

Ćwiczenie

dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b :

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ kwadrat sumy
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ kwadrat różnicy

Przykład 1

Wykaż, że dla dowolnych liczb a i b prawdziwe są podane wyżej wzory.

Wykorzystaj, że kwadrat różnicy można zilustrować następująco:

$(\bigcirc + \square)^2 = \bigcirc^2 + 2 \cdot \bigcirc \cdot \square + \square^2$
 $(\bigcirc - \square)^2 = \bigcirc^2 - 2 \cdot \bigcirc \cdot \square + \square^2$

Przykład 1

$(x + 5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$
 $(x + 2)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4$
 $(x - 3y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

Ćwiczenie 2

Wypisz w postaci sumy algebraicznej.

- a) $(x + 1)^2$ c) $(x - 3)^2$ e) $(2x + 1)^2$ g) $(4x - 1)^2$
- b) $(x + 2)^2$ d) $(x - 5)^2$ f) $(\frac{1}{2}x + 2)^2$ h) $(2x - \frac{1}{2})^2$

Ćwiczenie 3

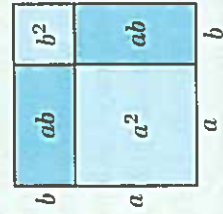
Wypisz w postaci sumy algebraicznej.

- a) $(x + 2y)^2$ d) $(3x + \frac{1}{2}y)^2$
- b) $(x - y)^2$ e) $(2x - \frac{1}{4}y)^2$
- c) $(x + 2y)^2$ f) $(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y)^2$

Ćwiczenie 4

- a) $(\sqrt{7} + 1)^2$ d) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$
- b) $(\sqrt{5} - 3)^2$ e) $(\sqrt{6} + \sqrt{15})^2$
- c) $(3 - \sqrt{3})^2$ f) $(\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{6})^2$

Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną wzoru:
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



Podaj analogiczną interpretację geometryczną wzoru:
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b :

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ różnica kwadratów

Ćwiczenie 5

Wykaż, że dla dowolnych liczb a i b prawdziwy jest podany wyżej wzór.

Przykład 2

- a) $(x - 6)(x + 6) = x^2 - 6^2 = x^2 - 36$
- b) $(2x - 3y)(2x + 3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$

Ćwiczenie 6

Zapisz w postaci sumy algebraicznej.

- a) $(x - 3)(x + 3)$ c) $(2x - 4)(2x + 4)$ e) $(3x - 4y)(3x + 4y)$
- b) $(x + 7)(x - 7)$ d) $(6 + 5x)(5x - 6)$ f) $(\frac{1}{2}x + 3y)(3y - \frac{1}{2}x)$

Przykład 3

$(7 - \sqrt{3})(7 + \sqrt{3}) = 49 - 3 = 46$

Ten przykład rozwiązany za pomocą kalkulatora wyglądałby następująco:

$(7 - \sqrt{3})(7 + \sqrt{3}) \approx (7 - 1,732050808)(7 + 1,732050808) =$
 $= 5,267949192 \cdot 8,732050808 \approx 46$

Ćwiczenie 7

Oblicz.

- a) $(5 - \sqrt{7})(5 + \sqrt{7})$ c) $(\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2})(\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{6}}{2})$ e) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$
- b) $(\sqrt{5} + 1)(1 - \sqrt{5})$ d) $(2\sqrt{2} - 3)(3 + 2\sqrt{2})$ f) $(\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{2})(\sqrt{5} - \frac{\sqrt{2}}{2})$

Zadania

1. Uprość wyrażenie.

- a) $(x - 3)(x + 3) + (2 + x)(2 - x)$ d) $(5y + 1)(1 - 5y) - (1 + 5y)^2$
- b) $(x + \frac{3}{2})(x - \frac{3}{2}) - (x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2})$ e) $(2x - y)(2x + y) + (3x + 2y)(3x - 2y)$
- c) $(2y - 3)^2 - (3y - 2)(3y + 2)$ f) $(y + 3x)(3x - y) - (x - 5y)(x + 5y)$

2. Oblicz wartość wyrażenia:

- a) $(x + 1)(x - 1) + (x + 2)(x - 2) - (x + 3)(x - 3)$ dla $x = \sqrt{3}$,
- b) $(1 - 2x)(1 + 2x) + (1 - 3x)(1 + 3x) - (1 - 4x)(4x + 1)$ dla $x = \sqrt{5}$,
- c) $(2x - 1)^2 - (2x - 1)(1 + 2x) - (2x + 1)^2$ dla $x = \sqrt{2}$.