Badania operacyjne i komputerowe wspomaganie decyzji - laboratorium 9 zadanie 2

Paweł Gałka

9 grudnia 2019

c_b	c_j	60	30	20	0	0	0	Rozw.
	x_b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	0	-2	0	1	1	-4	480
20	x_3	0	-2	1	0	1	-2	160
60	x_1	1	1.25	0	0	-0.25	0.75	40
	z_j	60	35	20	0	5	5	5600
	$c_j - z_j$	0	-5	0	0	-5	-5	

ad. 1
Cena ławek: c_2

$$c_2' = c_2 + \delta_2$$

Wtedy tabela przyjmuje postać:

c_b	c_j	60	30 $+ \delta_2$	20	0	0	0	Rozw.
	x_b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	0	-2	0	1	1	-4	480
20	x_3	0	-2	1	0	1	-2	160
60	x_1	1	1.25	0	0	-0.25	0.75	40
	z_j	60	35	20	0	5	5	5600
	$c_j - z_j$	0	-5 $+ \delta_2$	0	0	-5	-5	

Zależności $c_j - z_j$ dla x_2 spełniają warunek:

$$-5 + \delta_2 \quad \leq 0 \ \ \Rightarrow \delta_2 \leq 5$$

$$\delta_2 \in (-\infty; 5\rangle$$

$$c_2 \in (-\infty; 35\rangle$$

Odpowiedź: Wzrost ceny do 40 zł spowoduje przekroczenie przedziału dla którego rozwiązanie jest optymalne.

ad. 2
Cena stołów x_1, cena krzeseł x_1

$$c_1' = c_1 + \delta_1$$

Wtedy tabela przyjmuje postać:

c_b	c_j	60 $+ \delta_1$	30	20	0	0	0	Rozw.
	x_b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	0	-2	0	1	1	-4	480
20	x_3	0	-2	1	0	1	-2	160
60	x_1	1	1.25	0	0	-0.25	0.75	40
	z_j	60 $+ \delta_1$	35 $+ 1.25\delta_1$	20	0	5 - $0.25\delta_1$	5 $+ 0.75\delta_1$	5600
	$c_j - z_j$	0	-5 - $1.25\delta_1$	0	0	-5 $+ 0.25\ \delta_1$	-5 - $0.75\delta_1$	

Zależności $c_j - z_j$ dla x_2, x_5, x_6 spełniają warunek:

$$\begin{cases} -5 - 1.25\delta_1 & \leq 0 \\ -5 + 0.25\delta_1 & \leq 0 \\ -5 - 0.75\delta_1 & \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta_1 & \geq -4 \\ \delta_1 & \leq 20 \\ \delta_1 & \geq -6.666 \end{cases}$$

$$\delta_1 \in \langle -4; 20 \rangle$$

$$c_1 \in \langle 56; 80 \rangle$$

$$c_3' = c_3 + \delta_3$$

Wtedy tabela przyjmuje postać:

c_b	c_j	60	30	20 $+ \delta_3$	0	0	0	Rozw.
	x_b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	0	-2	0	1	1	-4	480
20	x_3	0	-2	1	0	1	-2	160
60	x_1	1	1.25	0	0	-0.25	0.75	40
	z_j	60	35 - $2\delta_3$	20	0	5 $+ \delta_3$	5 - $2\delta_3$	5600
	$c_j - z_j$	0	-5 $+ 2\delta_1$	0	0	-5 - δ_3	-5 $+ 2\delta_3$	

Zależności $c_j - z_j$ dla x_2, x_5, x_6 spełniają warunek:

$$\begin{cases} -5 + 2\delta_3 & \leq 0 \\ -5 - \delta_3 & \leq 0 \\ -5 + 2\delta_3 & \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta_3 & \leq 2.5 \\ \delta_3 & \geq -5 \\ \delta_3 & \leq 2.5 \end{cases}$$

$$\delta_3 \in \langle -5; 2.5 \rangle$$

$$c_3 \in \langle 15; 22.5 \rangle$$

Odpowiedź : $c_1 \in \langle 56; 80 \rangle$, $c_3 \in \langle 15; 22.5 \rangle$

ad. 3

$$F(x_1, x_2, x_3) = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 \to max$$

Ograniczenia PL:

$$\begin{aligned} 8x_1 + 6x_2 + 1x_3 &\leq 960 \\ 8x_1 + 4x_2 + 3x_3 &\leq 800 \\ 4x_1 + 3x_2 + 1x_3 &\leq 320 \end{aligned}$$

- b_1 - czas obróbki wstępnej
- b_2 - czas stolarni
- b_3 - czas wykańczalni

Macierz B^{-1} : $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -0.25 & 0.75 \end{bmatrix}$

Macierze b'_i: $b = \begin{bmatrix} 960 \\ 800 \\ 320 \end{bmatrix}$ $b'_1 = \begin{bmatrix} 960 + \epsilon_1 \\ 800 \\ 320 \end{bmatrix}$ $b'_2 = \begin{bmatrix} 960 \\ 800 + \epsilon_2 \\ 320 \end{bmatrix}$ $b'_3 = \begin{bmatrix} 960 \\ 800 \\ 320 + \epsilon_3 \end{bmatrix}$

Dla b'_1:

$$B^{-1} \cdot b'_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -0.25 & 0.75 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 960 + \epsilon_1 \\ 800 \\ 320 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 480 + \epsilon_1 & \geq 0 \\ 160 & \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \epsilon_1 \quad \geq -480 \\ 40 & \geq 0 \end{cases}$$

$$\epsilon_1 \in \langle -480; +\infty)$$

$$b_1 \in \langle 480; +\infty)$$

Dla b'_2:

$$B^{-1} \cdot b'_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -0.25 & 0.75 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 960 \\ 800 + \epsilon_2 \\ 320 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 480 + \epsilon_2 & \geq 0 & & \epsilon_2 & \geq -480 \\ 160 + \epsilon_2 & \geq 0 & \Rightarrow & \epsilon_2 & \geq -160 \\ 40 + \epsilon_2 & \geq 0 & & \epsilon_2 & \leq 160 \end{cases}$$

$$\epsilon_2 \in \langle -160; 160 \rangle$$

$$b_2 \in \langle 640; 960 \rangle$$

Dla b'_3:

$$B^{-1} \cdot b'_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -0.25 & 0.75 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 960 \\ 800 \\ 320 + \epsilon_3 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 480 - 4\epsilon_3 & \geq 0 \\ 160 - 2\epsilon_3 & \geq 0 \\ 40 + 0.75\epsilon_3 & \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{ll} \epsilon_3 & \leq 120 \\ \epsilon_3 & \leq 80 \\ \epsilon_3 & \geq -53.333 \end{array}$$

$$\epsilon_3 \in \langle -53.333; 80 \rangle$$

$$b_3 \in \langle 266.667; 400 \rangle$$

Odpowiedź : $b_1 \in \langle 480; +\infty)$,$b_2 \in \langle 640; 960 \rangle$, $b_3 \in \langle 266.667; 400 \rangle$

ad. 4

Czas wykończenia - 400h $\Rightarrow b_3 = 400 \Rightarrow b' = \begin{bmatrix} 960 \\ 800 \\ 400 \end{bmatrix}$

$$x^* = \begin{bmatrix} x_4^* \\ x_3^* \\ x_1^* \end{bmatrix} = B^{-1} \cdot b' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -0.25 & 0.75 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 960 \\ 800 \\ 400 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 160 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix}$$

$$F(x_1^*, x_2^*, x_3^*) = 60 \cdot 100 + 30 \cdot 0 + 20 \cdot 0 = 6000$$

Odpowiedź : To rozwiązanie to $x^* = \begin{bmatrix} x_4^* \\ x_3^* \\ x_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 160 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix}$