

I Opis wprowadzający do modeli serwonapędu

Równania serwonapędu prądu stałego o momencie bezwładności J z wejściem sterującym w postaci momentu obrotowego silnika $T_s(t)$, obciążonym niezależnym od prędkości momentem oporowym $T_o(t)$ i momentem strat $T_w(t)$ liniowo zależnym od prędkości, z współczynnikiem proporcjonalności B :

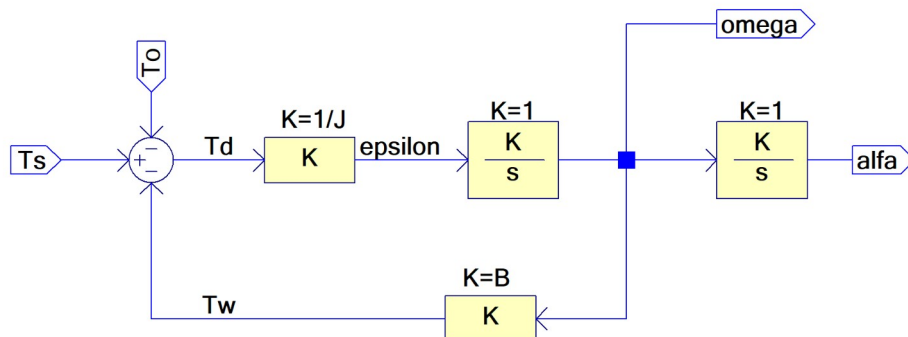
$$T_d(t) = T_s(t) - T_o(t) - B \cdot \omega(t) \quad (1) - (\text{moment dynamiczny})$$

$$\epsilon(t) = \frac{1}{J} \cdot T_d \quad (2) - (\text{przyspieszenie kątowe})$$

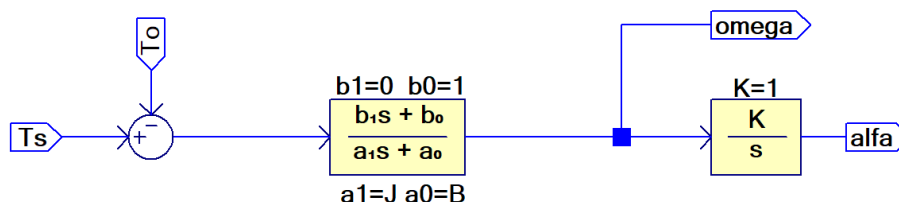
$$\omega(t) = \int \epsilon(t) dt \quad (3) - (\text{prędkość kątowa})$$

$$\alpha = \int \omega(t) dt \quad (4) - (\text{położenie kątowe})$$

Równania w formie operatorowej są podobne, ale zamiast sygnałów (funkcji czasu) występują ich transformaty (funkcje operatora s). Operacje algebraiczne (sumowanie, mnożenie przez stałą) są niezmiennicze, a całki zastąpione mnożeniem przez $1/s$. Na podstawie równań (1-4) w formie operatorowej można narysować rozbudowany schemat blokowy serwonapędu, w którym każde równanie reprezentowane jest przez jeden blok:



Zazwyczaj interesujemy się głównie momentami T_s, T_o jako sygnałami wejściowymi oraz prędkością i położeniem jako sygnałami wyjściowymi; można wówczas "zwinąć" wewnętrzną część schematu do pojedynczego bloku pierwszego rzędu:



Transmitancje $\Omega(s)/T_s(s)$ i $\Omega(s)/T_o(s)$ różnią się tylko znakiem, a transmitancje w których wyjściem jest położenie kątowe są równe odpowiednim transmitancjom prędkościowym podzielonym przez operator s .

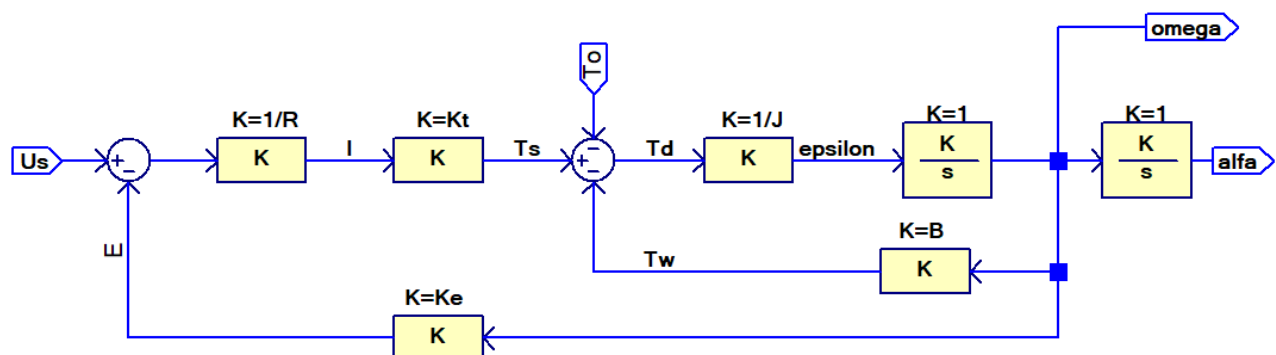
W przypadku modelu, gdzie wejściem ma być napięcie $u_s(t)$ podawane na silnik, równania (1 .. 4) i wyprowadzone z nich schematy pozostają w mocy, ale konieczne jest rozbudowanie schematów o zależności wynikające z równań opisujących część elektromagnetyczną silnika. Zakłada się, że jest to silnik prądu stałego, a w opisie pomija się indukcyjność (co jest dopuszczalne tylko dla napędów o małej mocy i niewielkiej dynamice) uwzględnia natomiast rezystancję R_s oraz indukowane napięcie wewnętrzne, tzw. siłę elektromotoryczną $e(t)$. Napięcie to jest proporcjonalne do prędkości, z współczynnikiem proporcjonalności K_e (tzw. stała napięciowa). Zakłada się również, że elektromagnetyczny moment obrotowy rozwijany przez silnik jest proporcjonalny do prądu, z współczynnikiem K_t (stała momentu)

$$e(t) = K_e \cdot \omega(t) \quad (5) \quad \text{SEM , (V)}$$

$$i(t) = \frac{1}{R} \cdot (u_s(t) - e(t)) \quad (6) \quad \text{prąd, (A)}$$

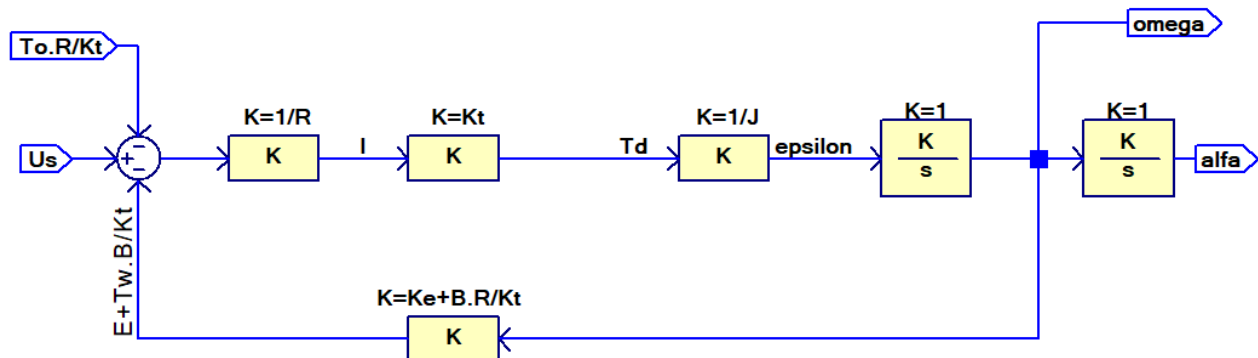
$$T_s(t) = K_t \cdot i(t) \quad (7) \quad \text{moment elektromagn. silnika}$$

Po zastąpieniu równania (5-7) ich odpowiednikami operatorowymi można przejść do rozbudowanego schematu blokowego

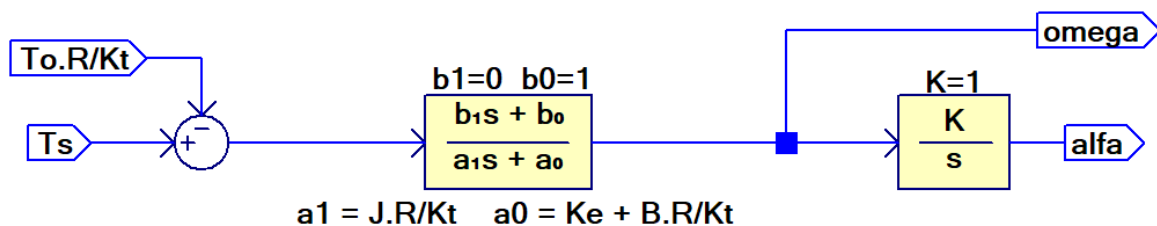


Aby móc "zwinąć" wewnętrzne pętle schematu do jednego bloku - trzeba najpierw przenieść wewnętrzny węzeł sumacyjny, w którym sumują się momenty obrotowe, na początek schematu. Sygnały T_o , T_w muszą być przy

tym pomnożone przez odwrotność współczynników które występują w torze głównym, na początku schematu, między blokami sumacyjnymi. Przekształcony schemat może wyglądać jak niżej:



Przekształcony schemat ma już tylko jedną pętlę, która może być zastąpiona pojedynczym blokiem pierwszego rzędu.



Jak widać oba modele da się sprowadzić do takiej samej struktury, ale o różnych parametrach. Wejście momentowe jest powszechnie stosowane w serwonapędach większej mocy i wyższej klasy. Wewnętrzna pętla regulacji prądu jest z jednej strony potrzebna aby nie przekraczać dopuszczalnych wartości, z drugiej - zapewnia eliminację wpływu indukcyjności i Sem na dynamikę napędu.

W modelarskich i tanich napędach ułamkowej mocy duża rezystancja stanowi pewną ochronę przed przetężeniami, a wymagania odnośnie do dokładności i dynamiki są niższe - dlatego można stosować prostszą wersję sterowania z wejściem napięciowym

II. Kopia fragmentów skryptu przygotowującego dane - całość w oddzielnym pliku wykonywalnym

```
% Zabel_dane.sq
% Dwa różne warianty modelu serwonapędu WMS:
% WMS=1 : z momentem elektromagnetycznym jako wejściem
% WMS=2 : z napięciem silnika jako wejściem

% Ze względu na zbyt małą liczbę danych i zbyt słaby (moim zdaniem ) napęd
% proponuję wziąć parametry z innego serwonapędu modelarskiego
% ( dane za strony fruugo.pl) Serwo 30kg.cm Wysoka precyzja Wysoki moment obrotowy,
...
// 1. Zatrzymany moment obrotowy wirnika: 30 kg. Cm@12V
// 2. Kąt obrotu: 360 (0 ~ 4095)
// 3. Rozdzielczość czujnika położenia: 0,088 (360/4096)
// 4. Kąt ograniczenia mechanizmu: brak
// 5. Napięcie robocze: 6 ~ 12 V (typ. 12 V)
// 6. Forma przekładni: stal precyzyjna (współczynnik redukcji 1: 345)
// 7. Prędkość bez obciążenia: 0,222 s / 60 stopni 45rpm@12V
// 8. Typ enkodera: enkoder magnetyczny 360
// 9. Id Zakres: 0 ~ 253
// 10. Szybkość transmisji: 38400 bps ~ 1 mb s (domyślnie (obciążenie); S)
// 11. Prąd bez obciążenia: 190mA
// 12. Prąd zablokowanego wirnika: 2,7A
// 13. Stała Kt: 11kg.cm/A
// 14. Informacja zwrotna: Pozycja (Pozycja); Obciążenie (obciążenie); Prędkość
(Piędkość); Napięcie wejściowe (napięcie wejściowe); Prąd roboczy (prąd);
Temperatura robocza (temperatura)

% Przetłumaczenie ww danych na parametry w jednostkach SI
g      = 9.81;      % przysp. ziemskie (m/s2)
Tmax   = 30*g/100;  % moment max przy zatrzymanym silniku (Nm)
Wmax   = 45*2*pi/60; % max prędkość wału wyjściowego (rad/s)
Ibj    = 0.19;      % prąd biegu jałowego (A)
Imax   = 2.7;       % prąd maksymalny (A)
Kt     = 11*g/100;  % stała momentu (Nm/A)
Tbj    = Kt*Ibj;    % moment strat biegu jałowego (Nm)
Rs     = 12 / Imax;  % rezystancja twornika
Ke     = (12-Rs*Ibj)/Wmax; % stała napięciowa Ke = e/w ( V/(rad/s) )

% Brakuje istotnego dla dynamiki parametru -
% tj momentu bezwładności silnika Js sprowadzonego do wału wyjściowego
% Można go oszacować zakładając tzw. stałą rozruchową, tRozruchu , tj czas
% rozpędzania od prędkości zero do Wmax, przy założeniu, że silnik rozwija
% moment Tmax . Dla wysokiej klasy serwonapędów czasy te są b. krótkie,
% rzędu kilkunastu milisekund. Tu trzeba założyć znacznie więcej, np.:
tRozruchu = 0.08;
Js = tRozruchu*Tmax/Wmax ; % moment bezwładności silnika
% Założenia odnośnie do mechanizmu: ramię o długości 0.2m, masie 0.1kg
% zdolne dźwignąć masę 0.5 kg max
Lr     = 0.2; % długość ramienia m
Mr     = 0.1; % masa ramienia kg
Mo_max = 0.5; % maksymalna masa obciążenia kg
% wstępne obliczenia parametrów
Jr     = Mr*(Lr/2)^2; % moment bezładności ramienia
Jmin   = Js + Jr      % minimalny moment bezwładności
Jmax   = Jmin + Mo_max*Lr^2; % maksymalny moment bezwładności
To_max = Mr*g*Lr/2 + Mo_max*g*Lr; % maksymalny moment oporowy (2.16Nm)
```

```

    U_To_max = To_max*Rs/Kt;           % napięcie zastępcze za To_max (4.44V)
% Ostatnim parametrem, ważnym zwłaszcza przy badaniu układu regulacji,
% będzie opóźnienie sumaryczne w całej pętli regulacji
% w serwonapędach profesjonalnych to opóźnienie nie przekracza 1ms
% tu możemy założyć wartość większą, rzędu 2-5ms

    T = 0.005;

% Sterowanie momentem rozwijanym przez silnik odbywa się przez zadawanie
% odpowiedniej wartości prądu dla wewnętrznej pętli regulacji, nad którą
% (w drugiej części projektu) uwzględnimy nadrzędny regulator prędkości
% lub/i położenia. Przeliczenie prądu na moment jest proste - odbywa się
% poprzez stałą Kt. Aby nie komplikować modelu założymy, że wewnętrznej
% pętli zadajemy wartość momentu w Nm, a przeliczenie na wartość prądu odbywa się
% w pętli wewnętrznej, o której zakładamy, że jest (prawie) idealna, to znaczy
% generuje dokładnie i natychmiast taką wartość momentu, jaką jej zadamy.
% Drobne odstępstwo od tego ideału uwzględniamy jako składnik
% zastępczego opóźnienia

% #####
// % wypisy dla przykładowych parametrów - wersja z wejściem Ts

WMS = 1,  wejście momentowe
Tmax   = 2.943 Nm
To_max = 1.079 Nm
    Wmax = 4.712 rad/s
Kv_min = 14.092 1/kgm2
Kv_max = 19.622 1/kgm2
a1_min = 0.0510 kgm2
a1_max = 0.0710 kgm2
    a0 = 0.0435 Nms
Tf_min = 1.171 s
Tf_max = 1.631 s

// % wypisy dla przykładowych parametrów - wersja z wejściem Us

WMS = 2,  wejście napięciowe
Tmax   = 2.943 Nm
To_max = 1.079 Nm
    Wmax = 4.712 rad/s
Kv_min = 3.422 rad/V
Kv_max = 4.764 rad/V
a1_min = 0.2099 V/rad
a1_max = 0.2923 V/rad
    a0 = 2.5465 V/(rad/s)
Tf_min = 0.082 s
Tf_max = 0.115 s

```

III Propozycje wstępnych eksperymentów przy pomocy poprawionej wersji aplikacji *reg_PID_v4a.sq*

1) Wstępna parametryzacja modelu -

a) w menu *Obiekt\Inicjacja podstawowych parametrów*:

Wzmocnienie całkowite: $K_v = K_{v_max}$ i opóźnienie: $T = 2\text{ms}$

b) Na schemacie lub z menu *Obiekt\Proces*: inercyjny, $a_0 = 0.0435$

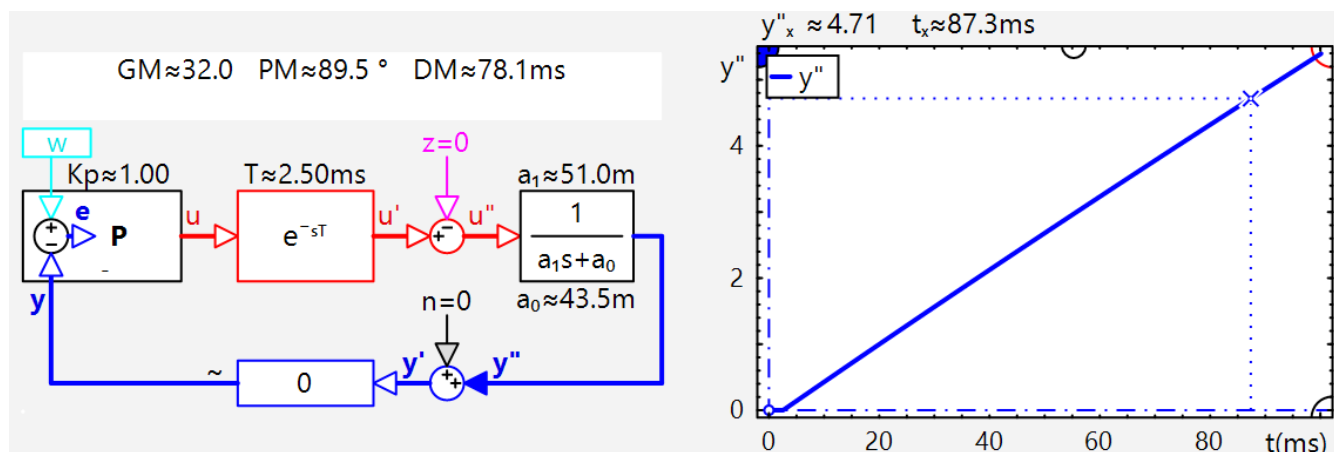
c) Na schemacie: $K_p = 1$

2) Sprawdzenie czasu rozruchu do prędkości W_{max}

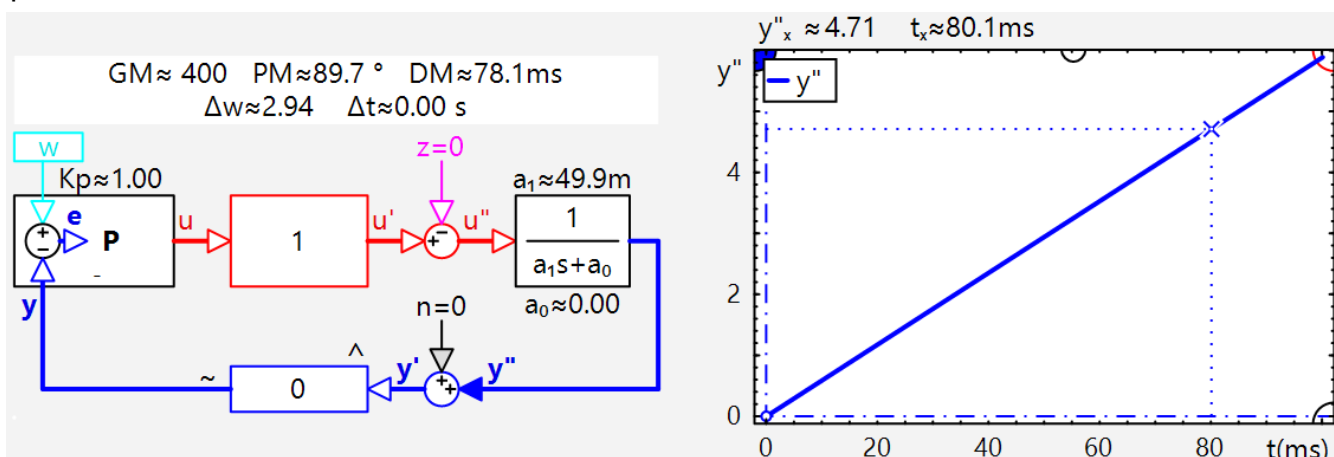
a) na schemacie: $\Delta w = T_{max}$, $\Delta Z = 0$,

b) w dolnym prawym rogu okna *Odpowiedzi czasowe* lub w menu *Symulacje \ czas końcowy*: $t_{max} = 100\text{ms}$

c) ustawić kursor w pozycji $y''_x = W_{max}$ i odczytać t_x



Czas $t_x = 87.3\text{ms}$ jest o kilka procent dłuższy od zakładanego (80ms), ale nie jest to dziwne, bo we wzorze służącym do wyliczenia momentu bezwładności silnika J_s nie uwzględnia się ani opóźnienia T , ani momentu oporowego zależnego od prędkości, ani momentu bezwładności ramienia robota J_r . Przy wyzerowanych ww parametrach - zgodność jest prawie idealna



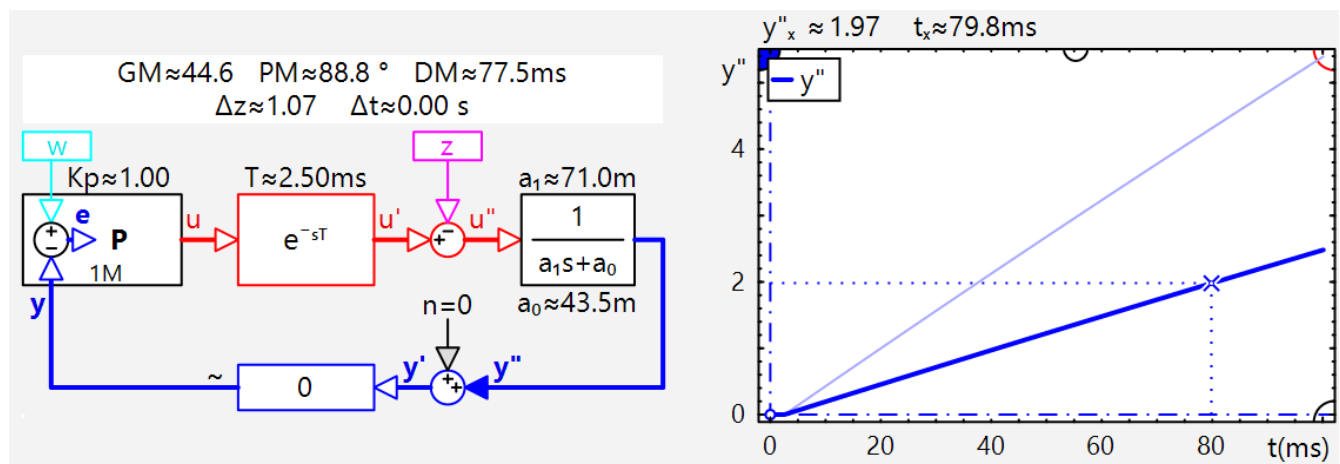
Przebiegi prędkości y'' wykraczają poza W_{max} , bo model jest liniowy i nie uwzględnia ograniczenia napięcia zasilającego silnik. W części drugiej projektu ograniczenia zostaną uwzględnione, poprzez ograniczenie zadawanej prędkości oraz maksymalnej wartości momentu

3) Rozruch pod pełnym obciążeniem

a) zmienić parametry obiektu ($K_v=K_{v_min}$, lub $a_1=a_{1_Max}$) oraz zakłócenia: $\Delta z = T_{o_max}$

b) porównać na jednym rysunku przebiegi prędkości:

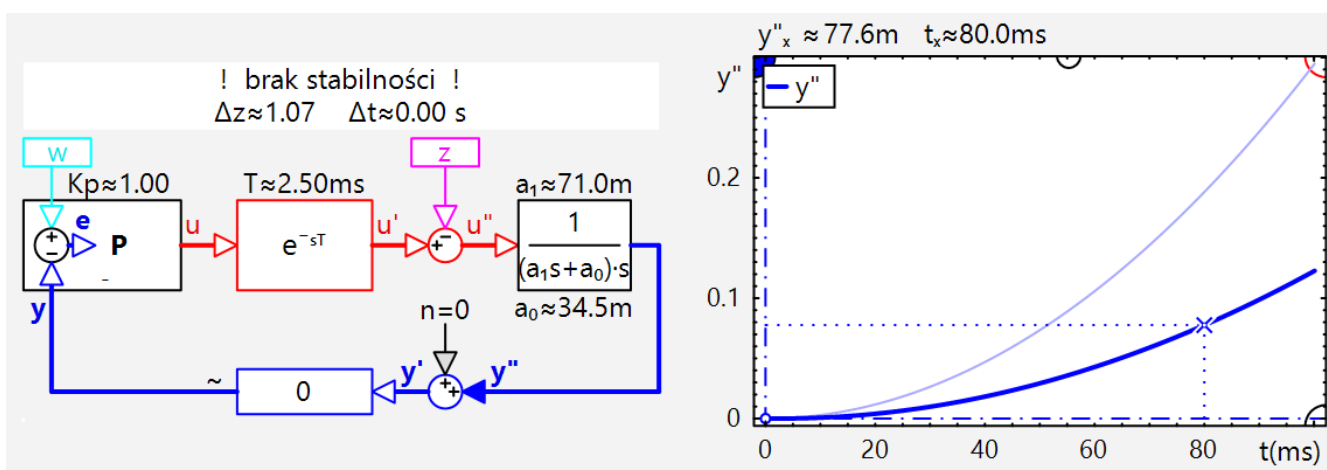
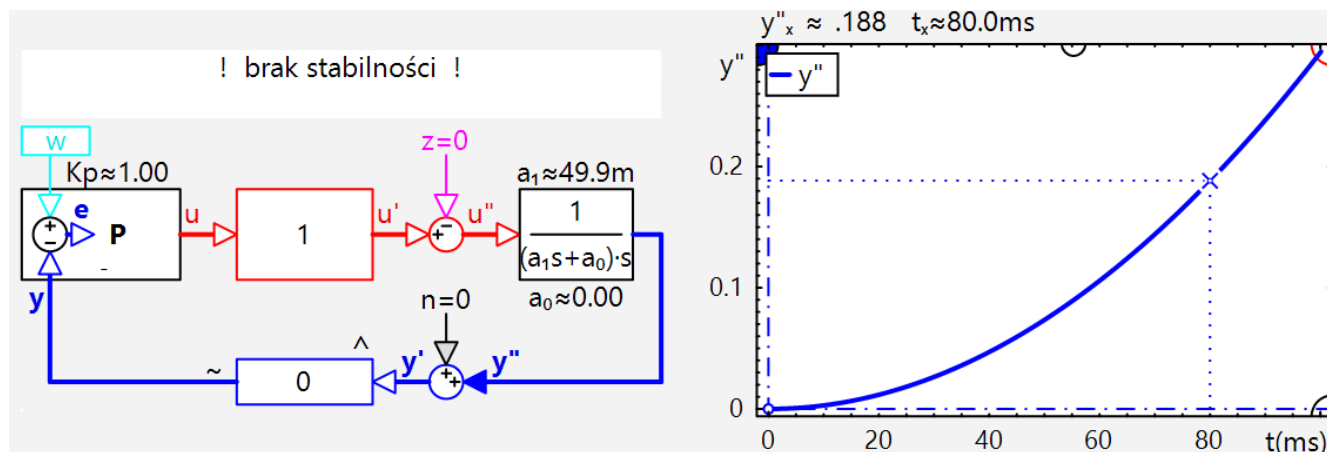
- na biegu jałowym ($\Delta z = 0$, $K_v=K_{v_max}$) - w postaci śladu
- pod pełnym obciążeniem ($\Delta z = T_{o_max}$, $a_1=a_{1_Max}$) - z odczytem



Większy moment bezwładności i moment siły obciążenie - około dwukrotnie spowalniają przebieg wzrostu prędkości (zmniejszają przyspieszenie) .

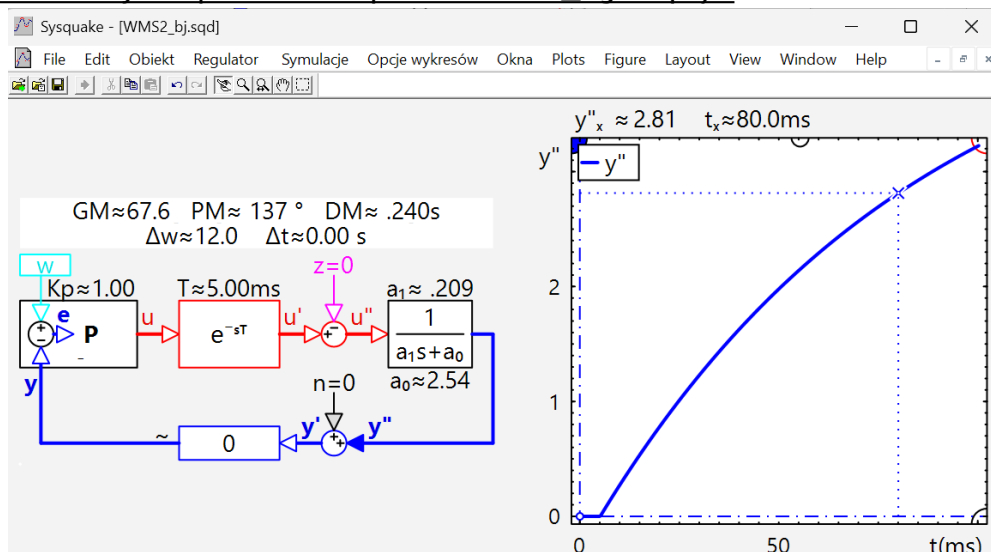
W obu przypadkach można zaobserwować prawie liniowe przebiegi - co oznacza, że mimo iż obiekt jest inercyjny, to w obserwowanym oknie czasowym przy założonych parametrach, przebiegi są zbliżone do odpowiedzi członu całkującego, a wpływ wewnętrznego sprzężenia zwrotnego poprzez a_0 jest niewielki.

Powyższe eksperymenty dotyczyły analizy prędkości serwonapędu. Można je powtórzyć, ale tym razem obserwując zmianę kąta obrotu wału wyjściowego (wraz z ramieniem). Wystarczy w tym celu - nie zmieniając parametrów obiektu i wymuszeń - przełączyć model procesu na obiekt 2 rzędu.

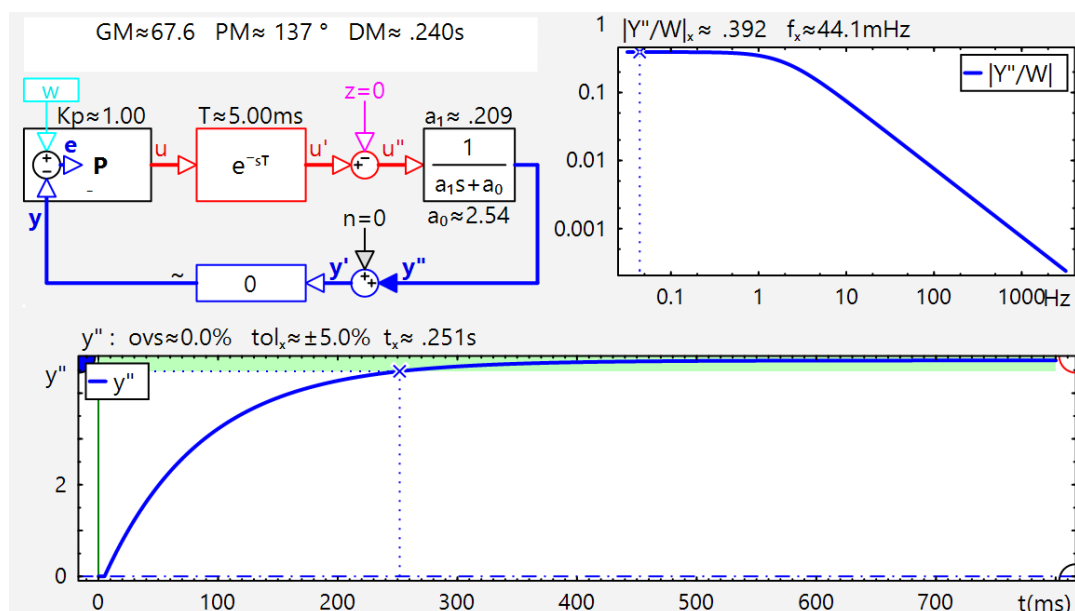


Sam silnik rozwijający moment maksymalny w ciągu 80ms zdoła się obrócić o kąt 0.188 rad (10.7 stopnia) , natomiast serwonapęd w pełni obciążony tylko o kąt 0.0776 rad (4.46 stopnia)

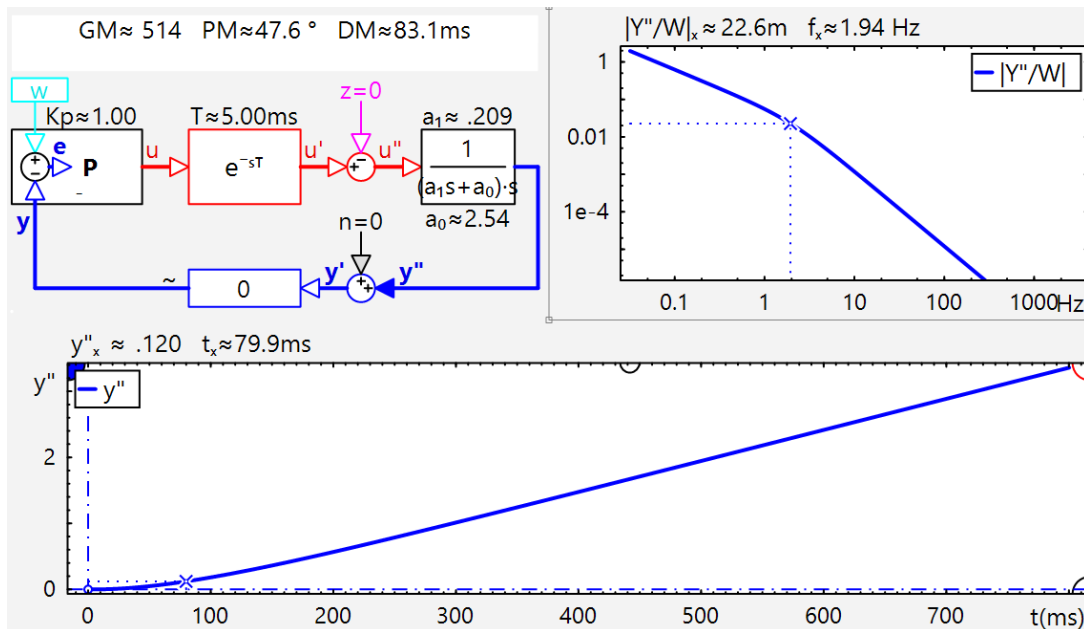
4) Załączenie napięcia 12 V, wejście napięciowe, bieg jałowy (parametry zapisane w pliku WMS2_bj.sqd)



Przyspieszenie jest mniejsze niż w układzie z wejściem napięciowym, po czasie 80ms prędkość osiąga wartość 2.81 rad/s w porównaniu z 4.71 dla wejścia momentowego. Widoczna jest krzywizna przebiegu, co potwierdza wyliczony teoretycznie fakt, że stała czasowa inercji ($T_f = 0.082s$) jest dużo mniejsza niż poprzednio. Zmierzony czas ustalania się odpowiedzi z 5% tolerancją (251ms) jest zgodny z przewidywaniami: $3 \cdot 82ms + 5ms = 251ms$. Po dłuższym czasie napęd osiąga prędkość maksymalną 4.71 rad/s. Wzmocnienie dla sygnałów sinusoidalnych o małych częstotliwościach (moduł transmitancji widmowej) ma wartość $0.392(\text{rad/s})/\text{V}$ co dość dokładnie odpowiada wzmocnieniu statycznemu ($1/a_0$). 3-decybelowa częstotliwość graniczna powinna być równa: $f_{gr} = 1/2\pi/T_f = 1.94\text{Hz}$, co można też sprawdzić eksperymentalnie, przesuwając kursor na poziom $|Y''/W| = 0.708 \cdot 0.392 = 0.278$



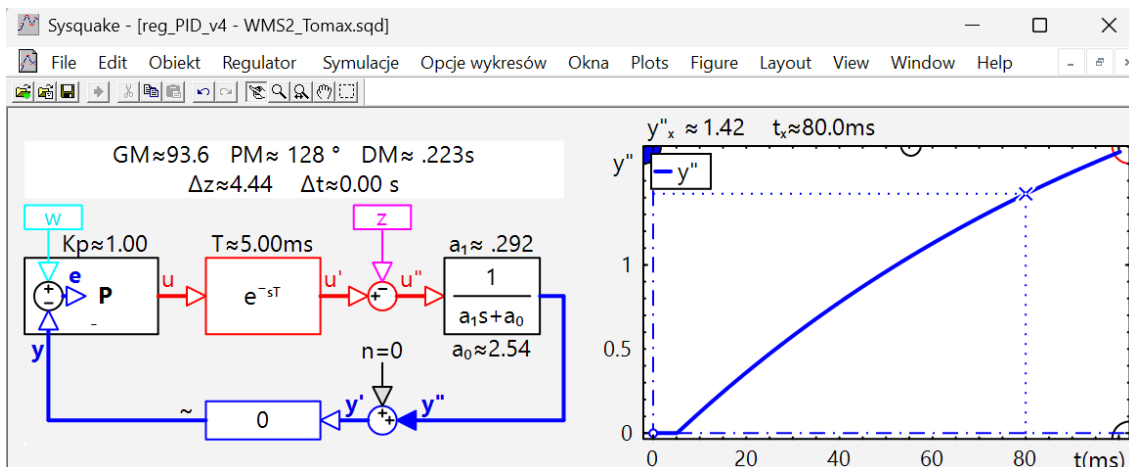
Przełączenie wyjścia modelu na sygnał położenia kątownego daje obraz zmian kąta po załączeniu napięcia 12 V na silnik



Po 80ms kąt zmienił się o 0.12 rad (6.9 stopnia). Pół obrotu (180 stopni, 3.14 rad) zajmuje ca 0.75 sekundy. W charakterystyce amplitudowej można zaobserwować, że dla częstotliwości większych od granicznej nachylenie charakterystyki wzrasta (zmienia się z -20dB/dekadę na -40dB/dekadę).

Charakterystyki amplitudowe, zwłaszcza ich część wysokoczęstotliwościową można wykorzystać do oceny, jak zakłócenia o dużej częstotliwości (np. tętnienia sygnału sterującego lub momentu) wpływają na tętnienia wielkości wyjściowej (prędkości lub/i położenia kątownego)

5) Załączenie napięcia 12V na silnik, wejście napięciowe, pełne obciążenie (plik WMS2_Tomax.sqd)



Po 80ms prędkość osiąga wartość tylko 1.41 rad/s. Stan ustalony z 5% tolerancją prędkość osiąga po 345ms, a wartość ustalona prędkości to 2.95 rad/s czyli około 63% prędkości maksymalnej na biegu jałowym. Jest to wskazówka, że przy pracy pod pełnym obciążeniem możliwości regulacyjne napędu będą ograniczone do około połowy prędkości maksymalnej (chyba, że wykorzystamy napięcia wyższe niż znamionowe 12V)

