

## ZESTAW ZADAŃ X

**Zadanie 1** W oparciu o własności całki oznaczonej podanej na wykładzie oszacuj wartość całki oznaczonej

$$\int_0^1 \frac{4dx}{x^2+1}:$$

- (a) bez podziału przedziału całkowania,
- (b) dzieląc przedział całkowania na dwie równe części,
- (c) dzieląc przedział całkowania na cztery równe części.

**Zadanie 2**

(a) pokaż, że funkcja  $y = \frac{\sin x}{x}$  jest funkcją malejącą dla  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  (wskazówka  $\sin x < x$  dla  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ),

W oparciu o własności całki oznaczonej podanej na wykładzie oszacuj wartość całki oznaczonej  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{x}$ :

- (b) bez podziału przedziału całkowania,
- (c) dzieląc przedział całkowania na dwie równe części.

**Zadanie 3** Dla całki  $\int_0^1 x dx$ :

- (a) Oblicz całkę w oparciu o interpretację geometryczną całki oznaczonej,
- (b) Zapisz sumę całkową przyjmując  $\Delta x = \frac{1}{n}$ ,  $c_i$  = prawy kraniec  $i$ -tego przedziału,
- (c) W oparciu o definicję oblicz całkę (wskazówka: wykorzystaj wzór  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ ).

**Zadanie 4** Dla całki  $\int_0^1 x^2 dx$ :

- (a) Zapisz sumę całkową przyjmując  $\Delta x = \frac{1}{n}$ ,  $c_i$  = prawy kraniec  $i$ -tego przedziału,
- (b) w oparciu o definicję oblicz całkę (wskazówka: wykorzystaj wzór  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ).