

I - Introdução

Em engenharia elétrica, a especialidade de Telecomunicações estuda a transferência de informação, ou seja, a comunicação entre o provedor da informação definido como transmissor e o destino final: receptor ou usuário. A comunicação ocorre quando o transmissor transmite uma informação inserindo-a em um sinal elétrico atendendo as restrições do meio de comunicação. Esse canal de comunicação é responsável por conectar o transmissor e o receptor. Por fim, o receptor recupera a informação inicial.

Porém, no processo de transferência digital de informações existem desacertos, como ruído térmico, desvanecimento Rayleigh e interferência, que atribuído ao sinal durante a transmissão resulta em erros. Esse erro está associado na decisão do detector do receptor, isto é, a informação inicial binária 1 (um) somada as falhas na comunicação faz com que a decisão do detector seja 0 (zero) ou vice-versa. O ruído térmico é intrínseco as partículas elementares, sendo assim temperaturas acima do zero absoluto ($-273,15^{\circ}$) resultam em movimento caóticos. Por exemplo, elétrons que geram correntes. Desvanecimento do tipo Rayleigh está relacionado aos vários caminhos que o sinal pode percorrer até o receptor. Por exemplo, uma mensagem enviada a um usuário percorrerá vários obstáculos até o destino final, essa mensagem é desviada e/ou refletida ao longo do percurso. A interferência entre os canais de comunicação é um processo humano, resultado da reutilização de frequências próximas.

Podemos classificar o sistema de comunicação em duas categorias:

1. Sistema Multiusuário Convencional (*Conventional Multiuser MIMO*), na qual uma estação base com múltiplas antenas serve um conjunto de usuários de uma única antena.
2. Sistema Multiusuário Massivo (*Massive MIMO*), que pode ser visto como uma extensão do MIMO convencional quando o número de antenas na estação base cresce significativamente.

Em telecomunicações, a eficiência espectral de um determinado canal de comunicação é atribuída a relação entre a taxa de bits transmitidos e a largura de banda (*Bandwidth*), em outras palavras, a quantidade de bits por segundo associados a frequência. Logo, a pesquisa relacionada ao Sistema MIMO-Massivo busca atender a crescente necessidade dos usuários em relação ao consumo de dados como também a alocação de recursos, com um custo computacional aceitável como também permitir a maior eficiência espectral. Assim, na certeza da correta aplicação dos algoritmos de detecção em um sistema MIMO-Massivo, obtém-se um aumento considerável da eficiência do canal. Em suma, eleva-se a eficiência energética do canal, alcançando valores maiores de transmissão de bit por Joule.

II - Modelo de Sistema

Adota-se um sistema Multiusuários Massivo (MIMO Massivo), que estabelece a comunicação entre uma estação base (BS - Base Station) com M antenas e K usuários. Neste trabalho, é assumido a comunicação uplink onde os usuários enviam informações para a BS. Neste sistema a matriz de ganho do canal definida pela matriz \mathbf{G} , de dimensão $M \times K$, depende da quantidade de antenas e usuários. Assim, a informação recebida na BS de todos usuários é dada por:

$$y = \sqrt{P_u} \cdot \begin{pmatrix} g_{1,1} & g_{1,2} & \cdots & g_{1,k} \\ g_{2,1} & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m,1} & g_{m,2} & \cdots & g_{m,k} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_m \end{pmatrix} \quad (1)$$

Reescrevendo a equação (2), temos:

$$y = \sqrt{\mathbf{P}_u} \mathbf{G}_x \mathbf{x}_m + \mathbf{n} \quad (2)$$

Onde P_u é a potência média transmitida por cada usuário e G_x é a matriz de ganho do canal e x_m é o vector de símbolos e n é o ruído térmico. A matriz de ganho do canal \mathbf{G}_{mk} é constituída pela colunas representando usuários e as linhas antenas. Por convenção, adotamos uma variância do ruído de 1 permitindo adotar p_u como a SNR (Potência relativa do sinal e do ruído) normalizada. Assim, o coeficiente g_{mk} pode ser lido como:

$$g_{mk} = h_{mk} \sqrt{\beta_k}, m = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

Onde h_{mk} é o coeficiente de desvanecimento do k -ésimo usuários pelo m -ésima antena da estação base e β_k é a perda percurso da intensidade do sinal do usuário através do canal. Assumindo que a distância entre os usuários e a estação base é muito maior que entre as antenas e o valor de β_k diminui lentamente, temos:

$$\mathbf{G} = \mathbf{H} \sqrt{\mathbf{D}} \quad (4)$$

Onde \mathbf{H} é a matriz de desvanecimento e \mathbf{D} é a matriz quadrada diagonal de dimensão K , tal que $[\mathbf{D}]_{kk} = \beta_k$. O sistema MIMO-Massivo com uma grande quantidade de antenas são caracterizados com uma propagação favorável, ou seja, com uma quantidade massiva de antenas, é possível reduzir a potência de transmissão para os usuários ao mesmo tempo que é mantido a qualidade de serviço. Portanto, definimos:

$$M \geq K \geq 1 \quad (5)$$

Associado a tecnologia de múltiplas antenas, temos os algoritmos de detecção que são responsáveis por recuperar o sinal transmitido pelo transmissor. O desempenho ótimo de um detector é alcançado executando-se uma busca exaustiva entre todas as soluções possíveis, na busca de uma solução que maximize a função de verossimilhança do sinal original. Neste trabalho, é considerado a

análise dos detectores lineares MRC (*Maximal Ratio Combining*), ZF (*Zero Forcing*) e MMSE (*Minimum Mean Squared Error*). Dessa forma, o sinal estimado pelo detector é dado por:

$$\tilde{y} = \mathbf{A}^H y \quad (6)$$

Onde a matriz \mathbf{A} é o próprio algoritmo detector linear e os detectores são definidos por:

a) MRC - (Maximal Ratio Combining)

$$\mathbf{A} = \mathbf{G} \quad (7)$$

b) ZF - (Zero Forcing)

$$\mathbf{A} = \mathbf{G}(\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-1} \quad (8)$$

c) MMSE - (Minimum Mean Squared Error)

$$\mathbf{A} = \mathbf{G}(\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \frac{1}{p_u} \mathbf{I}_k)^{-1} \quad (9)$$

Logo, das equações (2) e (6) a matriz de sinal estimada pelo detector linear:

$$\tilde{y} = A^H \sqrt{P_u} \mathbf{G}_x + A^H \mathbf{n} \quad (10)$$

Considerando y_m e x_m a m -ésima antena da matriz (11), temos:

$$\tilde{y} = \sqrt{p_u} \mathbf{a}_k^H \mathbf{g}_k x_k + \sqrt{p_u} \sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbf{a}_k^H \mathbf{g}_i x_i + \mathbf{a}_k^H \mathbf{n} \quad (11)$$

Onde \mathbf{a}_k e \mathbf{g}_k são as k -ésimas colunas das matrizes \mathbf{A} e \mathbf{G} , respectivamente. Como a matriz de ganho do canal \mathbf{G} é fixa, então o valor da potência de interferência mais ruído entre os usuários da matriz de ganho do canal é dado por:

$$p_u \sum_{i=1, i \neq k}^K |\mathbf{a}_k^H \mathbf{g}_i|^2 + \|\mathbf{a}_k\|^2 \quad (12)$$

Considerando um número muito grande de realizações na modelagem do sistema, a taxa desejável de *uplink* do k -ésimo usuário é:

$$R_k = E \left\{ \log_2 \left(1 + \frac{p_u |a_k^H g_k|^2}{p_u \sum_{i=1, i \neq k}^K |a_k^H g_i|^2 + \|a_k\|^2} \right) \right\} \quad (13)$$

Dessa forma, como parâmetro de avaliação de desempenho de um algoritmo detector, tem-se sua taxa de erro por bit, sua eficiência espectral, e complexidade computacional necessária. A análise matemática será validade a partir de simulação computacional de aplicada ao Software MATLAB. Para análise da relação da Taxa de Erro por Bit Ber comparamos o sinal enviado (2) com o valor detectado pelo detector (6). Logo, a *BER* é definida pela quantidade de bits e/ou caracteres incorretos em um total de bits e/ou caracteres.

III - Resultados e Discussão

A partir dos resultados gráficos obtidos, evidencia-se a diferença de desempenho entre os algoritmos observados. A modelagem matemática também mostrou que o custo computacional da técnica de recuperação do sinal original intensifica com o aumento do número de usuários (K), pois aumenta a dimensão da matriz como visto em (1).

A - Taxa de Erro Por Bit (BER)

Em um ambiente de 10.000 bits transmitido com uma modulação 16-QAM (Modulação de Amplitude em Quadratura) e potência do sinal fixa em 1 Watts, realiza-se a variação dos parâmetros da SNR, a quantidade de usuário e/ou antenas.

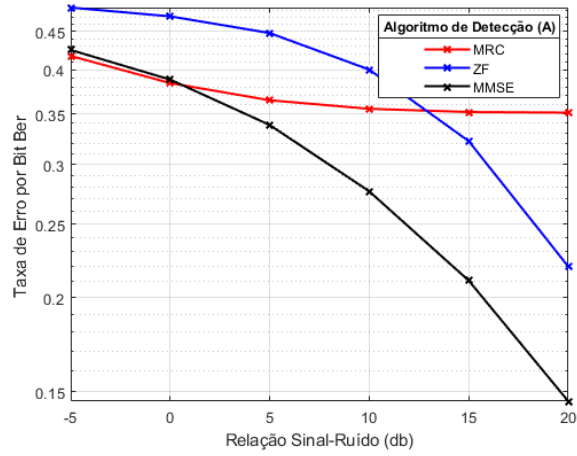


Figura 1: **Taxa de Erro por Bit (BER)** dos algoritmos MRC, ZF, MMSE. Nesse exemplo, temos número de bits = 10.000, $K = 32$ usuários, $M = 32$ antenas, relação sinal-ruído em decibéis = -5 até 20 com variação de 5 e potência do sinal = 1 Watts.

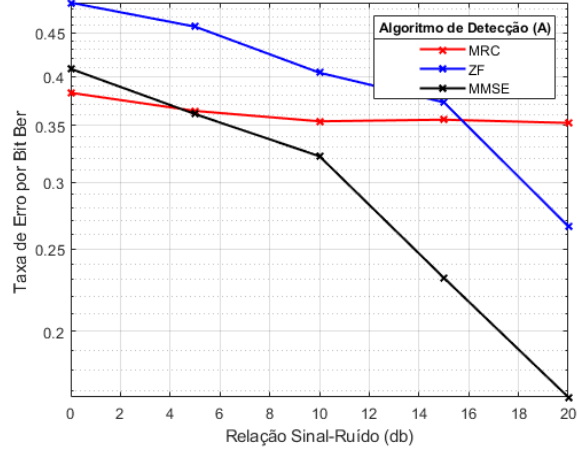


Figura 2: **Taxa de Error por Bit** (BER) dos algoritmos MRC, ZF, MMSE. Nesse exemplo, temos número de bits = 10.000, $K = 64$ usuários, $M = 64$ antenas, relação sinal-ruído em decibéis = -5 até 20 com variação de 5 e potência do sinal = 1 Watts.

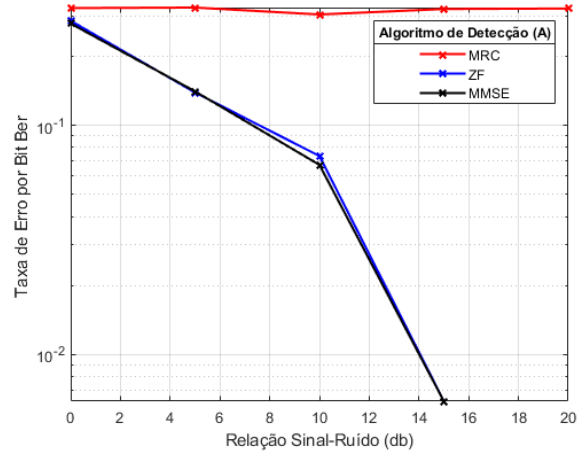


Figura 3: **Taxa de Error por Bit** (BER) dos algoritmos MRC, ZF, MMSE. Nesse exemplo, temos número de bits = 10.000, $K = 32$ usuários, $M = 16$ antenas, relação sinal-ruído em decibéis = 0 até 20 com variação de 5 e potência do sinal = 1 Watts.

Observa-se pela figuras (1) e (2), que quando o número de usuários e antenas são iguais, $K = M$, o detector *MMSE* (9) apresenta melhor desempenho. Porém quando o número de usuários é maior que as antenas, $K > M$, conforme a

figura (3) os detectores *MMSE* (9) e *ZF* (8) têm resultados semelhantes. Nota-se também que o aumento da *SNR* no detector *MRC* (7) tem resultados pouco expressivos na taxa de detecção, visto que ele não elimina a interferência e ruído.

B - Eficiência Espectral (bits/s/Hz)

Para alcançar os resultados desejados, adota-se o valor Monte Carlo em 10.000 repetições e a potência fixa do sinal em 1 Watts e também o valor da *SNR* 10 db. Realiza-se a variações do número de usuários e/ou de antenas, porém respeitando a restrição (5).

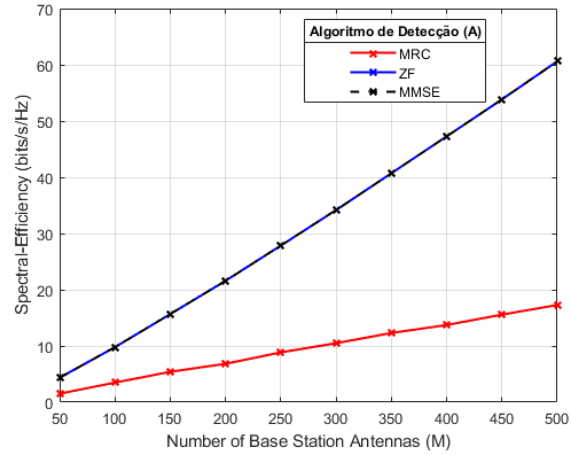


Figura 4: **Eficiência Espectral (bits/s/Hz)** dos algoritmos MRC, ZF, MMSE. Nesse exemplo, potência do ruído = 1 Watts, repetições Monte Carlo = 10.000, relação sinal-ruído em decibéis = 10, $K = 5$ usuários e $M = 50$ até 500 com variação de 50.

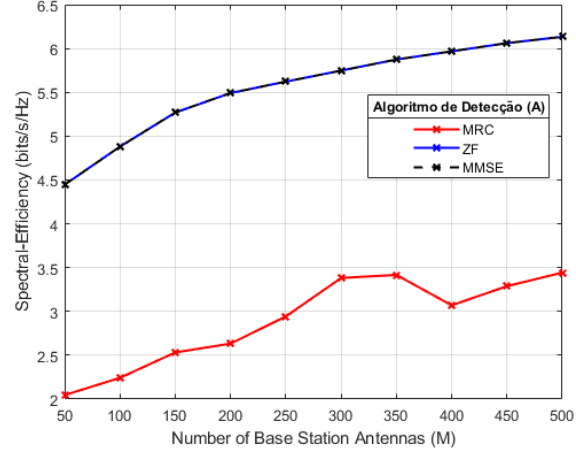


Figura 5: **Eficiência Espectral (bits/s/Hz)** dos algoritmos MRC, ZF, MMSE. Nesse exemplo, potência do ruído = 1 Watts, repetições Monte Carlo = 10.000, relação sinal-ruído em decibéis = 10, $K = 5$ usuários e $M = 50$ antenas até 500 com variação de 50.

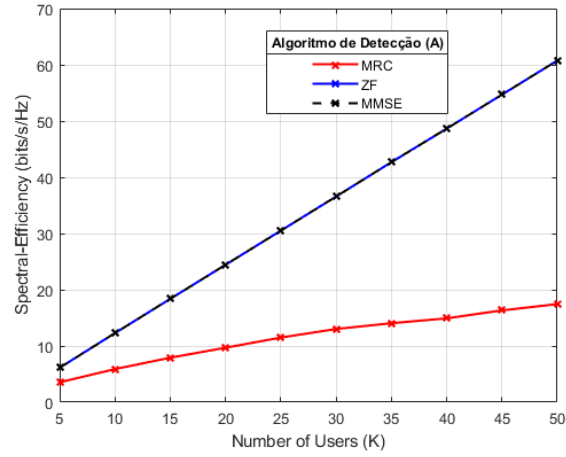


Figura 6: **Eficiência Espectral (bits/s/Hz)** dos algoritmos MRC, ZF, MMSE. Nesse exemplo, potência do ruído = 1 Watts, repetições Monte Carlo = 10.000, relação sinal-ruído em decibéis = 10, $M = 500$ antenas e $K = 5$ usuários até 50 com variação de 5.

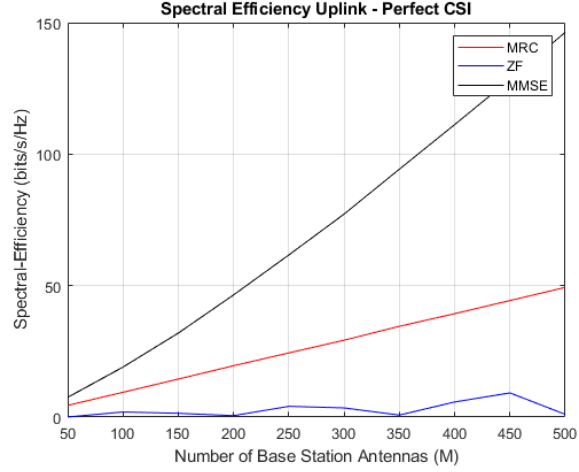


Figura 8: **Eficiência Espectral (bits/s/Hz)** dos algoritmos MRC, ZF, MMSE. Nesse exemplo, potência do ruído = 1 Watts, repetições Monte Carlo = 10.000, relação sinal-ruído em decibéis = -10, $M = K = 50$ até 500 com variação de 50.

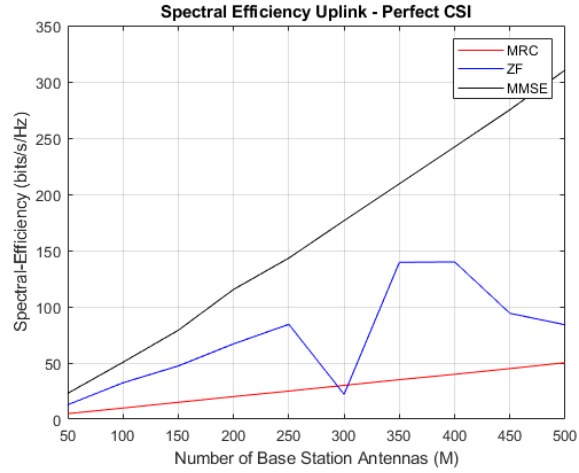


Figura 7: **Eficiência Espectral (bits/s/Hz)** dos algoritmos MRC, ZF, MMSE. Nesse exemplo, potência do ruído = 1 Watts, repetições Monte Carlo = 10.000, relação sinal-ruído em decibéis = 10, $M = K = 50$ até 500 com variação de 50.

Diferente dos resultados obtidos na *BER*, os detectores lineares *ZF* e *MMSE* desempenham desempenho semelhante alcançando a maior eficiência espectral comparado ao *MRC*. Porém, desconsiderando a condição (5), e aplicando $K = M$, nota-se que

o aumento da eficiência especial pelo *MMSE*, ou seja, à medida que o número de usuários aproxima-se da quantidade de antenas, esse detector destaca-se entre os demais.

IV - Conclusão

Conclui-se que o algoritmo detector *MMSE* tem a maior eficiência entre seus pares, embora essa condição não é absoluta. Porque apesar da mudança dos parâmetros: (*SNR*, usuário e antena), o detector *ZF* apresenta resultados próxima ao *MMSE* quando respeitada a condição (5). Mas em um ambiente na qual o número de usuários esta suficiente próximo ou igual ao de antenas, é possível destacar o *MMSE*. Portanto, para aplicar de forma eficiente um detector linear, é necessário saber a quantidade de usuário e antenas.