Co jest matematyczne – świat czy nasz umysł?

Abstrakt

Przedmiotem mojego eseju jest natura relacji między matematyką, światem fizycznym i ludzkim umysłem. Praca jest próbą zgłębienia tego, co matematyczne. Jest to temat poruszany przez wielu naukowców. Szczególną uwagę zwróciłem na dokonania polskich badaczy: Brożka, Hohola i Hellera. Ich twierdzenia przedstawione na tle odkryć Lakoffa i Núñeza dają świeże spojrzenie w omawianej przestrzeni. Rozpoczynam od przedstawienia skrajnych poglądów filozoficznych na naturę matematyki: platonizmu oraz intuicjonizmu. Następnie omawiana jest teoria matematyki ucieleśnionej, która znajduje się w opozycji do platonizmu. Choć jest ona ważnym narzędziem eksplanacyjnym posiada pewne istotne wady. Nie wyjaśnia ona dlaczego matematyka tak wiernie oddaje rzeczywistość. Z tego powodu zajmuję się teorią Hellera, który podjął się próby rozwiązania problemu. Podaje on przekonujące wyjaśnienie matematyczności świata i umysłu. Na koniec przedstawiam argumenty Brożka i Hohola za platonizmem matematycznym. Choć ten pogląd jest często krytykowany istnieje możliwość konstruktywnej obrony.

Słowa kluczowe: matematyka, percepcja, umysł, platonizm matematyczny

Wprowadzenie

Teza, którą postaram się udowodnić, brzmi: matematyczność jest cechą świata, nie tylko percepcji ludzkiego podmiotu. Debata na ten temat toczyła się od czasów Pitagorejskich, kiedy uważano, że byty matematyczne mają swoją odrębną egzystencję (Platon). Oznacza to, że są one podporą świata rzeczywistego i tylko czekają na odkrycie przez człowieka. Przeciwnym stanowiskiem jest pogląd na formy matematyczne jako obiekty naszej wyobraźni, które tworzymy wraz z rozwojem nauki, dopasowując do zastanej rzeczywistości. W tym miejscu wyłania się ważne pytanie: dlaczego matematyka, jako produkt ludzkiej myśli, odrębny od doświadczenia, jest tak znakomicie i precyzyjnie opisującym świat narzędziem? Postaram się zgłębić to i inne kluczowe zagadnienia.

Platonizm matematyczny

Matematykę napotykamy wszędzie – w życiu codziennym, we wszystkich naukach przyrodniczych, czy używając komputerów. Nic dziwnego, że tak uniwersalna kwestia od dawna jest przedmiotem badań i dyskusji. Początkiem sporu o naturę bytów matematycznych była platońska koncepcja idei. Według Platona miały one status bytów realnych. Oprócz dostępnego zmysłowo świata rzeczy (zjawisk), istnieje nadrzędny wobec niego świat idei, a w nim uchwytne rozumowo obiekty matematyczne. Świat jest matematyczny, bo jest odbiciem (cieniem) nadrzędnego świata bytów matematycznych[1].

Co ciekawe, platonizm matematyczny jest przyjmowany przez dużą grupę wybitnych naukowców. Jednym z nich jest Roger Penrose: „Wyobrażam sobie, że ilekroć umysł postrzega matematyczne pojęcie, styka się z platońskim światem idei. Gdy ktoś „widzi" prawdę matematyczną, jego świadomość dociera do świata idei i nawiązuje z nim bezpośredni kontakt – świat ten staje się dlań dostępny za pośrednictwem intelektu (…)"[2].

Brożek i Hohol wyróżniają dwie składowe platonizmu: ontologiczną i epistemologiczną[3]. W kontekście ontologicznym byty matematyczne istnieją niezależnie od nas, naszych definicji, języka i konstrukcji. Są tak samo lub bardziej rzeczywiste niż przedmioty fizyczne. Epistemologicznym aspektem jest odkrywanie obiektów matematycznych, w przeciwieństwie do ich konstruowania.

Intuicjonizm

W filozofii matematyki poglądem przeciwnym do platonizmu jest intuicjonizm. Uznaje on, że twierdzenia matematyki pozyskują swą prawdziwość z „intuicji" istot myślących. My, jako ludzkość, stworzyliśmy liczby i arytmetykę, a bez nas nigdy by one nie istniały. Proste działanie: „1+1=2", jest prawdziwe, dlatego że możemy napisać dowód poświadczający jego prawdziwość. Brak dowodu oznacza brak wartości prawdziwości. W intuicjonizmie matematyka jest konstruktem umysłu, ma on charakter twórczy[4]. Kolejnym krokiem będzie analiza teorii matematyki ucieleśnionej,

---

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Philosophy_of_mathematics#Platonism, dostęp: 10.05.2019.
[2] R. Penrose, *Nowy umysł cesarza*, przeł. P. Amsterdamski, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000, s. 459.
[3] B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny*, Copernicus Center Press, Kraków 2014, s. 163.
[4] https://pl.wikipedia.org/wiki/Filozofia_matematyki, dostęp: 10.05.2019.

która również odrzuca możliwość istnienia matematyki jako osobnego bytu. Jest ona powszechnie uznaną teorią wśród kognitywistów.

Matematyka ucieleśniona

Przedstawicielami koncepcji umysłu i matematyki ucieleśnionej są George Lakoff i Rafael Núñez. Teoria ucieleśnienia wnosi, że matematyka jest ludzkim produktem i używa bardzo ograniczonych możliwości ludzkiej biologii. Jest kształtowana przez naturę naszych ciał, mózgów, kulturę i społeczeństwo. System poznawczy człowieka tworzy się poprzez kontakt ludzkiego ciała ze środowiskiem. W interakcji ze środowiskiem kreujemy pojęcia konkretne, a dzięki zaawansowanym mechanizmom poznawczym możemy je ekspandować do pojęć bardziej abstrakcyjnych. Kluczem do wszystkich abstrakcyjnych pojęć matematycznych i nie tylko, jest mechanizm metaforyzacji.

Lakoff i Núñez odpowiedzieli na jedno z najważniejszych pytań dotyczących matematyki: jaka jest jej natura? Oto ich stanowiska:

- „Matematyka, jaką ją znamy lub możemy poznać, istnieje jako zasługa umysłu ucieleśnionego.
- Cała zawartość matematyki spoczywa w ucieleśnionych konceptach matematycznych.
- Ogromna liczba najbardziej podstawowych, jak i bardziej skomplikowanych pojęć matematycznych jest w swej naturze metaforyczna”[5].

Naukowcy twierdzą, że ich teoria całkowicie obala platonizm matematyczny. Uważają, że platonizm jest przejawem „romantyzmu” ze strony matematyków, „historią, w którą wielu chce uwierzyć”[6]. Niestety, skupiając się na krytyce epistemologii, pomijają ważne elementy. Jak uważają Brożek i Hohol: „[..] Lakoff i Núñez nie zdają sobie sprawy z meandrów wielowiekowej refleksji nad platonizmem matematycznym – ich obiekcje nie dotykają na przykład argumentów semantycznego i z niezbędności”[7]. Rozważania nad biologią i psychologią matematyki prowadzą do kluczowych pytań o naturę matematyki i jej relację do umysłu, czym zajmę się w następnym podrozdziale.

Ludzki umysł, a matematyka

Zwierzęta wyposażone są w zdolności percepcyjne – śledzenia obiektów (OTS) i szacowania liczebności – (ANS), ich działanie wyjaśnia proste zdolności numeryczne. Badając dzieci i „barierę liczby 4”, można uznać początki akwizycji języka za pierwszy krok w zdolnościach matematycznych. Naukowcy nie odkryli jeszcze, dlaczego dzieci przełamują tę barierę, co w pewnym stopniu osłabia autorytet neurobiologii w tej kwestii. Zdaniem Hohola i Brożka pomostem do wytworzenia ludzkich zdolności matematycznych są struktury sensomotoryczne, które w toku interakcji organizmu ze środowiskiem tworzą mechanizmy metaforyzacji. Metafory są tu rozumiane jako

[5] G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From*, Basic Books, New York 2000, s. 364.
[6] *Ibidem*, s. 364
[7] B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny*, Copernicus Center Press, Kraków 2014, s. 197.

struktury pozwalające z tego, co konkretne, pojąć to, co abstrakcyjne. Ma to miejsce w sferze nieświadomej.

Lakoff i Núñez w *Where Mathematics Comes From* przedstawiają argumenty przemawiające za uznaniem metafor jako odpowiedzialnych za powstanie słownika pojęć matematycznych. Teoria ta dobrze tłumaczy, jak tworzą się teorie matematyczne w interakcji ze światem, ale ma pewne istotne problemy, np. nie pokazuje, w jaki sposób system poznawczy dopasowuje do siebie domenę matematyki i świata[8].

Pod znakiem zapytania stoi poszukiwanie czysto ewolucyjnych przyczyn zdolności matematycznych. Bożek i Hohol uważają, że poznanie matematyczne opiera się na zdolnościach wykorzystywanych też w innych typach poznania"[9]. Dlatego jego przyczyn należy szukać gdzieś indziej.

Dlaczego matematyka tak wiernie oddaje rzeczywistość?

Problem skuteczności matematyki w opisie świata był eksplorowany przez wielu naukowców. Fakt ten bywa interpretowany jako przesłanka na rzecz platońskiego realizmu matematycznego. Poglądem odmiennym jest uznawanie konstrukcji podmiotu za przyczynę postrzegania świata jako matematycznego.

Uważam, że status ontologiczny matematyki jest niesamowicie istotną zagadką do rozwiązania. Mierzył się z nią Michał Heller, stawiając hipotezę matematyczności przyrody: „światu należy przypisać cechę, dzięki której szczególnie skutecznie można go badać za pomocą metody matematycznej"[10]. Takie podejście wskazuje na realizm matematyczny.

Bardzo ważnym jest rozróżnienie matematyki na tworzoną przez ludzi (przez małe „m") oraz matematykę jako zbiór integralnych właściwości oraz struktur rzeczywistości (przez duże „M"). Matematyka przez małe „m" jest wypracowana dzięki biologicznemu przystosowaniu, teorie te są ucieleśnione i osadzone w interakcjach międzyludzkich. Są one częścią kultury, choć niezależną od nas. Możliwe jest, że matematyka przez małe „m" jest tak skuteczna w wyrywaniu przyrodzie jej tajemnic, bo Wszechświat jest Matematyczny (przez duże „M") – nasza matematyka „rezonuje" z Matematyką[11].

Brożek i Hohol uważają, że za tezą matematyczności świata Hellera stoją trzy argumenty: argument ze skuteczności, argument z naddatkowości oraz argument z cudowności[12]. Są to moim zdaniem stanowiska wystarczające do akceptacji tezy matematyczności świata.

Podsumowanie

Sądzę, że nie ma wystarczających dowodów przemawiających za tym, że matematyka tworzona jest przez nasze umysły. Neurobiolodzy wystosowali argument biologiczny: teorie matematyczne tworzone są przez ludzi ukształtowanych w procesie ewolucji, czyli długotrwałej interakcji ze światem; stąd bierze się matematyczność umysłu i jego moc odkrywania praw fizyki[13]. Heller obala ten argument,

---

[8] M. Hohol, *Matematyczność ucieleśniona*. W: B. Brożek, J. Mączka, W.P. Grygiel, M. Hohol (red.), *Oblicza racjonalności: Wokół myśli Michała Hellera*, Kraków: Copernicus Center Press 2011, s. 163.
[9] B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny*, Copernicus Center Press, Kraków 2014, s. 241.
[10] M. Hohol, *Matematyczność ucieleśniona.* W: B. Brożek, J. Mączka, W.P. Grygiel, M. Hohol (red.), *Oblicza racjonalności: Wokół myśli Michała Hellera*, Kraków: Copernicus Center Press 2011, s. 145.
[11] B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny*, Copernicus Center Press, Kraków 2014, s. 252.
[12] *Ibidem*, s. 216.
[13] *Ibidem,* s. 232.

przeprowadzając podział na naszą matematykę i matematykę jako taką. Twierdzi on, że „to świat musi być „pierwotnie” matematyczny, żeby ukształtowany w nim umysł mógł tworzyć matematykę”[14].

Neurobiolodzy nie wyjaśniają, jak umysł mógłby tworzyć matematykę. Nasze umysły są matematyczne, dlatego że są częścią Matematycznego świata. Dzięki temu możemy tworzyć nasze teorie, matematykę przez małe „m”, które mają ten sam status, co wszelkie inne wytwory naszej kultury.

Uwzględniając wszystkie powyższe argumenty, moje stanowisko skierowane jest w stronę platonizmu matematycznego. Mimo krytyki poglądu przez takich neurobiologów jak Dehaene, Lakoff i Núñez uważam, że np. argument z niezbędności stanowi poważną broń w obronie platonizmu. Wychodząc od tezy, że jedynym językiem jakim możemy opisać fizykę jest matematyka i będąc realistami w stosunku do teorii fizycznych możemy uznać, że byty zmienne w nich zawarte istnieją rzeczywiście[15].

Omawiane zagadnienie jest bardzo trudne do stanowczego rozstrzygnięcia. Przyznaję, że platońska wizja matematyki bardziej pobudza moją wyobraźnię i między innymi dlatego zwróciłem na nią szczególną uwagę. Zagadnienie z pewnością wymaga dalszych poszukiwań odpowiedzi.

[14] *Ibidem*, s. 233.
[15] *Ibidem*, s. 173.

Bibliografia

Źródła książkowe:

1. R. Penrose, *Nowy umysł cesarza*, przeł. P. Amsterdamski, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000.
2. B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny*, Copernicus Center Press, Kraków 2014.
3. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From*, Basic Books, New York 2000.
4. M. Hohol, *Matematyczność ucieleśniona*. W: B. Brożek, J. Mączka, W.P. Grygiel, M. Hohol (red.), *Oblicza racjonalności: Wokół myśli Michała Hellera*, Kraków: Copernicus Center Press 2011.

Wykaz stron internetowych:

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Philosophy_of_mathematics#Platonism, dostęp: 10.05.2019.
2. https://pl.wikipedia.org/wiki/Filozofia_matematyki, dostęp: 10.05.2019.