

Egzamin z Matematyki 1/Matematyki 3 (WISGiE/OZE/N/IŚ/N, sesja poprawkowa)

12/02/2023

Zadanie 1 (0 - 10 pkt.)

OZE: Oblicz pochodne:

$$\left(\frac{1}{x} + 3\sqrt[3]{x^2}\right)'$$

$$\left(\frac{\operatorname{tg} x}{\sin x}\right)'$$

$$(x^3 \sin(x^2))'$$

IŚ: Oblicz pochodną z''_{xy} jeśli

$$z = \ln(xy - x^3)$$

Zadanie 2 (0 - 10 pkt.)

OZE: Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji:

$$y = 3x^4 - 4x^3 - 24x^2 + 48x$$

IŚ: Wyznacz ekstrema lokalne funkcji

$$z = x^3 - 4xy - 3x + y^2$$

Zadanie 3 (0 - 10 pkt.)

OZE: (a) Zapisz liczbę $z = \frac{3-2i}{1+2i} + \frac{2}{i^3}$ w postaci $a + bi$, gdzie a, b – liczby rzeczywiste.

(b) Rozwiąż równanie $z^2 - 2z + 2 = 0$ w dziedzinie zespolonej.

IŚ: Oblicz

$$\iint_D (x + 2y) dx dy,$$

gdzie D – trójął ABC , przy czym $A(0, 0)$, $(1, 2)$, $C(1, 4)$.

Zadanie 4 (0 - 10 pkt.)

OZE: Oblicz całkę:

$$\int \frac{4x + 1}{x^2 - x - 2} dx$$

IŚ: Oblicz

$$\iint_D y dx dy$$

przechodząc do współrzędnych biegunowych, gdzie

$$D : x^2 + y^2 \geq 4, y \geq 0, x \geq 0$$

Zadanie 5 (0 - 10 pkt.)

OZE: Wyznacz pole obszaru ograniczonego liniami

$$y = x^2, \quad y = x + 2$$

Wykonaj rysunek!

IŚ: Rozwiąż równanie różniczkowe

$$4\sqrt[3]{x^2}y' - \frac{1}{y^3} = 0,$$

uwzględniając warunek początkowy $y(1) = 1$.

Zadanie 6 (0 - 10 pkt.)

OZE: Rozwiąż układ równań wybraną metodą (tzn. metodą Gaussa eliminacji lub w oparciu o wzory Cramera):

$$\begin{cases} 2x + x + z = 3 \\ -x + y + 2z = -2 \\ 3x + 2y - z = 1 \end{cases}$$

IŚ: Rozwiąż równanie różniczkowe

$$y'' - y' - 2y = 9e^{-x}$$

Zadanie 7 (0 - 10 pkt.)

OZE: W oparciu o definicję oblicz pochodną podanej funkcji

$$f(x) = 5x^2 - 7x - 6$$

w punkcie $x_0 = 1$. Zapisz równanie stycznej do wykresu funkcji w punkcie $(x_0, f(x_0))$, naszkicuj poglądowy wykres funkcji oraz stycznej.

IŚ: Na płaszczyźnie $z = 2x - y + 1$ znaleźć taki punkt P , dla którego suma kwadratów współrzędnych jest minimalna.

Zadanie 8 (0 - 10 pkt.)

OZE: W oparciu o rachunek całkowy wyznaczyć położenie środka ciężkości obszaru ograniczonego liniami $y = -x$, $y = 2x$, $x = 2$ (pole obszaru oblicz za pomocą wzoru na pole trójkąta).

IŚ: W oparciu o całki podwójne wyznaczyć położenie środka ciężkości obszaru ograniczonego liniami $y = -x$, $y = 3x$, $x = 1$.