

Egzamin z matematyki 1 (WIŚGiE/OZE, termin pierwszy), 05/02/2023

Zadanie 1 (0-10 pkt.) Oblicz pochodne: $\left(\frac{5}{x^3} - \frac{4}{\sqrt[4]{x^7}}\right)'$, $\left(\frac{\sin x}{\ln x}\right)'$, $\left(\operatorname{tg}(3x)e^{x^3}\right)'$.

Zadanie 2 (0-10 pkt.) Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji: $y = 6x^4 + 8x^3 - 3x^2 - 6x$.

Zadanie 3 (0-10 pkt.) (a) Zapisz liczbę $z = \frac{2-5i}{5+2i} + i^{28}$ w postaci $a + bi$, gdzie a, b – liczby rzeczywiste. (b) Rozwiąż równanie $z^2 - 6z + 13 = 0$ w dziedzinie zespolonej.

Zadanie 4 (0-10 pkt.) Oblicz całkę: $\int \frac{7x-1}{x^2-x-6} dx$.

Zadanie 5 (0-10 pkt.) Wyznacz pole obszaru ograniczonego liniami $y = x^2 - 2x$, $y = x - 2$. Wykonaj rysunek!

Zadanie 6 (0-10 pkt.) Rozwiąż układ równań metodą Gaussa eliminacji:

$$\begin{cases} x + 2x - z = -1 \\ 2x + 3y - z = 0 \\ -3x + 2y + z = -1 \end{cases}$$

Zadanie 7 (0-20 pkt.) W oparciu o definicję oblicz pochodną podanej funkcji $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ w punkcie $x_0 = 1$. Zapisz równanie stycznej do wykresu funkcji w punkcie $(x_0, f(x_0))$, naszkicuj poglądowy wykres funkcji oraz stycznej.

Zadanie 8 (0-20 pkt.)

W oparciu o rachunek całkowy wyznacznaj położenie środka ciężkości obszaru ograniczonego liniami $y = x^2$, $y = 2x$, jeśli wiadomo, że pole obszaru wynosi $S = \frac{4}{3}$.