Лабораторная работа # 3

Предполагаемый язык выполнения лабораторных работ Python 3. Лабораторные работы выполняются студентами индивидуально или в группах по 2-3 человека (по желанию).

1 Задание

1. Реализуйте симплекс-метод для решения задач линейного программирования. Для тестирования можно использовать варианты, приведенные ниже.
   Должна быть возможность запустить сиплекс-метод для произвольной задачи.

2 Список литературы

1. http://www.itlab.unn.ru/uploads/opt/optBook1.pdf

2. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации : учебное пособие Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/9304

3. Струченков, В.И. Методы оптимизации в прикладных задачах : учебное пособие Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/13781

3 Вопросы на защиту

1. Общая и каноническая форма задачи линейного программирования.

2. Методы естественного базиса. Метод искусственного базиса.

3. Доказать, что ОДР (область допустимых решений) является выпуклым множеством.

4. Может ли ОДР в задаче линейного программирования состоять из одной единственной точки? Если да, то привести пример.

5. Графический метод решения задачи линейного программирования. Используя графический метод, найти решение задачи линейного программирования:

$$f(x) = -3x_1 - 2x_2 \to min$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 7, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

6. Найти все базиси системы равенств и соответствующие им базисные решения:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

7. В данной системе ограничений выразить базисные переменные указанного базисного допустимого решения $\bar{x} = (1, 2, 0)^T$ через небазисные:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3 \end{cases}$$

8. Исследовать на оптимальность решение $\bar{x} = (0, 0, 1, 1)^T$ задачи:

$$f(x) = x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 \to min,$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 + x_4 = 1, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

4 Варианты для тестирования

1.
$$f(x) = -6x_1 - x_2 - 4x_3 + 5x_4 \to min,$$
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 5x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$
В качестве исходного базисного допустимого решения можно взять точку: $\bar{x} = (1, 0, 0, 1)^T$.

2.
$$f(x) = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 \to min,$$
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$
В качестве исходного базисного допустимого решения можно взять точку: $\bar{x} = (0, 1, 1, 0)^T$.

3.
$$f(x) = -x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 \to min,$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_4 + x_5 = 5, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 9, \\ x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 6x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5. \end{cases}$$
В качестве исходного базисного допустимого решения можно взять точку: $\bar{x} = (0, 0, 1, 2, 1)^T$.

4.
$$f(x) = -x_1 - x_2 - x_3 + x_4 - x_5 \to min,$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x3 = 4, \\ -2x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = -6, \\ x_1 - x_2 + 6x_3 + x_4 + x_5 = 12x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5. \end{cases}$$
В качестве исходного базисного допустимого решения можно взять точку: $\bar{x} = (1, 1, 2, 0, 0)^T$.

5.
$$f(x) = -x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 10x_4 \to min,$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 10x_4 = 0, \\ x_1 + 14x_2 + 10x_3 - 10x_4 = 11, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

6.

$$f(x) = -x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 \to min,$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 3, \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 \leq 4, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

.

7.

$$f(x) = -x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 \to min,$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 10, \\ 6x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 20, \\ 10x_1 + x_2 + 3x_3 + 6x_4 - 7x_5 = 30, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5. \end{cases}$$

.