$(\sqrt{3}-1)^2-(2-\sqrt{3})^2$ f) $(\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5})+(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2$

$(2\sqrt{3}-\frac{3}{2})^2-(2\sqrt{3}+\frac{3}{2})^2$ g) $(2\sqrt{5}-\sqrt{10})^2-(2\sqrt{5}+1)(1-2\sqrt{5})$

$(\frac{1}{3}+3\sqrt{2})^2-(\frac{1}{3}-3\sqrt{2})^2$ h) $(\sqrt{6}-2\sqrt{3})^2-(5\sqrt{2}-1)(1+5\sqrt{2})$

›licz.

$\sqrt{\sqrt{2}+1}\cdot\sqrt{\sqrt{2}-1}$ c) $\sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\cdot\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

$\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}$ d) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}\cdot\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

›licz pole powierzchni całkowitej sześcianu o krawędzi a.

$a=3+\sqrt{2}$ b) $a=2\sqrt{3}-1$ c) $a=\sqrt{6}+\sqrt{2}$

›licz obwód trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych a i b.

$a=4-\sqrt{2},\ b=4+\sqrt{2}$ b) $a=8+\sqrt{2},\ b=4-2\sqrt{2}$

blicz.

$\left(\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}}\right)^2$ c) $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^2$

$\left(\sqrt{2+\sqrt{5}}-\sqrt{\sqrt{5}-2}\right)^2$ d) $\left(\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}-\sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\right)^2$

blicz wartość wyrażenia:

$(2x+3y)(2x-3y)-(2x-3y)^2$ dla $x=\sqrt{\sqrt{10}-3},\ y=\sqrt{\sqrt{10}+3}$,

$(\sqrt{3}x-y)^2-(x-\sqrt{3}y)^2$ dla $x=\sqrt{6}+\sqrt{2},\ y=\sqrt{6}-\sqrt{2}$,

$(\sqrt{2}x-\sqrt{3}y)^2-(\sqrt{2}x-\sqrt{5}y)(\sqrt{2}x+\sqrt{5}y)$ dla $x=\sqrt{5}-4,\ y=\sqrt{6}$,

$(x^2-4y^2)^2-(4y^2-x^2)^2$ dla $x=\frac{1}{\sqrt{2}-1},\ y=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$.

zasadnij, że dla każdej liczby naturalnej n liczba:

$(n+1)^2-n^2$ jest nieparzysta, c) $(n+\frac{1}{2})^2-(n-\frac{1}{2})^2$ jest parzysta,

$(2n+1)^2$ jest nieparzysta, d) n^3-n jest podzielna przez 6.

'yprowadź wzór:

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$$

skazówka. Pogrupuj wyrazy i skorzystaj ze wzoru na kwadrat sumy.

'ykaż, że:

jeśli $c\neq 0$ i $(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab$, to $a=-b$,

) jeśli $b\neq 0$ i $(a-b+c)^2=a^2+c^2-2ab+2ac$, to $b=2c$.

Wzór na różnicę kwadratów: $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ można zastosować do usuwania niewymierności z mianownika.

Przykład 1

$$\frac{5}{\sqrt{2}-1}=\frac{5}{\sqrt{2}-1}\cdot\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}=\frac{5\sqrt{2}+5}{2-1}=5\sqrt{2}+5$$

Ćwiczenie 1

Usuń niewymierność z mianownika.

a) $\frac{1}{6+\sqrt{2}}$ b) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}+4}$ c) $\frac{2}{4-3\sqrt{2}}$ d) $\frac{2\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}+2}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

Wzory skróconego mnożenia wykorzystujemy przy rozwiązywaniu równań i nierówności.

Ćwiczenie 2

Przeczytaj podany obok przykład.
Rozwiąż równanie.

a) $x^2-(2-x)^2=8$

b) $(3x+1)^2-9x^2=7$

c) $(x+1)^2-(x+1)(x-1)=12$

Rozwiąż równanie.

$$(x-4)(x+4)-(x-3)^2=17$$
$$x^2-16-(x^2-6x+9)=17$$
$$x^2-16-x^2+6x-9=17$$
$$6x-25=17$$
$$6x=42$$
$$x=7$$

Ćwiczenie 3

Rozwiąż nierówność.

a) $4x^2-(2x+1)^2<3$ c) $(2x+1)(2x-1)>4x^2-9x$

b) $(3-x)^2\geqslant x^2+12$ d) $2-(2x-1)^2\leqslant(3-2x)(2x+3)$

Przykład 2

Dla jakich wartości x wyrażenie x^2+4x+4 przyjmuje wartość równą 0?

$x^2+4x+4=(x+2)^2$, więc:

$x^2+4x+4=0 \Leftrightarrow (x+2)^2=0 \Leftrightarrow x=-2$

Symbol $\Leftrightarrow$ czytamy: „wtedy i tylko wtedy, gdy”.

Ćwiczenie 4

Dla jakich wartości x podane wyrażenie przyjmuje wartość równą 0?

a) $x^2+8x+16$ c) $4x^2-4x+1$ e) $4x^2+12x+9$

b) x^2-6x+9 d) $25x^2+10x+1$ f) $9x^2-3x+\frac{1}{4}$