PRACA DOMOWA I

imię i nazwisko

Zadanie 1 W oparciu o znane wzory i reguły różniczkowania wyznacz pochodne:

(a) 1)
$$\left(\frac{3}{x^4} - 5\sqrt[4]{x^3}\right)'$$
, 2) $(x^3 \log x)'$, 3) $\left(2^{x^3} \arcsin^2 x\right)$

(b) 1)
$$\left(10\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{\sqrt{x^5}}\right)'$$
, 2) $\left(\frac{\cot x}{\arctan x}\right)'$, 3) $\left(\ln(x^2+1)\cos^3 x\right)'$

(a) 1)
$$\left(\frac{3}{x^4} - 5\sqrt[4]{x^3}\right)'$$
, 2) $\left(x^3 \log x\right)'$, 3) $\left(2^{x^3} \arcsin^2 x\right)'$
(b) 1) $\left(10\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{\sqrt{x^5}}\right)'$, 2) $\left(\frac{\operatorname{ctg} x}{\operatorname{arctg} x}\right)'$, 3) $\left(\ln(x^2 + 1)\cos^3 x\right)'$
(c) 1) $\left(10x^3 - \frac{4}{\sqrt[3]{x^4}}\right)'$, 2) $\left(10^x \arcsin x\right)'$, 3) $\left(x^3 \operatorname{arctg} \frac{2x}{x-1}\right)'$

(d) 1)
$$\left(\frac{1}{x^7} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^3}}\right)'$$
, 2) $\left(\frac{\sin x}{x^4 + 1}\right)'$, 3) $\left(x \operatorname{tg}^2(3x - 2)\right)'$

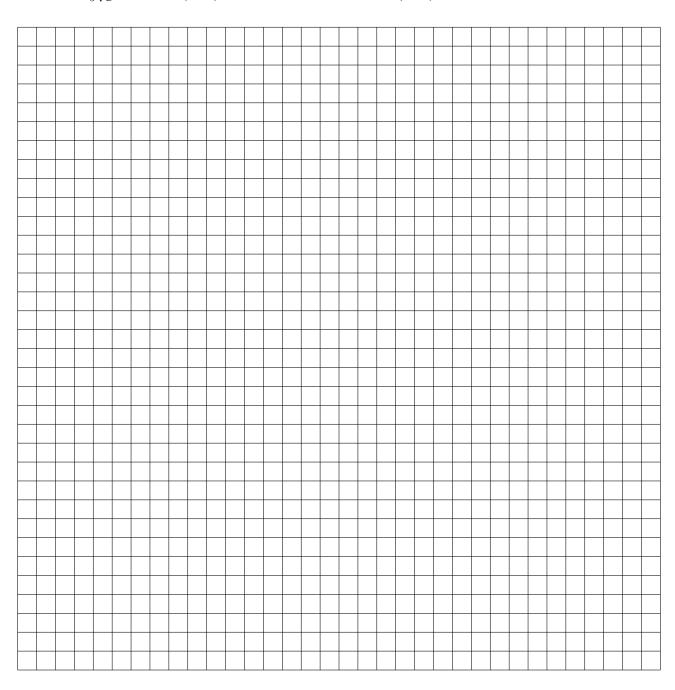
odpowiedzi:

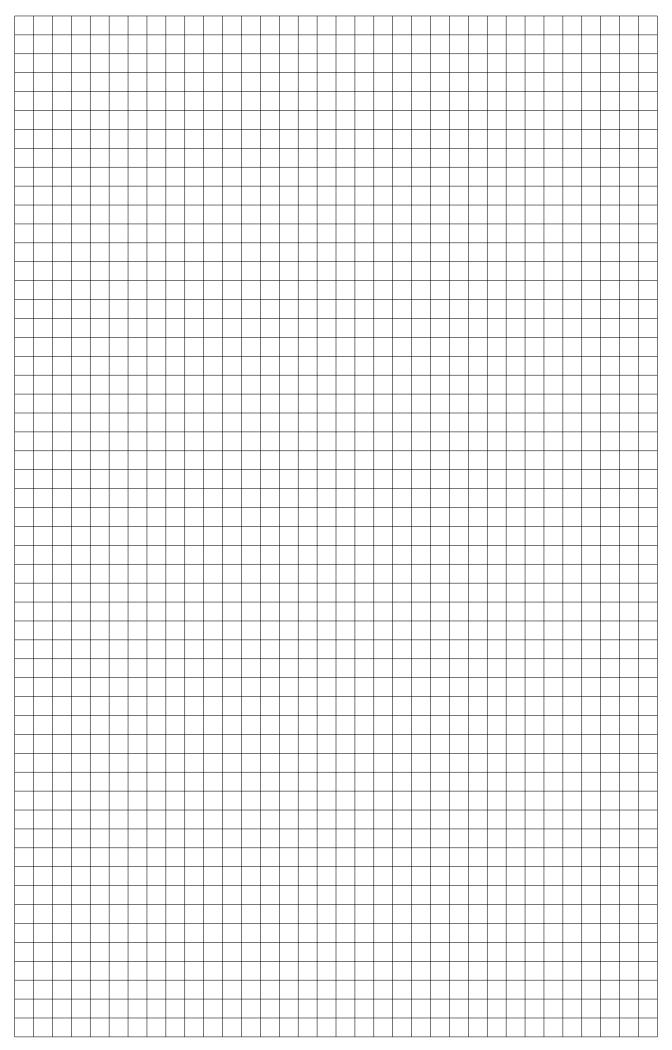
odpowiedzi:
(a) 1)
$$-\frac{12}{x^5} - \frac{15}{4\sqrt[4]{x}}$$
, 2) $3x^2 \log x + \frac{x^2}{\ln 10}$, 3) $\frac{2^{x^3+1} \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + 3 \ 2^{x^3} x^2 \ln 2 \arcsin^2 x$
(b) 1) $\frac{20}{3\sqrt[3]{x}}$, 2) $-\frac{\frac{\arccos x}{\sin^2 x} + \frac{\cot x}{x^2+1}}{\arctan \cot^2 x}$, 3) $\frac{2x \cos x}{x^2+1} - 3 \ln(x^2+1) \cos^2 x \sin x$
(c) 1) $30x^2 + \frac{16}{3\sqrt[3]{x^7}}$, 2) $10^x \ln 10 \arcsin x + \frac{10^x}{\sqrt{1-x^2}}$, 3) $3x^2 \arctan \frac{2x}{x-1} - \frac{2x^3}{5x^2-2x+1}$
(d) 1) $-\frac{7}{x^8} + \frac{6}{5\sqrt[5]{x^8}}$, 2) $\frac{(x^4+1)\cos x - 4x^3 \sin x}{(x^4+1)^2}$, 3) $tg^2(3x-2) + \frac{6 tg(3x-2)}{\cos^2(3x-2)}$

(b) 1)
$$\frac{20}{3\sqrt[3]{x}}$$
, 2) $-\frac{\frac{\arctan \operatorname{d} x}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{ctg} x}{x^2 + 1}}{\arctan \operatorname{d} x + 2}$, 3) $\frac{2x \cos x}{x^2 + 1} - 3\ln(x^2 + 1)\cos^2 x \sin x$

(c) 1)
$$30x^2 + \frac{16}{3\sqrt[3]{x^7}}$$
, 2) $10^x \ln 10 \arcsin x + \frac{10^x}{\sqrt{1-x^2}}$, 3) $3x^2 \arctan \frac{2x}{x-1} - \frac{2x^3}{5x^2-2x+1}$

(d) 1)
$$-\frac{7}{x^8} + \frac{6}{5\sqrt[5]{x^8}}$$
, 2) $\frac{(x^4+1)\cos x - 4x^3\sin x}{(x^4+1)^2}$, 3) $tg^2(3x-2) + \frac{6tg(3x-2)}{\cos^2(3x-2)}$





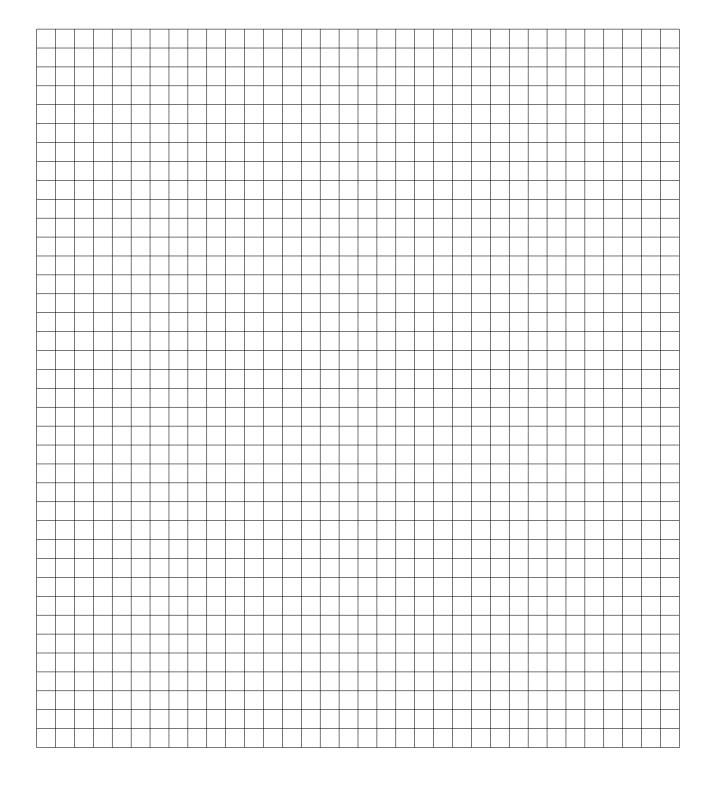
Zadanie 2

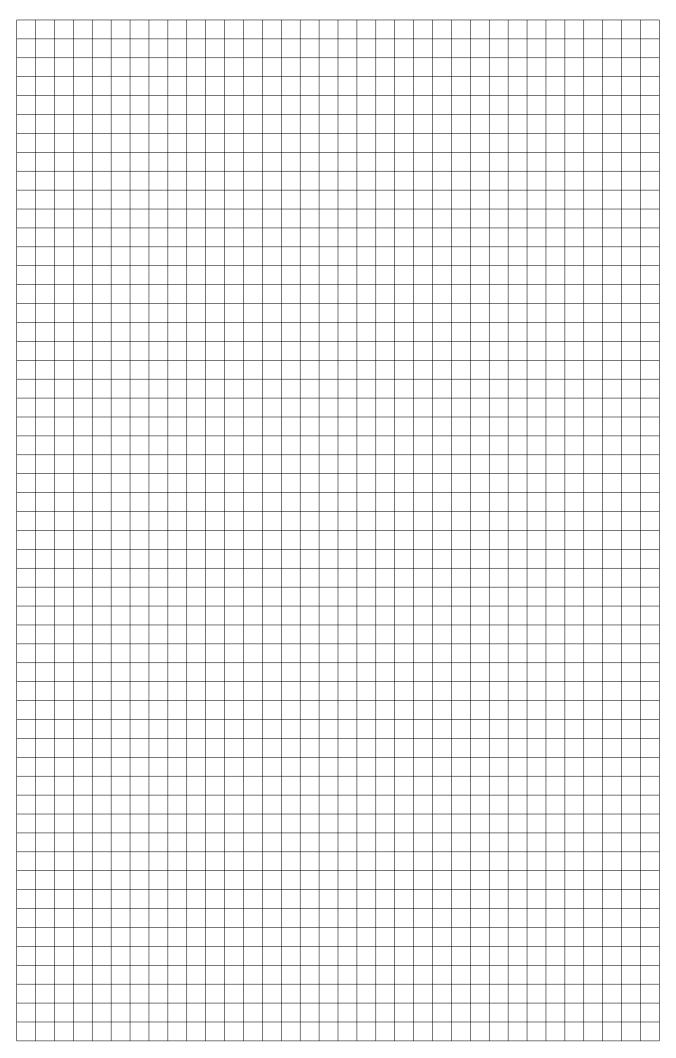
- (a) Zapisz wzór Taylora z dokładnością do wyrazów 3 rzędu dla funkcji $y=\operatorname{tg} x$ w okolicy $x_0=0$. W oparciu o ten wzór oblicz $\operatorname{tg} 10^\circ$, do obliczeń przyjmij: $\pi\approx\frac{333}{106}$; wg kalkulatora: $\operatorname{tg} 10^\circ\approx 0,176322$.

 (b) Zapisz wzór Taylora z dokładnością do wyrazów rzędu 8 dla funkcji $y=\sqrt{x+1}$ w okolicy $x_0=0$. W
- oparciu o uzyskany wzór oblicz $\sqrt{2},$ w
g kalkulatora $\sqrt{2}\approx 1,41421.$
- (c) W oparciu o wzór Taylora zapisz przybliżenie funkcji $y=\frac{8x^2}{x+1}$ w pobliżu punktu $x_0=1$ za pomocą paraboli. Sprawdź dokładność przybliżenie dla punktów za 1 z paraboli. Sprawdź dokładność przybliżenia dla punktów x = 1, 5 oraz x = 1, 1.

odpowiedzi:

- (a) $\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$, 10° to w mierze łukowej $\frac{\pi}{18} \approx \frac{37}{212} \approx 0$, 174528, $\operatorname{tg} 10^\circ \approx 0$, 1763(b) $\sqrt{x+1} = 1 + \frac{x}{2} \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} \frac{5x^4}{128} + \frac{7x^5}{256} \frac{21x^6}{1024} + \frac{33x^7}{2048} \frac{429x^8}{32768} + o(x^8)$, $\sqrt{2} = \sqrt{1+1} \approx \frac{46147}{32768} \approx 1$, 40829(c) przybliżenie: $\frac{x}{3x+2} = x^2 + 4x 1 + o((x-1)^2)$, wartości dokładne: $y(1,5) = \frac{36}{5} = 7$, 2, $y(1,1) = \frac{484}{105} \approx 4$, 60952; wartości przybliżone: $y(1.5) \approx \frac{29}{4} = 7$, 25, $y(1,1) \approx \frac{461}{100} = 4$, 61





Zadanie 3 Oblicz granice w oparciu o regulę de l'Hospitala:
(a) 1)
$$\lim_{x\to 2} \frac{2x^3 - 4x^2 - 5x + 10}{3x^2 - 4x - 4}$$
, 2) $\lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos(3x)}{2x + e^{-2x} - 1}$, (b) 1) $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg}(3x)}{\ln(2x + 1)}$, 2) $\lim_{x\to -1} \frac{3x^3 + 7x^2 + 5x + 1}{-2x^3 - 3x^2 + 1}$, (c) 1) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(4x)}{\arctan(5x)}$, 2) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{\cos(3x) - 1}$, (d) 1) $\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin(3x)}{\ln(1-2x)}$, 2) $\lim_{x\to -1} \frac{x^4 + 2x^3 - 2x - 1}{x^4 - 6x^2 - 8x - 3}$.

(c) 1)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(4x)}{\arctan(5x)}$$
, 2) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x^2}-1}{\cos(3x)-1}$, (d) 1) $\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin(3x)}{\ln(1-2x)}$, 2) $\lim_{x\to -1} \frac{x^4+2x^3-2x-1}{x^4-6x^2-8x-3}$

odpowiedzi: (a) 1)
$$\frac{3}{8}$$
, 2) $\frac{9}{4}$, (b) 1) $\frac{3}{2}$, 2) $-\frac{2}{3}$, (c) 1) $\frac{4}{5}$, 2) $\frac{2}{9}$, (d) 1) $-\frac{3}{2}$, 2) $\frac{1}{3}$.

