

- a)  $|2x - 8| = 4$  c)  $|\frac{1}{2}x - 1| = 3$  e)  $|10 - x| = 4$   
 b)  $|4x + 2| = 6$  d)  $|\frac{2}{3}x + 4| = 2$  f)  $|1 - 3x| = 6$

2. Rozwiąż nierówność.

- a)  $|2x + 4| \leq 8$  d)  $|2 - \frac{1}{3}x| < 1$  g)  $|2x - 4| \leq 0$   
 b)  $|3x - 9| \geq 6$  e)  $|\frac{5}{2}x + 10| \geq 5$  h)  $|x + 11| > 0$   
 c)  $|2x + \frac{1}{2}| > 2$  f)  $|0,75 + \frac{5}{4}x| < \frac{1}{4}$  i)  $|x - 3| \geq -1$

3. Rozwiąż równanie.

- a)  $\sqrt{(x+5)^2} = 5$  c)  $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 1$  e)  $\sqrt{\frac{1}{4} + x + x^2} = 4$   
 b)  $\sqrt{(3-x)^2} = 2$  d)  $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 3$  f)  $\sqrt{9x^2 - 12x + 4} = 6$

4. Rozwiąż nierówność.

- a)  $|x| \leq \sqrt{(4-2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(4-3\sqrt{2})^2}$   
 b)  $|x+1| \geq \sqrt{(3-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-2)^2}$

5. Jakie liczby  $x$  spełniają równanie?

- a)  $|x-3| = x-3$  c)  $|x+\sqrt{2}| = -x-\sqrt{2}$   
 b)  $|3x-6| = 6-3x$  d)  $\sqrt{(x-2)^2} = x-2$

6. Uprość wyrażenie dla  $x < 0$ .

- a)  $\sqrt{x^2} + x$  b)  $\sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{x^2}$  c)  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + x$

7. Korzystając z interpretacji geometrycznej wartości bezwzględnej, uzasadnij, że jeśli  $a < b$ , to zbiorem rozwiązań nierówności  $|x-a| < |x-b|$  jest przedział  $(-\infty; \frac{a+b}{2})$ .

8. Wykaż, że wyrażenie przyjmuje stale tę samą wartość dla podanych wartości  $x$ .

- a)  $|-x| + |2-x| - |3-2x|$  dla  $x \geq 2$   
 b)  $\sqrt{x^2 + 6x + 9} + |-x| - |-2x-6|$  dla  $x \leq -3$

9. Wykaż, że jeśli  $0 \leq a \leq b$ , to  $\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} - \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = 2\sqrt{a}$ .

Logika matematyczna

Sposoby budowania zdań w języku, którym porozumiewamy się na co dzień są określone przez reguły gramatyki. W matematyce podobną rolę odgrywają reguły logiki matematycznej. Odnoszą się one do zdań, którym można w jednoznaczny sposób przypisać wartość logiczną: **prawdy** lub **falszu**. Stosowane są oznaczenia: 1 (prawda), 0 (falsz).

Na przykład:

- a)  $\sqrt{2}$  jest liczbą wymierną.      fałsz 0  
 b) Każdy prostokąt jest równoległobokiem.      prawda 1  
 c) Każdy równoległobok jest prostokątem.      fałsz 0

Uwaga. Reguły logiki można stosować również do zdań o treści niematematycznej. Ze zdań składowych (będziemy je oznaczać literami:  $p, q, r, \dots$ ) możemy tworzyć zdania złożone przy użyciu spójników logicznych: „nie”, „lub”, „i”, „jeżeli..., to...”, „wtedy i tylko wtedy, gdy...”.

Negacja zdania

Rozpatrzmy dwa zdania: zdanie  $p$  i jego zaprzeczenie – zdanie *Nieprawda*, że  $p$ , co zapisujemy  $\sim p$ . Na przykład:

- $p$ : 7 jest liczbą ujemną.      0  
 $\sim p$ : Nieprawda, że 7 jest liczbą ujemną.      1

Zdanie  $p$  jest fałszywe, zdanie  $\sim p$  – prawdziwe.

Zwróć uwagę, że z dwóch zdań,  $p$  i  $\sim p$ , zawsze jedno jest prawdziwe, a jedno fałszywe.

$p$	$\sim p$
1	0
0	1

Jeśli zdanie  $p$  jest prawdziwe, to zdanie  $\sim p$  jest fałszywe.  
 Jeśli zdanie  $p$  jest fałszywe, to zdanie  $\sim p$  jest prawdziwe.

1. Jeżeli zdanie  $p$  ma postać  $\sqrt{8} < 3$ , to zdanie  $\sim p$  ma postać  $\sqrt{8} \geq 3$ . Wartości logiczne zdań  $p$  i  $\sim p$  to odpowiednio 1 i 0.

- a) Sformułuj zdanie  $\sim p$ , jeżeli  $p$  ma postać  $\sqrt{625} \neq 25$ . Określ wartości logiczne zdań  $p$  i  $\sim p$ .  
 b) Sformułuj zdanie  $p$ , jeżeli  $\sim p$  ma postać 100 jest liczbą nieparzystą. Określ wartości logiczne zdań  $p$  i  $\sim p$ .