

ZESTAW ZADAŃ VI

Zadanie 1 Sprawdź, że podane funkcje spełniają podane równania różniczkowe:

- (a) $y = e^{-3x}$, równanie: $y' + 3y = 0$, (b) $y = 3 \cos(5x) + 5 \sin(5x)$, równanie $y'' + 25y = 0$,
(c) $y = 3e^{-x} + 5xe^{-x}$, równanie: $y'' + 2y' + y = 0$,
(d) $y = e^{-2x}(3 \cos(3x) + 2 \sin(3x))$, równanie: $y'' + 4y' + 13y = 0$.

Zadanie 2

- (a) Zapisz wzór Taylora dla funkcji $f(x) = \ln(x+1)$ w okolicy $x_0 = 0$ z dokładnością do 4 wyrazów; wykorzystaj otrzymany wzór do obliczenia przybliżenia $\ln 1,1$ (wartość wskazana przez kalkulator: 0,0953102),
(b) Zapisz wzór Taylora dla funkcji $f(x) = \frac{2x}{2-x}$ z dokładnością do dwóch wyrazów w okolicy $x_0 = 1$; wykorzystaj otrzymany wzór do przybliżenia wartości funkcji dla $x = 0,9$,
(c) W oparciu o wzór Taylora przybliż funkcję $y = \sqrt{8-x^2}$ w okolicy $x_0 = 2$ za pomocą parabol; sprawdź dokładność przybliżenia w punktach $x = 2,5$ oraz $x = 2,1$,
(d) Zapisz wzór Taylora dla funkcji $f(x) = \arcsin x$ z dokładnością do wyrazów rzędu 3-ego. Wykorzystaj otrzymany wzór do obliczenia przybliżonej wartości $\arcsin(0,1)$ (wartość wskazana przez kalkulator: 0,100167).