

ZESTAW ZADAŃ VI

Zadanie 1 Zapisz liczby w postaci $a + bi$, gdzie a, b – liczby rzeczywiste, i – jednostka urojona zdefiniowana równaniem $i^2 = -1$:

(a) $i + 2i^3 + 3i^6 + 4i^9 + 5i^{12}$, (b) $(2 + 3i)^2$, (c) $(1 - i)(3 + i)$, (d) $(1 + i)^2 - (3 + i)^3$,
(e) $\frac{1}{i} - \frac{2}{i^3} + \frac{3}{i^5} - \frac{4}{i^7} + \frac{5}{i^9}$, (f) $\frac{1-i}{1+i}$, (g) $\frac{4+3i}{2-i} + (1 - 3i) \cdot (-2 + 2i)$, (h) $\frac{1}{1+2i} - \frac{2+i}{-1+3i}$.

Zadanie 2 Rozwiąż równania w dziedzinie zespolonej:

(a) $z^2 - 4z + 13 = 0$, (b) $z^4 + 7z^2 + 12 = 0$, (c) $2z^3 - 3z^2 + 8z - 12 = 0$, (d) $z^2 + 8 - 6i = 0$,
(e) $z^3 - 27 = 0$, (f) $z^4 + 16i = 0$, (g) $z^3 - i = 0$, (h) $z^2 - 2iz + 2 - 4i = 0$.

Zadanie 3

(a) Zapisz liczby w postaci trygonometrycznej $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$: $2i$, -4 , $1 + i\sqrt{3}$, $-\sqrt{3} + i$,
(b) W oparciu o wzór de Moivre’a:

$$z^n = [r(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = r^n (\cos(n\varphi) + i \cdot \sin(n\varphi)), \quad n = 1, 2, \dots$$

zapisz liczby $(1 + i\sqrt{3})^5$, $(-\sqrt{3} + i)^{13}$, $(-\sqrt{2} - i\sqrt{2})^{10}$ w postaci $a + bi$, gdzie a, b – liczby rzeczywiste,

(c) W oparciu o wzór de Moivre’a rozwiąż równania: $z^3 + 27 = 0$, $z^4 + 16i = 0$, $z^3 - i = 0$.