

Sprawozdanie z laboratorium:
Metaheurystyki i Obliczenia Inspirowane Biologicznie

Część I: Algorytmy optymalizacji lokalnej, problem ATSP

4 listopada 2013

Prowadzący: dr hab. inż. Maciej Komosiński

Autorzy:	Dawid Wiśniewski	inf94387	ISWD	wisniewski.dawid@gmail.com
	Paweł Rychły	inf94362	ISWD	pawelrychly@gmail.com

Zajęcia poniedziałkowe, 15:10.

1 Wstęp

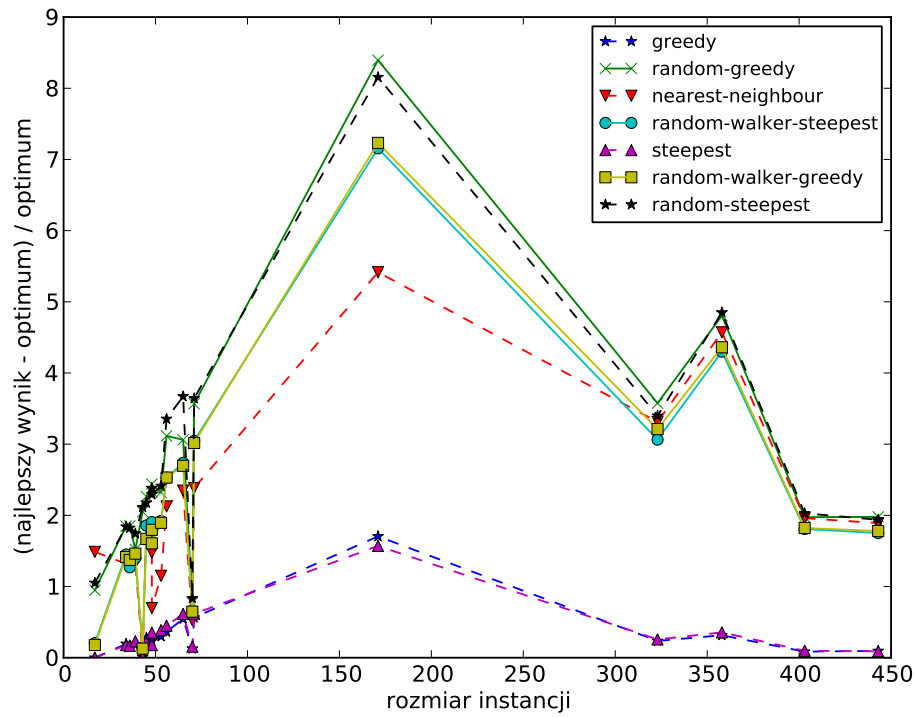
Problem komiwojażera opisywany jest często jako problem wędrownego sprzedawcy zamierzającego odwiedzić pewien zbiór miast. Planując swoją podróż, usiłuje on znaleźć możliwie najkrótszą trasę, która kończyłaby się w punkcie startowym. Zakłada się, że każde miasto z wyjątkiem początkowego, powinno zostać odwiedzone tylko jeden raz. Przyjmuje się również, że każda para miast, połączona jest drogą o określonej długości. Opis ten stanowi jedynie ilustrację ogólniejszego zagadnienia. Zapisując problem Komiwojażera w języku teorii grafów, można zdefiniować go, jako problem znajdowania takiego cyklu Hamiltona w pełnym grafie ważonym, dla którego suma wag odwiedzonych krawędzi jest minimalna. W tak zdefiniowanym problemie można wyróżnić Asymetryczny problem Komiwojażera (ATSP). Zakłada się w nim, że odległość pomiędzy dwoma miastami A i B może być różna w zależności od tego, czy sprzedawca przemieszcza się z punktu A do B, czy też w kierunku przeciwnym. Zarówno symetryczna jak i asymetryczna wersja problemu komiwojażera znalazła bardzo szerokie zastosowanie w praktyce. Wykorzystywana jest nie tylko w dziedzinach związanych z transportem. Problem komiwojażera stosowany jest między innymi w produkcji elektroniki, gdzie optymalizuje się drogę lasera wypalającego obwody elektroniczne. W sieciach komputerowych zastosowany jest do optymalizacji tras routingu. Niestety opisywany problem, jest problemem o wykładniczej złożoności obliczeniowej i należy do klasy problemów NP-trudnych.

2 Operator sąsiedztwa

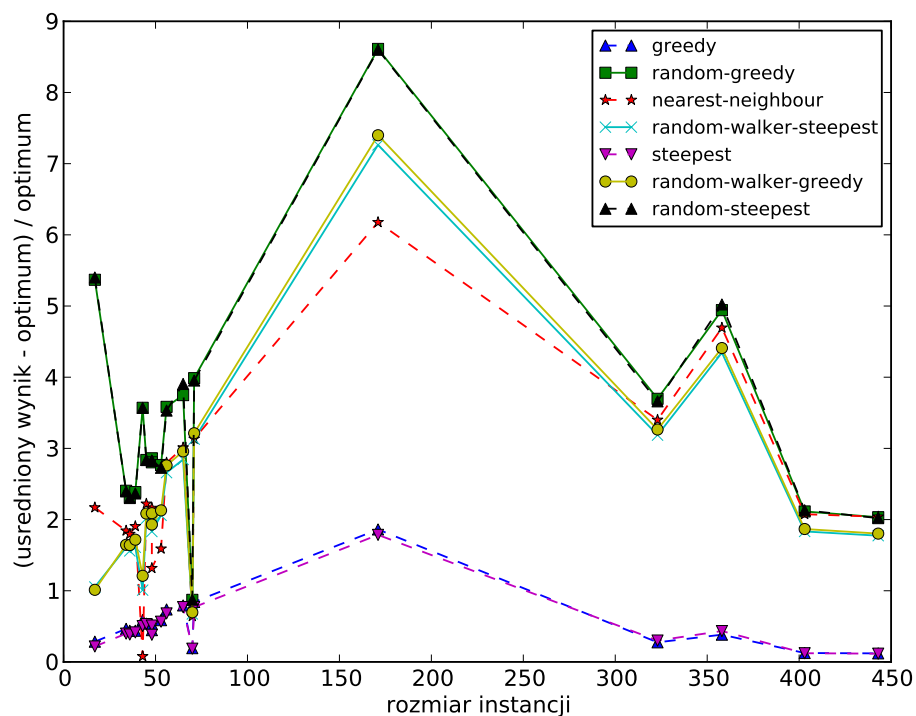
W zaimplementowanych przez nas algorytmach wykorzystaliśmy operator sąsiedztwa 2-opt. W podejściu tym, każda permutacja oznaczająca kolejność odwiedzanych wierzchołków w grafie sąsiaduje z permutacjami utworzonymi poprzez zamianę miejscami dwóch liczb w sekwencji.

3 Porównanie działania 4 algorytmów i rodzajów sąsiedztw na wszystkich instancjach problemów

3.1 Odległość od optimum.



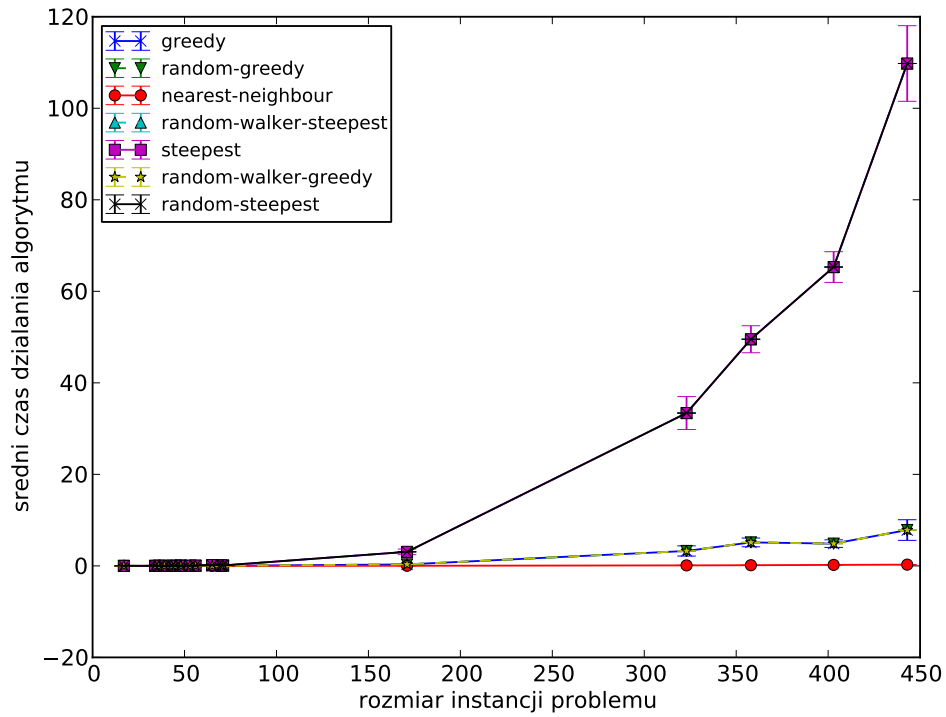
Rysunek 1: Odległości od optimum najlepszych znalezionych rozwiązań dla kilku przykładowych algorytmów.



Rysunek 2: Odległości od optimum wartości średnich ze znalezionych rozwiązań dla kilku przykładowych algorytmów.

Jak widać na załączonych wykresach w kontekście względnej odległości od optimum (liczonej jako odległość najlepszego wyniku od optimum podzielonego przez optimum) algorytmy greedy i steepest mają bardzo zbliżone rezultaty. Najgorszymi natomiast okazały się być algorytmy losowe, zwracające losową permutację, działające tak długo jak odpowiednio greedy i steepest. Widzimy więc, że proste heurystyki wypadają znacznie gorzej niż podejścia greedy i steepest.

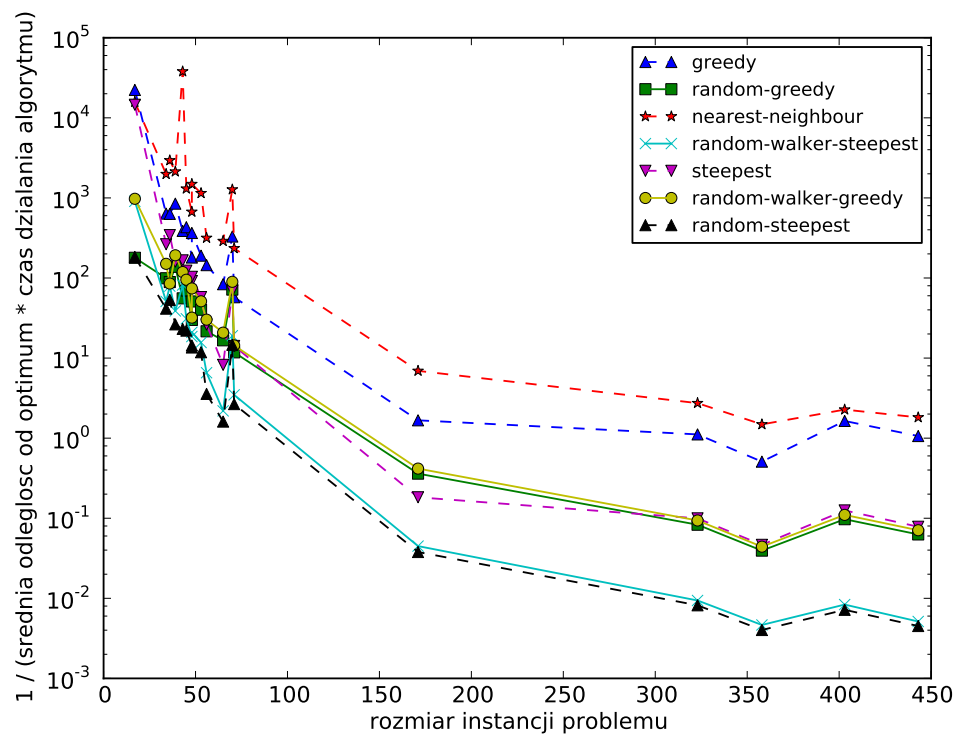
3.2 Porównanie czasu działania algorytmów.



Rysunek 3: Porównanie średnich czasów działania algorytmów.

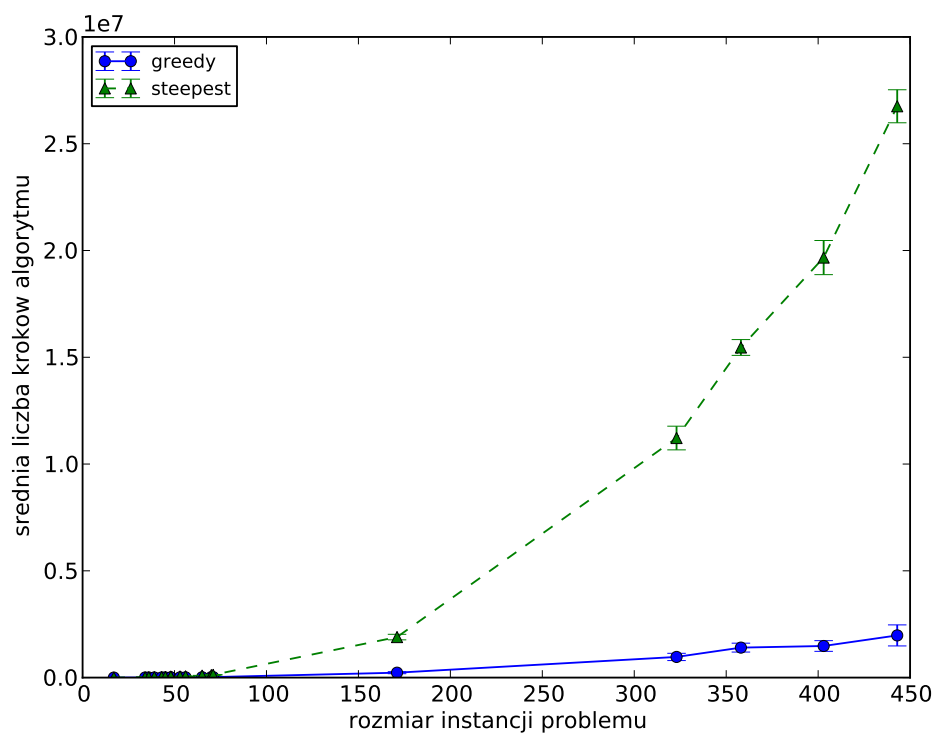
Jednakże dobre rezultaty obarczone są długimi czasami działania algorytmów greedy i steepest. Wszystkie proste Heurystyki mają niewielki wpływ rozmiaru instancji na czas działania. Natomiast w greedy i steepest rozmiar odgrywa kluczową rolę w tej kwestii.

3.3 Porównanie efektywności algorytmów.



Rysunek 4: Porównanie efektywności algorytmów.

3.4 Porównanie średniej liczby kroków dla algorytmów steepest i greedy.

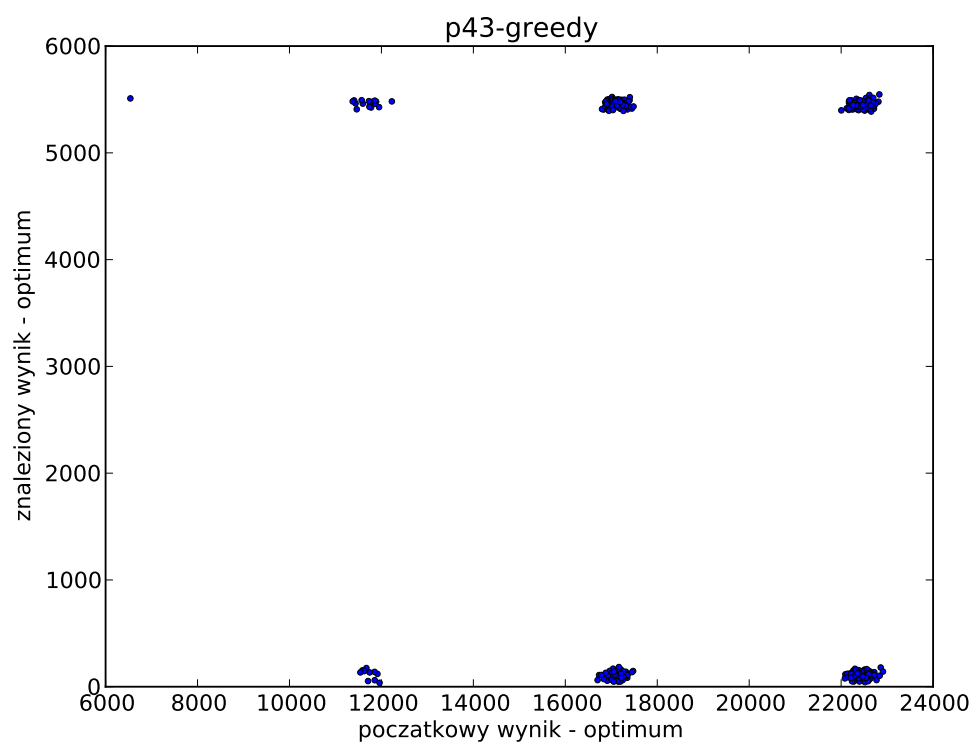


Rysunek 5: Porównanie średniej liczby kroków algorytmów greedy i steepest w zależności od rozmiaru instancji problemu.

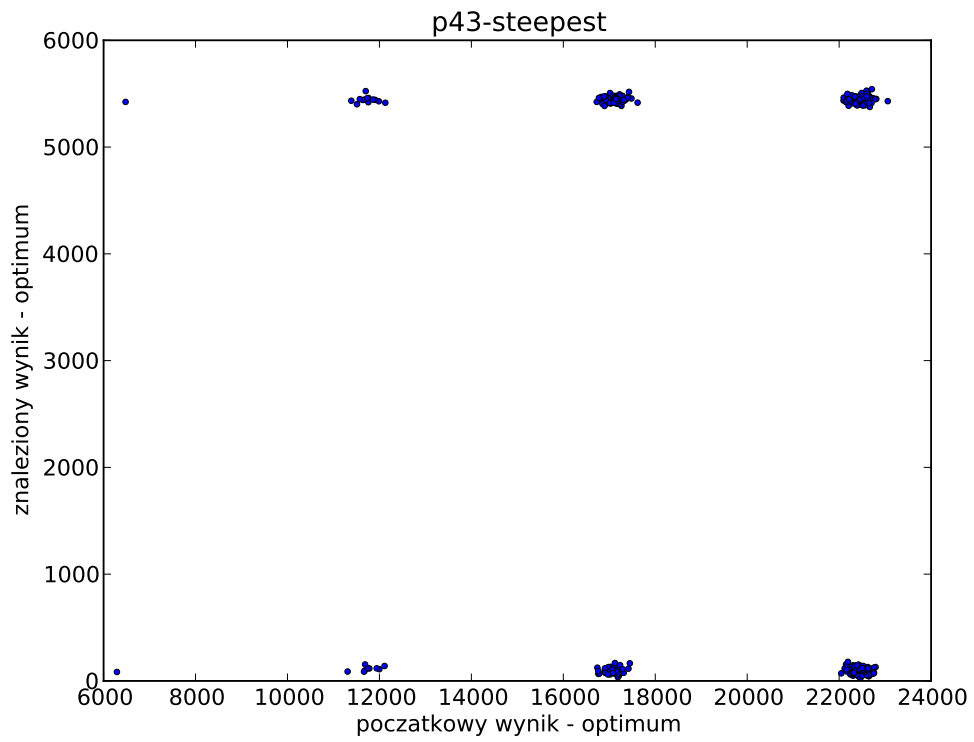
Rozbieżność tych wykresów jest dość oczywista. Steepest zawsze przegląda całe sąsiedztwo w poszukiwaniu optimum, greedy natomiast tylko jego fragment, próbując uzyskać poprawę wyniku.

4 Jakość rozwiązania końcowego w zależności od jakości rozwiązania początkowego.

4.1 Instancja p43.

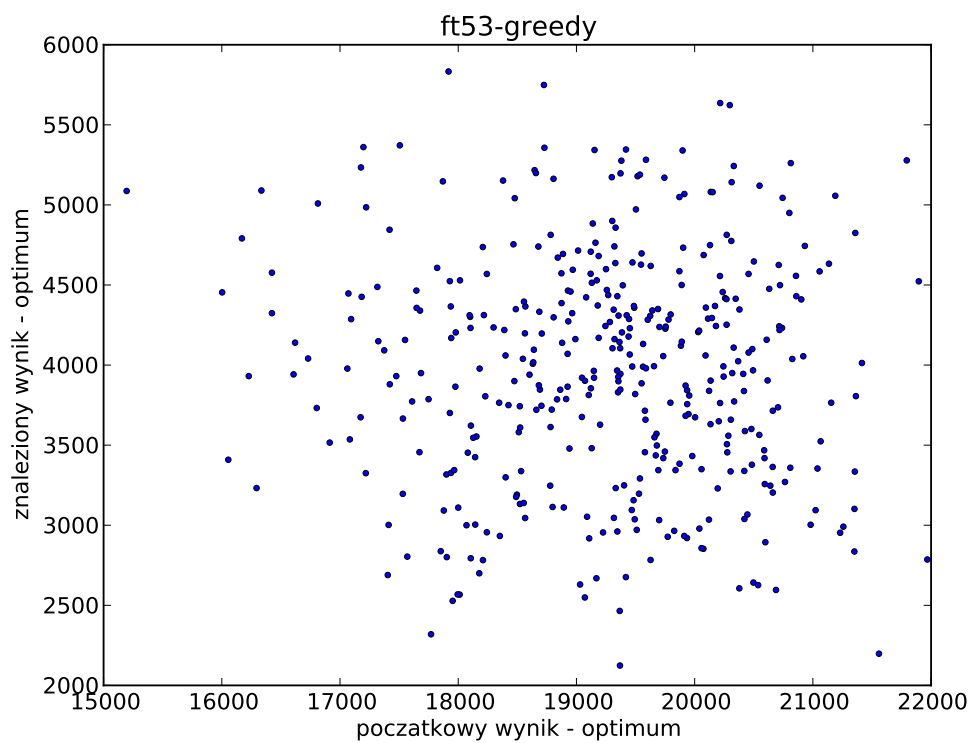


Rysunek 6: Odległości od optimum rozwiązań końcowych w zależności od odległości od optimum rozwiązań początkowych. Instancja p43 - algorytm Greedy

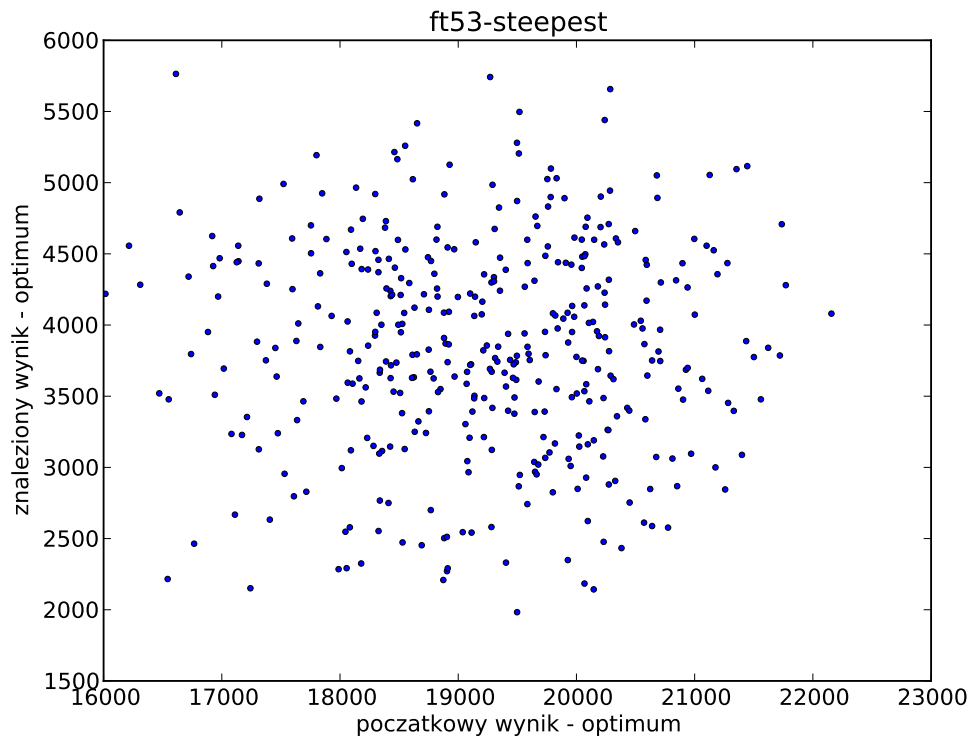


Rysunek 7: Odległości od optimum rozwiązań końcowych w zależności od odległości od optimum rozwiązań początkowych. Instancja p43 - algorytm Steepest

4.2 Instancja ft53.

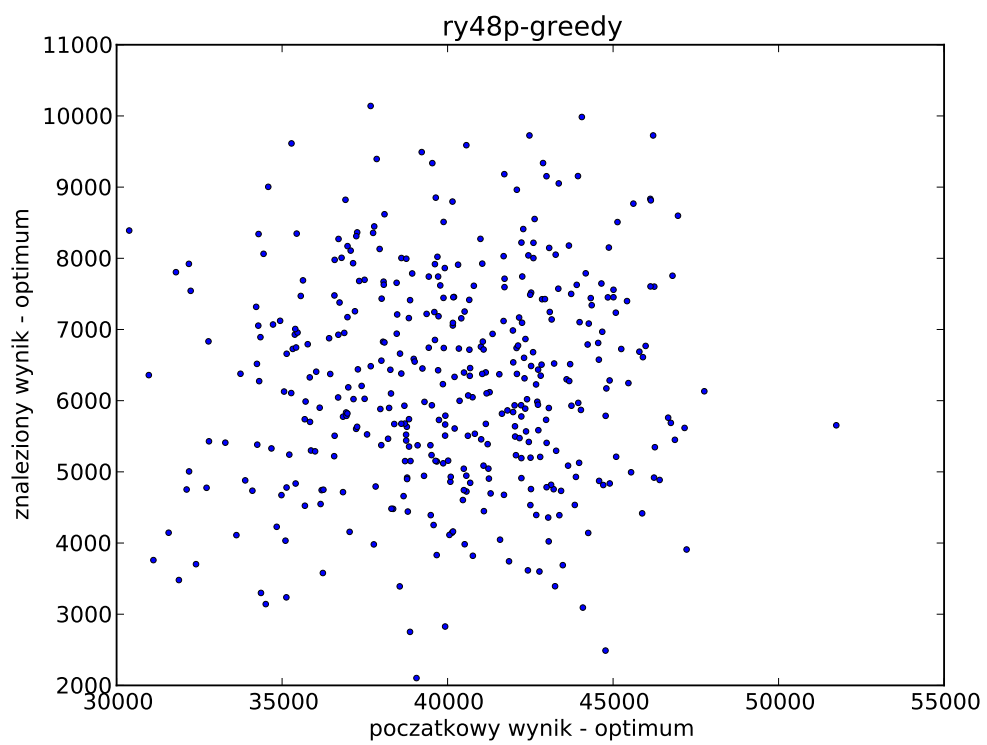


Rysunek 8: Odległości od optimum rozwiązań końcowych w zależności od odległości od optimum rozwiązań początkowych. Instancja ft53 - algorytm Greedy

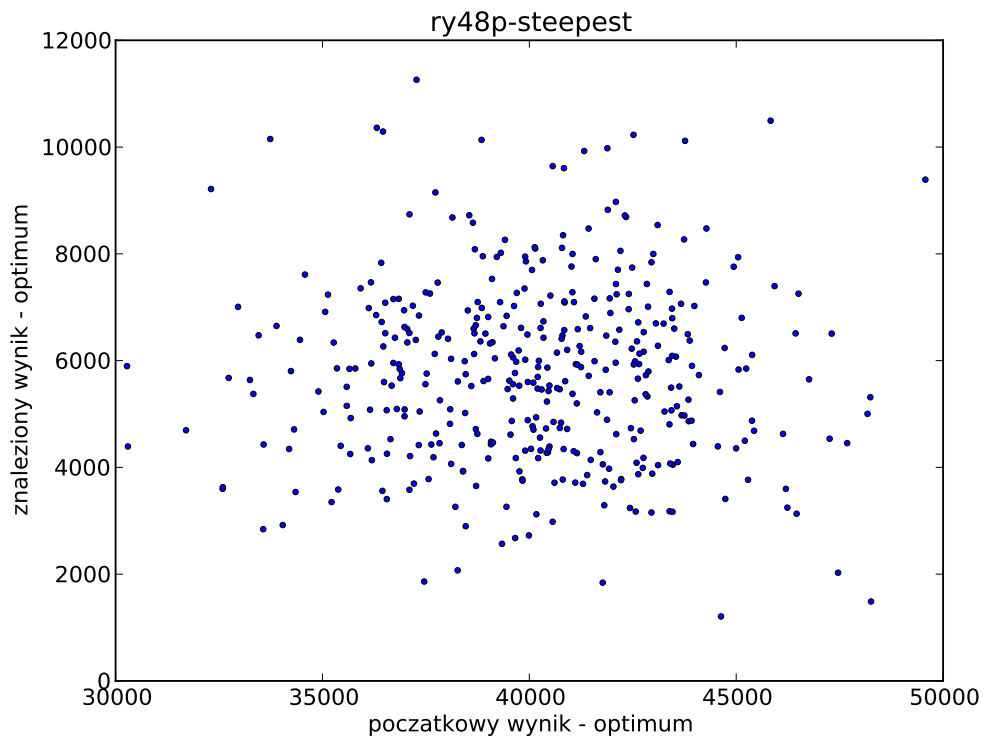


Rysunek 9: Odległości od optimum rozwiązań końcowych w zależności od odległości od optimum rozwiązań początkowych. Instancja ft53 - algorytm Steepest

4.3 Instancja ry48p.



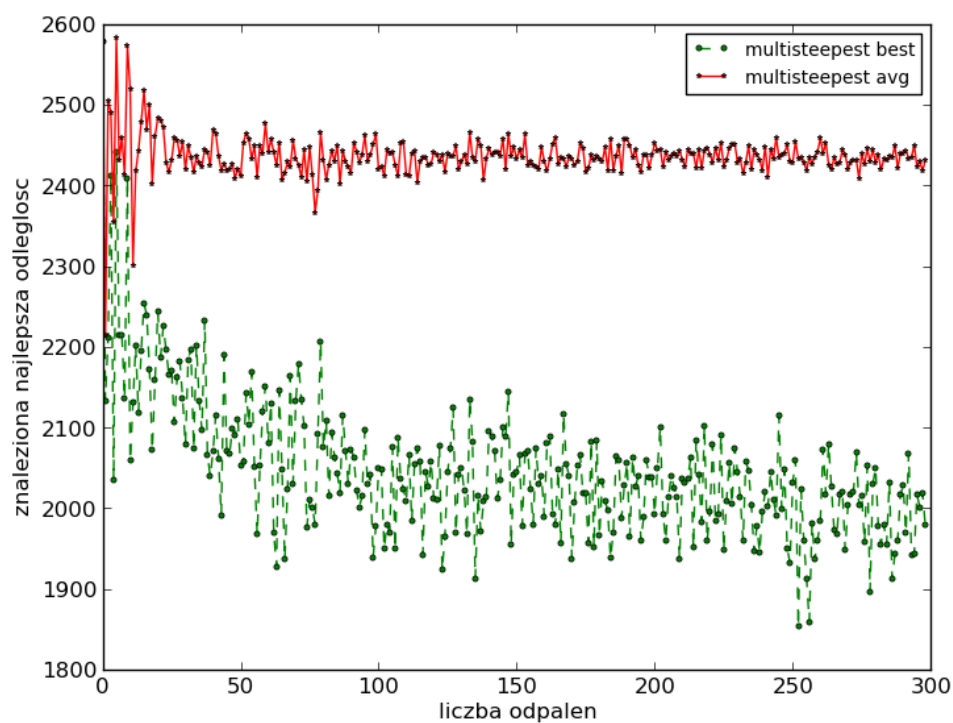
Rysunek 10: Odległości od optimum rozwiązań końcowych w zależności od odległości od optimum rozwiązań początkowych. Instancja ry48p - algorytm Greedy



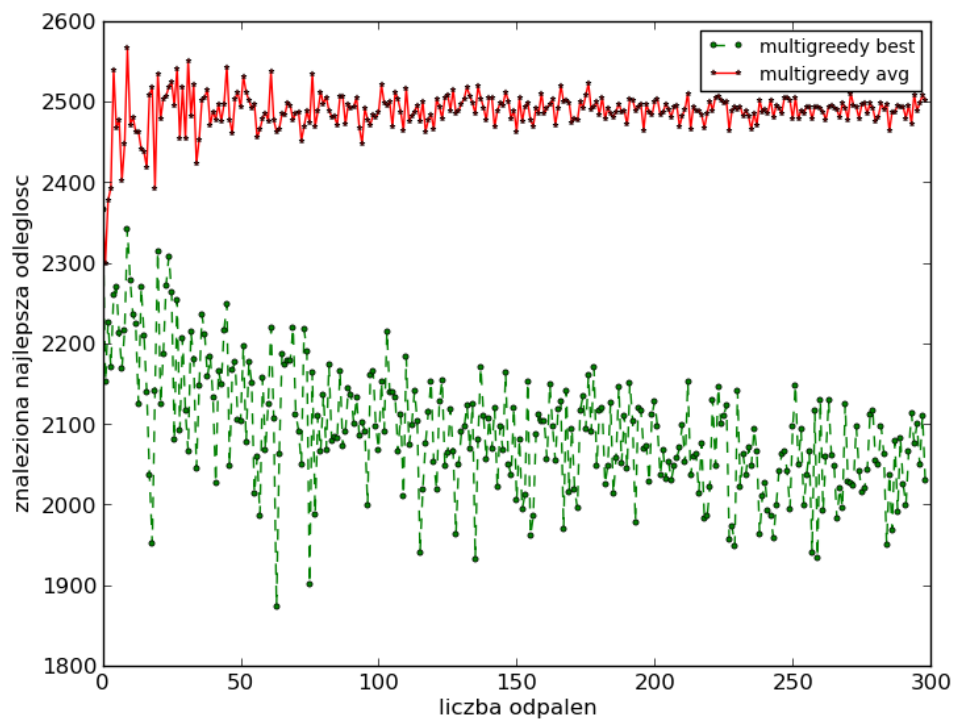
Rysunek 11: Odległości od optimum rozwiązań końcowych w zależności od odległości od optimum rozwiązań początkowych. Instancja ry48p - algorytm Steepest

Każdy wykres pokazuje nam, że zawsze kończymy w rezultacie lepszym niż ten z którego zaczynaliśmy podróż. Dwa z trzech przypadków nie daje ciekawych zależności, jednakże warto spojrzeć na p43. Tworzą się tam klastry ściągające podobne rozwiązania początkowe do podobnych rozwiązań końcowych.

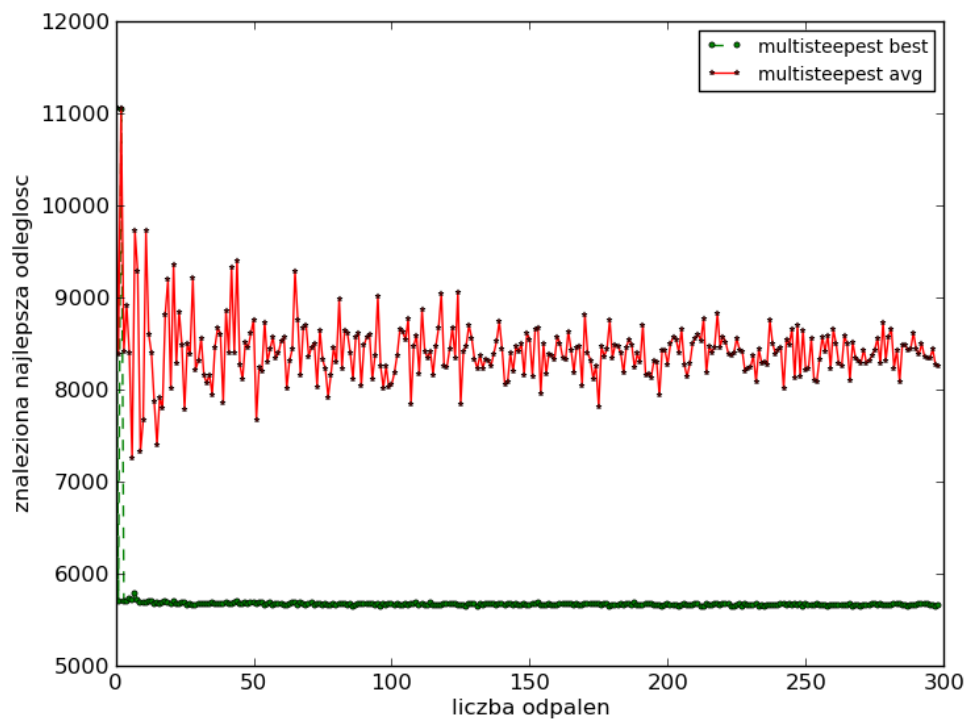
5 Zależność średnich i najlepszych rozwiązań od liczby restartów algorytmu.



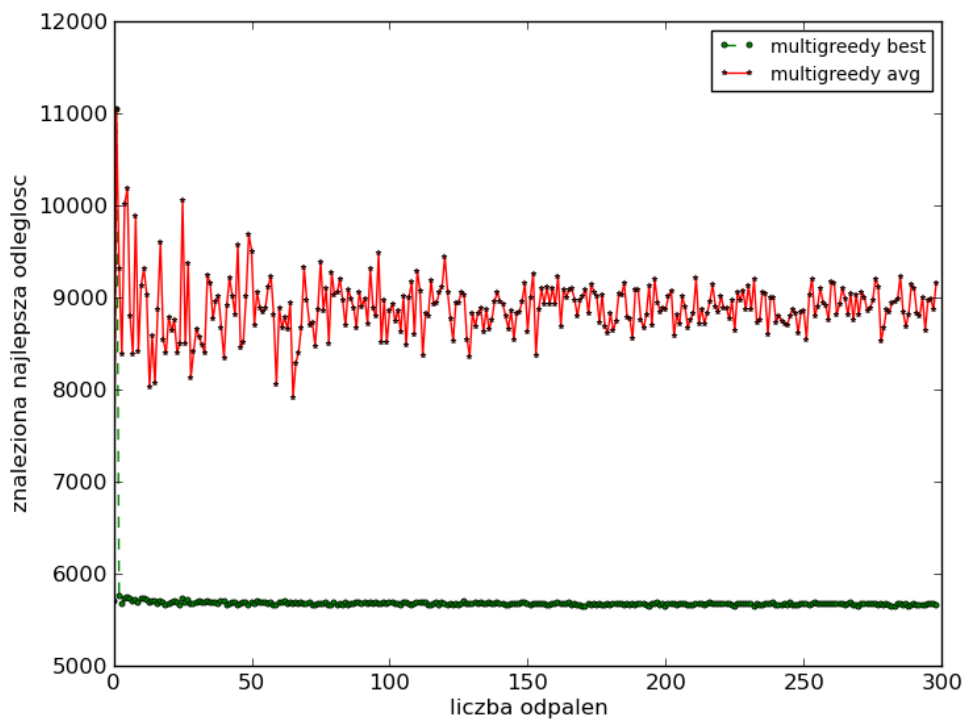
Rysunek 12: Zależność średnich i najlepszych rozwiązań od liczby restartów algorytmu - steepest dla pliku ftv44



Rysunek 13: Zależność średnich i najlepszych rozwiązań od liczby restartów algorytmu - greedy dla pliku ftv44



Rysunek 14: Zależność średnich i najlepszych rozwiązań od liczby restartów algorytmu - steepest dla pliku p43



Rysunek 15: Zależność średnich i najlepszych rozwiązań od liczby restartów algorytmu - greedy dla pliku p43

6 Obiektywna ocena podobieństwa znajdowanych rozwiązań lokalnie optymalnych dla dwóch wybranych instancji

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	0.15	0.16	0.14	0.17	0.16	0.16	0.16	0.15	0.13
2	0.15	1	0.16	0.18	0.15	0.17	0.16	0.15	0.16	0.17
3	0.16	0.16	1	0.17	0.16	0.17	0.19	0.16	0.17	0.17
4	0.14	0.18	0.17	1	0.19	0.19	0.17	0.16	0.15	0.17
5	0.17	0.15	0.16	0.19	1	0.16	0.16	0.16	0.15	0.15
6	0.16	0.17	0.17	0.19	0.16	1	0.2	0.18	0.15	0.17
7	0.16	0.16	0.19	0.17	0.16	0.2	1	0.18	0.19	0.14
8	0.16	0.15	0.16	0.16	0.16	0.18	0.18	1	0.18	0.18
9	0.15	0.16	0.17	0.15	0.15	0.15	0.19	0.18	1	0.16
10	0.13	0.17	0.17	0.17	0.15	0.17	0.14	0.18	0.16	1

Tabela 1: Macierz podobieństwa dziesięciu rozwiązań stanowiących optima lokalne - zbiór rbg443

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	0.17	0.17	0.15	0.16	0.18	0.15	0.16	0.16	0.17
2	0.17	1	0.16	0.13	0.16	0.17	0.17	0.15	0.16	0.15
3	0.17	0.16	1	0.16	0.2	0.18	0.17	0.15	0.17	0.17
4	0.15	0.13	0.16	1	0.17	0.15	0.19	0.18	0.16	0.17
5	0.16	0.16	0.2	0.17	1	0.17	0.17	0.15	0.17	0.14
6	0.18	0.17	0.18	0.15	0.17	1	0.15	0.15	0.17	0.15
7	0.15	0.17	0.17	0.19	0.17	0.15	1	0.14	0.16	0.16
8	0.16	0.15	0.15	0.18	0.15	0.15	0.14	1	0.16	0.17
9	0.16	0.16	0.17	0.16	0.17	0.17	0.16	0.16	1	0.17
10	0.17	0.15	0.17	0.17	0.14	0.15	0.16	0.17	0.17	1

Tabela 2: Macierz podobieństwa dziesięciu rozwiązań stanowiących optima lokalne - zbiór rbg403

Powyższe tabele zawierają oceny podobieństwa rozwiązań znalezionych za pomocą dziesięciokrotnego odpalenia algorytmu steepest dla zbiorów rbg443 oraz rbg403. Jako miarę podobieństwa przyjęto liczbę wystąpień takich samych par sąsiadów w obu sekwencjach, podzieloną przez długość permutacji. Jak można zauważyć, podobieństwo pomiędzy znalezionymi rozwiązaniami jest niewielkie. Rozwiązania różnią się od siebie w bardzo dużym stopniu.

7 Wnioski

8 Napotkane trudności

9 Uzasadnienie wprowadzanych ulepszeń, propozycje udoskonaleń i ich spodziewane efekty