## PRACA DOMOWA I

imię i nazwisko .....

Zadanie 1 W oparciu o znane wzory i reguły różniczkowania wyznacz pochodne:

(a) 1) 
$$\left(\frac{3}{x^4} - 5\sqrt[4]{x^3}\right)'$$
, 2)  $(x^3 \log x)'$ , 3)  $\left(2^{x^3} \arcsin^2 x\right)$ 

**(b)** 1) 
$$\left(10\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{\sqrt{x^5}}\right)'$$
, 2)  $\left(\frac{\cot x}{\arctan x}\right)'$ , 3)  $\left(\ln(x^2+1)\cos^3 x\right)'$ 

(a) 1) 
$$\left(\frac{3}{x^4} - 5\sqrt[4]{x^3}\right)'$$
, 2)  $\left(x^3 \log x\right)'$ , 3)  $\left(2^{x^3} \arcsin^2 x\right)'$   
(b) 1)  $\left(10\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{\sqrt{x^5}}\right)'$ , 2)  $\left(\frac{\operatorname{ctg} x}{\operatorname{arctg} x}\right)'$ , 3)  $\left(\ln(x^2 + 1)\cos^3 x\right)'$   
(c) 1)  $\left(10x^3 - \frac{4}{\sqrt[3]{x^4}}\right)'$ , 2)  $\left(10^x \arcsin x\right)'$ , 3)  $\left(x^3 \operatorname{arctg} \frac{2x}{x-1}\right)'$ 

(d) 1) 
$$\left(\frac{1}{x^7} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^3}}\right)'$$
, 2)  $\left(\frac{\sin x}{x^4 + 1}\right)'$ , 3)  $\left(x \operatorname{tg}^2(3x - 2)\right)'$ 

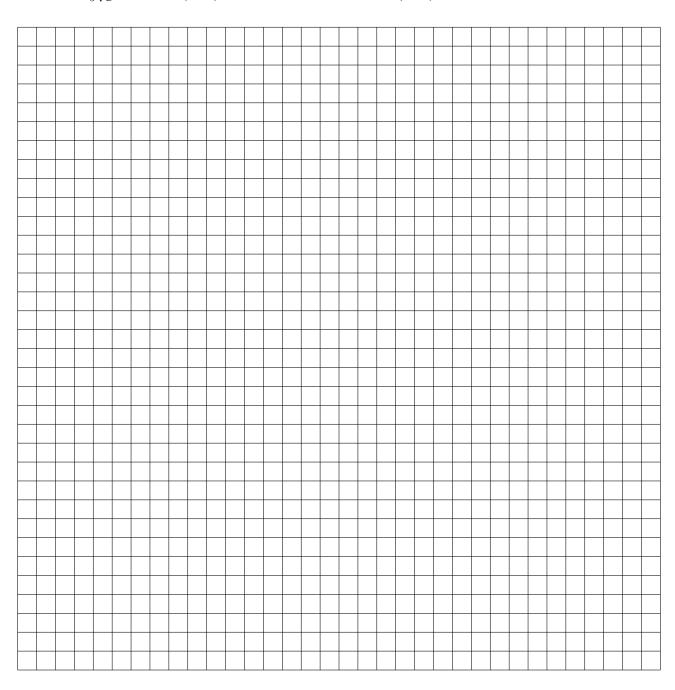
odpowiedzi:

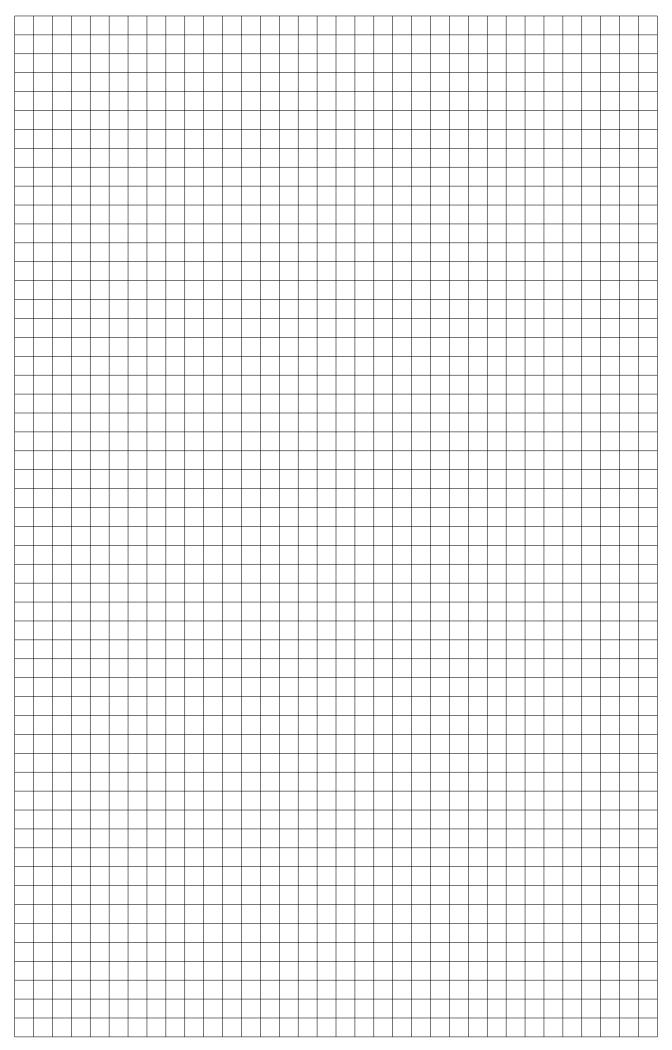
odpowiedzi:  
(a) 1) 
$$-\frac{12}{x^5} - \frac{15}{4\sqrt[4]{x}}$$
, 2)  $3x^2 \log x + \frac{x^2}{\ln 10}$ , 3)  $\frac{2^{x^3+1} \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + 3 \ 2^{x^3} x^2 \ln 2 \arcsin^2 x$   
(b) 1)  $\frac{20}{3\sqrt[3]{x}}$ , 2)  $-\frac{\frac{\arccos x}{\sin^2 x} + \frac{\cot x}{x^2+1}}{\arctan \cos^2 x}$ , 3)  $\frac{2x \cos x}{x^2+1} - 3 \ln(x^2+1) \cos^2 x \sin x$   
(c) 1)  $30x^2 + \frac{16}{3\sqrt[3]{x^7}}$ , 2)  $10^x \ln 10 \arcsin x + \frac{10^x}{\sqrt{1-x^2}}$ , 3)  $3x^2 \arctan \frac{2x}{x-1} - \frac{2x^3}{5x^2-2x+1}$   
(d) 1)  $-\frac{7}{x^8} + \frac{6}{5\sqrt[5]{x^8}}$ , 2)  $\frac{(x^4+1)\cos x - 4x^3 \sin x}{(x^4+1)^2}$ , 3)  $tg^2(3x-2) + \frac{6 tg(3x-2)}{\cos^2(3x-2)}$ 

**(b)** 1) 
$$\frac{20}{3\sqrt[3]{x}}$$
, 2)  $-\frac{\frac{\arctan \operatorname{dr} x}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{ctg} x}{x^2 + 1}}{\arctan \operatorname{dr} x^2 + 2}$ , 3)  $\frac{2x \cos x}{x^2 + 1} - 3\ln(x^2 + 1)\cos^2 x \sin x$ 

(c) 1) 
$$30x^2 + \frac{16}{3\sqrt[3]{x^7}}$$
, 2)  $10^x \ln 10 \arcsin x + \frac{10^x}{\sqrt{1-x^2}}$ , 3)  $3x^2 \arctan \frac{2x}{x-1} - \frac{2x^3}{5x^2-2x+1}$ 

(d) 1) 
$$-\frac{7}{x^8} + \frac{6}{5\sqrt[5]{x^8}}$$
, 2)  $\frac{(x^4+1)\cos x - 4x^3\sin x}{(x^4+1)^2}$ , 3)  $tg^2(3x-2) + \frac{6tg(3x-2)}{\cos^2(3x-2)}$ 





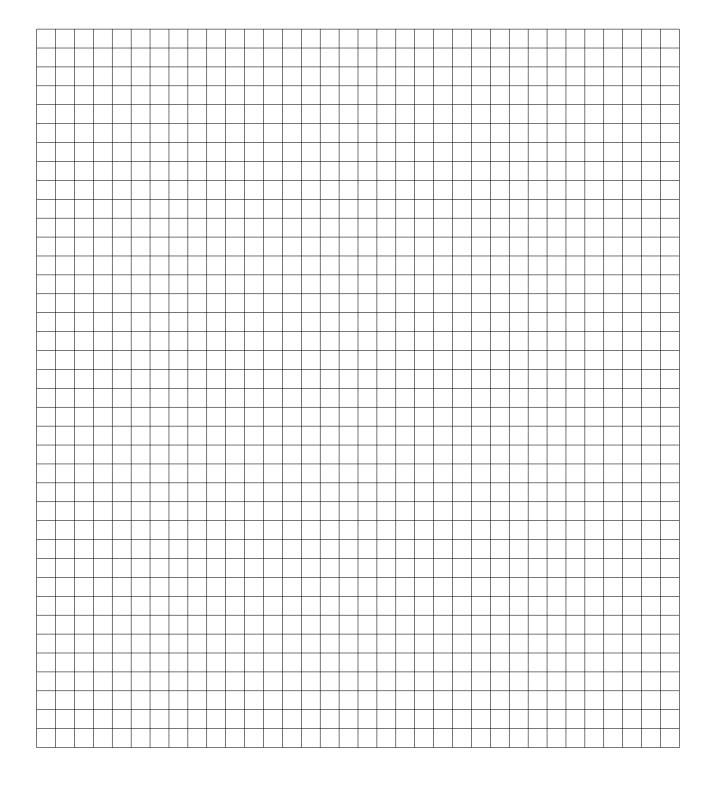
## Zadanie 2

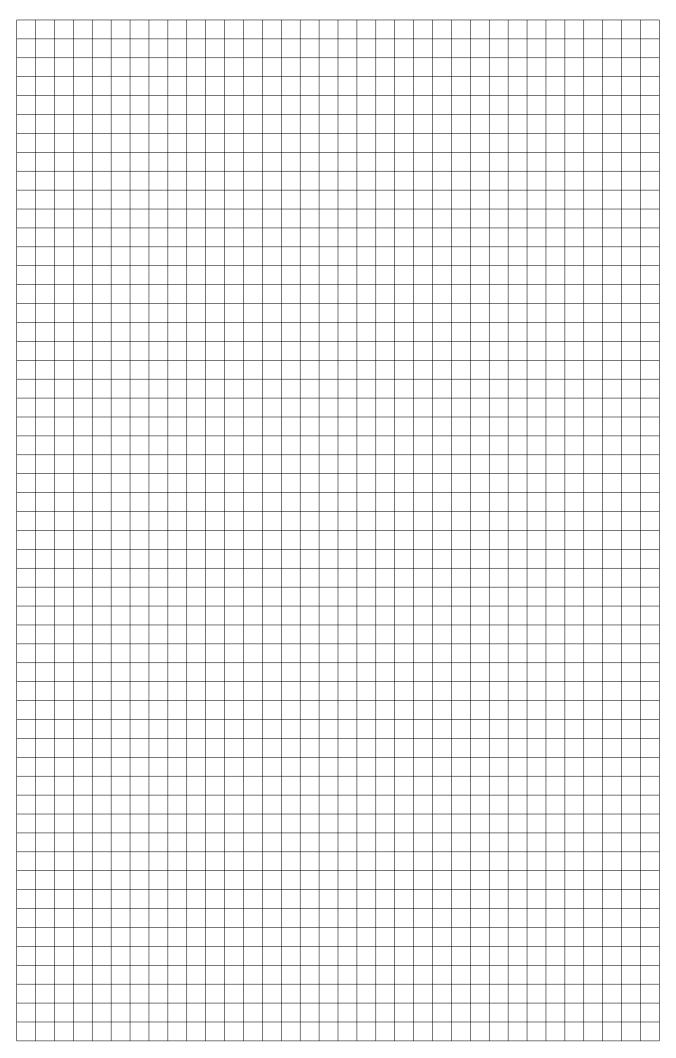
- (a) Zapisz wzór Taylora z dokładnością do wyrazów 3 rzędu dla funkcji  $y=\operatorname{tg} x$  w okolicy  $x_0=0$ . W oparciu o ten wzór oblicz  $\operatorname{tg} 10^\circ$ , do obliczeń przyjmij:  $\pi\approx\frac{333}{106}$ ; wg kalkulatora:  $\operatorname{tg} 10^\circ\approx 0,176322$ .

  (b) Zapisz wzór Taylora z dokładnością do wyrazów rzędu 8 dla funkcji  $y=\sqrt{x+1}$  w okolicy  $x_0=0$ . W
- oparciu o uzyskany wzór oblicz $\sqrt{2},$ w<br/>g kalkulatora  $\sqrt{2}\approx 1,41421.$
- (c) W oparciu o wzór Taylora zapisz przybliżenie funkcji  $y=\frac{8x^2}{x+1}$  w pobliżu punktu  $x_0=1$  za pomocą paraboli. Sprawdź dokładność przybliżenie dla punktów za 1 z paraboli. Sprawdź dokładność przybliżenia dla punktów x = 1, 5 oraz x = 1, 1.

## odpowiedzi:

- (a)  $\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$ ,  $10^\circ$  to w mierze łukowej  $\frac{\pi}{18} \approx \frac{37}{212} \approx 0$ , 174528,  $\operatorname{tg} 10^\circ \approx 0$ , 1763(b)  $\sqrt{x+1} = 1 + \frac{x}{2} \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} \frac{5x^4}{128} + \frac{7x^5}{256} \frac{21x^6}{1024} + \frac{33x^7}{2048} \frac{429x^8}{32768} + o(x^8)$ ,  $\sqrt{2} = \sqrt{1+1} \approx \frac{46147}{32768} \approx 1$ , 40829(c) przybliżenie:  $\frac{x}{3x+2} = x^2 + 4x 1 + o((x-1)^2)$ , wartości dokładne:  $y(1,5) = \frac{36}{5} = 7$ , 2,  $y(1,1) = \frac{484}{105} \approx 4$ , 60952; wartości przybliżone:  $y(1.5) \approx \frac{29}{4} = 7$ , 25,  $y(1,1) \approx \frac{461}{100} = 4$ , 61





**Zadanie 3** Wyznaczyć przedziały monotoniczności podanych funkcji oraz ich ekstrema lokalne: (a) 
$$y = 3x^4 + x^3 - 2x^2 - x + 2$$
, (b)  $y = (2x+3)^6(3x+2)^8$ , (c)  $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ , (d)  $y = e^{-x^2}(2x+1)$ .

odpowiedzi:

- (a)  $y \nearrow dla \ x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{1}{4}\right), \ x \in \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right), \ y \searrow dla \ x \in \left(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right), \ x \in \left(-\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right),$  maksimum lokalne dla  $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ , minima lokalne dla  $x = -\frac{1}{4}$ ,  $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , **(b)**  $y \nearrow \text{dla } x \in (-3/2, -8/7), x \in (-2/3, +\infty), y \setminus \text{dla } x \in (-\infty, -3/2), x \in (-7/8, -2/3), \text{ maksimum}$
- lokalne dla x = -7/8, minima lokalne dla x = -3/2, x = -2/3,
- (c)  $y \nearrow dla \ x \in (-\infty, 1), x \in (5, \infty), y \searrow dla \ x \in (1, 3), x \in (3, 5),$  maksimum lokalne dla x = 1, minimum lokalne dla x = 5,
- (d)  $y \nearrow dla \ x \in (-\infty, -1), x \in (1/2, \infty), y \setminus dla \ x \in (-1, 1/2),$  maksimum lokalne dla x = 1/2, minimum lokalne dla x = -1.

