Odpowiedzi i wskazówki

§ 1. Zbiory

1.6. Tylko $C_6 \subset C_3$.

1.12. a) m jest dzielnikiem n, b) to nie jest możliwe,
c) n jest dzielnikiem m.

1.20. a) $A \subset B$, c) $B \subset A$, e) $A \cap B = \emptyset$.
b) $A \subset B$, d) $A \subset B$.

1.27. Zbiór wszystkich punktów płaszczyzny, których obie współrzędne są liczbami naturalnymi.

1.29. a) Każde z tych działań jest wykonalne w zbiorze 2^X, bo wynik dowolnego z tych działań na dwóch podzbiorach zbioru X jest podzbiorem zbioru X.
b) „$\cap$" i „$\cup$".
c) elementem neutralnym działania „$\cup$" jest $\emptyset$, a elementem neutralnym działania „$\cap$" jest zbiór X.

1.31. Np. b)

$\oplus_3$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

$\odot_3$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

1.32. 7; 1; 2; 86; 8; 76.

1.33. a) 2, b) 0, c) 8, d) 8.

1.34. a) (0, 1); (1, 0); (2, 4); (4, 2); (3, 3),
b) (0, 0); (1, 11); (11, 1); (2, 10); (10, 2); (3, 9); (9, 3); (4, 8); (8, 4); (5, 7); (7, 5); (6, 6),
c) (0, 1); (1, 0); (2, 3); (3, 2),
d) (0, 1); (1, 0); (2, 5); (5, 2); (3, 4); (4, 3).

1.35. a) 6, b) 1, c) 20, d) 9, e) 25, f) 2.

1.36. a) 1, b) 2 lub 4 lub 6, lub 0, c) 3, d) nie ma rozwiązania.

1.41. a) Tak, b) 1, 3, 2, 2, 12, 6, 36,
c) istnieje element neutralny działania □; jest nim liczba 1.

1.42. a) Każde z tych działań jest przemienne; łączne są tylko działania $\triangle$ i $\circ$,
b) elementem neutralnym działania $\triangle$ jest (-1), a działania $\circ$ jest 0; działanie □ nie ma elementu neutralnego,
c) w zbiorze liczb naturalnych i w zbiorze liczb całkowitych są wykonalne działania $\triangle$ i $\circ$.

§ 2. Liczby rzeczywiste

2.8. a) Parzysta, b) parzysta, c) parzysta, d) parzysta.

2.9. a) Parzysta, b) parzysta, c) nieparzysta, d) nieparzysta.

2.10. a) $n+(n+1)+(n+2) = 3n+3 = 3(n+1)$,
b) $2n+(2n+2)+(2n+4) = 6n+6 = 6(n+1)$,
c) $(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)+(2n+5) = 8n+8 = 8\cdot(n+1)$.

2.11. a) $(a+b)^2$, b) $(a-b)^2$, c) a^2+b^2, d) a^2-b^2.

2.12. a) $(n+1)^2-n^2 = n^2+2n+1-n^2 = 2n+1$,
b) $(2n+2)^2-(2n)^2 = 4(2n+1)$,
c) $(2n+3)^2-(2n+1)^2 = 8(n+1)$.

2.15. Wsk. Rozważ w jakiej potędze występuje liczba 2 w rozkładzie na czynniki pierwsze każdej ze stron równości.

2.17. a) Wiadomo, że jeżeli $a \in W$ i $b \in W$, to $a+b \in W$ i $a-b \in W$. Przypuśćmy więc, że $a \in W$ i $b \notin W$. Niech $a+b = c$. Gdyby $c \in W$, wówczas $c-a \in W$, $c-a = b$. Otrzymalibyśmy więc: $b \in W$, co jest sprzeczne z założeniem. W takim razie $a+b \notin W$.

2.18. Gdyby każda z liczb a, b, c była wymierna, to suma $a+b$ byłaby liczbą wymierną, wbrew założeniu.

2.19. Ponieważ $a+b$ i $a-b$ są liczbami wymiernymi, to ich suma $(a+b)+(a-b) = 2a$ i różnica $(a+b)-(a-b) = 2b$ są liczbami wymiernymi. Stąd a i b są wymierne.

2.20. Korzystamy z definicji dzielenia:
$\frac{a}{b} = c \Leftrightarrow a = b\cdot c$.
Jeśli $a \neq 0$ i $b = 0$, to nie istnieje liczba c taka, że $a = 0\cdot c$.
Jeśli $a = 0$ i $b = 0$, to każda liczba c spełnia warunek $0 = 0\cdot c$. Jest to sprzeczne z def. działania.

2.22. 2.

2.23. 0.

2.24. $\frac{1}{5}$.

2.25. 0,8.

2.26. a) 1; b) 1; c) $-\frac{96}{373}$.

2.27. $\frac{21}{59}$.

2.28. a) 2,32; b) $\frac{847}{800}$; c) 56,25; d) 26125; e) 0,3; f) $\frac{1}{100}\cdot ab$.

2.29. a) 280; b) 700; c) 400; d) $\frac{a\cdot 100}{p}$.

2.30. a) 800%; b) 40%; c) 500%.

2.31. 34%.

2.32. $\frac{ap+bq}{a+b}$%.