ZESTAW ZADAŃ II

Zadanie 1
(a) W oparciu o definicję oblicz pochodną funkcji $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$ w punkcie $x_0 = -1$, zapisz równanie stycznej do wykresu funkcji w punkcie $(x_0, f(x_0))$,
(b) W oparciu o definicję wyprowadź wzór na pochodną funkcji $f(x) = \frac{x}{2x+3}$.

Zadanie 2 W oparciu o znane wzory i reguły różniczkowania oblicz pochodne podanych funkcji:
(a) $y = 2x^2 + 3x + 4$, **(b)** $y = \frac{1}{x^2}$, **(c)** $y = \sqrt{x^3}$, **(d)** $y = \sqrt[3]{x^2}$, **(e)** $y = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$,
(f) $y = \frac{3}{x^2} - 2\sqrt{x^3} + \frac{5}{\sqrt[4]{x^3}}$, **(g)** $y = x^2 \sin x$, **(h)** $y = \frac{1}{\ln x}$, **(i)** $y = \frac{x^2}{1-x^3}$,
(j) $y = \sin(5x)$, **(k)** $y = 3^{x^2+1}$, **(l)** $y = \mathrm{tg}\,(x^3)$, **(m)** $y = \arcsin^3 x$, **(n)** $y = e^{x^3 \cos x}$,
(o) $y = \mathrm{arctg}^5(x^2)$, **(p)** $y = x^3 \ln \frac{3x+2}{2x+3}$, **(q)** $y = x^x$, **(r)** $y = (\cos x)^{\sin x}$.

Zadanie 3 Oblicz dwie pierwsze pochodne podanych funkcji:
(a) $y = e^{2x} \sin(3x)$, **(b)** $y = \ln(x^2 - 3x + 1)$, **(c)** $y = \frac{x}{x^2+1}$, **(d)** $y = x\,\mathrm{arctg}\, x$.

Zadanie 4 Sprawdź, że podane funkcje spełniają podane równania różniczkowe:
(a) $y = e^{-3x}$, równanie: $y' + 3y = 0$, **(b)** $y = 3\cos(5x) + 5\sin(5x)$, równanie $y'' + 25y = 0$,
(c) $y = 3e^{-x} + 5xe^{-x}$, równanie: $y'' + 2y' + y = 0$,
(d) $y = e^{-2x}(3\cos(3x) + 2\sin(3x))$, równanie: $y'' + 4y' + 13y = 0$.