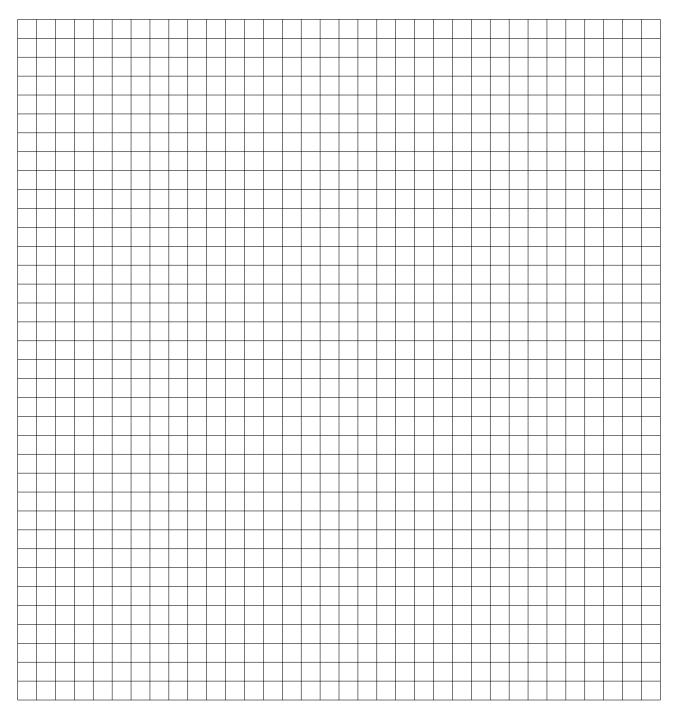
PRACA DOMOWA II

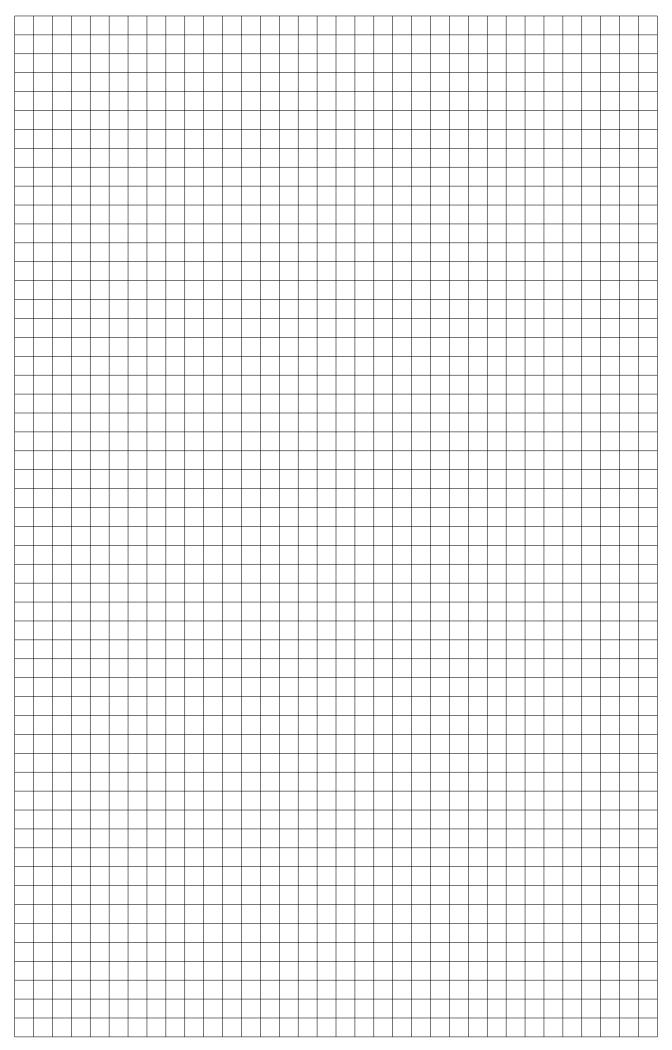
imię i nazwisko

Zadanie 1 Wyznaczyć przedziały monotoniczności podanych funkcji oraz ich ekstrema lokalne: (a)
$$y = 3x^4 + x^3 - 2x^2 - x + 2$$
, (b) $y = (2x+3)^6(3x+2)^8$, (c) $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x-3}$, (d) $y = e^{-x^2}(2x+1)$.

odpowiedzi:

- (a) $y \nearrow dla \ x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{1}{4}\right), \ x \in \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right), \ y \searrow dla \ x \in \left(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right), \ x \in \left(-\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right),$ maksimum lokalne dla $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, minima lokalne dla $x = -\frac{1}{4}$, $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$, **(b)** $y \nearrow$ dla $x \in (-3/2, -8/7), x \in (-2/3, +\infty), y \searrow$ dla $x \in (-\infty, -3/2), x \in (-7/8, -2/3)$, maksimum
- lokalne dla x = -7/8, minima lokalne dla x = -3/2, x = -2/3,
- (c) $y \nearrow dla \ x \in (-\infty, 1), x \in (5, \infty), y \searrow dla \ x \in (1, 3), x \in (3, 5),$ maksimum lokalne dla x = 1, minimum lokalne dla x = 5,
- (d) $y \nearrow dla \ x \in (-\infty, -1), x \in (1/2, \infty), y \setminus dla \ x \in (-1, 1/2),$ maksimum lokalne dla x = 1/2, minimum lokalne dla x = -1.





Poniżej: f – funkcja ciągła dla $a \le x \le b$, m, M – odpowiednio najmniejsza i największa wartość funkcji f dla $a \le x \le b$, c – pewna liczba zawarta pomiędzy a i b.

(1):
$$m \cdot (b-a) \le \int_{a}^{b} f(x)dx \le M \cdot (b-a)$$
, (2): $\int_{a}^{b} f(x)dx = \int_{a}^{c} f(x)dx + \int_{c}^{b} f(x)dx$

Zadanie 2

(a)

- 1) W oparciu o regulę de l'Hospitala oblicz granicę $\lim_{x \to -1} \frac{2x^3 + 5x^2 + 4x + 1}{3x^3 + 8x^2 + 7x + 2}$,
- 2) Oszacuj całkę oznaczoną $\int_{0}^{2} (4-x^2)dx$ w oparciu o własności (1) i (2) dzieląc przedział całkowania na dwa przedziały równej długości.

(b)

- 1) W oparciu o regule de l'Hospitala oblicz granice $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x)}{e^{4x}-1}$,
- 2) Oszacuj całkę oznaczoną $\int_{1}^{2} (4x x^2) dx$ w oparciu o własności (1) i (2) dzieląc przedział całkowania na dwa przedziały równej długości.

(c)

- 1) W oparciu o regulę de l'Hospitala oblicz granicę $\lim_{x\to 0} \frac{x\sin x}{1-\cos(5x)}$,
- 2) Oszacuj całkę oznaczoną $\int\limits_{-\frac{1}{2}}^{1}(x^2+2)dx$ w oparciu o własności (1) i (2) dzieląc przedział całkowania na dwa przedziały równej długości.

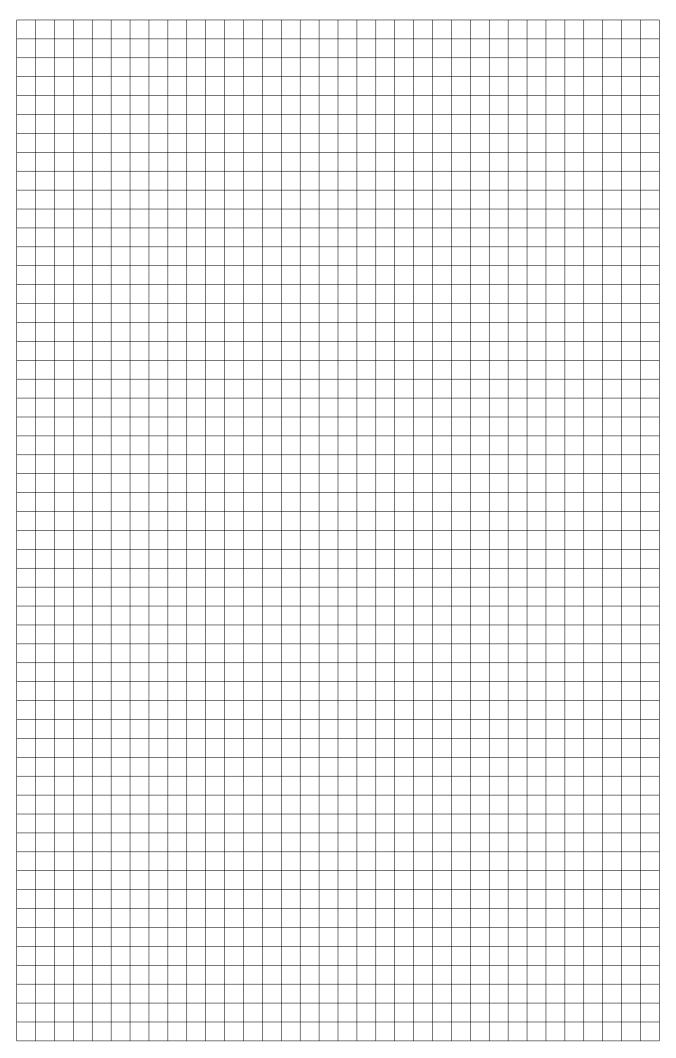
(d)

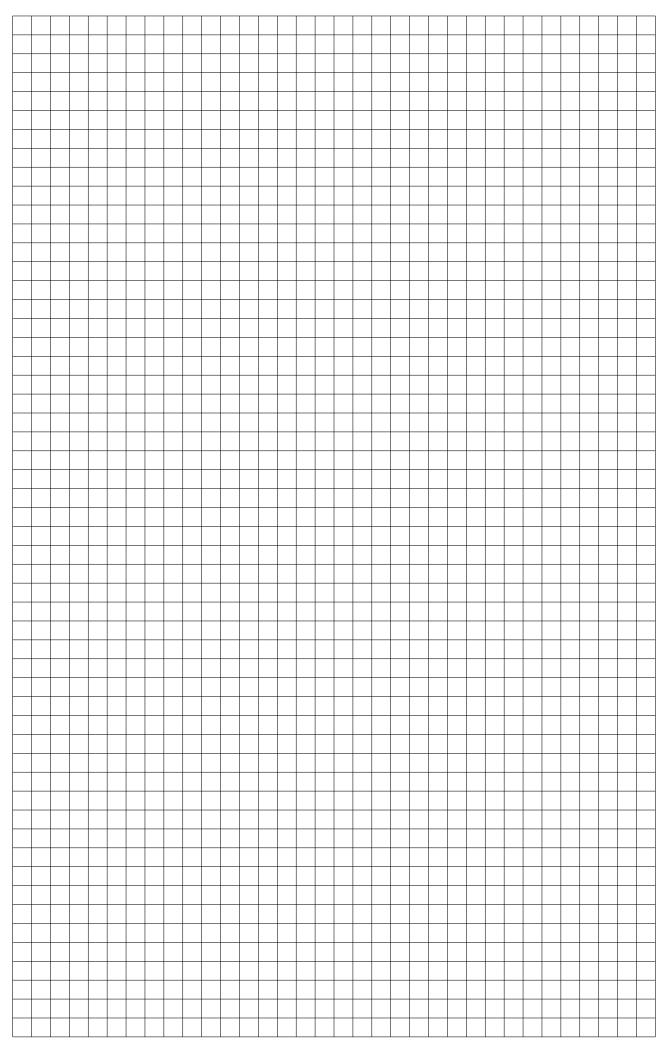
- 1) W oparciu o regulę de l'Hospitala oblicz granicę $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x}$,
- 2) Oszacuj całkę oznaczoną $\int_{1}^{5} (x^2 4x + 5) dx$ w oparciu o własności (1) i (2) dzieląc przedział całkowania na dwa przedziały równej długości.

odpowiedzi:

(a) 1) 1, 2)
$$3 \leqslant \int_{0}^{2} (4-x^2) dx \leqslant 7$$
, (b) 1) $\frac{3}{4}$, 2) $\frac{27}{8} \leqslant \int_{1}^{2} (4x-x^2) dx \leqslant \frac{31}{8}$, (c) 1) $\frac{2}{25}$, 2) $\frac{195}{64} \leqslant \int_{-\frac{1}{2}}^{1} (x^2+2) dx \leqslant \frac{63}{16}$,

(d) 1)
$$-\frac{1}{2}$$
, 2) $6 \leqslant \int_{1}^{3} (4 - x^2) dx \leqslant 24$.





(a) 1)
$$\int \left(\frac{5}{\cos^2 x} - 3x^2 + \frac{1}{3\sqrt{x}}\right) dx$$
, 2) $\int \frac{(2x-3)dx}{(x^2-3x+5)^2}$, 3) $\int x \ln x dx$,

Zadanie 3 Oblicz całki nieoznaczone:
(a) 1)
$$\int \left(\frac{5}{\cos^2 x} - 3x^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$$
, 2) $\int \frac{(2x-3)dx}{(x^2-3x+5)^2}$, 3) $\int x \ln x dx$,
(b) 1) $\int \left(\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} - 4\sin x\right) dx$, 2) $\int \frac{dx}{x(1-2\ln x)^3}$, 3) $\int x \cos(3x) dx$,

(c) 1)
$$\int \left(\frac{5}{\sqrt[4]{x^3}} - \frac{4}{x^2 + 1} + e^x\right) dx$$
, 2) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1 + 3\sin x}}$, 3) $\int x \arctan x dx$

(c) 1)
$$\int \left(\frac{5}{\sqrt[4]{x^3}} - \frac{4}{x^2 + 1} + e^x\right) dx$$
, 2) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1 + 3\sin x}}$, 3) $\int x \arctan x dx$,
(d) 1) $\int \left(\frac{2}{\sqrt{1 - x^2}} - 5\cos x + \frac{3}{\sqrt[3]{x^4}}\right) dx$, 2) $\int \frac{\sin\left(\frac{1}{x^2}\right) dx}{x^3}$, 3) $\int \sin(3x)\sin(5x) dx$.

odpowiedzi:

(a) 1) 5 tg
$$x - x^3 + \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + C$$
, 2) $-\frac{1}{x^2 - 3x + 5} + C$, 3) $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$,

(b) 1)
$$2 \ln x - \frac{3}{x} + 4 \cos x + C$$
, 2) $\frac{x - 3x + 6}{4(1 - 2 \ln x)^2} + C$, 3) $\frac{1}{3} x \sin(3x) + \frac{1}{9} \cos(3x) + C$,

(a) 1)
$$5 \operatorname{tg} x - x^3 + \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + C$$
, 2) $-\frac{1}{x^2 - 3x + 5} + C$, 3) $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$,
(b) 1) $2 \ln x - \frac{3}{x} + 4 \cos x + C$, 2) $\frac{1}{4(1 - 2 \ln x)^2} + C$, 3) $\frac{1}{3} x \sin(3x) + \frac{1}{9} \cos(3x) + C$,
(c) 1) $20 \sqrt[4]{x} - 4 \operatorname{arctg} x + e^x + C$, 2) $\frac{2}{3} \sqrt{3 \sin(x) + 1} + C$, 3) $\frac{1}{2} x^2 \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}, x + C$,

(d) 1)
$$2\arcsin x - 5\sin x - \frac{15}{\sqrt[3]{x}} + C$$
, 2) $\frac{1}{2}\cos\left(\frac{1}{x^2}\right) + C$, 3) $\frac{5}{16}\sin(3x)\sin(5x) + \frac{3}{16}\cos(3x)\cos(5x) + C$.

