

I - Modelo de Sistema

Adota-se um sistema Multiusuários Massivo (MIMO Massivo), que estabelece a comunicação entre uma estação base (BS - *Base Station*) com M antenas e K usuários. Neste trabalho, é assumido a comunicação downlink onde os usuários enviam informações para a BS. Neste sistema a matriz de ganho do canal definida pela matriz \mathbf{G} , de dimensão $M \times K$, depende da quantidade de antenas e usuários. Assim, a informação recebida na BS de todos usuários é dada por:

$$\mathbf{y} = \sqrt{P_u} \cdot \begin{bmatrix} g_{1,1} & g_{1,2} & \cdots & g_{1,k} \\ g_{2,1} & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m,1} & g_{m,2} & \cdots & g_{m,k} \end{bmatrix} \cdot [x_1, x_2, \dots, x_k] + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_m \end{bmatrix} \quad (1)$$

Reescrevendo a equação (2), temos:

$$\mathbf{y} = \sqrt{P_u} \mathbf{G}_x \mathbf{x}_k + \mathbf{n} \quad (2)$$

Onde P_u é a potência média transmitida por cada usuário e \mathbf{G}_x é a matriz de ganho do canal e \mathbf{x}_k é o vector de símbolos e \mathbf{n} é o ruído térmico. A matriz de ganho do canal \mathbf{G}_x é constituída pelas colunas representando usuários e as alinhas constitui as antenas. Por convenção, adotamos uma variância do ruído de 1 permitindo adotar \mathbf{p}_u como a (SNR) (Potência relativa do sinal e do ruído) normalizada. Assim, o coeficiente g_{mk} pode ser lido como:

$$g_{mk} = h_{mk} \sqrt{\beta_k}, m = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

Onde h_{mk} é o coeficiente de desvanecimento do k -ésimo usuário pelo m -ésima antena da estação base e β_k é a perda percurso da intensidade do sinal do usuário através do canal. Assumindo que a distância entre os usuários e a estação base é muito maior que entre as antenas e o valor de β_k diminuí lentamente, temos:

$$\mathbf{G} = \mathbf{H} \sqrt{\mathbf{D}} \quad (4)$$

Onde \mathbf{H} é a matriz de desvanecimento e \mathbf{D} é a matriz quadrada diagonal de dimensão K , tal que $[\mathbf{D}]_{kk} = \beta_k$. O sistema MIMO-Massivo com uma grande quantidade de antenas são caracterizados com uma propagação favorável, ou seja, com uma quantidade massiva de antenas, é possível reduzir a potência de transmissão para os usuários ao mesmo tempo que é mantido a qualidade de serviço. Portanto, definimos:

$$M \geq K \geq 1 \quad (5)$$

Associado a tecnologia de múltiplas antenas, temos os algoritmos de detecção que são responsáveis por recuperar o sinal transmitido pelo transmissor. O desempenho ótimo de um detector é alcançado executando-se uma busca exaustiva entre todas as soluções possíveis, na busca de uma solução que maximize

a função de verossimilhança do sinal original. Neste trabalho, é considerado a análise dos detectores lineares MRC (*Maximal Ratio Combining*), ZF (*Zero Forcing*) e MMSE (*Minimum Mean Squared Error*). Dessa forma, o sinal estimado pelo detector é dado por:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{A}^H \mathbf{y} \quad (6)$$

Onde a matriz \mathbf{A} é o próprio algoritmo detector linear e os detectores são definidos por:

a) MRC - (*Maximal Ratio Combining*)

$$\mathbf{A} = \mathbf{G} \quad (7)$$

b) ZF - (*Zero Forcing*)

$$\mathbf{A} = \mathbf{G}(\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-1} \quad (8)$$

c) MMSE - (*Minimum Mean Squared Error*)

$$\mathbf{A} = \mathbf{G}(\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \frac{1}{p_u} \mathbf{I}_k)^{-1} \quad (9)$$

Logo, das equações (2) e (6) a matriz de sinal estimada pelo detector linear:

$$\tilde{\mathbf{y}} = A^H \sqrt{P_u} \mathbf{G}_x + \mathbf{A}^H \mathbf{n} \quad (10)$$

Considerando $\tilde{\mathbf{y}}_k$ e \mathbf{x}_k a m -ésima antena da matriz (11), temos:

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \sqrt{p_u} \mathbf{a}_k^H \mathbf{g}_k x_k + \sqrt{p_u} \sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbf{a}_k^H \mathbf{g}_i x_i + \mathbf{a}_k^H \mathbf{n} \quad (11)$$

Onde \mathbf{a}_k e \mathbf{g}_k são as k -ésimas colunas das matrizes \mathbf{A} e \mathbf{G} , respectivamente. Como a matriz de ganho do canal \mathbf{G} é fixa, então o valor da potência de interferência mais ruído entre os usuários da matriz de ganho do canal é dado por:

$$p_u \sum_{i=1, i \neq k}^K |\mathbf{a}_k^H \mathbf{g}_i|^2 + \|\mathbf{a}_k\|^2 \quad (12)$$

Considerando um número muito grande de realizações na modelagem do sistema, a taxa desejável de *uplink* do k -ésimo usuário é:

$$R_k = E \left\{ \log_2 \left(1 + \frac{p_u |\mathbf{a}_k^H \mathbf{g}_k|^2}{p_u \sum_{i=1, i \neq k}^K |\mathbf{a}_k^H \mathbf{g}_i|^2 + \|\mathbf{a}_k\|^2} \right) \right\} \quad (13)$$

Portanto, da equação (13) temos a Eficiência Energética do sistema:

$$n^A = \frac{1}{p_u} R_p \quad (14)$$

II - Aspectos Gerais de Otimização

A - Definição de Otimização

A otimização é definida com o ato obter os melhores resultados em um determinada situação, ou seja, o objetivo é minimizar esforço e maximar o lucro. Exemplos:

1. Melhorar a potência de um motor, por um mínimo de consumo.
2. Redução do peso (ou custo) de uma estrutura, ou aumento de eficiência dos elementos estruturais.
3. Determinar o melhor caminho para se chegar a um local.

Dessa forma, podemos modelar a situação problema com as condições e os objetivos em uma função de múltiplas variáveis:

$$S = (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) \quad (15)$$

B - Função Custo

Função custo ou objetivo é a expressão de um conjunto de variáveis de um projeto. A função modela as limitações protótipo e aloca os recursos estratégicos. Definimos genericamente, a função como:

$$F(x) = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) + \dots + \alpha_n f_n(x) \quad (16)$$

Onde f_n é a função que mede o recurso ou condição estratégia do protótipo e α_n define o peso da própria função. Considerando a identificação do projeto de pesquisa e aplicando (16), redefinimos a função objetiva:

$$F(x) = f_{se}(x) + f_{ee}(x) \quad (17)$$

Onde f_{se} está relacionada a eficiência espectral do sinal (*Spectral Efficiency*) e f_{ee} é a eficiência energética (*Energy Efficiency*).

C - Restrições

As restrições de um projeto, são as variáveis que limitação a sua execução, isto é, são requisitos básicos que permitem a realização do projeto. Logo, definir as restrições é essencial para assegurar a viabilidade do projeto e atingir resultados satisfatórios. Considerando a equação (17), iremos aplicar as restrições necessárias:

Considerando que a Relação sinal-ruído (*Signal-to-Noise*) de cada usuário é definido por SNR_i e o valor ótimo da Relação sinal-ruído para cada usuário é definido por SNR^* . E também considerando a taxa de erro de bit (*Bit Error Rate*) de cada usuário como BER_i e o valor mínimo aceitável de erro para um comunicação estável como BER^* . Por fim, a soma das potências de todos os usuários do sistema é $\sum_{i=1}^k p_i$ e P_t é a potência total ou máxima que o sistema dispõem.

Portanto, definimos as restrições do projeto:

$$\left\{ \begin{array}{l} SNR_i \geqslant SNR^* \\ BER_i \leqslant BER^* \\ \sum_{i=1}^k p_i \leqslant P_t \end{array} \right. \quad (18)$$

D - Convexidade

Definida uma figura geométrica (α), na qual todos e quais queres pares de pontos estarão contido no conjunto α , essa figura é denominada convexa.

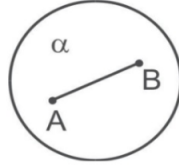


Figura 1: Exemplo de um polígono convexo

Atribuí-se o temos convexidade em otimização para as soluções polinomiais que estão contidas dentro das restrições atribuídas, isto é, os valores ótimos encontrados são factíveis.

E - Máximos/Mínimos globais e locais

Definimos um ponto crítico ou estável, como um ponto no domínio da um função onde a primeira derivada é nula, ou seja, os pontos $(x_0, y_0) \in \mathbf{D}$ f tais que $f_x(x_0, y_0) = 0$ e $f_y(x_0, y_0) = 0$.

Por definição, nos "pontos críticos", são quando podemos mover ligeiramente perto dessa entrada, e o valor da função não muda significativamente. Em funções com múltiplas variáveis, quando as derivadas parciais forem zero em um ponto é o mesmo que dizer que o gradiente neste ponto é o vector zero $\nabla f_{(x_0, y_0)} = 0$.

O ponto (x_0, y_0) é um ponto de máximo absoluto de f se $f(x, y) \leqslant f_{(x_0, y_0)}$ para todo (x, y) pertencente ao domínio da função, ou seja, é o maior valor que a função pode alcançar. E também o ponto (x_0, y_0) pode ser o mínimo absoluto de f se $f(x, y) \geqslant f_{(x_0, y_0)}$ para todo (x, y) pertencente ao domínio.

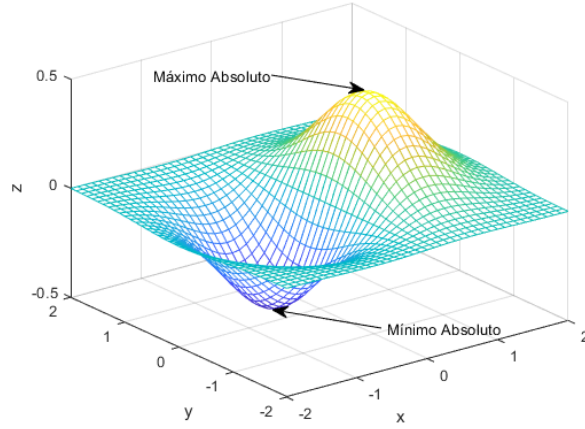


Figura 2: Exemplo de ponto máximos e mínimo absoluto.

Analisando a figura (2), é possível criar uma restrição traçando um circunferência (β) de raio $R > 0$. Logo, a partir dessa restrição teremos duas novas nomenclaturas:

1. O ponto (x_0, y_0) é um ponto de máximo relativo se existir $R > 0$ tal que $f(x, y) \leq f(x_0, y_0)$ para todo $(x, y) \in \beta((x_0, y_0), R) \cap Df$.
2. O ponto (x_0, y_0) é um ponto de mínimo relativo se existir $R > 0$ tal que $f(x, y) \geq f(x_0, y_0)$ para todo $(x, y) \in \beta((x_0, y_0), R) \cap Df$.

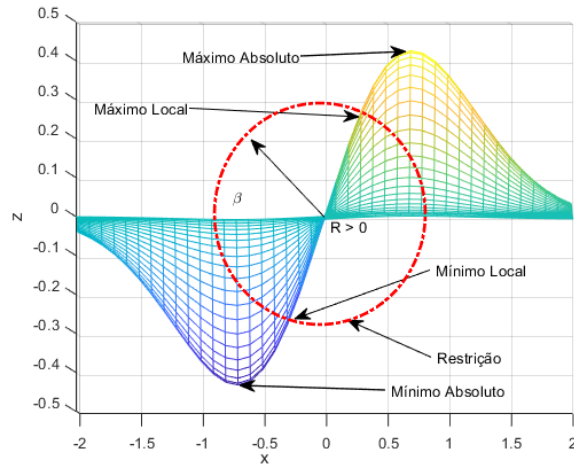


Figura 3: Exemplo de ponto máximo e mínimo relativos.

F - Hessiano

A "matriz hessiana" de um função de várias variáveis $f(x, y, z, \dots)$ organiza as derivadas parciais de Segunda Ordem em uma Matriz:

$$\mathbf{H}_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} & \cdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} & \cdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

A matriz hessiana é aplicada para encontrar o máximo ou mínimo de um função de várias variáveis. Logo, definimos que:

Se $\mathbf{H} < 0$, então podemos ter o máximo ou o mínimo absoluto da função. Os mínimos e máximos locais podem ser encontrados aplicando a derivada parcial de segunda ordem, ou seja, se $F_{xxx}(x_0, y_0, z_0) < 0$, então temos um ponto de máximo local, caso contrário se $F_{xxx}(x_0, y_0, z_0) > 0$, temos um ponto de mínimo local.

G - Métodos Analíticos de Programação Linear

No processo de desenvolvimento de um projeto, em são definidos as variáveis de entrada e saída, os métodos analíticos são estruturados em fórmulas matemáticas precisas, assim os resultados obtidos são considerados exatos ou teóricos. Essas equações estão disponíveis nas literaturas clássicas de Física, Química e Engenharia. Considerando o métodos analítico, a programação linear será aplicável a desafios em que a função custo e as restrições resultam em funções lineares com múltiplas variáveis. Logo, objetiva-se a validação em demonstrar que um determinado caminho resultante do método analítico atende as necessidades do problema, ou seja, garantir que as equações de restrições que podem estar em forma de igualdades ou desigualdades, serão atendidas. Podemos de forma genérica o método analítico como:

$$\begin{cases} \text{Maximize} & F(x) = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_1 f_1(x) + \dots + \alpha_n f_n(x) \\ \text{Minimize} & F(x) = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_1 f_1(x) + \dots + \alpha_n f_n(x) \end{cases} \quad (19)$$

H - Método Heurístico

Em otimização, os algoritmos heurísticos ou de aproximação é caracterizados por parâmetros de otimização estocásticos ou caóticos, em outras palavras, não obedecem uma formulação matemática exata. Logo, esse método tem como objetivo a aproximação do resultado, dessa forma esses algoritmos tem-se a ser velozes no seu processamento matemáticos pois realizam as pesquisar por meio da quantificação. Nesse trabalho, apresenta-se dois algoritmos estruturados em comportamentos de inteligência coletiva, ou seja, replicando o comportamento

natural de espécies dentro de um bioma, resultou-se em bio-algoritmos que copiam, na busca de melhores resultados, o coletivo de uma determinada espécie. Em suma, a proposta é utilizar a programação heurística comparando e/ou convertendo em um método analítico.

I - Algoritmo Particle Swarm Optimization

O algoritmo enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization*) ou PSO, baseia-se no comportamento de uma colônia, podendo ser um enxame de formigas, abelhas, vespas etc...

Desse forma, o algoritmo aplica a inteligência do indivíduo associado a coletividade do enxame. Considerando os indivíduos distribuídos aleatoriamente dentro do espaço de busca, assim o movimento e a velocidade resulta no deslocamento em busca do valor ótimo da função. Definimos a movimentação do indivíduo como:

$$S_i(t) = S_i(t-1) + v_i(t-1) \quad (20)$$

Onde $S_i(t)$ é a posição no movimento t e $v_i(t-1)$ é a velocidade de deslocamento do indivíduo. Após o laço de busca, os resultados obtidos são comparados e o indivíduo descola-se em direção aos valores ótimos. Na comparação dos resultados e adicionando à velocidade de todos os indivíduos do enxame, é criado um vetor de descolamento para as direções promissoras, essa análise é definida por:

1. Se caso o valor encontrado pelo indivíduo for melhor que o valor do coletivo ($S_i > P_{coletivo}^{best}$), então:

$$V_i(t) = V_i(t-1) - rand() \phi_2 \quad (21)$$

2. Caso contrário, o valor do indivíduo é inferior ao coletivo ($S_i < P_{coletivo}^{best}$), então:

$$V_i(t) = V_i(t-1) + rand() \phi_2 \quad (22)$$

Onde ϕ_2 é a constante de intensidade do descolamento coletivo, isto é, o quando o indivíduo confia no resultados de seus vizinhos e $rand$ é a operação matemática caótica que varia entre $[0, 1]$. Cria-se também um vetor para o descolamento da própria partícula que é dado por:

1. Se caso o valor encontrado pelo indivíduo for melhor que o valor do coletivo ($S_i > P_{coletivo}^{best}$), então:

$$V_i(t) = V_i(t-1) - rand() \phi_1 \quad (23)$$

2. Caso contrário, o valor do individuo é inferior ao coletivo ($S_i < P_{coletivo}^{best}$), então:

$$V_i(t) = V_i(t-1) + rand() \phi_1 \quad (24)$$

Onde ϕ_a é a constante de intensidade do descolamento local, ou seja, o individuo confia em si mesmo, atribui-se um grau de independência.

Portanto, aplicando as equações (21,22,23,24), temos:

$$V_i(t+1) = \omega S_i(t) + \phi_1 rand_i() (P_i^{best}(t) - P_i(t)) + \phi_2 rand_{i,2}() (P_{coletivo}^{best}(t) - P_i(t)) \quad (25)$$

Assim, o algoritmo *PSO* é definido por:

$$P_i(t) = P_i(t-1) + V_i \quad (26)$$

Onde ω é o coeficiente de inércia, isto é, evita que o indivíduo mantenha-se parado.

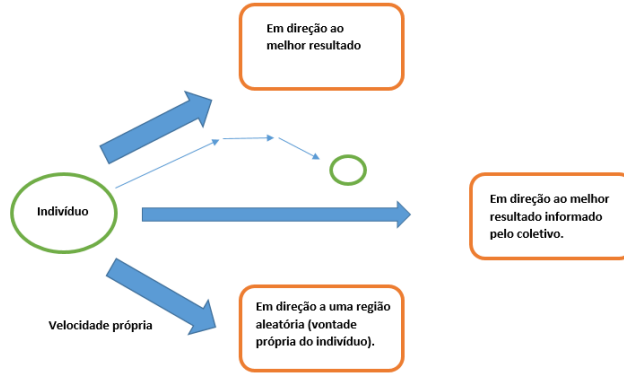


Figura 4: Esquema de movimentação do indivíduo.

Portanto, o algoritmo é caracterizado por três laços básicos:

1. Análise do resultado individual.
 2. Comparação de todos os resultados coletados.
 3. Atualização da velocidade e posição do enxame.
- Esses passos são cumpridos até uma condição de parada seja alcançada.

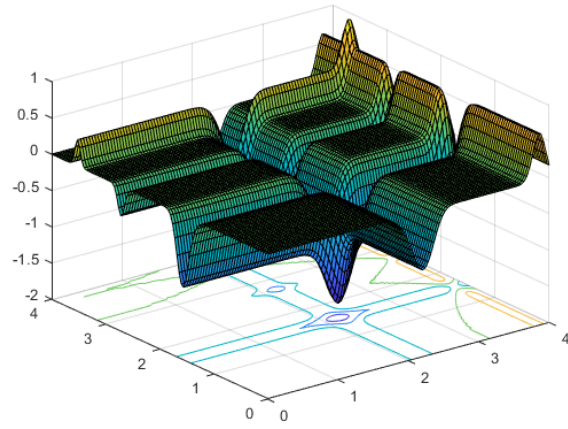


Figura 5: Vista frontal do espaço de busca.

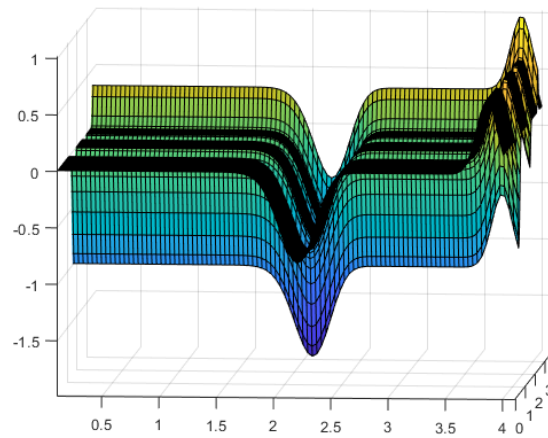


Figura 6: Vista lateral do espaço de busca.

Considerando o espaço de busca (5) e (6). Aplica-se variações de parâmetro na busca do menor valor da função.

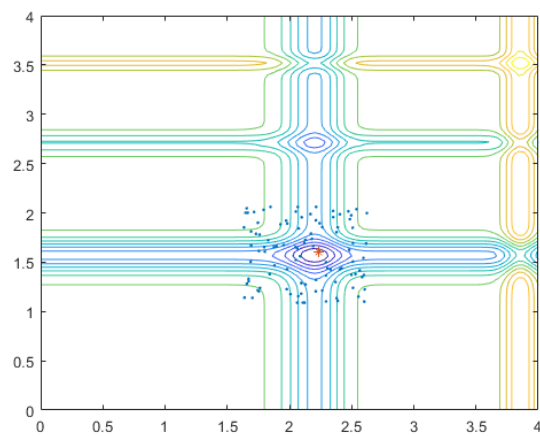


Figura 7: $\phi_1 = 1.0$ e $\phi_2 = 0.5$

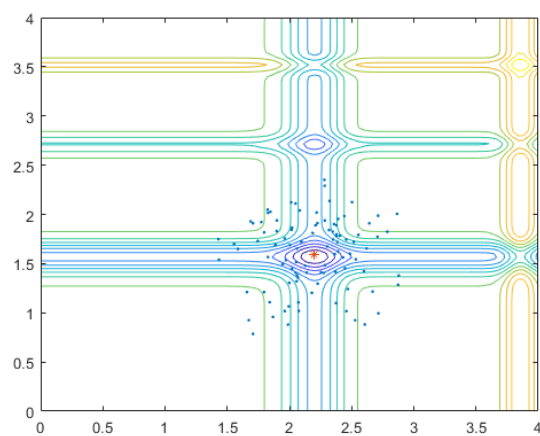


Figura 8: $\phi_1 = 1.0$ e $\phi_2 = 1.0$

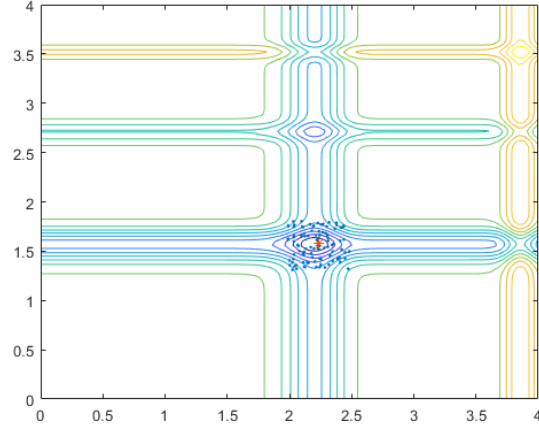


Figura 9: $\phi_1 = 0.5$ e $\phi_2 = 0.5$

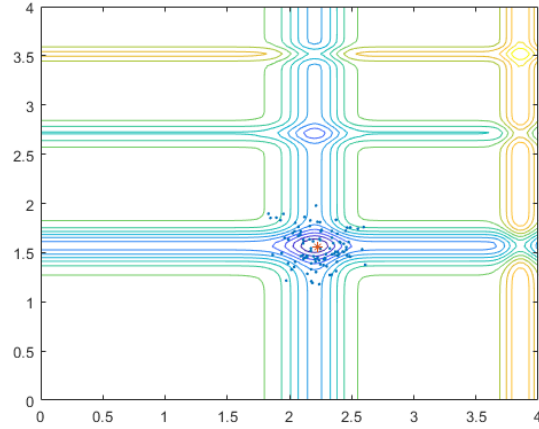


Figura 10: $\phi_1 = 0.5$ e $\phi_2 = 1.0$

Considerando os resultados obtidos nos gráficos (7), (8), (9) e (10) é possível a diferença que alter os valores de ϕ_1 e ϕ_2 causa na espaço percorrido pelo enxame. Logo, o aumento do valor de ϕ_2 faz com que enxame converge a uma região mais rapidamente, evitando assim um grande deslocamento. Já alterando o parâmetro ϕ_1 o individuo ganha maior liberdade e isso faz com que o enxames se distribua pelo espaço.

J - Algoritmo Fire-Fly

O algoritmo do vaga-lume está relacionado as característica de bioluminescência dos vagalumes, em outras palavras, é a forma cada vaga-lume utilizar sua própria bioluminescência para se comunicação com os demais vaga-lumes do enxame. Logo, para evitar possíveis erros de análises (*bug*) foram idealizadas três regras:

1. Vagu-lumes são assexuados, assim não há critério de favoritismo para atração do individuo.
2. A atratividade está relacionado ao brilho emitido pelo vaga-lume e é inversamente proporcional ao aumento da distância entre os vaga-lumes devido a absorção da luz pelo meio.
3. Determina-se o brilho emitido por um vaga-lume pela sua função objetiva, ou seja, a intensidade é proporcional a necessidade do recurso atribuída a função objetivo.

Logo, a intensidade da luz percebida por um vaga-lume é:

$$I(r) = I_0 e^{-\gamma^2} \quad (27)$$

Onde I_0 é a intensidade da luz emitida, i é o vaga-lume mais brilhante e j é o menos brilhante, γ é a absorção da luz pelo meio e r é distância entres os vaga-lumes i e j . A distância Euclidiana entre os dois vaga-lumes na posições x_i e x_j é dado por:

$$r_{(i,j)} = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{(i,k)} - x_{(j,k)})^2} \quad (28)$$

Onde $r(i, j)$ é a distância entre dos vaga-lumes, x_i é a localização atual de um vaga-lume, sendo $x_{(i,j)}$ o k -ésimo componente da coordenada espacial x_i do i -ésimo vaga-lume e d é o número dimensões do espaço.

$$\beta(r) = \beta_0 e^{-\gamma^m} \quad (29)$$

Onde β_0 é a atratividade inicial com a distância $r = 0$ e γ é o coeficiente de absorção da luz.

$$x_i = x_i + \beta_0 e^{-\gamma_{(i,j)}^2} (x_j - x_i) + \alpha(rand() - \frac{1}{2}) \quad (30)$$

Onde $\beta_0 e^{-\gamma_{(i,j)}^2} (x_j - x_i)$ é a atratividade de um vaga-lume vista por um vagalumes adjacentes, $\alpha(rand() - \frac{1}{2})$ representa o movimento aleatório de um vaga-lume no caso de não existir nenhum outro vaga-lume mais brilhante, α é o fator de aleatoriedade.

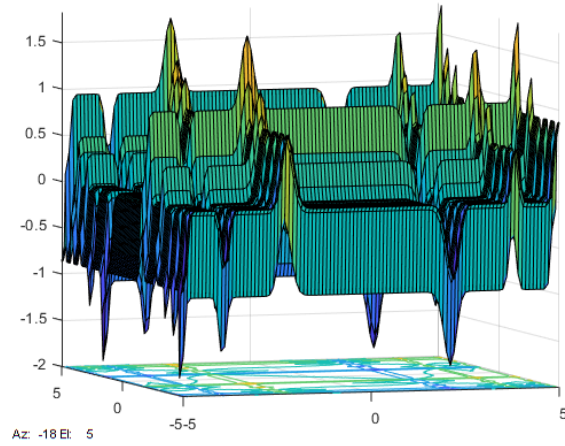


Figura 11: Vista frontal do espaço de busca.

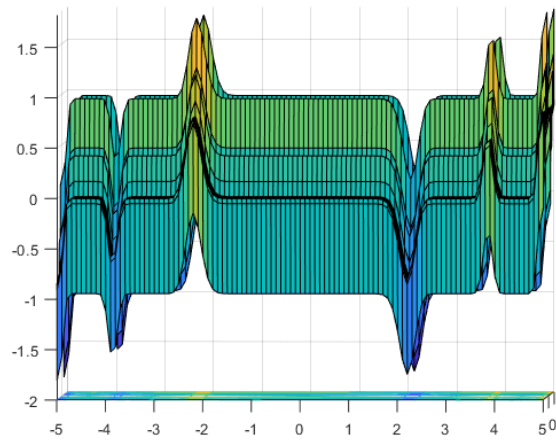


Figura 12: Vista lateral do espaço de busca.

Considerando o espaço de busca, representado pelas figuras (11) e (12), aplicamos a variação do parâmetro do (γ) e encontramos os resultados:

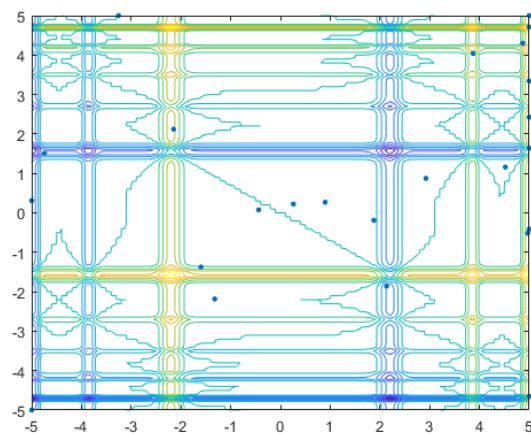


Figura 13: Algoritmo do Vagalume $\gamma = 2.0$ e $\alpha = 1.0$

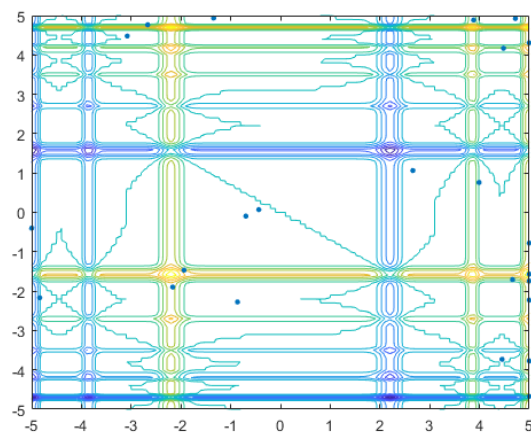


Figura 14: Algoritmo do Vagalume $\gamma = 1.0$ e $\alpha = 1.0$

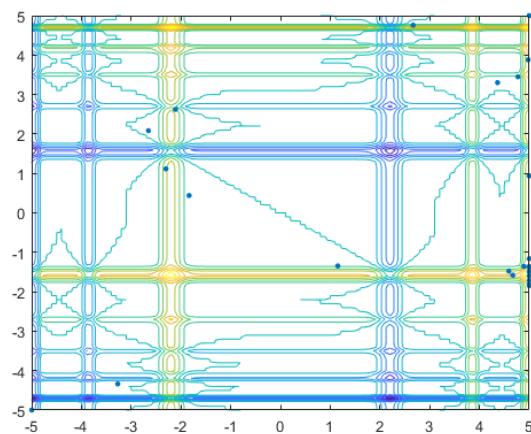


Figura 15: **Algoritmo do Vagalume** $\gamma = 0.5$ e $\alpha = 1.0$

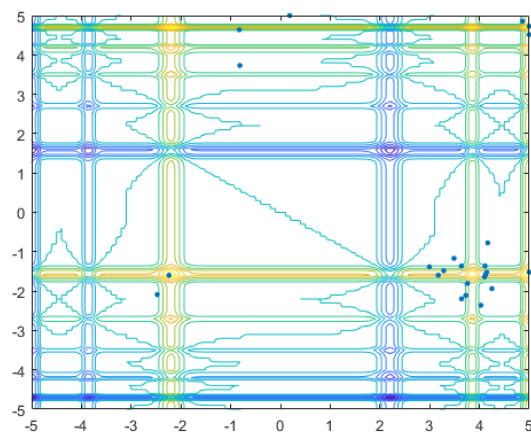


Figura 16: **Algoritmo do Vagalume** $\gamma = 0.25$ e $\alpha = 1.0$

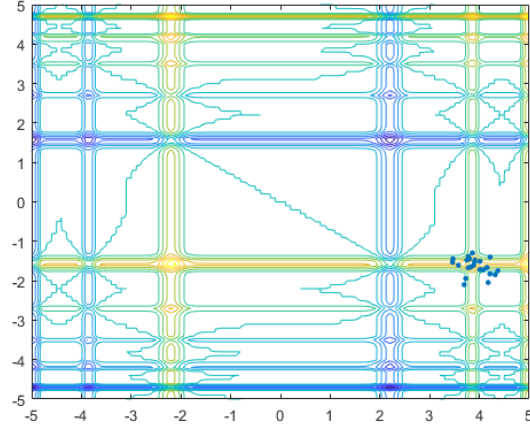


Figura 17: **Algoritmo do Vagalume** $\gamma = 0.01$ e $\alpha = 1.0$

Como o coeficiente de absorção controla o decaimento da intensidade da luz, a medida que o valor de (γ) aumenta, o indivíduo toma decisões independente do grupo, ou seja, os vaga-lumes ficam dispersos dentro da região. Na situação inversa, quando diminuirmos o valor (γ), o indivíduo torna-se dependente do grupo e seu descolamento fica limitado. Agora, adota-se a variação do coeficiente α e obtêm os resultados:

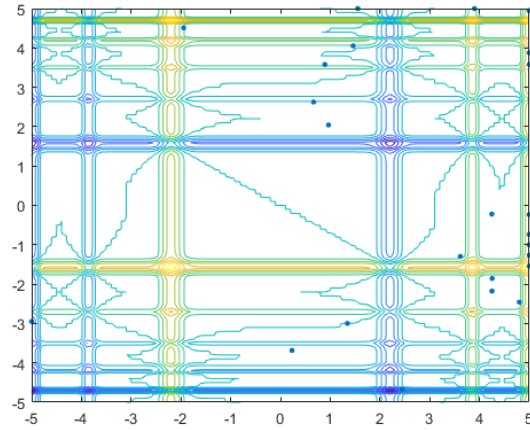


Figura 18: **Algoritmo do Vagalume** $\gamma = 0.5$ e $\alpha = 2.0$

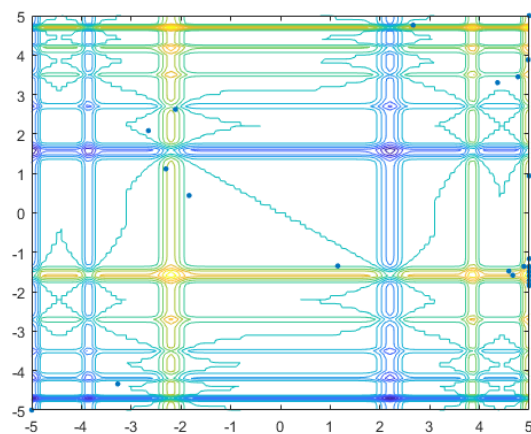


Figura 19: Algoritmo do Vagalume $\gamma = 0.5$ e $\alpha = 1.0$

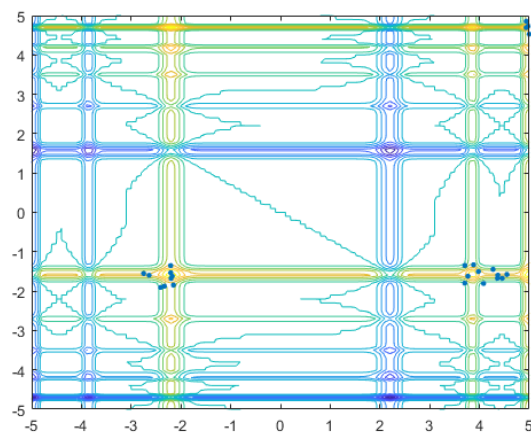


Figura 20: Algoritmo do Vagalume $\gamma = 0.5$ e $\alpha = 0.5$

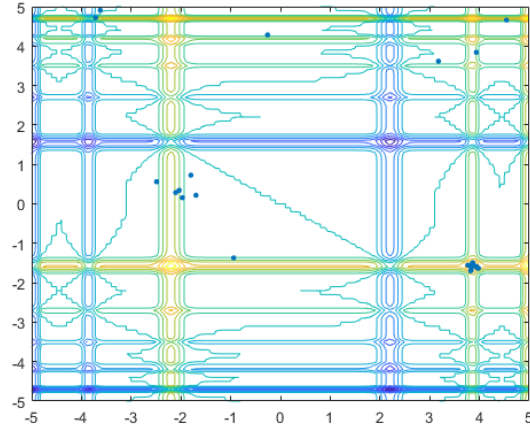


Figura 21: **Algoritmo do Vagalume** $\gamma = 0.5$ e $\alpha = 0.25$

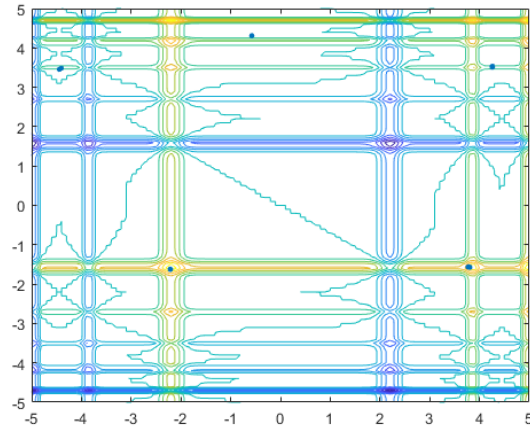


Figura 22: **Algoritmo do Vagalume** $\gamma = 0.5$ e $\alpha = 0.01$

Portanto, como o fator de aleatoriedade (α) está relacionado a intensidade do movimento caótico do vaga-lume. Assim, quando maior o valor de (α) maior será o deslocamento do indivíduo pelo mapa, ou seja, associamos a capacidade explorar o ambiente.

II - Resultados e Discussões

A - Método Analítico

A partir dos resultados gráficos obtidos, evidencia-se a diferença de desempenho entre os algoritmos observados.

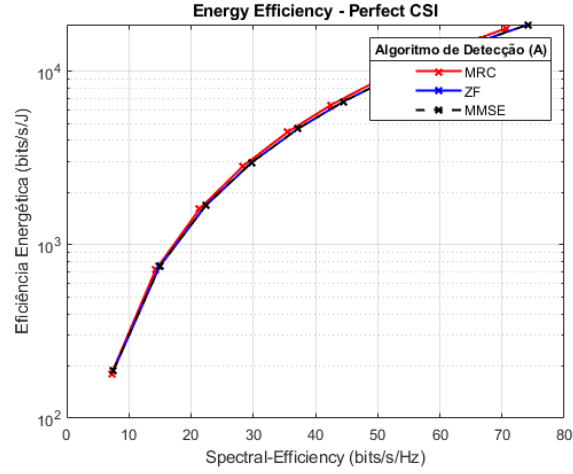


Figura 23: **Eficiência Espectral (bits/s/Hz)** dos algoritmos *MRC*, *ZF*, *MMSE*. Nesse exemplo, potência do ruído = 1 Watts, repetições Monte Carlo = 10.000, relação sinal-ruído em decibéis = 3, $K = 5$ até 50 com variação de 5 e $M = 50$ até 500 com variação de 50.

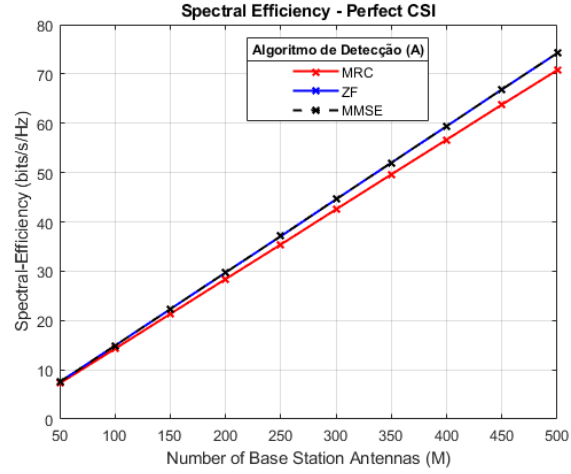


Figura 24: **Eficiência Energética (bits/s/J)** dos algoritmos *MRC*, *ZF*, *MMSE*. Nesse exemplo, potência do ruído = 1 Watts, repetições Monte Carlo = 10.000, relação sinal-ruído em decibéis = 3, $K = 5$ até 50 com variação de 5 e $M = 50$ até 500 com variação de 50.

Como os resultados alcançados nas figuras (23) e (24) foi realizado a varredura de valores do parâmetro (SNR) com objetivo de encontrar o valor ótimo da relação Eficiência Espectral por Eficiência Energética.

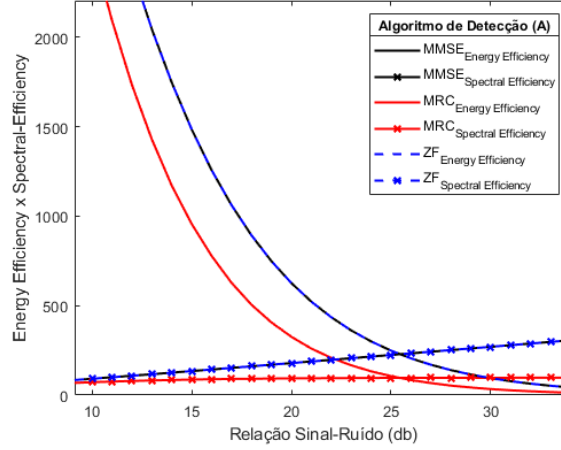


Figura 25: **Eficiência Espectral (bits/s/Hz) Vs Eficiência Energética (bits/s/J)** dos algoritmos *MRC*, *ZF*, *MMSE*. Nesse exemplo, potência do ruído = 1 Watts, repetições Monte Carlo = 10.000, relação sinal-ruído em decibéis = 3, $K = 5$ até 50 com variação de 5, $M = 50$ até 500 com variação de 50 e $SNR = -20$ até 50 com intervalos de 1 dB.

Após a análise obtida em (25), nota-se que os valores ótimos são obtidos com SNR próxima a 25 dB. Dessa forma, obtemos os gráficos:

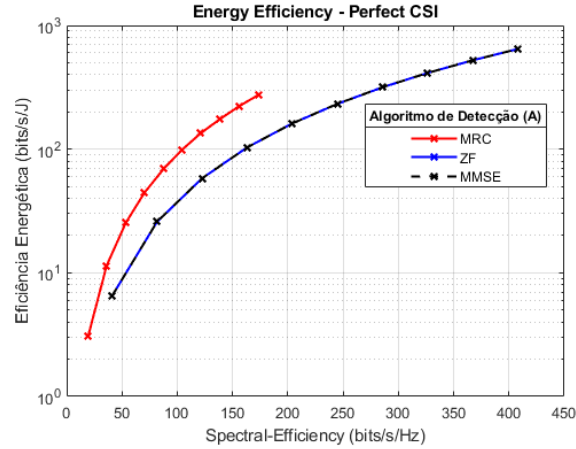


Figura 26: **Eficiência Energética (bits/s/J)** dos algoritmos *MRC*, *ZF*, *MMSE*. Nesse exemplo, potência do ruído = 1 Watts, repetições Monte Carlo = 10.000, relação sinal-ruído em decibéis = 25, $K = 5$ até 50 com variação de 5 e $M = 50$ até 500 com variação de 50.

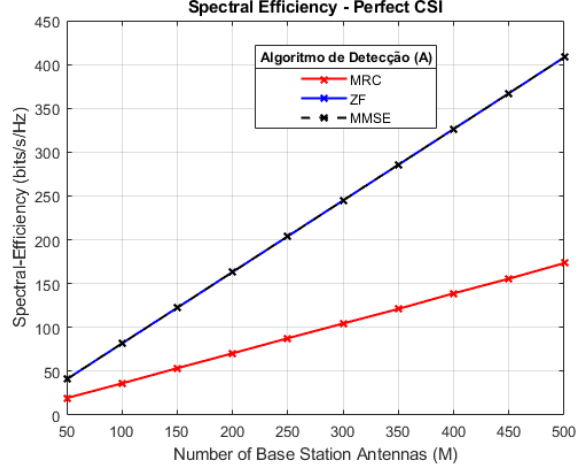


Figura 27: **Eficiência Energética (bits/s/J)** dos algoritmos *MRC*, *ZF*, *MMSE*. Nesse exemplo, potência do ruído = 1 Watts, repetições Monte Carlo = 10.000, relação sinal-ruído em decibéis = 25, $K = 5$ até 50 com variação de 5 e $M = 50$ até 500 com variação de 50.

Portanto, como os resultados obtidos em (26) e (27) atingimos os valores ótimos pela análise analítica. Logo, na subseção adiante, será proposto a otimização de alocação de potência dos usuários.

B - Aplicação do Método Heurístico

Analisa-se nessa subseção, a proposta de otimização da alocação de potência do usuário com a menor eficiência espectral. Logo, objetiva-se maximizar o valor da menor eficiência espectral encontrado entre os usuários. Para isso, é necessário modelar a equação (13) transformando-a em um Problema Geométrico, na qual apresenta soluções Convexas. Definindo o vector de potência dos usuários como:

$$\mathbf{p}_u = [p_{u_1}, p_{u_2}, \dots, p_{u_k}] \quad (31)$$

Portanto, aplicando a equação (13) e (31), temos a soma das Eficiências Espectrais dos usuários:

$$\sum_{k=1}^k \mathbf{R}_{p_k} \quad (32)$$

Restrições: O problema de alocação de potência dever ser formulado respeitando as condições (18).

III - Cronograma Realizado

Data:	Atividade Realizada:
12/07 - 10 horas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Apresentação do Tema do Projeto 2. Formulação de Problema de Otimização <ol style="list-style-type: none"> 2.1. Variáveis de Projeto 2.2. Restrições 2.3. Função Objetivo 2.4. Estratégias de Otimização
17/07 - 14h30min	<ol style="list-style-type: none"> 1. Fluxograma do Algoritmo MIMO 2. Função Objetiva aplicada URLCC 3. Análise artigo Wireless Access
03/08 - 14 horas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Revisão de Conceitos <ol style="list-style-type: none"> 1.1. Máximo e mínimos 1.2. Matriz Hessiana 1.3. Ponto de Cela 1.4. Curvas de nível 1.5. Derivada Direcional
15/08 - 17h30min	<ol style="list-style-type: none"> 1. Funções que estendem a capacidade do MATLAB <ol style="list-style-type: none"> 1.1. Otimização sem restrições 1.2. Otimização com restrições lineares e não-lineares
28/08 - 17h30min	<ol style="list-style-type: none"> 1. Análise do Cálculo de Eficiência Espectral 2. Discussão sobre conceitos físicos em telecomunicações
30/08 - 13 horas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Modelações matemática do Sistema <ol style="list-style-type: none"> 1.2 Inclusão do Cálculo de Eficiência Energética 1.3 Estratégia de Alocação de Recursos
06/09 - 13 horas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Análise gráfica dos Resultados <ol style="list-style-type: none"> 1.2. Inclusão de variação da SNR no Algoritmo
06/09 - 10 horas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Correção do Cálculo de Eficiência Espectral 2. Modificação da análise de Eficiência Energética
12/09 - 17h35min	<ol style="list-style-type: none"> 1. Análise gráfica dos Resultados 2. Discussão artigos sobre máximos e mínimo aplicado ao MIMO
17/09 - 16h35min	<ol style="list-style-type: none"> 1. Correção do algoritmo 2. Análise sobre alocação de potência do usuário
26/09 - 17h15min	1. Análise da Eficiência Energética e Espectral em termos da SNR
30/09 - 17h15min	<ol style="list-style-type: none"> 1. Correção da Eficiência Energética e Espectral em termos da SNR 2. Conceitos de Métodos Heurísticos
10/10 - 10 horas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Análise de Métodos Heurísticos <ol style="list-style-type: none"> 1.1. Algoritmo PSO 1.2. Algoritmo Fire-Fly
Observação:	Reuniões com duração média de 120 minutos