

**Egzamin z matematyki 1 (WIŚGiE/OZE, termin pierwszy), 05/02/2023**

**Zadanie 1 (0-10 pkt.)** Oblicz pochodne:  $\left(\frac{5}{x^3} - \frac{4}{\sqrt[4]{x^7}}\right)'$ ,  $\left(\frac{\sin x}{\ln x}\right)'$ ,  $\left(\operatorname{tg}(3x)e^{x^3}\right)'$ .

**Zadanie 2 (0-10 pkt.)** Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji:  $y = 6x^4 + 8x^3 - 3x^2 - 6x$ .

**Zadanie 3 (0-10 pkt.)** (a) Zapisz liczbę  $z = \frac{2-5i}{5+2i} + i^{28}$  w postaci  $a + bi$ , gdzie  $a, b$  – liczby rzeczywiste. (b) Rozwiąż równanie  $z^2 - 6z + 13 = 0$  w dziedzinie zespolonej.

**Zadanie 4 (0-10 pkt.)** Oblicz całkę:  $\int \frac{7x-1}{x^2-x-6} dx$ .

**Zadanie 5 (0-10 pkt.)** Wyznacz pole obszaru ograniczonego liniami  $y = x^2 - 2x$ ,  $y = x - 2$ . Wykonaj rysunek!

**Zadanie 6 (0-10 pkt.)** Rozwiąż układ równań metodą Gaussa eliminacji:

$$\begin{cases} x + 2x - z = -1 \\ 2x + 3y - z = 0 \\ -3x + 2y + z = -1 \end{cases}$$

**Zadanie 7 (0-20 pkt.)** W oparciu o definicję oblicz pochodną podanej funkcji  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$  w punkcie  $x_0 = 1$ . Zapisz równanie stycznej do wykresu funkcji w punkcie  $(x_0, f(x_0))$ , naszkicuj poglądowy wykres funkcji oraz stycznej.

**Zadanie 8 (0-20 pkt.)**

W oparciu o rachunek całkowy wyznacz położenie środka ciężkości obszaru ograniczonego liniami  $y = x^2$ ,  $y = 2x$ , jeśli wiadomo, że pole obszaru wynosi  $S = \frac{4}{3}$ .

**Egzamin z matematyki 1 (WIŚGiE/OZE, termin pierwszy), 05/02/2023**

**Zadanie 1 (0-10 pkt.)** Oblicz pochodne:  $\left(\frac{5}{x^3} - \frac{4}{\sqrt[4]{x^7}}\right)'$ ,  $\left(\frac{\sin x}{\ln x}\right)'$ ,  $\left(\operatorname{tg}(3x) e^{x^3}\right)'$ .

**Zadanie 2 (0-10 pkt.)** Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji:  $y = 6x^4 + 8x^3 - 3x^2 - 6x$ .

**Zadanie 3 (0-10 pkt.)** (a) Zapisz liczbę  $z = \frac{2-5i}{5+2i} + i^{28}$  w postaci  $a + bi$ , gdzie  $a, b$  – liczby rzeczywiste. (b) Rozwiąż równanie  $z^2 - 6z + 13 = 0$  w dziedzinie zespolonej.

**Zadanie 4 (0-10 pkt.)** Oblicz całkę:  $\int \frac{7x-1}{x^2-x-6} dx$ .

**Zadanie 5 (0-10 pkt.)** Wyznacz pole obszaru ograniczonego liniami  $y = x^2 - 2x$ ,  $y = x - 2$ . Wykonaj rysunek!

**Zadanie 6 (0-10 pkt.)** Rozwiąż układ równań metodą Gaussa eliminacji:

$$\begin{cases} x + 2x - z = -1 \\ 2x + 3y - z = 0 \\ -3x + 2y + z = -1 \end{cases}$$

**Zadanie 7 (0-20 pkt.)** W oparciu o definicję oblicz pochodną podanej funkcji  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$  w punkcie  $x_0 = 1$ . Zapisz równanie stycznej do wykresu funkcji w punkcie  $(x_0, f(x_0))$ , naszkicuj poglądowy wykres funkcji oraz stycznej.

**Zadanie 8 (0-20 pkt.)**

W oparciu o rachunek całkowy wyznacz położenie środka ciężkości obszaru ograniczonego liniami  $y = x^2$ ,  $y = 2x$ , jeśli wiadomo, że pole obszaru wynosi  $S = \frac{4}{3}$ .