

Egzamin z matematyki 1 (WIŚGiE/OZE, sesja), 10/02/2023

Zadanie 1 (0-10 pkt.) Oblicz pochodne: $\left(\frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}\right)'$, $\left(\frac{\arcsin x}{\operatorname{tg} x}\right)'$, $\left(\ln \frac{x+1}{x^2+1}\right)'$.

Zadanie 2 (0-10 pkt.) Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji: $y = 6x^4 + 8x^3 - 3x^2 - 6x$.

Zadanie 3 (0-10 pkt.) (a) Zapisz liczbę $z = \frac{6}{1+2i} + \frac{5i}{2-i}$ w postaci $a + bi$, gdzie a, b – liczby rzeczywiste.
(b) Rozwiąż równanie $z^2 - 2z + 5 = 0$ w dziedzinie zespolonej.

Zadanie 4 (0-10 pkt.) Oblicz całkę: $\int \frac{x-5}{x^2-x-2} dx$.

Zadanie 5 (0-10 pkt.) Wyznacz pole obszaru ograniczonego liniami $y = 2x - x^2$, $y = 4x - 3$. Wykonaj rysunek!

Zadanie 6 (0-10 pkt.) Rozwiąż układ równań metodą Gaussa eliminacji:

$$\begin{cases} x + 2x + 2z = 5 \\ 2x + 3y + z = 5 \\ -3x + 2y + 4z = -3 \end{cases}$$

Zadanie 7 (0-20 pkt.) W oparciu o definicję oblicz pochodną podanej funkcji $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ w punkcie $x_0 = 2$. Zapisz równanie stycznej do wykresu funkcji w punkcie $(x_0, f(x_0))$, naszkicuj poglądowy wykres funkcji oraz stycznej.

Zadanie 8 (0-20 pkt.) Dany jest trójkąt ABC , przy czym $A(2, 3, 3)$, $B(4, 1, 4)$, $C(5, 3, 7)$. Wyznacz kosinus $\angle BAC$, pole trójkąta ABC oraz długość wysokości opuszczonej na bok AB .