Przygotowanie teoretyczne: opis figury za pomocą wyrażenia (A.Lenarcik)
Jeżeli na płaszczyźnie jest ustalony układ współrzędnych, to każdej parze współrzędnych (x, y) odpowiada punkt i na odwrót: każdemu punktowi odpowiada para współrzędnych. Jeżeli $F(x, y)$ jest wyrażeniem dwóch zmiennych x, y oraz C jest stałą, to równanie

$$F(x, y) = C$$

określa figurę złożoną ze wszystkich punktów (x, y) spełniających podane równanie. Powyższy zapis nazywamy równaniem uwikłanym (tzn. zmienne x i y są ze sobą uwikłane po lewej stronie równania).

Przykład
(a) Równanie $x + y = 1$ opisuje prostą przechodzącą przez punkty $(1, 0)$ i $(0, 1)$
(b) Równanie $y - x = 0$ opisuje prostą, która jest dwusieczną pierwszej ćwiartki
(c) Równanie $x^2 + y^2 = r^2$ opisuje okrąg o środku $(0, 0)$ i promieniu r.

Twierdzenie Jeżeli punkt $P(x, y)$ leży na prostej przechodzącej przez $P_0(x_0, y_0)$ prostopadłej do wektora $\vec{n} = [a, b]$, to spełniona jest zależność

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0 \ .$$

Dowód Wektory $\vec{n} = [a, b]$ i $\overrightarrow{P_0P}$ są prostopadłe. Zatem $[a, b] \circ [x - x_0, y - y_0] = 0$, skąd teza.

UWAGA Mamy $ax - ax_0 + bx - by_0 = 0$, czyli $ax + bx - ax_0 - by_0 = 0$. Kładąc $c = -ax_0 - by_0$ otrzymujemy

$$ax + by + c = 0 \ ,$$

czyli tzw. ogólne równanie prostej.

Parabola składa się z wszystkich punktów jednakowo oddalonych od prostej zwanej kierownicą i od punktu zwanego ogniskiem. Np. dla paraboli $y = x^2$ ($y - x^2 = 0$ w postaci uwikłanej) kierownicą jest prosta $y = -\frac{1}{4}$, zaś ogniskiem jest $(0, \frac{1}{4})$. Przykładami parabol są także krzywe $y = -x^2$, $x = y^2$, $x = -y^2$.

Elipsa składa się z wszystkich punktów, dla których suma odległości od dwóch ustalonych punktów zwanych ogniskami jest stała. Można sprawdzić, że jeśli ogniskami są $(-c, 0)$ i $(0, c)$ (c dodatnie) oraz suma odległości wynosi $2a$ (oczywiście $a > c$), to równanie elipsy ma postać

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ ,$$

gdzie $b^2 = a^2 - c^2$ (b dodatnie). Wielkości a, b nazywamy półosiami elipsy. Jeżeli półosie są równe, to elipsa przechodzi w okrąg (wtedy ogniska pokrywają się). Łatwo sprawdzamy, że punkty $(a, 0)$, $(-a, 0)$, $(0, b)$, $(0, -b)$ spełniają równanie elipsy. Elipsę rysujemy w ten sposób, że wpisujemy ją w prostokąt o wierzchołkach (a, b), $(-a, b)$, $(-a, -b)$, $(a, -b)$.

Hiperbola składa się z wszystkich punktów, dla których bezwzględna różnica odległości od dwóch ustalonych punktów zwanych ogniskami jest stała. Można sprawdzić, że jeśli ogniskami są $(-c, 0)$ i $(0, c)$ (c dodatnie) oraz bezwzględna różnica odległości wynosi $2a$ (tutaj musi być $a < c$), to równanie elipsy ma postać

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ ,$$

gdzie $b^2 = c^2 - a^2$ (b dodatnie). Wielkości a, b nazywamy półosiami hiperboli. Łatwo sprawdzamy, że punkty $(a, 0)$, $(-a, 0)$ spełniają równanie hiperboli. Aby naszkicować hiperbolę najpierw rysujemy prostokąt o wierzchołkach (a, b), $(-a, b)$, $(-a, -b)$, $(a, -b)$. Przedłużone przekątne prostokąta są asymptotami hiperboli. Hiperbolę wpisujemy pomiędzy asymptoty wychodząc z punktów $(a, 0)$ i $(-a, 0)$. Jeżeli półosie hiperboli są równe, to asymptoty są prostopadłe.

Zadanie ma ilustrować fakt, że poprzez stosowny wybór układu współrzędnych możliwe jest uzyskanie nowego równania krzywej, które jest łatwiejsze do zrozumienia. W zadaniu mogą się pojawić parabole, elipsy lub hiperbole.