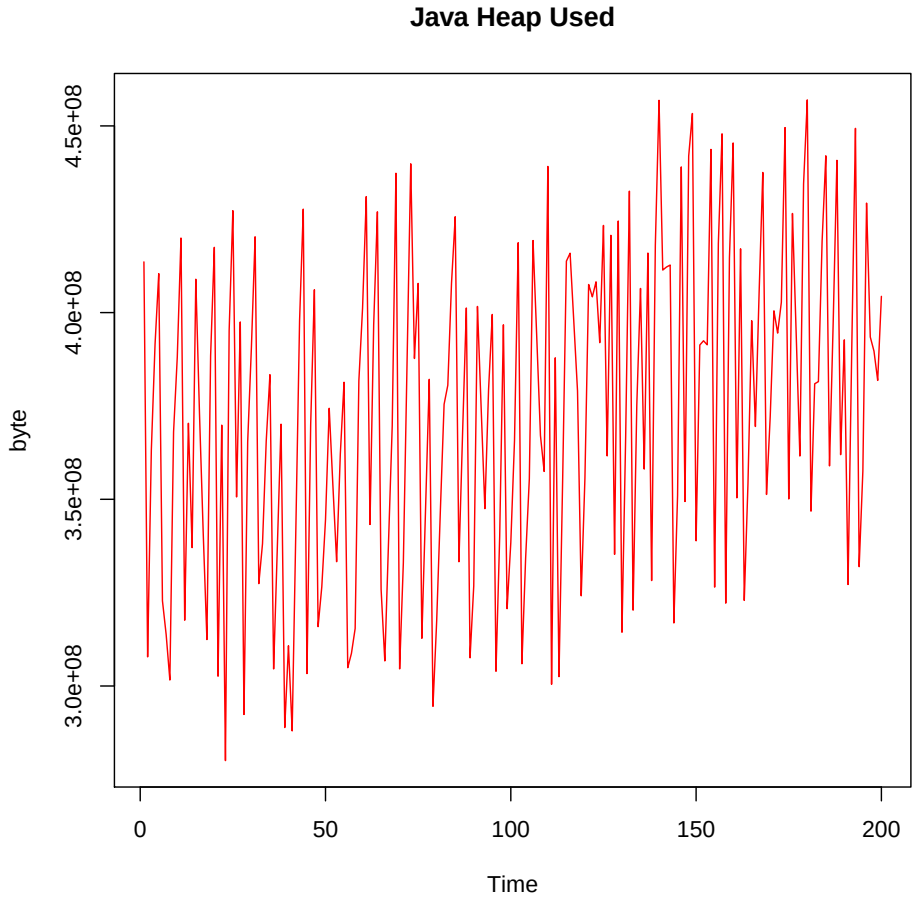
Táto práca sa zameria na konštrukciu optimálneho *ARIMA* modelu, ktorý následne porovná s exponenciálnym vyhladzovaním, konkrétne Holtovou metódou s lineárnym trendom. Následne bude demonštrovaná adaptívna filtrácia. Pre výpočetnú nenáročnosť bola použitá kombinácia exponenciálneho vyhladzovania a adaptívnej filtrácie v systéme Hawkular.

2 Identifikácia *ARIMA* modelu

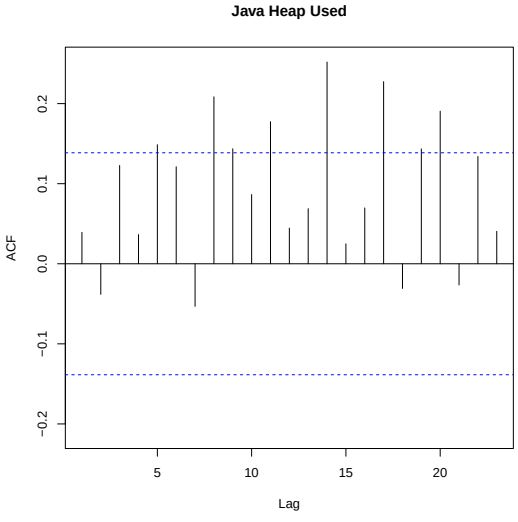
V tejto kapitole budeme analyticky identifikovať najvhodnejší *ARIMA* model, ktorý následne porovnáme s výsledkom funkcie `auto.arima` z balíka `forecast` v jazyku *R*.

[1]Masarykova univerzita, Fakulta informatiky, obor: Service Science Management Engineering, p.loffay@mail.muni.cz

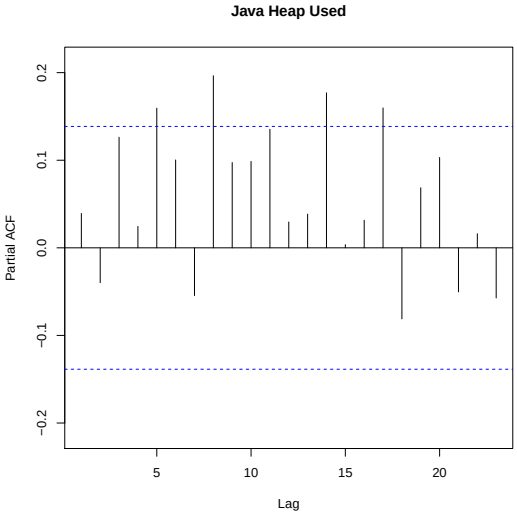
Začneme vykreslením časovej rady. Na obrázku 1 je možné vidieť, že časová rada obsahuje mierny lineárny trend, čo indikuje nestacionaritu. Vykreslíme autokorelačnú (skrátene *ACF*) a parciálnu autokorelačnú funkciu (skrátene *PACF*).



Obr. 1: Vyťaženosť Java Heap-u v čase.



(a) Autokorelačná funkcia.



(b) Parciálna autokorelačná funkcia.

Z grafu autokorelačnej funkcie 2a je vidieť, že hodnoty sú kladné, relatívne blízko nuly a neklesajú. Na grafe *ACF* taktiež nie sú prítomné periodicky posunuté vysoké hodnoty, ktoré by indikovali sezónnosť. Keďže hodnoty *ACF* so zvyšujúcim oneskorením neklesajú k nule rozhodli sme sa urobiť *ADF* test na testovanie stacionarity.

```
> adfTest(heap, lags = 0, type='nc');
Title:
 Augmented Dickey-Fuller Test
Test Results:
  PARAMETER:
    Lag Order: 0
  STATISTIC:
    Dickey-Fuller: -1.1436
  P VALUE:
    0.2508
```

Nulovú hypotézu *ADF* testu o prítomnosti jednotkového koreňa, na hladine významnosti 0.05 nezamietame. Z toho vyplýva, že naša časová rada je nestacionárna. Pre dôkladné overenie skúsime *KPSS* test, ktorého nulová hypotéza znie, že časová rada je stacionárna.

```
> kpss.test(heap);
KPSS Test for Level Stationarity
data:  heap
KPSS Level = 2.1652, Truncation lag parameter = 3, p-value = 0.01
```

Na hladine významnosti 0.05 by sme nulovú hypotézu zamietli. Oba testy nám ukázali, že časová rada nie je stacinárna. Následne môžeme pomocou *KPSS* testu testovať či je daná časová rada trend stacionárna.

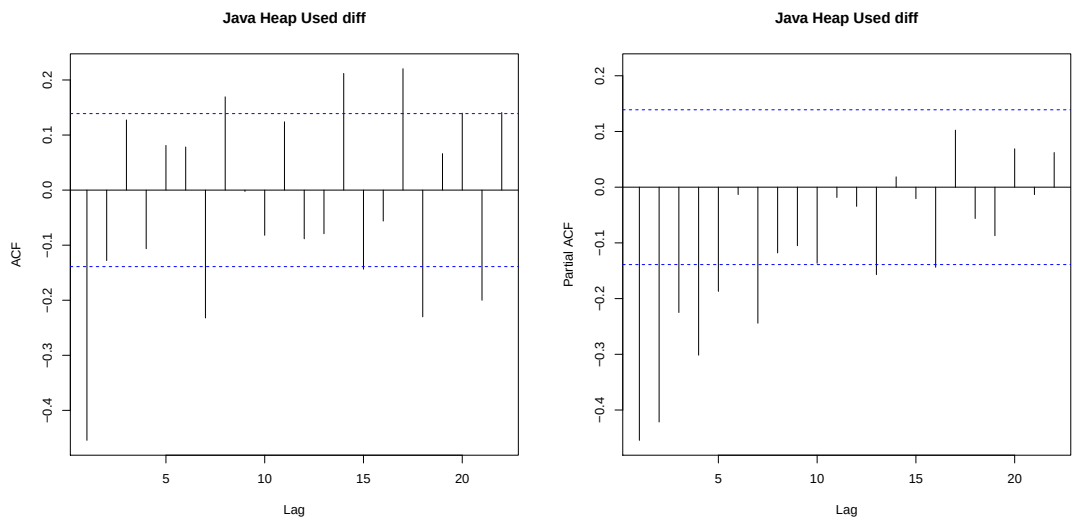
```
> kpss.test(heap, null='Trend');
KPSS Test for Trend Stationarity
data:  heap
KPSS Trend = 0.087693, Truncation lag parameter = 3, p-value = 0.1

> ndiffs(heap)
[1] 1

> diff = diff(heap)
```

Z výstupu je jasné, že rada je trend stacinárna takže nulovú hypotézu na hladine 0.05 nezamietame.

Časovú radu stacionarizujeme diferencovaním a pokračujeme vykreslením *ACF* a *PACF* upravenej časovej rady. Významný bod useknutia sa nám v oboch grafoch 3 nepodarilo nájsť. To indikuje, že výsledný model sa bude skladať z *AR* aj *MA* zložky. Teraz by sme mali hľadať krivku *U*, ktorá od nejakého bodu pripomína krivku v tvare lineárnych kombinácii klesajúcich geometrických postupností sinusoid s geometricky klesajúcimi amplitúdami [2]. Táto krivka v grafe *ACF* ani *PACF* nie je jednoznačne prítomná. Do modelu sme zahrnuli dve najväčšie hodnoty *PACF* (model *AR*) a jednu *ACF* (model *MA*). Výsledný model bude má tvar *ARIMA(2,1,1)*.



Obr. 3: *ACF* a *PACF* diferencovanej časovej rady.

Alternatívny spôsob voľby modelu je pomocou informačných kritérií. Tento spôsob je vhodný pre plne automatizované spracovanie [2] napríklad v ekonometrických softvéroch. K identifikácii modelu *ARMA(p, q)* sa pristupuje ako k minimalizácii funkcie 2.1.

$$(\hat{p},\hat{q}) = arg\ \min_{(k,l)} A(k,l) \tag{2.1}$$

A je vhodné kritérium pre výpočet ktorého musíme odhadnúť model *ARMA(k,l)*. Pri minimalizácii postupne inkrementujeme oba parametre k, l. Informačných kritérií existuje viac. V tejto práci sme zvolili Akaikovo informačné kritérium:

$$A(k,l) = AIC(k,l) = ln\hat{\sigma}^2_{k,l} + \frac{2(k+l+1)}{n} \tag{2.2}$$

Z rovnice 2.2 je zrejmé, že kritérium penalizuje veľké rády k a l. $\hat{\sigma}^2_{k,l}$ je smerodajná odchýlka reziduí modelu. Poďme si vypísať niekoľko kandidátov *ARIMA* modelov pomocou príkazu `auto.arima`.

```
> auto.arima(diff, approximation=FALSE, trace=TRUE, ic='aic', allowdrift=FALSE)
 ARIMA(2,1,2)                    : 7556.055
 ARIMA(0,1,0)                    : 7696.058
 ARIMA(1,1,0)                    : 7651.407
 ARIMA(0,1,1)                    : 7557.045
 ARIMA(1,1,2)                    : 7560.654
 ARIMA(3,1,2)                    : 7557.714
 ARIMA(2,1,1)                    : 7553.937
 ARIMA(1,1,1)                    : 7557.937
 ARIMA(3,1,1)                    : 7555.879
 ARIMA(2,1,0)                    : 7613.902

 Best model: ARIMA(2,1,1)
Series: diff
ARIMA(2,1,1)
Coefficients:
          ar1      ar2      ma1
      -0.0985  -0.1774  -0.9441
s.e.   0.0716   0.0716   0.0199
```

Ako je vidieť funkcia zvolila model *ARIMA(2,1,1)* ktorého *AIC* kritérium bolo najnižšie. Odhadnutý model môžeme zapísať v tvare:

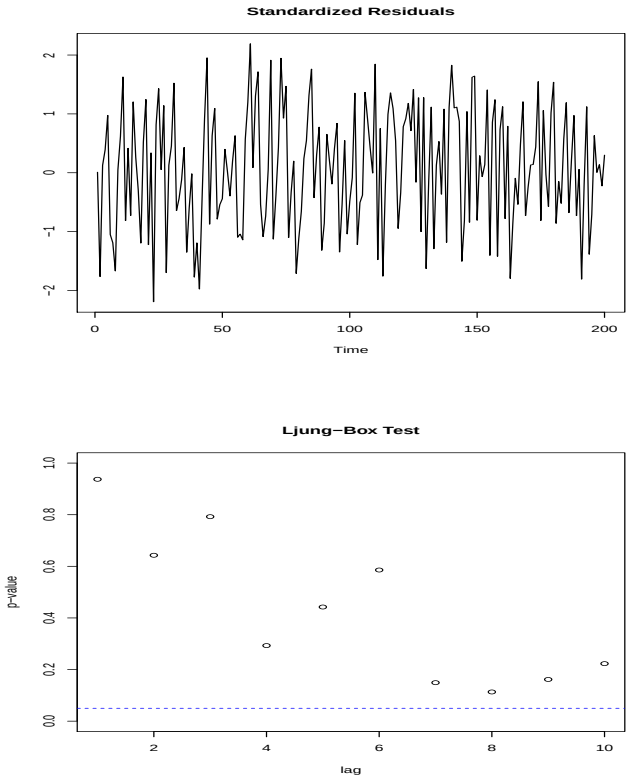
$$Y_t = -0.985Y_{t-1} - 0.1774Y_{t-2} - 0.9441\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.3}$$

Ukázali sme, že je možné skonštruovať správny *ARIMA* model aj analytickým spôsobom. Chcel by som však poznamenať, že voľbu modelu je lepšie prenechať overenému štatistickému softvéru.

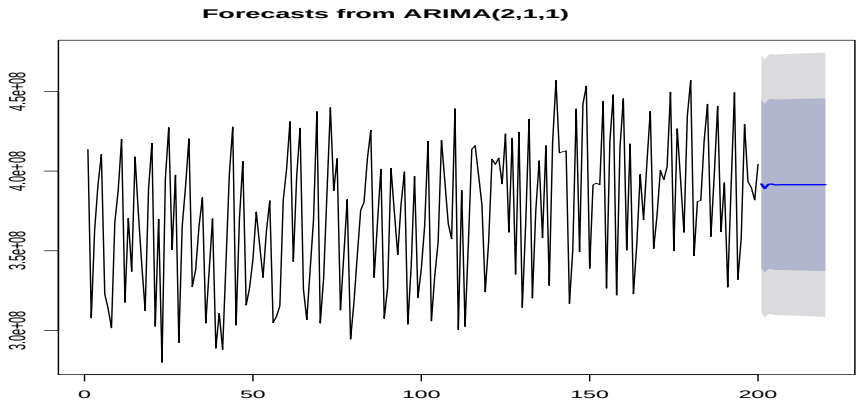
Po úspešnom odhade rádu modelu by sme chceli spomenúť ako sa počítajú jednotlivé koeficienty. Pre *AR* model platí, že sa dajú vypočítať pomocou *OLS* alebo Yule – Walkerových rovníc [1]. Výpočet koeficientov *MA* modelu je zložitejší a je možný pomocou rekurzívnej Levison – Durbin metódy. Odhadom presných parametrov modelu sa v tejto práci ďalej nebudeme zaoberať.

Na záver sa pozrieme na rezíduá odhadnutého modelu. Ak sme postupovali správne rezíduá by mali pripomínať biely šum a nemali by byť korelované (inakšie by sme ich vedeli modelovať). Toto tvrdenie si overíme Ljung – Box testom, ktorého nulová hypotéza hovorí o tom, že dáta sú nezávislé distribuované. Z grafu 4 môžeme prehlásiť, že nulovú hypotézu na hladine významnosti 0.05 nezamietame.

Na následujúcich grafoch si vykreslíme rezíduá modelu, ich autokorelačnú funkciu a p-hodnoty pre rôzne oneskorenia Ljung – Box testu.



Obr. 4: Rezíduá odhadnutého *ARIMA* modelu.



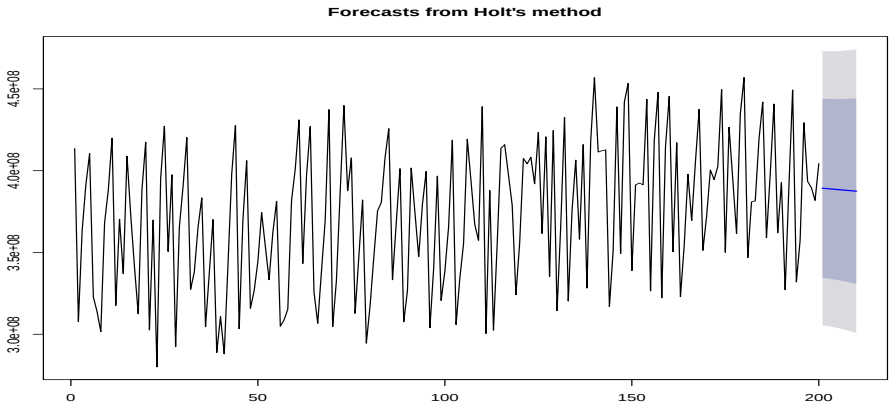
Obr. 5: ARIMA, predikcia na 20 krokov dopredu.

3 Exponenciálne vyhladzovanie – Holtova metóda

Zobecnením dvojitého exponenciálneho vyhladzovania je takzvaná Holtova metóda. Táto metóda používa dve vyrovnávacie konštanty: α pre vyrovnanie úrovne l_t a β pre vyrovnanie smernice b_t (lineárneho trendu). Výhoda tejto metódy je možnosť použitia v prúdovom spracovaní, kde nie je možné získať staré hodnoty časovej rady. Rovnice majú tvar 3.1. Parametre α, β patria do intervalu $\alpha, \beta \in (0,1)$. Pre exponenciálne vyhladzovanie platí, čím je hodnota parametra α menšia, tým väčšia váha je daná pozorovaniam zo vzdialenej minulosti.

$$\begin{aligned} \hat{y}_{t+h} &= l_t + hb_t \\ l_t &= \alpha y_t + (1-\alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= \beta(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \end{aligned} \tag{3.1}$$

V jazyku *R* použijeme funkciu *holt*, ktorá počíta predikciu na k krokov dopredu. Súčasťou funkcie je aj výpočet parametrov α a β.



Obr. 6: Holt, predikcia na 20 krokov dopredu.

4 Adaptívna filtrácia – *LMS* algoritmus

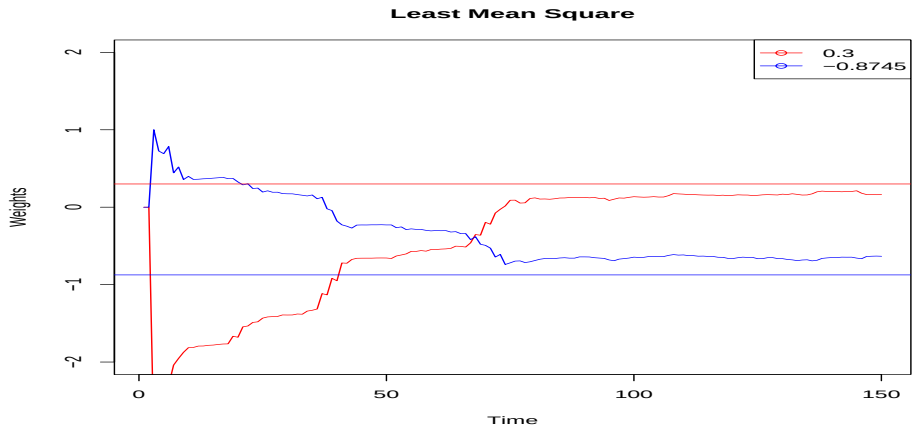
Odhad parametrov autoregresívneho modelu je možné vypočítať pomocou algoritmu *LMS* (Least Mean Square). Výpočet vektoru váh je uvedený v rovnici 4.1. Chyba e je rozdiel súčasnej hodnoty časovej rady s odhadnutou pomocou váh *LMS*. S väčším počtom pozorovaní je výpočet váh presnejší. Algoritmus má nevýhodu v tom, že musíme dopredu odhadnúť parameter α. Toto býva väčšinou problém a preto sa volí buď normalizovaná verzia alebo algoritmus *RLS* (Recursive Least Square), ktorý tento parameter neobsahuje. V porovnaní *RLS* algoritmus konverguje rýchlejšie ale je výpočetne náročnejší.

$$w(t+1) = w(t) + \alpha * e(t) * x(t) \tag{4.1}$$

Funkčnosť algoritmu budeme demonštrovať na generovaných dátach, pri ktorých vieme aký proces ich generoval. Takto budeme môcť výsledky overiť s výstupom s *LMS* algoritmu.

```
n = 1500;
series = arima.sim(n, model=list(ar=c(0.3, -0.8745)), rand.gen=rnorm);
result = lms(series, alpha, AR);
"Estimated weights"
[1]  0.3397577 -0.8287951
```

Z uvedeného výstupu z R vidíme že časová rada bola generovaná pomocou $y = 0.3 * y_{t-1} - 0.8745 * y_{t-2}$ a na vstupe boli hodnoty z normálneho rozdelenia so strednou hodnotou 0 a smerodajnou odchýlkou 1. Na grafe 7 je vidieť priebeh výpočtu váh v čase.



Obr. 7: Priebeh výpočtu váh *AR* procesu pomocou *LMS* algoritmu.

5 Záver

Na záver by som porovnal kvadratickú sumu chýb (*SSE*) oboch modelov. Pre model *ARIMA* vyšla chyba $3.377059 * 10^{17}$ a pre Holtovu metódu $3.657135 * 10^{17}$. Vidíme, že rozdiel nieje významne odlišný. Ak opticky porovnáme grafy 5, 6 vidíme, že exponenciálne vyhladzovanie strmšie klesá.

Voľba vhodného modelu niekedy nezávisí len na najmenšej chybe predpovedi. Niekedy je nutné voliť výpočetne nenáročný model, aby bolo možné spracovávať napríklad obrovské množstvo časových rád paralelne.

Výsledky adaptívnej filtrácie ukázali, že je možné vypočítať parametre *AR* modelu pomocou jednoduchých algoritmov ako je napríklad *LMS* ak máme dostatočne veľký počet pozorovaní. Kombináciou adaptívnej filtrácie a exponenciálneho vyhladzovania by sme mohli dospieť k zaujímavému modelu, ktorý by mohol mať dobré prediktívne vlastnosti a nízku výpočetnu náročnosť.

Poďakovanie

Na záver by som chcel poďakovať Ing. Danielovi Němcovi, Ph.D. za návrh na vypracovanie tejto témy a za veľmi príjemné a užitočné konzultácie. Ďalej by som chcel poďakovať Ester Železňákovej za gramatickú korektúru textu.

Literatúra

[1] Brockwell, P.; Davis, R.: *Time Series: Theory and Methods*. Praha: Springer-Verlag New York, 2009, ISBN 978-0-387-97429-3.

[2] Tomáš, C.: *Finanční ekonometrie*. Ekopress, 2008, ISBN 978-80-86929-43-9.

A Prílohy

- Zdrojové súbory v jazyku R v adresári `scripts`
- Dáta analyzovanej časovej rady v adresári `scripts`
- Zdrojový text tejto správy v LaTeX – e