

Jeśli wszystkie rozpatrywane przez nas zbiory są podzbiorami ustalonego zbioru  $X$ , to zbiór  $X$  nazywamy **przestrzenią**.

Jeśli  $X$  jest przestrzenią,  $A \subseteq X$ , to dopełnieniem zbioru  $A$  nazywamy zbiór:  $A' = X \setminus A$ .

Parę elementów  $(a, b)$ , w której wyróżniono element  $a$  jako pierwszy nazywamy **parą uporządkowaną**. Oznaczamy ją symbolem:  $(a, b)$ .

**Iloczynem kartezjańskim** (produktem) zbiorów  $A$  i  $B$  nazywamy zbiór wszystkich uporządkowanych par  $(a, b)$ , w których pierwszym elementem jest element zbioru  $A$ , zaś drugim — element zbioru  $B$ .  
 $(a, b) \in A \times B \Leftrightarrow (a \in A \text{ i } b \in B)$ .

**Działaniem dwuargumentowym** wykonalnym w niepustym zbiorze  $A$  nazywamy przyporządkowanie każdej uporządkowanej parze elementów zbioru  $A$  dokładnie jednego elementu tego zbioru.

Jeżeli działanie  $\Delta$  jest wykonalne w zbiorze  $A$  i dla każdych dwóch elementów  $a, b \in A$  spełniony jest warunek  $a \Delta b = b \Delta a$ , to mówimy, że działanie  $\Delta$  jest **przemienne** w  $A$ .

Jeżeli działanie  $\Delta$  jest wykonalne w zbiorze  $A$  i dla każdych trzech elementów  $a, b, c \in A$  spełniony jest warunek  $(a \Delta b) \Delta c = a \Delta (b \Delta c)$ , to mówimy, że działanie  $\Delta$  jest **łączne** w  $A$ .

Jeżeli działanie  $\Delta$  jest wykonalne w zbiorze  $A$  i istnieje element  $e \in A$  taki, że dla każdego  $a \in A$  spełniony jest warunek  $a \Delta e = e \Delta a = a$ , to  $e$  nazywamy **elementem neutralnym** działania  $\Delta$ .

## Zadania

1.1. Podaj wszystkie elementy zbioru  $A$  jeśli:

- $A = \{x: x \text{ jest liczbą naturalną dwucyfrową}\};$
- $A = \{x: x \in N \text{ i } x \text{ jest dzielnikiem liczby } 12\};$
- $A = \{x: x \text{ jest uczniem twojej klasy i } x \text{ uczy się języka angielskiego}\};$
- $A = \{x: x \text{ jest stolicą państwa w Europie}\};$
- $A = \{x: x \in C \text{ i } 0 \leq x < 6\};$
- $A = \{x: x \in N \text{ i } x \text{ jest wielokrotnością liczby } 3 \text{ i } x < 23\}.$

1.2. Zbiór  $M = \{3, 6, 9, 12, 15\}$  można również określić następująco:  
 $M = \{x: x \in N_+, \text{ i } x \text{ jest wielokrotnością } 3 \text{ i } x < 16\}$

W podobny sposób określ zbiory:

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\};$$

$$B = \{1, 3, 5, 15\};$$

$$C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}.$$

1.3. Podaj pięć elementów każdego z następujących zbiorów:

$$A = \{x: x \text{ jest potęgą liczby } 2 \text{ o wykładniku naturalnym}\};$$

$$B = \{x: x \in C \text{ i } x \text{ jest liczbą nieparzystą}\};$$

$$C = \{x: x \in N \text{ i } -1 \leq x < 50\frac{1}{2}\};$$

$$D = \{x: x = \frac{1}{n} \text{ i } n \in N_+\};$$

$$E = \{x: x \text{ jest ssakiem}\}.$$

1.4. Zbadaj, które z podanych zbiorów są równe:

$$A = \{x: x \in R \text{ i } x^2 - 4 = 0\};$$

$$B = \{x: x \text{ jest liczbą parzystą i } x \in C\};$$

$$C = \{x: x \in R \text{ i } |x| = 2\};$$

$$D = \{-2, 2\};$$

$$E = \{x: x = 2k \text{ i } k \in C\}.$$

1.5. Sprawdź, czy zbiór  $A$  jest podzbiorem zbioru  $B$ , jeśli:

$$a) A = \{0, 2, 4, 6, 8\}, B = \{x: x \in N \text{ i } x \text{ jest liczbą parzystą}\};$$

$$b) A = (x: x \text{ jest mieszkańcem Warszawy});$$

$$B = \{x: x \text{ jest mieszkańcem Polski}\};$$

$$c) A = \{x: x = n(n+1) \text{ i } n \in N\}; B = \{x: x \in C \text{ i } x \geq 0\};$$

$$d) A = \{x: x \text{ jest uczniem twojej klasy}\};$$

$$B = \{x: x \text{ ma więcej niż } 12 \text{ lat}\}.$$

1.6. Przez  $C_n$  oznaczamy zbiór wszystkich liczb całkowitych podzielnych przez  $n (n \in N_+)$

Dla każdej z podanych par zbiorów określ, czy jeden ze zbiorów jest zawarty w drugim:

$$a) C_2 \text{ i } C_3,$$

$$b) C_3 \text{ i } C_6,$$

$$c) C_6 \text{ i } C_9,$$

$$d) C_5 \text{ i } C_7,$$

$$e) C_4 \text{ i } C_6.$$

1.7. Podaj wszystkie podzbiory zbioru  $A = \{2, 3, 4\}$ .

Pamiętaj, że  $A \subset A$  i  $\emptyset \subset A$ .

1.8. Ile podzbiorów ma zbiór o  $n$  elementach gdy:

$$a) n = 1,$$

$$b) n = 2,$$

$$c) n = 3,$$

$$d) n = 4,$$

$$e) n = 5,$$

$$f) n = 6?$$