

Bezpieczeństwo Komputerowe - lista 3

Paweł Rubin

Listopad 2019

1 Wstęp

Metoda D'Hondta (również: *Jefferson's method*, *Bader-Ofer method*) - metoda stosowana do podziału mandatów w systemach wyborczych opartych na proporcjonalnej reprezentacji z listami partyjnymi. Jej nazwa pochodzi od nazwiska belgijskiego matematyka Victora D'Hondta.

W metodzie tej dla każdego komitetu wyborczego, który przekroczył próg wyborczy, obliczane są kolejne ilorazy całkowitej liczby głosów uzyskanych przez dany komitet i kolejnych liczb naturalnych, czyli ilorazy wyborcze. O podziale miejsc pomiędzy komitetami decyduje wielkość obliczonych w ten sposób ilorazów. Można to przedstawić wzorem:

$$I_i = \frac{G}{i},$$

gdzie:

I_i - i -ty iloraz wyborczy,

G - całkowita liczba głosów oddana na dany komitet w wyborach,

i - liczba naturalna, $i \geq 1$

Tak więc dla każdego komitetu liczba uzyskanych głosów jest dzielona kolejno przez $1, 2, 3, \dots, n$. W ten sposób uzyskuje się malejące wielkości I , które porównywane są następnie z wynikami wszystkich komitetów biorących udział w wyborach i szeregowane w kolejności od największej do najmniejszej. Mandaty przydziela się zgodnie z określoną w ten sposób kolejnością, poczynając od najwyższego wyniku do najniższego, aż do momentu, gdy liczba dostępnych miejsc zostanie wyczerpana.

2 D'Hondt w praktyce

2.1 Wybory 2011

2.1.1 Przykład dla jednego z okręgów

Tak wyglądała metoda D'Hondta dla okręgu numer 1 w Legnicy. Tabela przedstawia kolejne ilorazy posortowane malejąco. W tym okręgu dostępnych jest 12 mandatów, stąd 12 pierwszych pozycji w tabeli otrzyma mandaty.

PO	39.71
PiS	27.68
RPL	11.59
PSL	5.23
SLD	13.31
MN	0

Tabela 1: Wyniki w okręgu Legnickim w procentach

PO	39.71
PiS	27.68
PO	19.855
PiS	13.84
SLD	13.31
PO	13.24
RPL	11.59
PO	9.93
PiS	9.24
PO	7.94
PiS	6.92
SLD	6.66

Tabela 2: Kolejne ilorazy posortowane malejąco

2.1.2 Wyniki

Przykład zastosowania metody D'Hondta w przyznawaniu mandatów podczas wyborów w 2011 roku. Obliczone przy pomocy załączonego skryptu.

nr okręgu	nazwa	PO	PSL	PiS	RPL	SLD	MN
1	Legnica	5	0	4	1	2	0
2	Wałbrzych	5	0	2	1	0	0
3	Wrocław	9	0	4	1	0	0
4	Bydgoszcz	6	1	3	1	1	0
5	Toruń	6	1	4	1	1	0

6	Lublin	4	2	6	2	1	0
7	Chełm	3	2	5	1	1	0
8	Zielona Góra	6	1	3	1	1	0
9	Łódź	5	0	3	1	1	0
10	Piotrków Trybunalski	2	1	4	1	1	0
11	Sieradz	4	1	5	1	1	0
12	Kraków I	4	0	4	0	0	0
13	Kraków II	8	0	5	1	0	0
14	Nowy Sącz	3	0	7	0	0	0
15	Tarnów	3	1	5	0	0	0
16	Płock	3	2	4	1	0	0
17	Radom	3	1	4	1	0	0
18	Siedlce	3	2	5	1	1	0
19	Warszawa I	11	0	6	2	1	0
20	Warszawa II	6	1	4	1	0	0
21	Opole	6	0	3	1	1	1
22	Krosno	3	1	6	1	0	0
23	Rzeszów	4	1	8	1	1	0
24	Białystok	5	1	6	1	1	0
25	Gdańsk	8	0	3	1	0	0
26	Gdynia	8	0	4	1	1	0
27	Bielsko-Biała	5	0	3	1	0	0
28	Częstochowa	3	0	2	1	1	0
29	Gliwice	6	0	2	1	0	0
30	Rybnik	5	0	3	1	0	0
31	Katowice	7	0	3	1	1	0
32	Sosnowiec	5	0	2	1	1	0
33	Kielce	5	3	6	1	1	0
34	Elbląg	4	1	2	1	0	0
35	Olsztyn	5	1	2	1	1	0
36	Kalisz	5	2	3	1	1	0
37	Konin	3	1	3	1	1	0
38	Piła	4	1	2	1	1	0
39	Poznań	6	0	2	1	1	0
40	Koszalin	4	0	2	1	1	0
41	Szczecin	7	0	3	1	1	0
	RAZEM	207	28	157	40	27	1

Tabela 3: Wyniki wyborów 2011

3 Manipulacja wynikami wyborów

Rozważmy dwa scenariusze, w którym będziemy w stanie ingerować w przebieg głosowania.

3.1 Całkowita kontrola nad jednym lokalem wyborczym

Mamy całkowitą kontrolę nad tym co wyślemy do PKW. Z danych PKW wynika, że na jeden obwód przypada średnio 1096 uprawnionych do głosowania - nie jest to duża liczba, stąd w tym scenariuszu nie mamy dużych możliwości manipulacji wynikiem wyborów partii w czołówce.

Spójrzmy jednak na wyniki wyborów w latach 2015 i 2019. Jak mało brakowało?

3.1.1 Każdy głos się liczy

nr okręgu	nazwa	partia	liczba brakujących głosów
23	Rzeszów	PSL	54
6	Lublin	KUK	955
11	Sieradz	PET	1408
4	Bydgoszcz	PO	2077
7	Chełm	PSL	2092
27	Bielsko0Biała	PO	2292

Tabela 4: Liczba brakujących głosów do otrzymania jednego mandatu, 2015

nr okręgu	nazwa	partia	liczba brakujących głosów
18	Siedlce	KON	682
4	Bydgoszcz	KON	1104
20	Warszawa	KON	1129
12	Kraków	LEW	1276
19	Warszawa	LEW	1820
35	Olsztyn	KON	2618

Tabela 5: Liczba brakujących głosów do otrzymania jednego mandatu, 2019

Jak widać w tabelach 4 oraz 5, moglibyśmy zasilić parlament o jeden mandat dla KON w 2019 i PSL w 2015 - tylko poprzez sfałszowanie wyników w jednym lokalu wyborczym.

3.2 Przedstawiciel w każdej komisji wyborczej

W tym scenariuszu mamy po jednym reprezentancie w każdym lokalu wyborczym, ale jedyna co taka osoba może zrobić to unieważnić kilka kart podczas liczenia głosów.

Liczba lokali wyborczych w 2019 roku to 27415. Jeśli w każdym z nich unieważnimy kilka, na przykład 5, kart do głosowania na partię której chcemy zaszkodzić - straci ona $27415 * 5 = 137075$ głosów. Taka strata może osądzić o wyniku wyborów.

Ponadto, tak jak w scenariuszu pierwszym, możemy kierować się *brakującymi* głosami dla partii którym nie brakuje dużo do otrzymania mandatu w danym okręgu, dzięki czemu zmniejszając ilość mandatów partii wygrywającej.

3.3 Przeciwdziałanie

Scenariusz numer jeden ma małe prawdopodobieństwo sukcesu, ponieważ duże dysproporcje w głosach w danym okręgu mogą być podejrzane. Ponadto wystarczy kontrola czy obecność służb aby zapobiec temu atakowi.

Prostym zabezpieczeniem przed scenariuszem numer dwa jest komisyjne sprawdzanie kart do głosowania, dzięki temu pojedynczy adversarz nie ma szans na pomyślne przeprowadzenie ataku.