

UNIwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Informatyki i Komunikacji
INFORMATYKA

Paweł Babiuch

ALGORYTMY WYZNACZANIA PUNKTÓW RÓWNOWAGI W GRACH O SUMIE ZERO

Katowice, 2018

Praca licencjacka
Napisana w Katedrze Inżynierii Wiedzy
pod kierunkiem dr Przemysława Juszcuka

Przebieg prezentacji

1. Wprowadzenie

- a. Podstawowe definicje
- b. Podziały gier

2. Proces analizy gier

- a. Wyznaczanie punktów siodłowych
- b. Strategie dominujące oraz zdominowane
- c. Strategie mieszane

3. Przykłady rozwiązań gier dla praktycznej realizacji projektu

- a. Gra z punktem siodłowym
 - b. Mała gra bez punktu siodłowego
 - c. Metoda graficzna
 - d. Duża gra bez punktu siodłowego
-

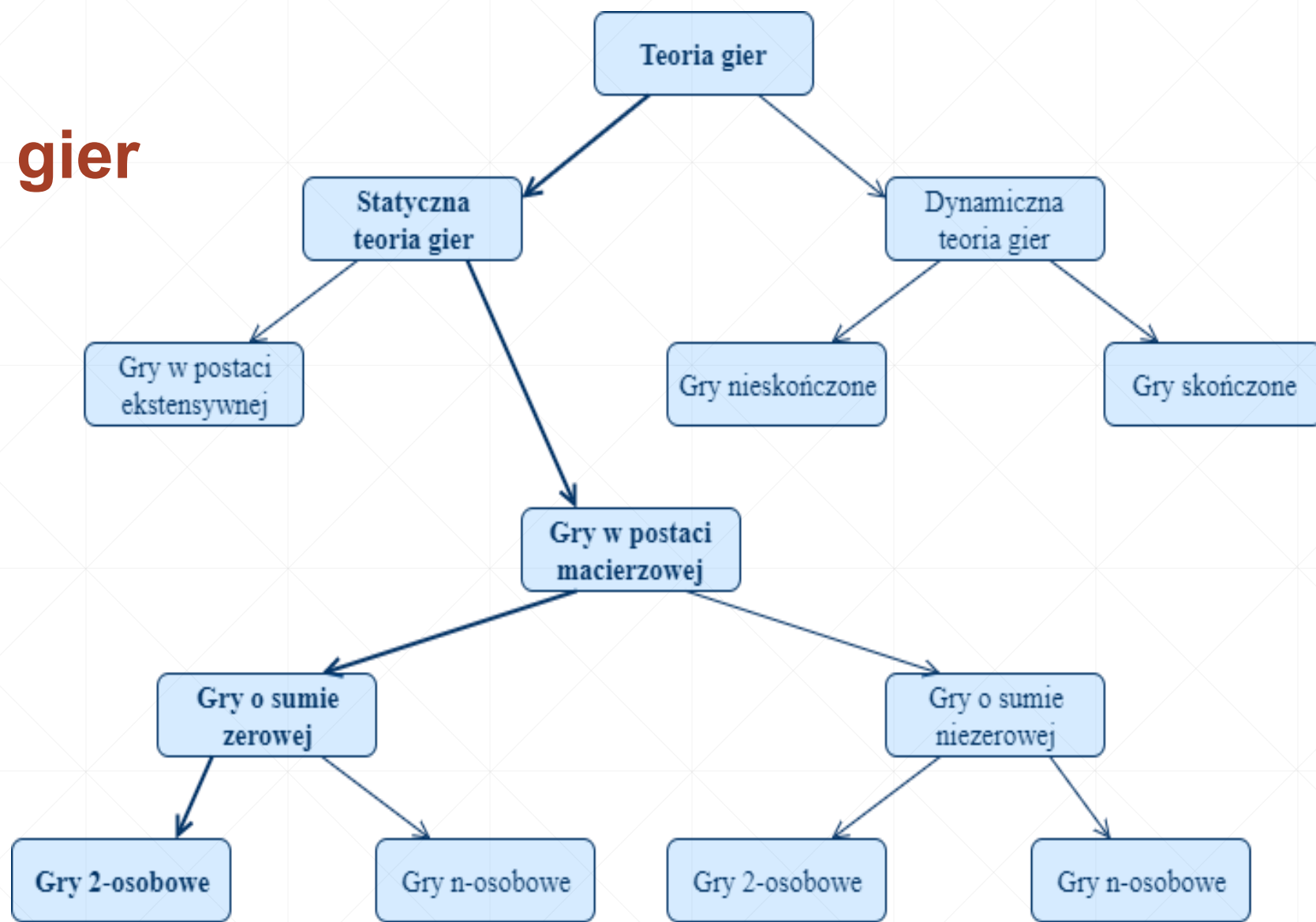
1. Wprowadzenie

- Teoria gier jest narzędziem wspomagającym podejmowanie decyzji przez uczestników (dążących do zmaksymalizowania swojego wyniku), które mają miejsce każdego dnia na całym świecie w wielu gałęziach nauk. Teoria gier pozwala w sposób matematyczny sformułować zasady zachowywania się uczestników;
 - Niniejsza prezentacja ma za zadanie wprowadzić kilka podstawowych definicji oraz określić zakres tematyki; ma za zadanie przedstawić metody analizy rozwiązywania gier; a także przedstawia praktyczną reprezentację zaimplementowanych algorytmów w aplikacji.
-

1a. Podstawowe definicje

- Gracz (uczestnik gry) – jest osobą podejmującą racjonalne decyzje, a każda gra zawiera co najmniej dwie strony konfliktu;
 - Zbiór strategii – zbiór możliwych wyborów każdego gracza; $S_i = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$, gdzie s_k jest k-tym możliwym wyborem i-tego gracza, określanym dalej jako k-ta strategia;
 - Zbiór wyników – zbiór wypłat dla każdego gracza. Każda podjęta przez gracza strategia ma odpowiadającą wypłatę (wynik);
 - Reguły – to indywidualne zasady dla każdej gry i muszą być przestrzegane przez każdego z uczestników. Mogą dotyczyć np. kolejności ruchów czy o momencie przekazywania informacji pomiędzy graczami.
-

1b. Podziały gier



2. Proces analizy gier



2a. Wyznaczanie punktów siodłowych

Dla każdej strategii $S_i \in S_w$, gdzie S_w jest zbiorem strategii Gracza Wierszowego

- a) Wypisz najmniejsze wypłaty (minima wierszy)
- b) Wybierz największą wartość spośród minimów wierszy (maksimin)

Dla każdej strategii $S_j \in S_k$, gdzie S_k jest zbiorem strategii Gracza Kolumnowego

- a) Wypisz największe wypłaty (maksima wierszy)
- b) Wybierz najmniejszą wartość spośród maksimów wierszy (minimaks)

Jeżeli (minimaks = maksimin):

- a) Gra posiada punkt siodłowy

W przeciwnym razie:

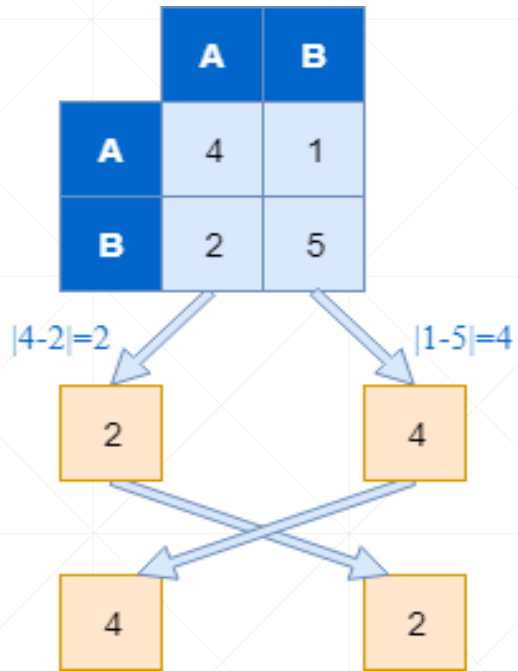
- a) Szukaj rozwiązań w strategiach mieszanych
-

2b. Strategie dominujące oraz zdominowane

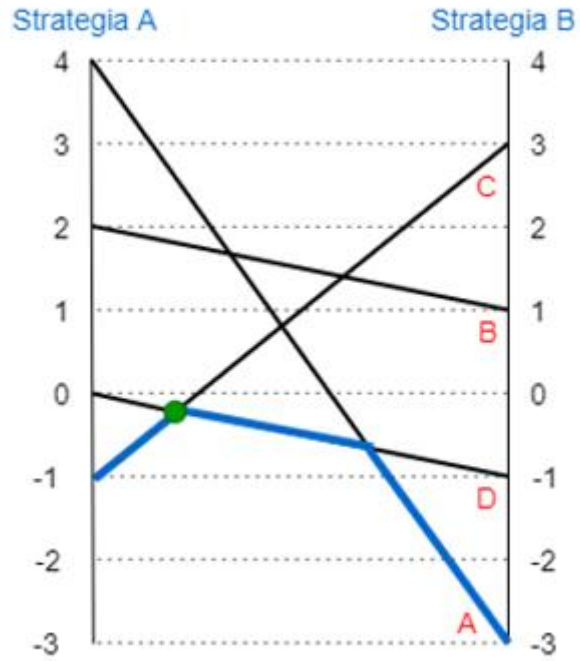
1. Dla każdej pozostałej pary strategii A i B Gracza Wierszowego, wyznacz:
 - a) Ile wypłat ze strategii A jest większych od strategii B;
 - b) Ile wypłat ze strategii A jest mniejszych od strategii B;
 - c) Ile wypłat ze strategii A jest równych strategii B;
 2. Dla otrzymanych obliczeń sprawdź zachodzące warunki:
 - a) Jeżeli $a+c$ =liczba wypłat strategii A, to A dominuje B;
 - b) Jeżeli jednak $b+c$ =liczba wypłat A, to A jest dominowana przez B;
 - c) W przeciwnym razie brak zachodzącej dominacji;
 3. Jeżeli nastąpiła dominacja:
 - a) Usuń z macierzy strategię zdominowaną;
 4. Powtórz kroki (1) do (3) dla Gracza Kolumnowego;
 5. Jeżeli w krokach (1) do (4) nie wystąpiła żadna dominacja{
 - a) Zakończ wyszukiwanie dominacji;
- W przeciwnym razie:
- a) Powtórz algorytm od kroku (1);
-

2c. Strategie mieszane

Gra 2x2 – Względne częstości



Gra 2xm – Metoda graficzna



Gra nxm – Metoda przybliżona

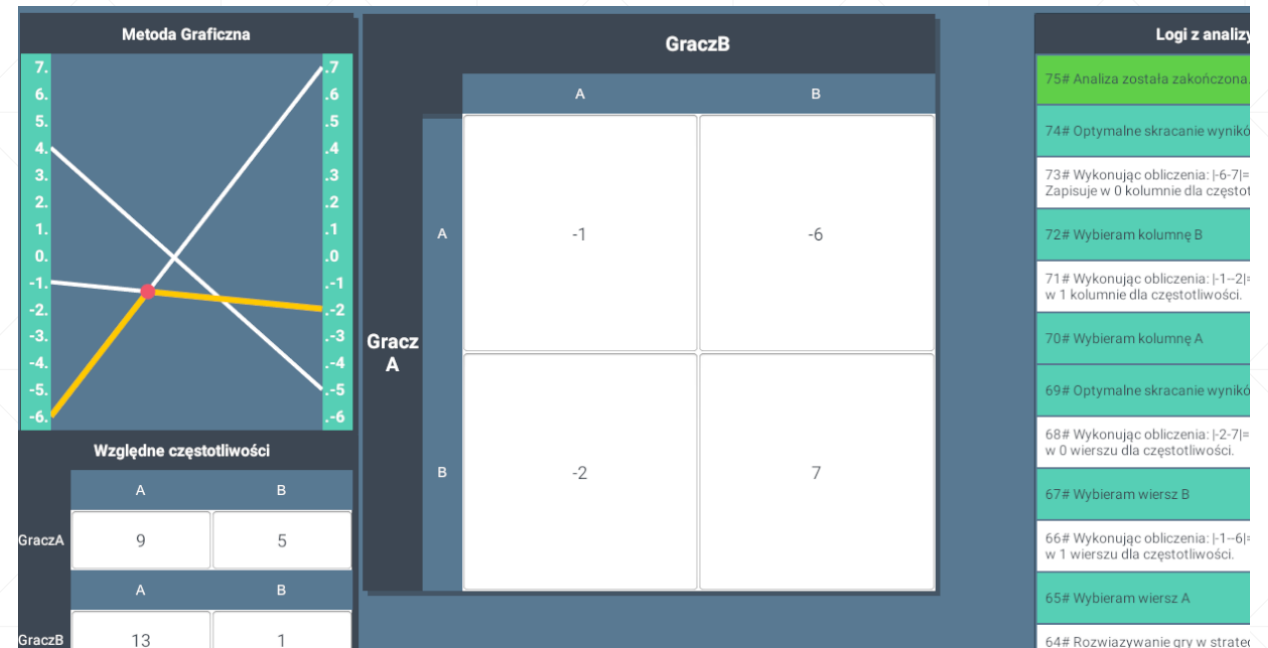
	A	B	C	D											
A	2	3	1	4		1	3	5	7	10	13	16	19	22	25
B	1	2	5	4		5	6	7	8	10	12	14	16	18	20
C	2	3	4	1		4	6	8	10	13	16	19	22	25	28
D	4	2	2	2		2	6	10	14	16	18	20	22	24	26

2	3	1	4
3	5	6	8
4	7	11	12
8	9	13	14
12	11	15	16
16	13	17	18
20	15	19	20
24	17	21	22
26	20	25	23
28	23	29	24

3. Przykłady rozwiązań gier dla praktycznej realizacji projektu

Okna użyte do zobrazowania analizy gry

- Główna macierz gry
 - Dodatkowo pola na obliczenia minimaksu i maksiminu
 - Dodatkowo pola na obliczanie metodą przybliżoną
- Panel dla względnych częstotliwości
- Panel dla zobrazowania metody graficznej



Gracz B				Logi z analizy
A	B	C	Minima Wierszy	
2	1	1	1	23# Analiza została zakończona
-1	0	-5	-5	22# Zaznaczono punkt siodłowy
7	1	1	1	21# Zaznaczono punkt siodłowy
1	0	-3	-3	20# Zaznaczono punkt siodłowy
7	1	1		19# Zaznaczono punkt siodłowy
				18# Zaznaczanie punktów siodłowych
				17# Znaleziono punkt siodłowy
				16# Znaleziono kolejny maks kolumny
				15# Znaleziono największą wartość gracza: Gracz B
				14# Znaleziony maks kolumny
				13# Znaleziono największą wartość gracza: Gracz B
				12# Znaleziony maks kolumny

3a. Gra z punktem siodłowym

Algorytm (minimaks i maksimin) znalazł punkt siodłowy – zaznaczając go w dodatkowych kolumnach (kolorem czerwonym) oraz oznaczył wypłaty będące punktami siodłowymi (kolor zielony).

Z prawej strony widać fragment logów generowanych w trakcie analizy.

Gracz B		Logi z a	
A	B	29# Analiza została zakończ	
2	5	28# Optymalne skracanie w	
		27# Wykonując obliczenia: 0 kolumnie dla częstotliwoś	
4	3	26# Wybieram kolumnę B	
		25# Wykonując obliczenia: w 1 kolumnie dla częstotliw	
		24# Wybieram kolumnę A	
		23# Optymalne skracanie w	

Względne częstotliwości		
	A	B
Gracz A	1	3
	A	B
Gracz B	1	1

3b. Mała gra bez punktu siodłowego

- Algorytm (minimaks i maksimin) nie znalazł punktów siodłowych;
- Nie wykryto strategii zdominowanych;
- Za pomocą strategii mieszanych wyznaczono względne częstotliwości;

3c. Metoda graficzna

Przed usunięciem strategii zdominowanych

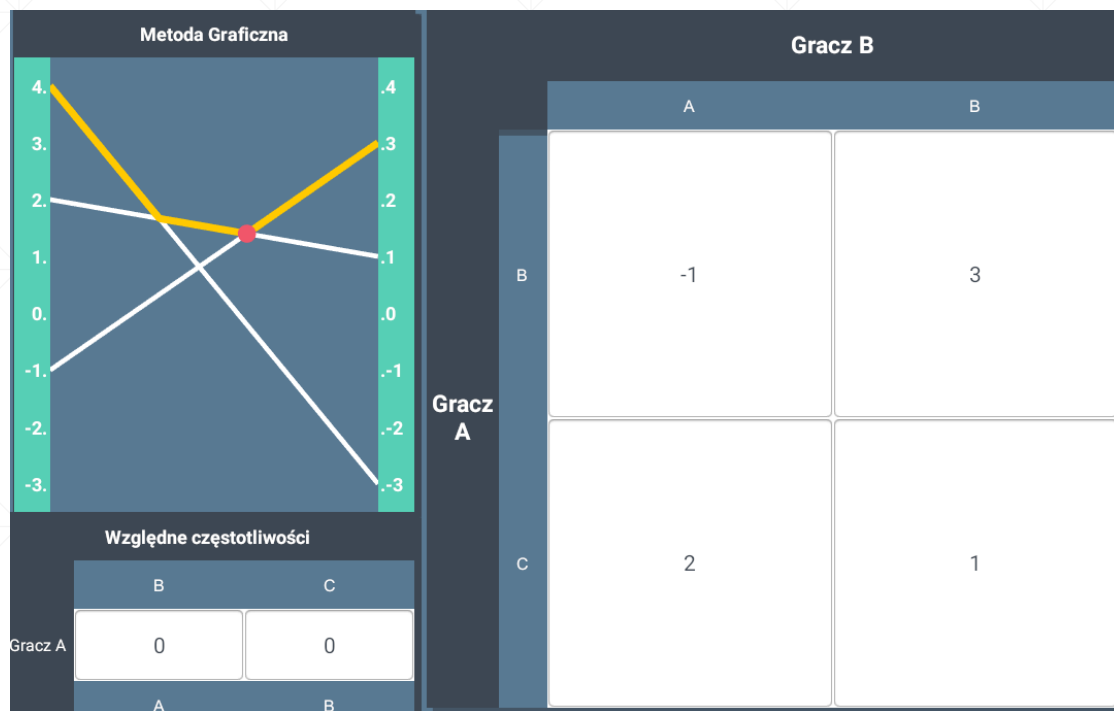
		Gracz B		Minima Wierszy	Logi z analizy
		A	B		
Gracz A	A	4	-3	-3	19# Porównuję strategię gracza: Gracz A - A z B
	B	2	1	1	18# Sprawdzanie strategii zdominowanych.
	C	-1	3	-1	17# Brak punktów siodłowych.
	D	0	-1	-1	16# Znaleziony maks kolumny jest najmniejszy.
	E	-3	0	-3	15# Znaleziono największą wartość w strategii B gracza: Gracz B
Maksima Kolumn		4	3		14# Znaleziony maks kolumny jest najmniejszy.
					13# Znaleziono największą wartość w strategii A gracza: Gracz B
					12# Znaleziona strategia nie jest największa spośród minimów
					11# Znaleziono najmniejszą wartość w strategii E gracza: Gracz A
					10# Znaleziona strategia nie jest największa spośród minimów
					9# Znaleziono najmniejszą wartość w strategii D gracza: Gracz A
					8# Znaleziona strategia nie jest największa spośród minimów

Po usunięciu strategii zdominowanych

		Gracz B	
		A	B
Gracz A	A	4	-3
	B	2	1
	C	-1	3

3c. Metoda graficzna

Wyznaczanie górnej granicy metodą graficzną



Wyznaczanie względnych częstotliwości metodą mieszaną dla małych gier (2x2)

Względne częstotliwości

	B	C
Gracz A	1	4

	A	B
Gracz B	2	3

		Gracz B				Suma wypłat wierszy	Logi z analizy
		A	B	C	D		
Gracz A	A	2	3	1	4	0	50# Znajduję najmniejszą wartość w wybr wierszu.
	B	1	2	5	4	0	49# Dla wybranej strategii zwiększam częstotliwość o 1
	C	2	3	4			48# Pobieram strategię A gracza Gracz A i do dodatkowej tablicy
	D	4	2	2			47# Liczba powtórzeń liczona na podstaw iloczyn liczby strategii Gracz A oraz Gracz B
Sumy wypłat kolumn		2	3	1	4		46# Rozwiązywanie gry metodą przybliżoną

		Względne częstotliwości			
		A	B	C	D
Gracz A	A	1	0	0	0
Gracz B	A	0	0	0	0

3d. Duża gra bez punktu siodłowego

- Rozpoczęcie wyszukiwania względnych częstotliwości metodą przybliżoną;
- Zaznaczono strategię A (dodano +1 dla względnych częstotliwości) i dodano sumy do sumy wypłat kolumn – zaznaczono najmniejszą wartość.

		Gracz B				Suma wypłat wierszy	Logi z a
		A	B	C	D		
Gracz A	A	2	3	1	4	1	53# Znajduję najmniejszą w kolumnie.
	B	1	2	5	4	5	52# Dla wybranej strategii z częstotliwość o 1
	C	2	3	4	1	4	51# Pobieram strategię C gr do dodatkowej tablicy
Względne częstotliwości		A	B	C	D		50# Znajduję najmniejszą w wierszu.
Gracz A	A	1	0	0	0	2	49# Dla wybranej strategii z częstotliwość o 1
	B	0	0	1	0	1	48# Pobieram strategię A gr do dodatkowej tablicy
Gracz B	A	0	0	1	0	1	47# Liczba powtórzeń liczor ilocznu liczby strategii Gracz
	B	0	0	1	0	4	46# Rozwiązywanie gry met
		A	B	C	D		45# Szukanie rozwiązania v mieszanych.
		A	B	C	D		44# Brak dominacji pomięd:
		A	B	C	D		43# Porównuję strategię gra
		A	B	C	D		42# Brak dominacji pomięd:

3d. Duża gra bez punktu siodłowego

- Zaznaczono strategię C (dodano +1 dla względnych częstotliwości) i dodano sumy do sumy wypłat wierszy – zaznaczono największą wartość.
- Powtórz kroki $n \cdot m$ razy, gdzie n = liczba strategii Gracza A, m = liczba strategii Gracza B.

3d. Duża gra bez punktu siodłowego

Efekt końcowy analizy dużej gry bez punktu siodłowego

		Gracz B				Suma wypłat wierszy	Logi z analizy		
		A	B	C	D				
Gracz A	A	2	3	1	4	41	161# Analiza została zakończona.		
	B	1	Względne częstotliwości				36	160# Optymalne skracanie wyników.	
	C	2					44	159# Powtórzenie: 16/16.	
	D	4					40	158# Znajduję najmniejszą wartość w wybranej kolumnie.	
	Sumy wypłat kolumn	40	41	41	42		157# Dla wybranej strategii zwiększam częstotliwość o 1	156# Pobieram strategię A gracza Gracz B i dodaję do dodatkowej tablicy	
		Gracz A				Suma wypłat wierszy			
		A	B	C	D				
	Gracz B	5	2	4	5	36	155# Znajduję najmniejszą wartość w wybranym wierszu.		
		4	9	2	1 <td rowspan="2">44</td> <td colspan="2">154# Dla wybranej strategii zwiększam częstotliwość o 1</td>		44	154# Dla wybranej strategii zwiększam częstotliwość o 1	
		A	B	C	D	40		153# Pobieram strategię C gracza Gracz A i dodaję do dodatkowej tablicy	
		40	41	41	42		152# Powtórzenie: 15/16.	151# Znajduję najmniejszą wartość w wybranej kolumnie.	
		40	41	41	42		150# Dla wybranej strategii zwiększam częstotliwość o 1		

Wnioski

- Omawianym tematem pracy była analiza wspomagająca wybory związane z problemami decyzyjnymi wśród uczestników konfliktu;
 - Temat pracy został zawężony do gier 2-osobowych o sumie zero;
 - Cel został osiągnięty i zrealizowany za pomocą silnika graficznego Unity 3D, który umożliwił utworzenie dowolnej (z omawianego zakresu tematyki) gry oraz krok po kroku analizowanie jej – wraz z ułatwiającymi analizę logami;
 - Ze względu na architekturę aplikacji (wzorce projektowe) w łatwy sposób można rozbudować aplikację dla szerszych zagadnień związanych z tematyką teorii gier.
-