Sprawozdanie z laboratorium:
Metaheurystyki i Obliczenia Inspirowane Biologicznie

Część I: Algorytmy optymalizacji lokalnej, problem ATSP

4 listopada 2013

Prowadzący: dr hab. inż. Maciej Komosiński

Autorzy:				
	Dawid Wiśniewski	inf94387	ISWD	wisniewski.dawid@gmail.com
	Paweł Rychły	inf94362	ISWD	pawelrychly@gmail.com

Zajęcia poniedziałkowe, 15:10.

1 Wstęp

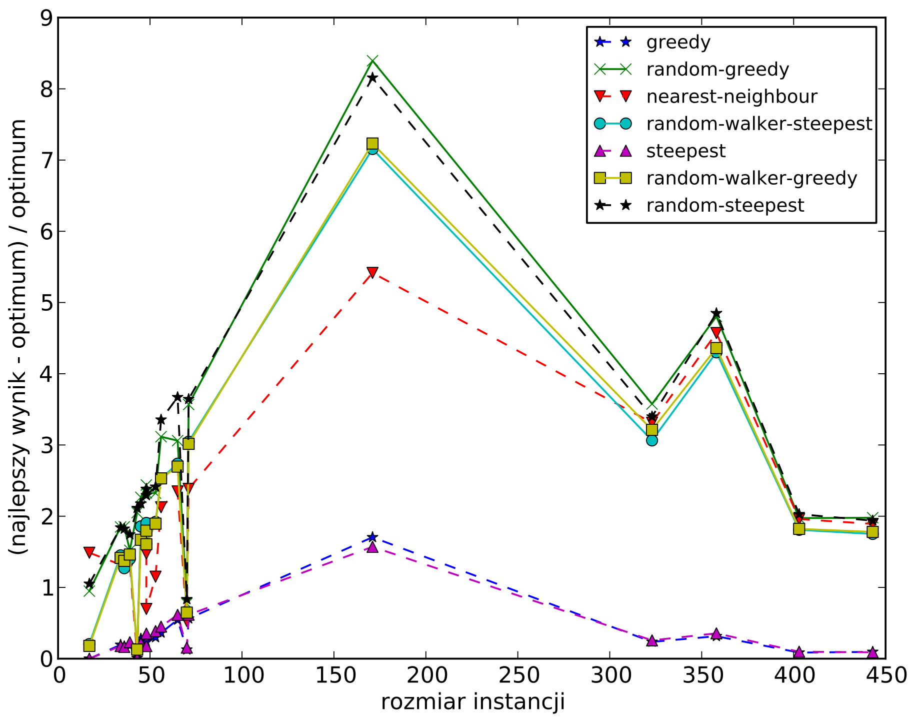
Problem komiwojażera opisywany jest często jako problem wędrownego sprzedawcy zamierzającego odwiedzić pewien zbiór miast. Planując swoją podróż, usiłuje on znaleźć możliwie najkrótszą trasę, która kończyłaby się w punkcie startowym. Zakłada się, że każde miasto z wyjątkiem początkowego, powinno zostać odwiedzone tylko jeden raz. Przyjmuje się również, że każda para miast, połączona jest drogą o określonej długości. Opis ten stanowi jedynie ilustrację ogólniejszego zagadnienia. Zapisując problem Komiwojażera w języku teorii grafów, można zdefiniować go, jako problem znajdowania takiego cyklu Hamiltona w pełnym grafie ważonym, dla którego suma wag odwiedzonych krawędzi jest minimalna. W tak zdefiniowanym problemie można wyróżnić Asymetryczny problem Komiwojażera (ATSP). Zakłada się w nim, że odległość pomiędzy dwoma miastami A i B może być różna w zależności od tego, czy sprzedawca przemieszcza się z punktu A do B, czy też w kierunku przeciwnym. Zarówno symetryczna jak i asymetryczna wersja problemu komiwojażera znalazła bardzo szerokie zastosowanie w praktyce. Wykorzystywana jest nie tylko w dziedzinach związanych z transportem. Problem komiwojażera stosowany jest między innymi w produkcji elektroniki, gdzie optymalizuje się drogę lasera wypalającego obwody elektroniczne. W sieciach komputerowych zastosowany jest do optymalizacji tras routingu. Niestety opisywany problem, jest problemem o wykładniczej złożoności obliczeniowej i należy do klasy problemów NP-trudnych.

2 Operator sąsiedztwa

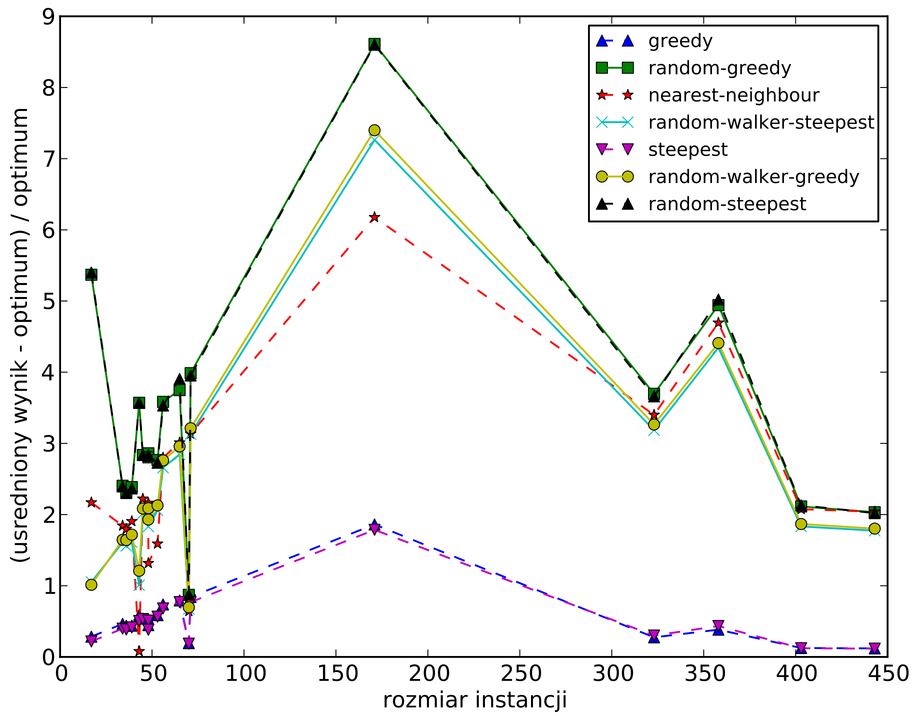
W zaimplementowanych przez nas algorytmach wykorzystaliśmy operator sąsiedztwa 2-opt. W podejściu tym, każda permutacja oznaczająca kolejność odwiedzanych wierzchołków w grafie sąsiaduje z permutacjami utworzonymi poprzez zamianę miejscami dwóch liczb w sekwencji.

3 Porównanie działania 4 algorytmów i rodzajów sąsiedztw na wszystkich instancjach problemów

3.1 Odległość od optimum.



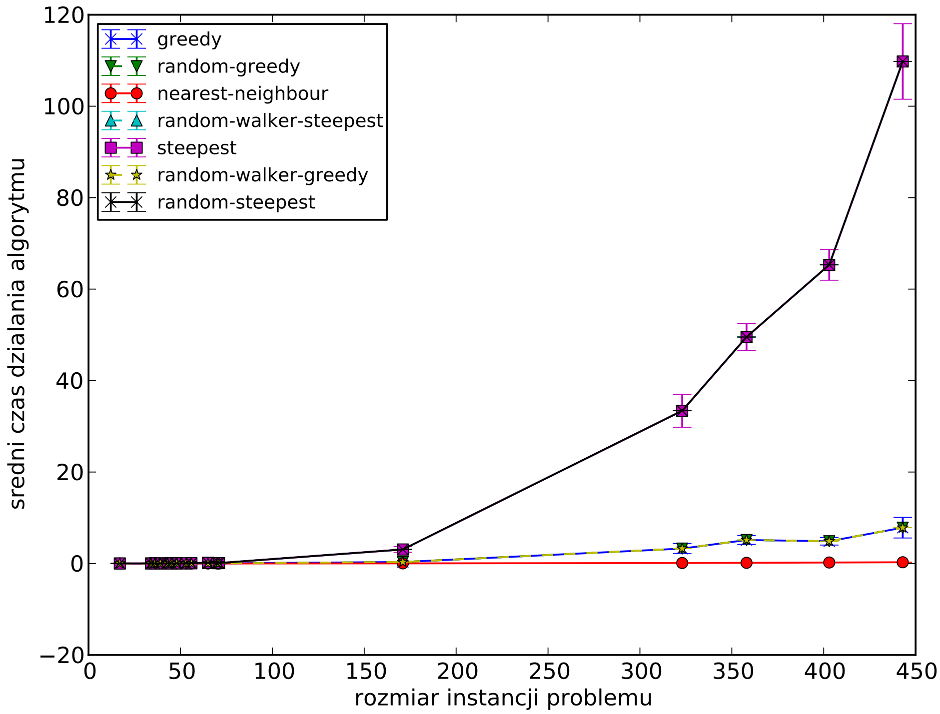
Rysunek 1: Odległości od optimum najlepszych znalezionych rozwiązań dla kilku przykładowych algorytmów.



Rysunek 2: Odległości od optimum wartości średnich ze znalezionych rozwiązań dla kilku przykładowych algorytmów.

Jak widać na załączonych wykresach w kontekście względnej odległości od optimum (liczonej jako odległość najlepszego wyniku od optimum podzielonego przez optimum) algorytmy greedy i steepest mają bardzo zbliżone rezultaty. Najgorszymi natomiast okazały się być algorytmy losowe, zwracające losową permutację, działające tak długo jak odpowiednio greedy i steepest. Widzimy więc, że proste heurystyki wypadają znacznie gorzej niż podejścia greedy i steepest.

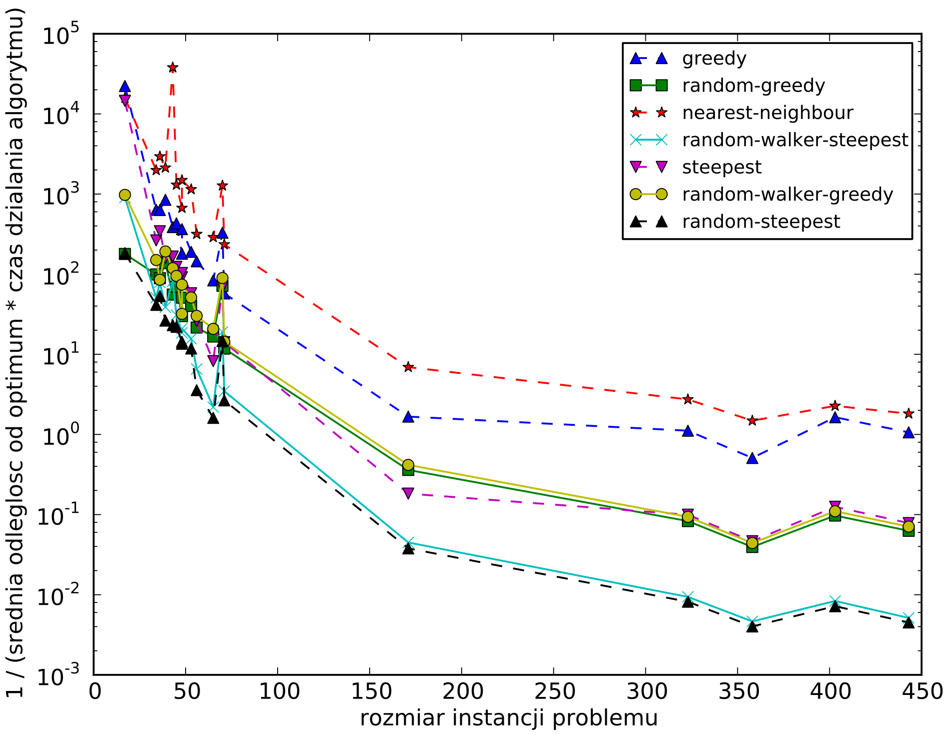
3.2 Porównanie czasu działania algorytmów.



Rysunek 3: Porównanie średnich czasów działania algorytmów.

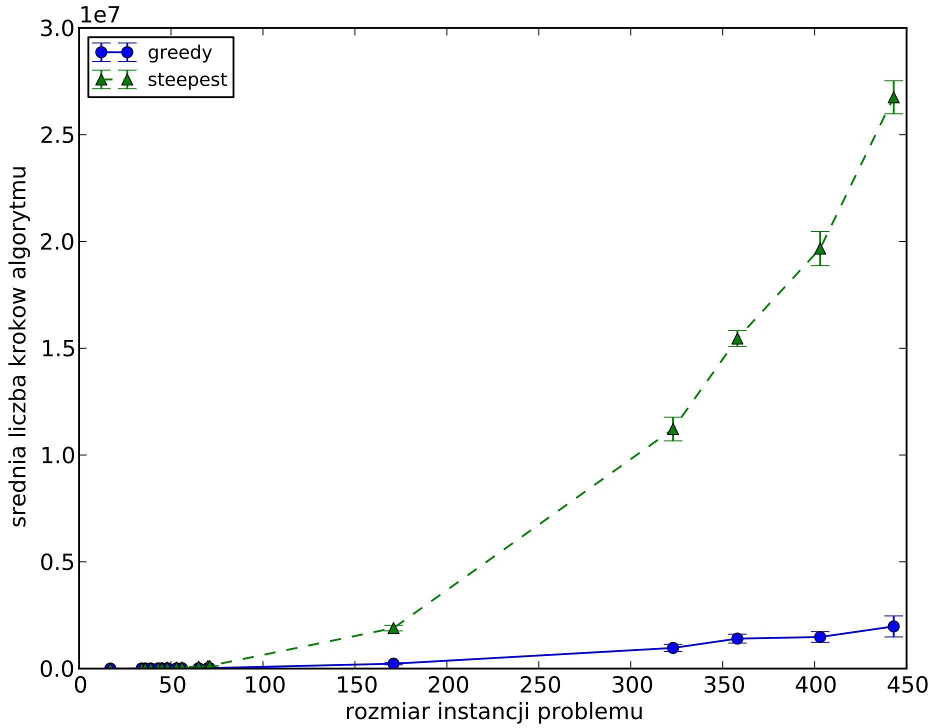
Jednakże dobre rezultaty obarczone są długimi czasami działania algorytmów greedy i steepest. Wszystkie proste Heurystyki mają niewielki wpływ rozmiaru instancji na czas działania. Natomiast w greedym i steepeście rozmiar odgrywa kluczową rolę w tej kwestii.

3.3 Porównanie efektywności algorytmów.



Rysunek 4: Porównanie efektywności algorytmów.

3.4 Porównanie średniej liczby kroków dla algorytmów steepest i greedy.

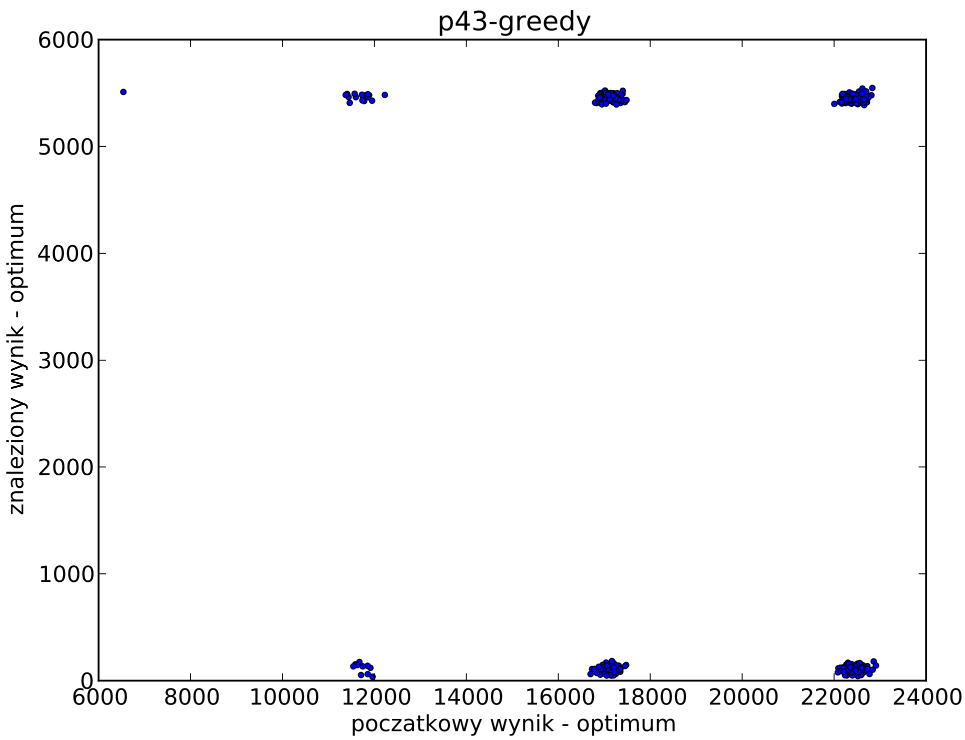


Rysunek 5: Porównanie średniej liczby kroków algorytmów greedy i steepest w zależności od rozmiaru instancji problemu.

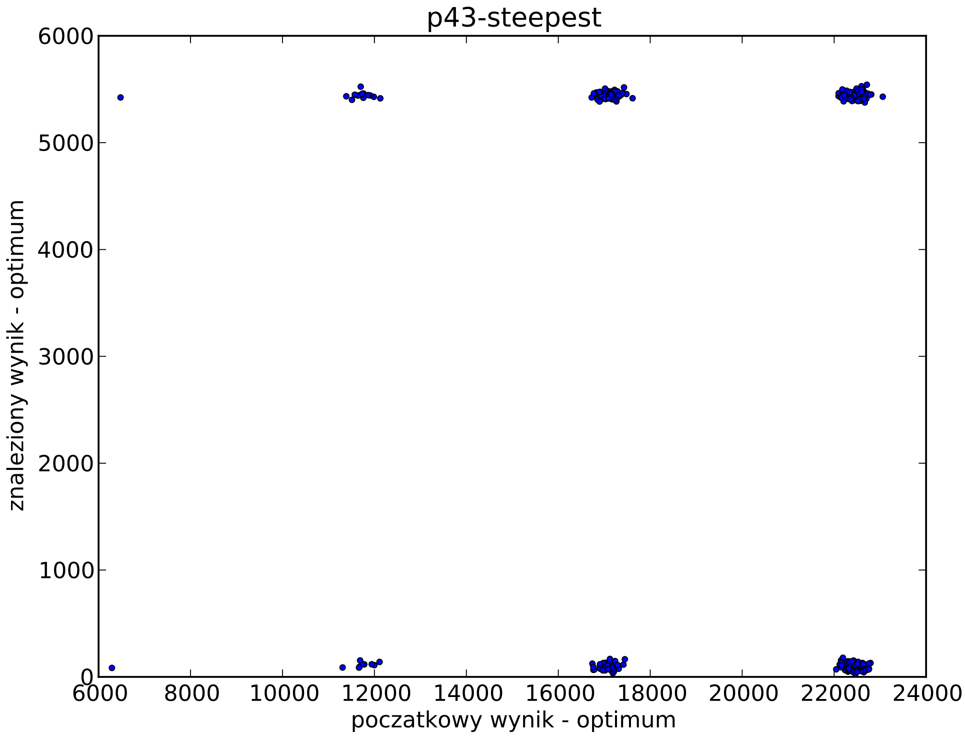
Rozbieżność tych wykresów jest dość oczywista. Steepest zawsze przegląda całe sąsiedztwo w poszukiwaniu optimum, greedy natomiast tylko jego fragment, próbując uzyskać poprawę wyniku.

4 Jakość rozwiązania końcowego w zależności od jakości rozwiązania początkowego.

4.1 Instancja p43.

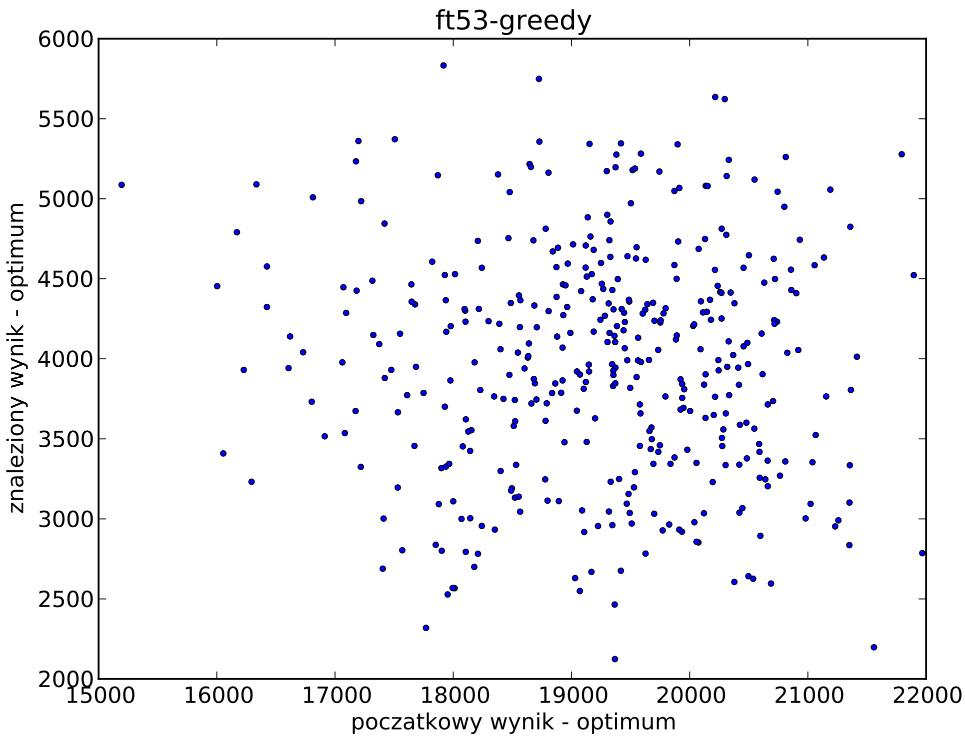


Rysunek 6: Odległości od optimum rozwiązań końcowych w zależności od odległości od optimum rozwiązań początkowych. Instancja p43 - algorytm Greedy

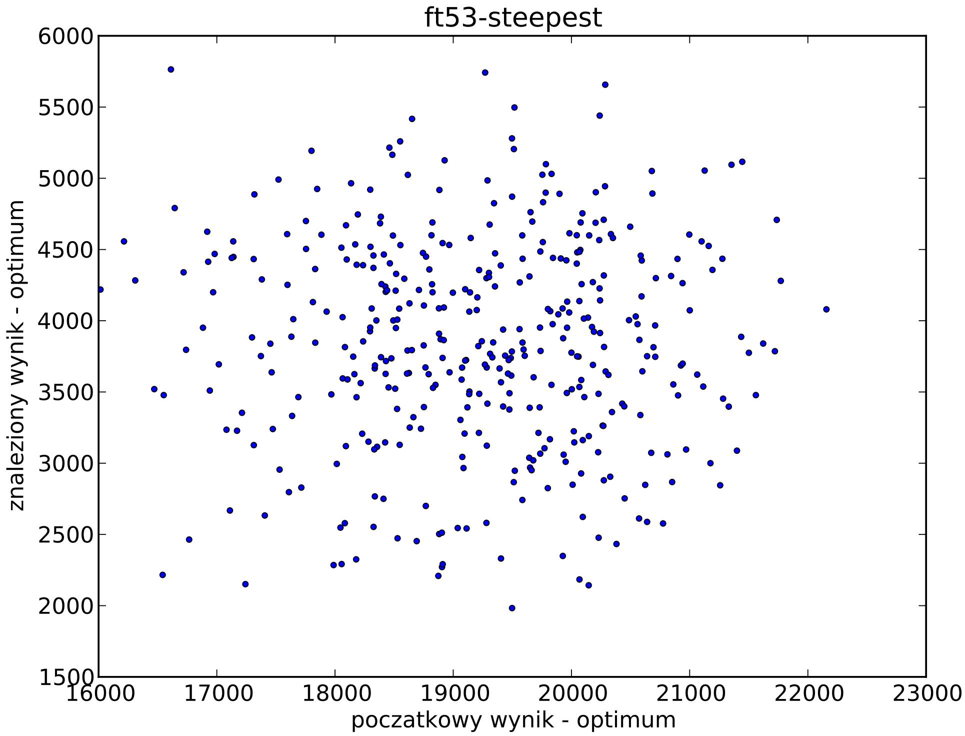


Rysunek 7: Odległości od optimum rozwiązań końcowych w zależności od odległości od optimum rozwiązań początkowych. Instancja p43 - algorytm Steepest

4.2 Instancja ft53.

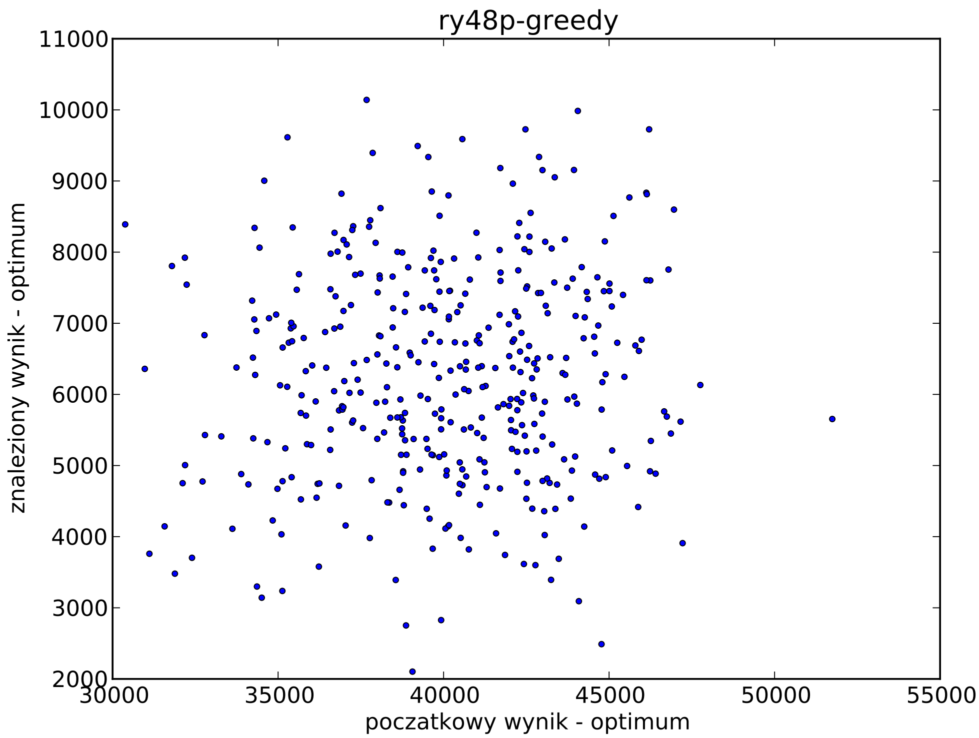


Rysunek 8: Odległości od optimum rozwiązań końcowych w zależności od odległości od optimum rozwiązań początkowych. Instancja ft53 - algorytm Greedy

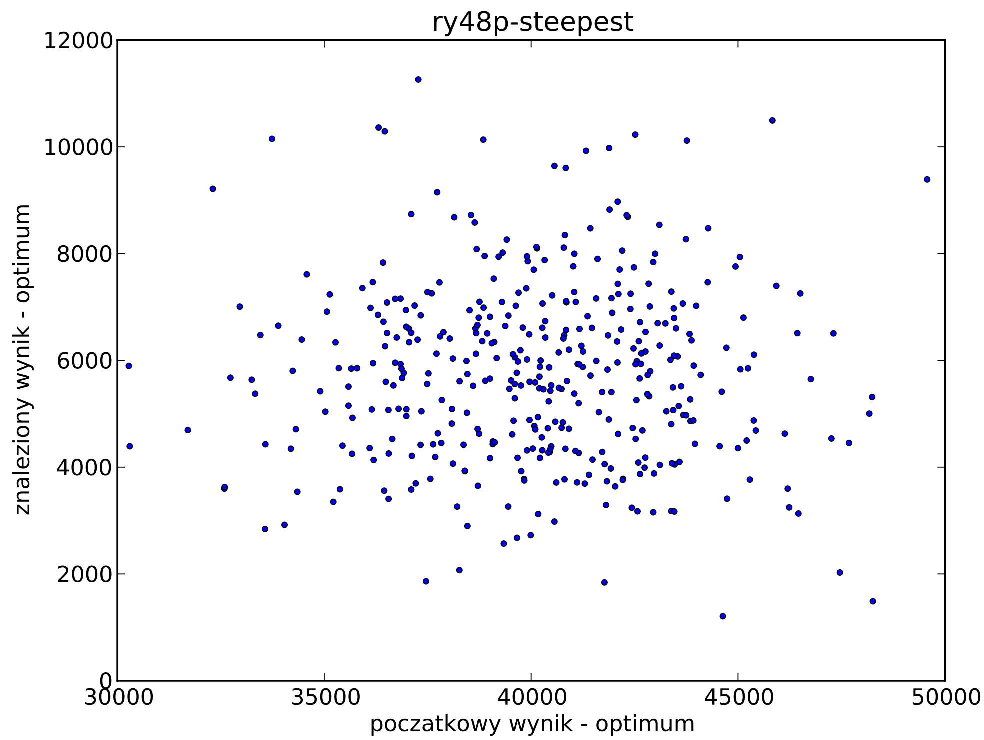


Rysunek 9: Odległości od optimum rozwiązań końcowych w zależności od odległości od optimum rozwiązań początkowych. Instancja ft53 - algorytm Steepest

4.3 Instancja ry48p.



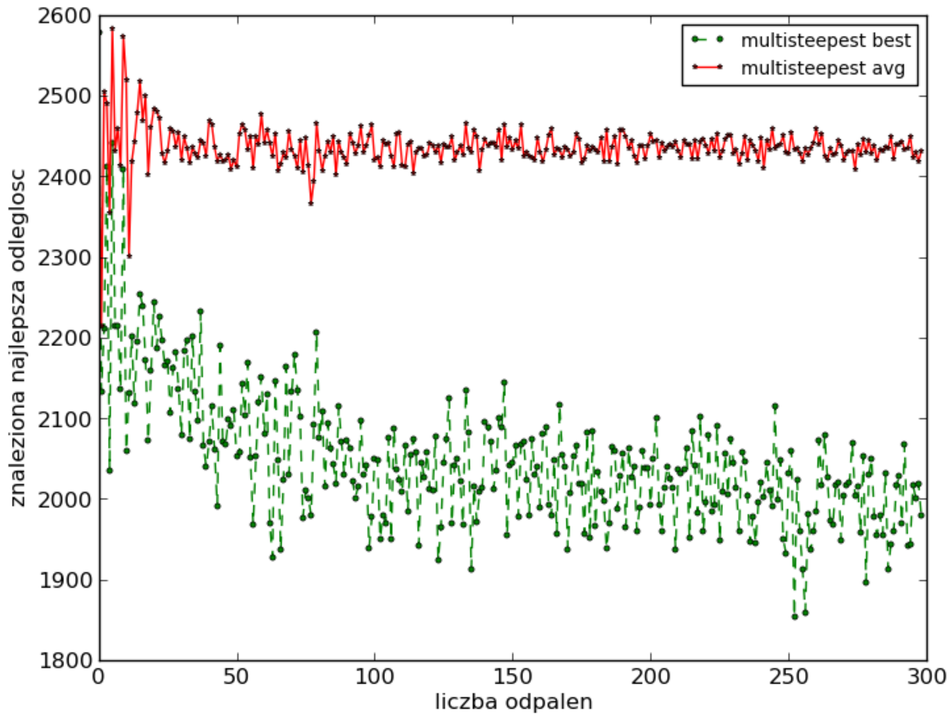
Rysunek 10: Odległości od optimum rozwiązań końcowych w zależności od odległości od optimum rozwiązań początkowych. Instancja ry48p - algorytm Greedy



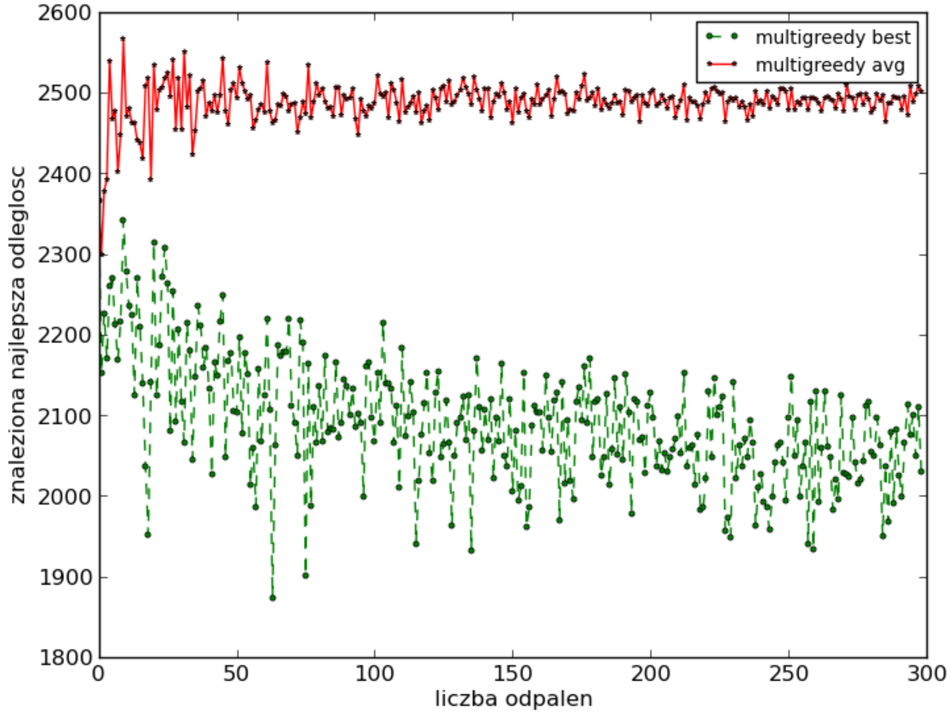
Rysunek 11: Odległości od optimum rozwiązań końcowych w zależności od odległości od optimum rozwiązań początkowych. Instancja ry48p - algorytm Steepest

Każdy wykres pokazuje nam, że zawsze kończymy w rezultacie lepszym niż ten z którego zaczynaliśmy podróż. Dwa z trzech przypadkół nie daje ciekawych zależności, jednakże warto spojrzeć na p43. Tworzą się tam klastry ściągające podobne rozwiązania początkowe do podobnych rozwiązań końcowych.

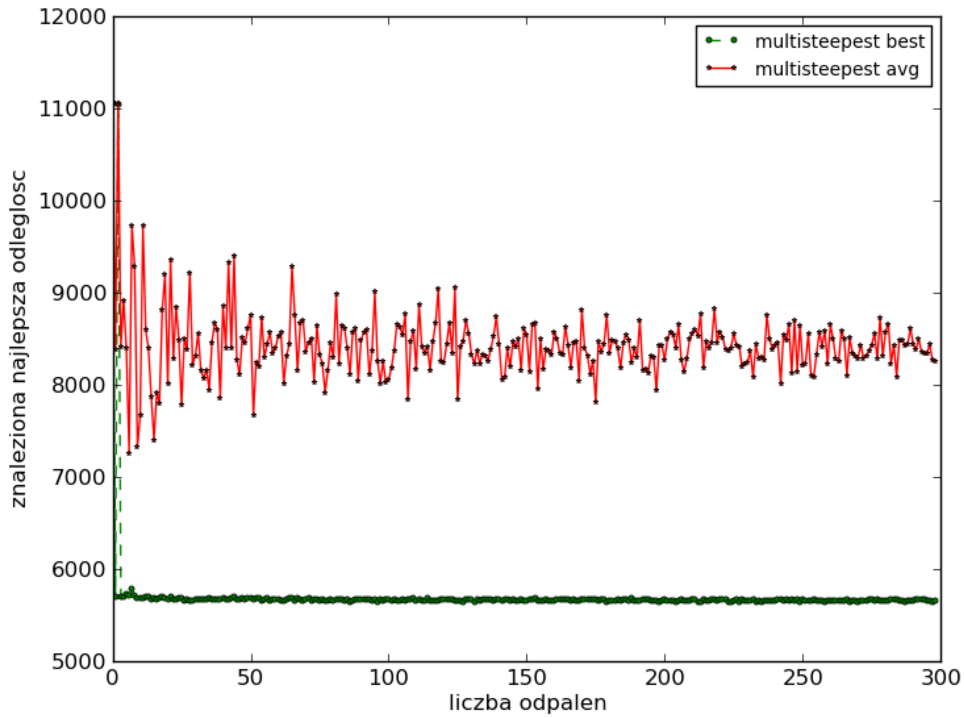
5 Zależność średnich i najlepszych rozwiązań od liczby restartów algorytmu.



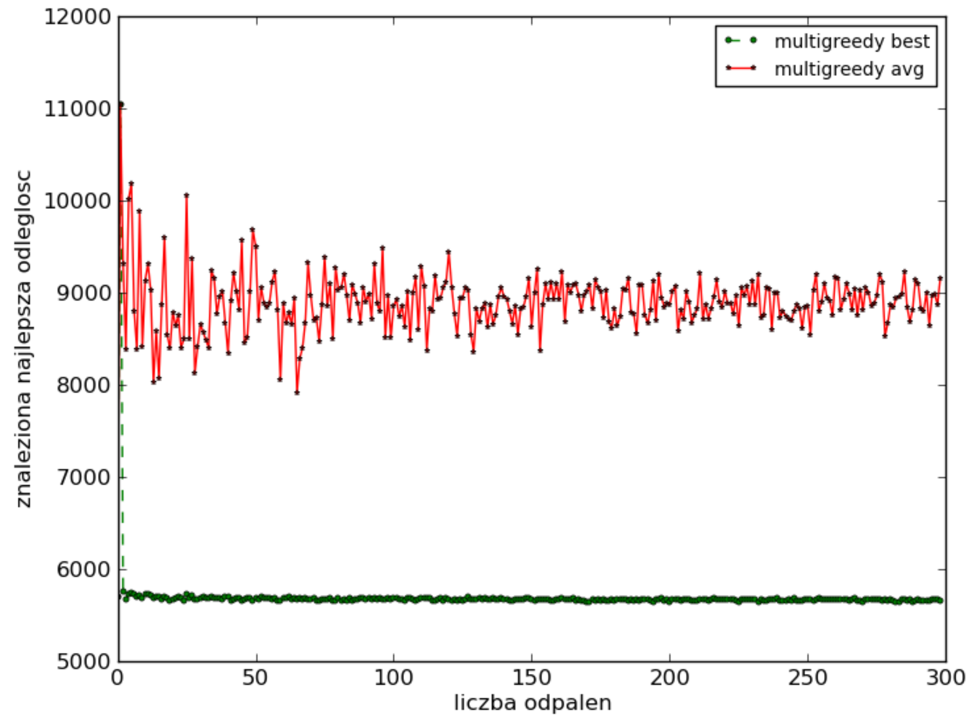
Rysunek 12: Zależność średnich i najlepszych rozwiązań od liczby restartów algorytmu - steepest dla pliku ftv44



Rysunek 13: Zależność średnich i najlepszych rozwiązań od liczby restartów algorytmu - greedy dla pliku ftv44



Rysunek 14: Zależność średnich i najlepszych rozwiązań od liczby restartów algorytmu - steepest dla pliku p43



Rysunek 15: Zależność średnich i najlepszych rozwiązań od liczby restartów algorytmu - greedy dla pliku p43

6 Obiektywna ocena podobieństwa znajdowanych rozwiązań lokalnie optymalnych dla dwóch wybranych instancji

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	0.15	0.16	0.14	0.17	0.16	0.16	0.16	0.15	0.13
2	0.15	1	0.16	0.18	0.15	0.17	0.16	0.15	0.16	0.17
3	0.16	0.16	1	0.17	0.16	0.17	0.19	0.16	0.17	0.17
4	0.14	0.18	0.17	1	0.19	0.19	0.17	0.16	0.15	0.17
5	0.17	0.15	0.16	0.19	1	0.16	0.16	0.16	0.15	0.15
6	0.16	0.17	0.17	0.19	0.16	1	0.2	0.18	0.15	0.17
7	0.16	0.16	0.19	0.17	0.16	0.2	1	0.18	0.19	0.14
8	0.16	0.15	0.16	0.16	0.16	0.18	0.18	1	0.18	0.18
9	0.15	0.16	0.17	0.15	0.15	0.15	0.19	0.18	1	0.16
10	0.13	0.17	0.17	0.17	0.15	0.17	0.14	0.18	0.16	1

Tabela 1: Macierz podobieństwa dziesięciu rozwiązań stanowiących optima lokalne - zbiór rbg443

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	0.17	0.17	0.15	0.16	0.18	0.15	0.16	0.16	0.17
2	0.17	1	0.16	0.13	0.16	0.17	0.17	0.15	0.16	0.15
3	0.17	0.16	1	0.16	0.2	0.18	0.17	0.15	0.17	0.17
4	0.15	0.13	0.16	1	0.17	0.15	0.19	0.18	0.16	0.17
5	0.16	0.16	0.2	0.17	1	0.17	0.17	0.15	0.17	0.14
6	0.18	0.17	0.18	0.15	0.17	1	0.15	0.15	0.17	0.15
7	0.15	0.17	0.17	0.19	0.17	0.15	1	0.14	0.16	0.16
8	0.16	0.15	0.15	0.18	0.15	0.15	0.14	1	0.16	0.17
9	0.16	0.16	0.17	0.16	0.17	0.17	0.16	0.16	1	0.17
10	0.17	0.15	0.17	0.17	0.14	0.15	0.16	0.17	0.17	1

Tabela 2: Macierz podobieństwa dziesięciu rozwiązań stanowiących optima lokalne - zbiór rbg403

Powyższe tabele zawierają oceny podobieństwa permutacji będących rozwiązaniami znalezionymi za pomocą dziesięciokrotnego odpalenia algorytmu steepest dla zbiorów rbg443 oraz rbg403. Jako miarę podobieństwa przyjęto liczbę wystąpień takich samych par sąsiadów w obu sekwencjach, podzieloną przez długość permutacji. Jak można zauważyć, podobieństwo pomiędzy znalezionymi rozwiązaniami jest niewielkie. Rozwiązania różnią się od siebie w bardzo dużym stopniu.

7 Wnioski

8 Napotkane trudności

9 Uzasadnienie wprowadzanych ulepszeń, propozycje udoskonaleń i ich spodziewane efekty