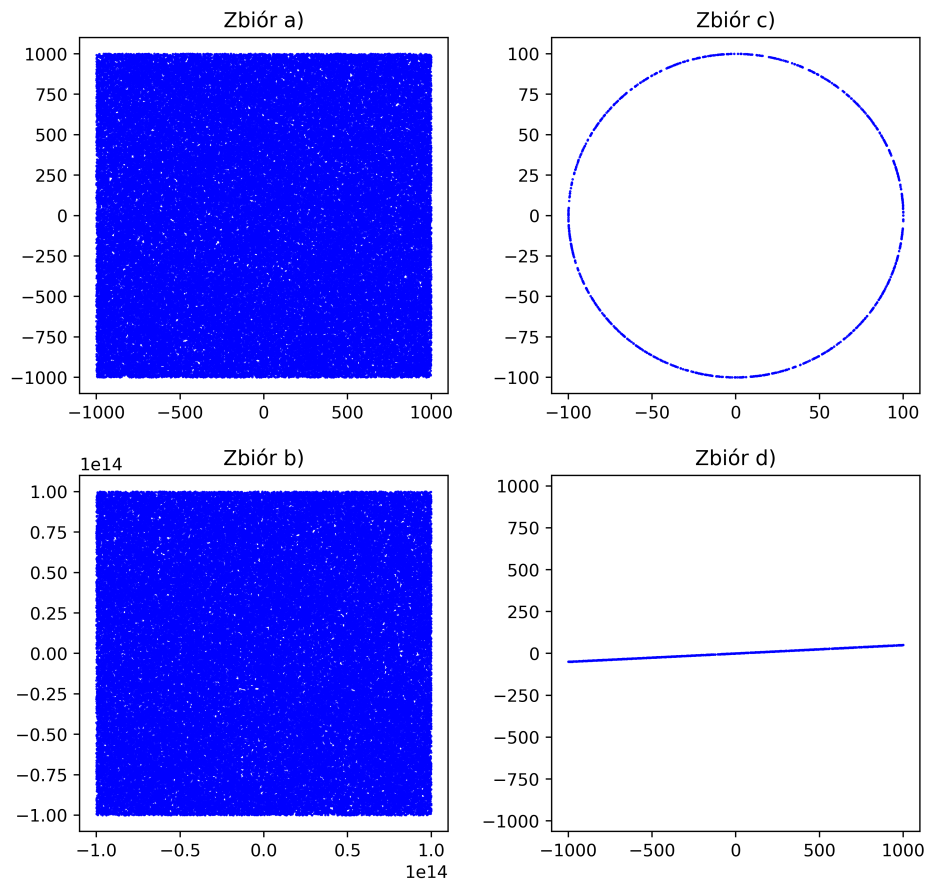


Opracowanie wyników laboratoriów

Generowanie punktów

Wszystkie operacje wykonane zostały na laptopie z procesorem Ryzen 7 5800H. Językiem z jakiego korzystałem był Python w wersji 3.10. Za pomocą biblioteki **NumPy** wygenerowałem 4 zadane zestawy punktów co zajęło około 0.005s:

Zbiory punktów



Wizualizacja 1: Wygenerowane zbiory punktów.

Klasyfikacja względem prostej

Następnie używając 4 metod, wyznacznika 2×2 oraz 3×3 z biblioteki **NumPy** oraz zaimplementowanych przeze mnie, podzieliłem każdy zbiór punktów na zbiory zawierające punkty odpowiednio **nad**, **na** oraz **pod** prostą przechodzącą przez punkty $A = (-1, 0)$, $B = (1, 0.1)$. Punkty, dla których $|\det| \leq \epsilon$ są interpretowane jako kolinearne z A i B . Poniżej zamieszczona została wizualizacja zbiorów danych dla $\epsilon = 10^{-8}$, natomiast dalej w tabelach zawarte zostały liczności zbiorów nad, na, oraz pod prostą dla ϵ równego odpowiednio: 10^{-2} , 10^{-5} , 10^{-8} , 10^{-11} , 10^{-14} .

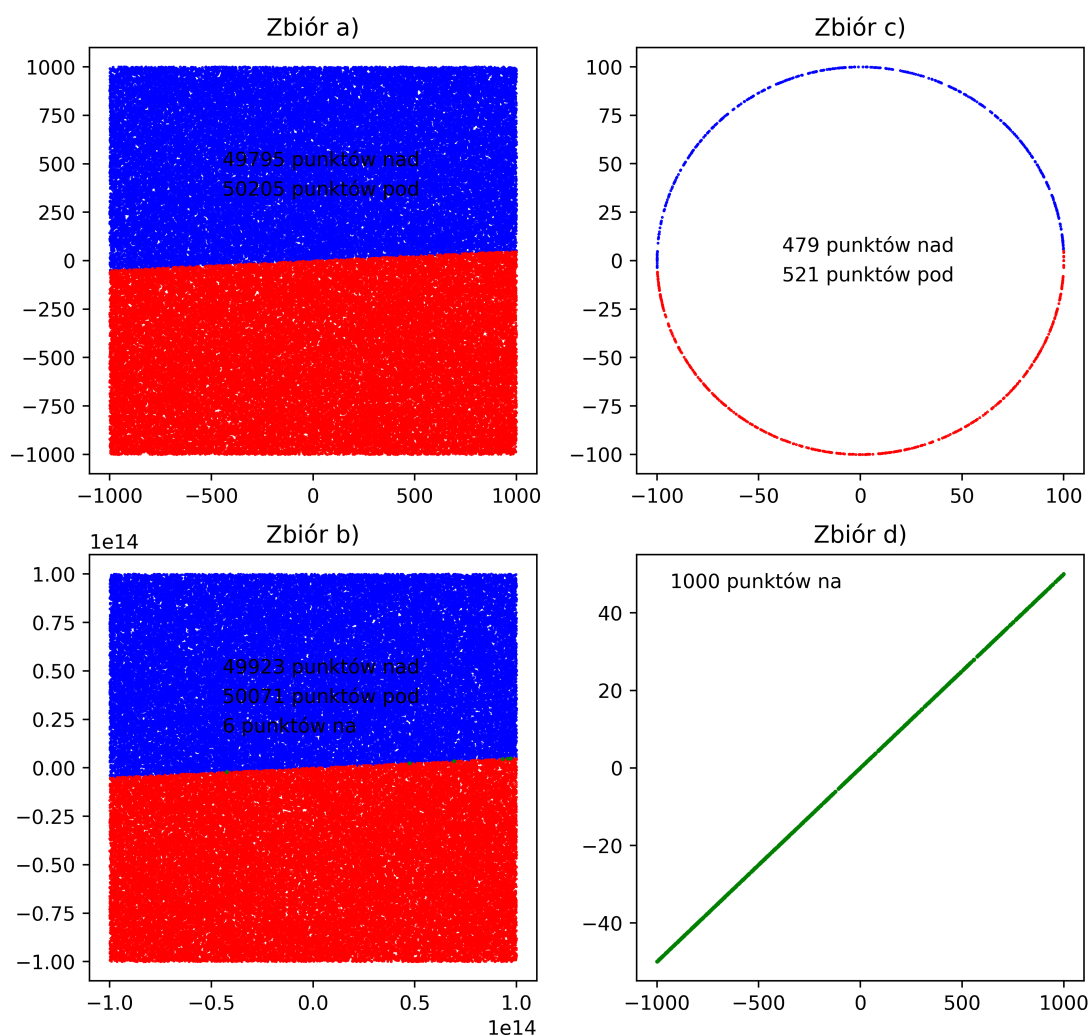
Zaimplementowane przeze mnie algorytmy korzystają odpowiednio z własności wyznaczników:

$$\begin{vmatrix} a_x - p_x & a_y - p_y \\ b_x - p_x & b_y - p_y \end{vmatrix} = (a_x - p_x)(b_y - p_y) - (b_x - p_x)(a_y - p_y),$$

$$\begin{vmatrix} a_x & a_y & 1 \\ b_x & b_y & 1 \\ p_x & p_y & 1 \end{vmatrix} = a_x b_y + a_y p_x + b_x p_y - (a_y b_x + a_x p_y + b_y p_x).$$

Jako, że wizualizacje poszczególnych metod różnią się minimalnie lub wcale, to poniżej zamieściłem tylko jedną z nich.

Klasyfikacja punktów



Wizualizacja 2: Podział dla $\epsilon = 10^{-8}$ oraz metody **NumPy 2x2**.

Table 1: WYNIKI DLA ZBIORU a).

EPSILON METODA	10^{-2}	10^{-5}	10^{-8}	10^{-11}	10^{-14}	
NumPy 2x2	49795 1 50204	49795 0 50205	49795 0 50205	49795 0 50205	49795 0 50205	nad na pod
NumPy 3x3	49795 1 50204	49795 0 50205	49795 0 50205	49795 0 50205	49795 0 50205	nad na pod
My det 2x2	49795 1 50204	49795 0 50205	49795 0 50205	49795 0 50205	49795 0 50205	nad na pod
My det 3x3	49795 1 50204	49795 0 50205	49795 0 50205	49795 0 50205	49795 0 50205	nad na pod

Table 2: WYNIKI DLA ZBIORU b).

EPSILON METODA	10^{-2}	10^{-5}	10^{-8}	10^{-11}	10^{-14}	
NumPy 2x2	49923 6 50071	49923 6 50071	49923 6 50071	49923 6 50071	49923 6 50071	nad na pod
NumPy 3x3	49924 0 50076	49924 0 50076	49924 0 50076	49924 0 50076	49924 0 50076	nad na pod
My det 2x2	49920 7 50073	49920 7 50073	49920 7 50073	49920 7 50073	49920 7 50073	nad na pod
My det 3x3	49924 0 50076	49924 0 50076	49924 0 50076	49924 0 50076	49924 0 50076	nad na pod

Table 3: WYNIKI DLA ZBIORU c).

EPSILON METODA	10^{-2}	10^{-5}	10^{-8}	10^{-11}	10^{-14}	
NumPy 2x2	479 0 521	479 0 521	479 0 521	479 0 521	479 0 521	nad na pod
NumPy 3x3	479 0 521	479 0 521	479 0 521	479 0 521	479 0 521	nad na pod
My det 2x2	479 0 521	479 0 521	479 0 521	479 0 521	479 0 521	nad na pod
My det 3x3	479 0 521	479 0 521	479 0 521	479 0 521	479 0 521	nad na pod

Table 4: WYNIKI DLA ZBIORU d).

EPSILON METODA	10^{-2}	10^{-5}	10^{-8}	10^{-11}	10^{-14}	
NumPy 2x2	0 1000 0	0 1000 0	0 1000 0	0 1000 0	155 704 141	nad na pod
NumPy 3x3	0 1000 0	0 1000 0	0 1000 0	0 1000 0	0 852 148	nad na pod
My det 2x2	0 1000 0	0 1000 0	0 1000 0	0 1000 0	163 684 153	nad na pod
My det 3x3	0 1000 0	0 1000 0	0 1000 0	0 1000 0	0 1000 0	nad na pod

Wnioski

W czasie klasyfikacji punktów, dodatkowo zmierzyłem czas, który zajmuje obliczenie wyznaczników dla wszystkich zbiorów punktów na podanym wcześniej procesorze. Jest to odpowiednio:

Metoda	Czas
NumPy 2x2	0.03s.
NumPy 3x3	0.05s.
My det 2x2	0.4s.
My det 3x3	0.4s.

Table 5: Czasy obliczania wyznaczników przez poszczególne metody.

Jak widzimy użycie algorytmów z biblioteki **NumPy** pozwala efektywnie liczyć wyznaczniki większych zbiorów danych. Ponadto widzimy, że sposób szacowania bardzo różni się między sposobami obliczania wyznacznika. Dla ϵ z przedziału $(10^{-11}, 10^{-5})$ wyniki z wybranej metody są takie same. Jako, że obliczenia zmiennoprzecinkowe posiadają ograniczoną precyzję, to dla $\epsilon \leq 10^{-14}$ punkty faktycznie leżące na prostej nie zostają poprawnie przyporządkowane. Widzimy także, że punkty ze zbioru b) zostają błędnie przypisane jako kolinearne z A i B przy użyciu metod **2x2**.