

PRACA DOMOWA III

imię i nazwisko

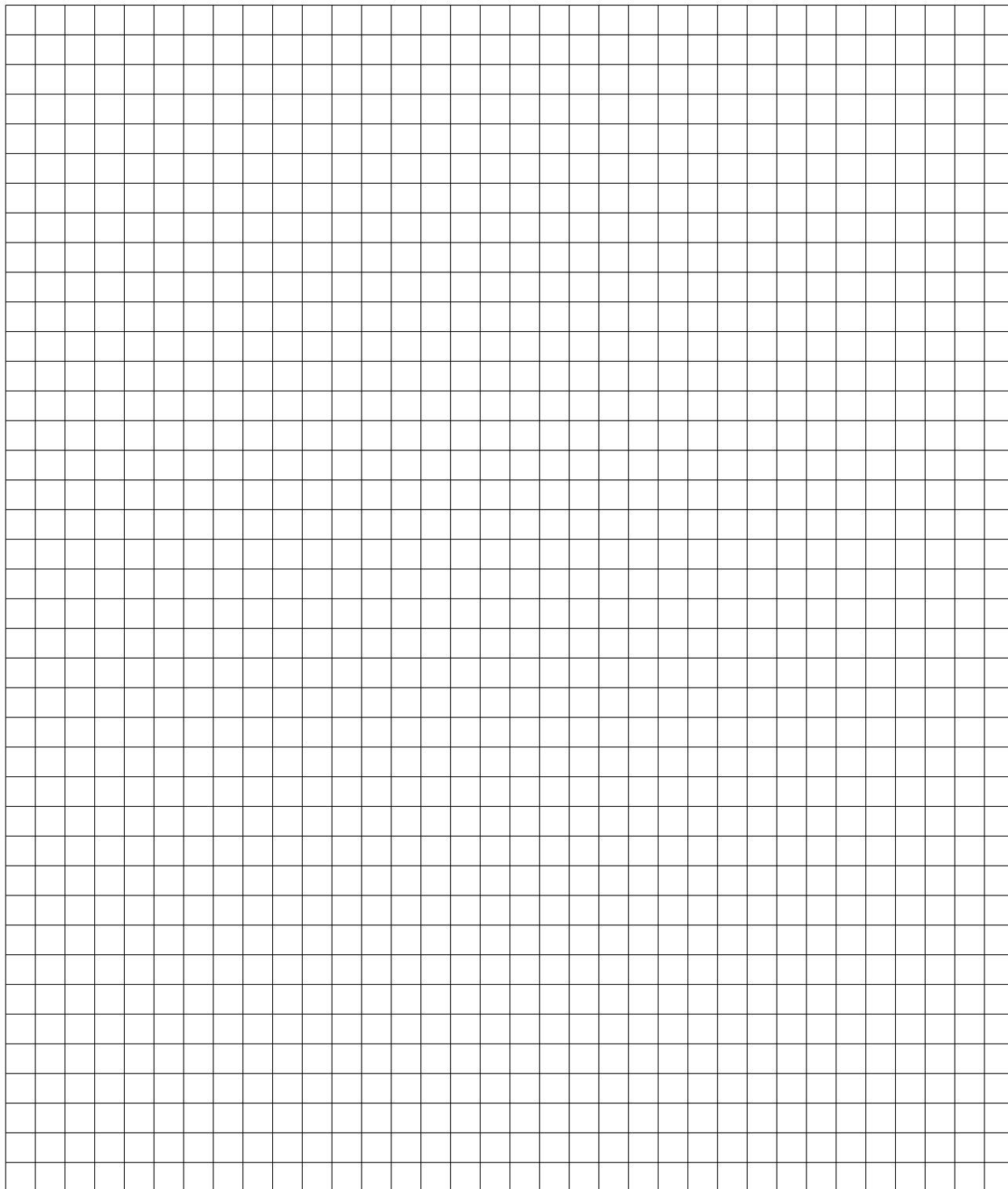
Zadanie 1 Oblicz całki nieoznaczone:

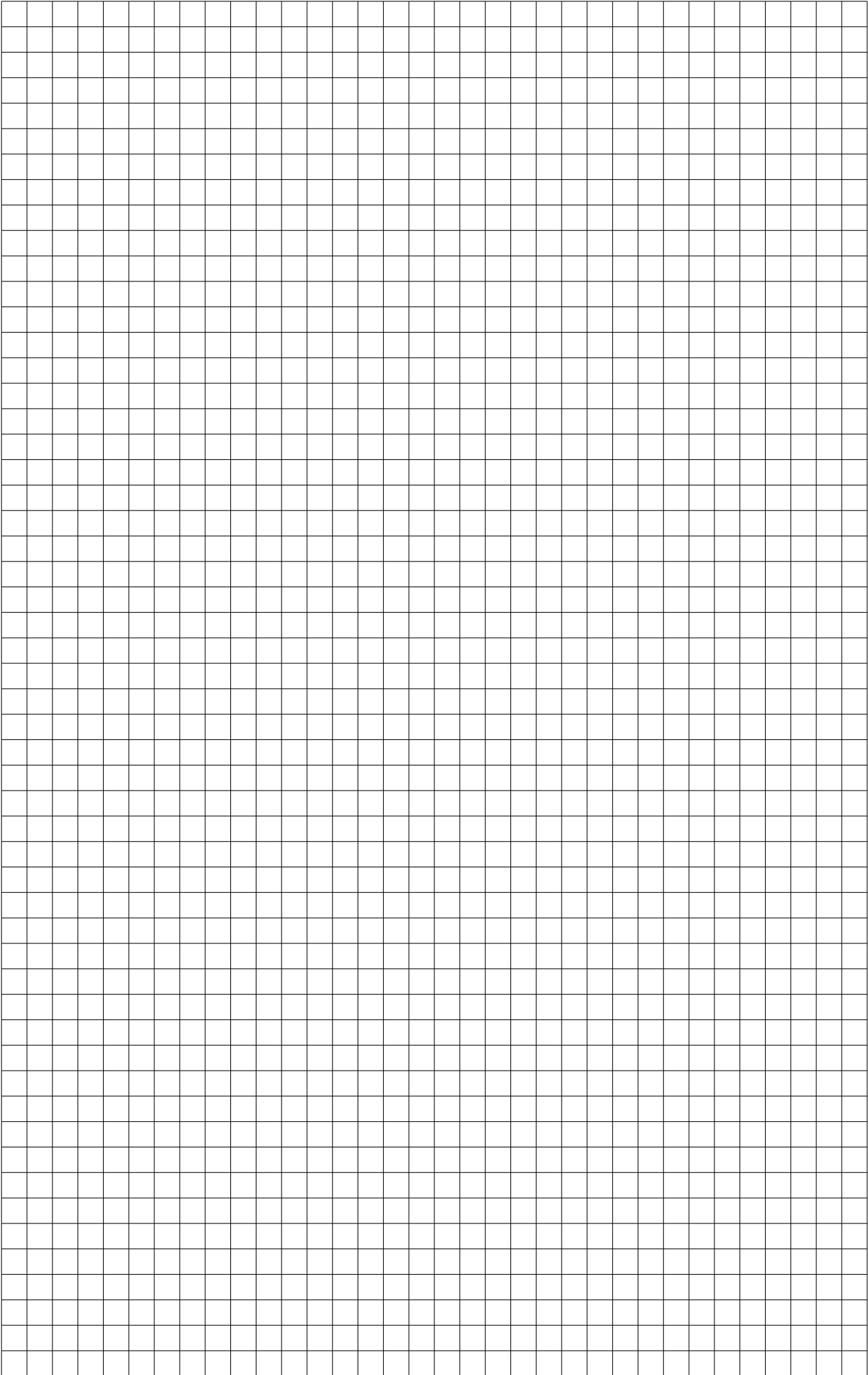
(a) $\int \frac{6x^3+1}{\sqrt{x^2+1}} dx$, (b) $\int \frac{x^2-3x+2}{\sqrt{x^2+6x+11}} dx$, (c) $\int \frac{2x^2+2}{\sqrt{-x^2-6x+16}} dx$, (d) $\int \sqrt{x^2-6x+12} dx$.

odpowiedzi:

(a) $\sqrt{x^2+1}(2x^2-4)+\ln|x+\sqrt{x^2+1}|+C$, (b) $\left(\frac{x}{2}-\frac{15}{2}\right)\sqrt{x^2+6x+11}+19\ln|x+3+\sqrt{x^2+6x+11}|+C$,

(c) $(x-9)\sqrt{-x^2-6x+16}+45\arcsin\left(\frac{x+3}{5}\right)+C$ (d) $\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{2}\right)\sqrt{x^2-6x+12}+\frac{3}{2}\ln|x-3+\sqrt{x^2-6x+12}|+C$.



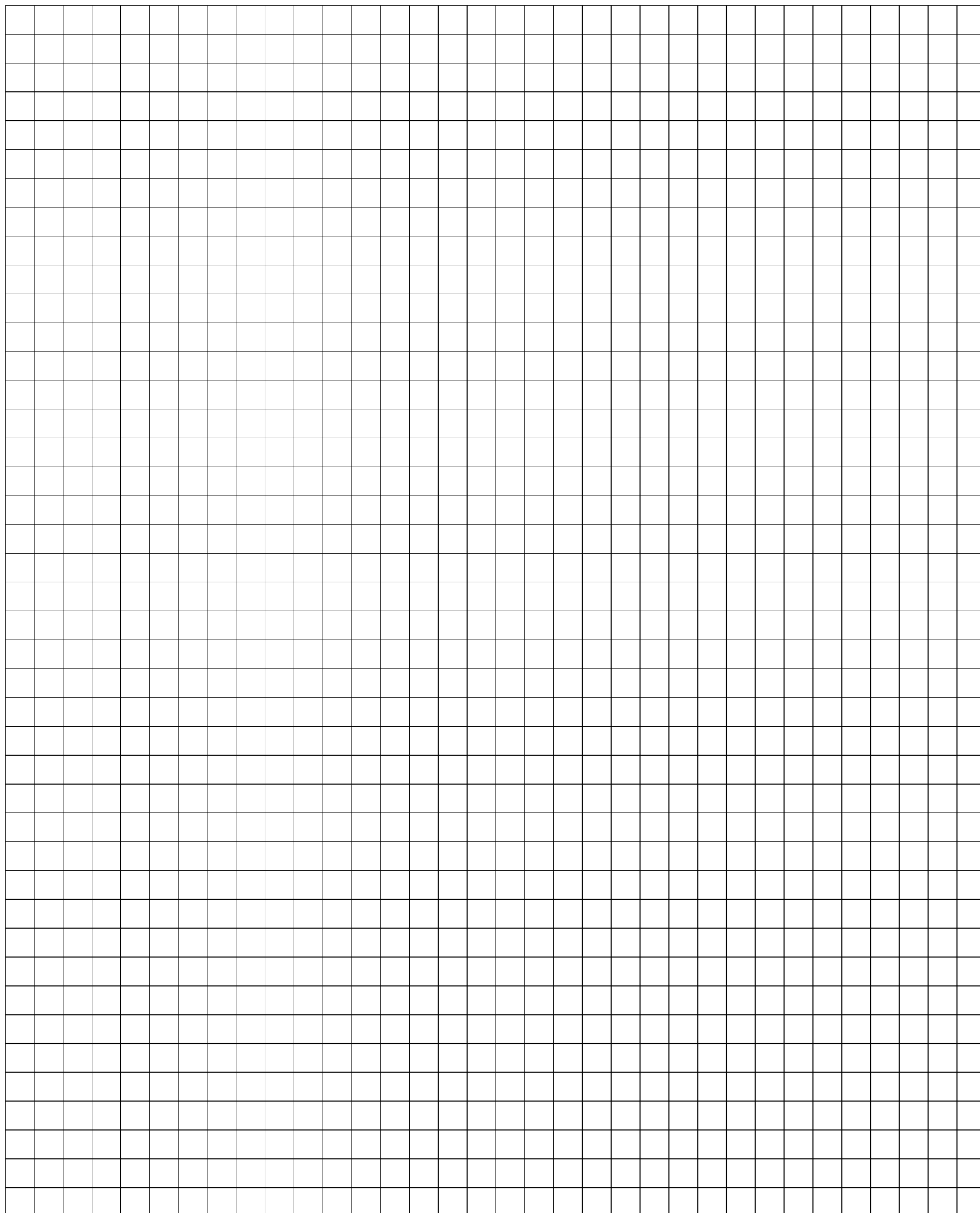


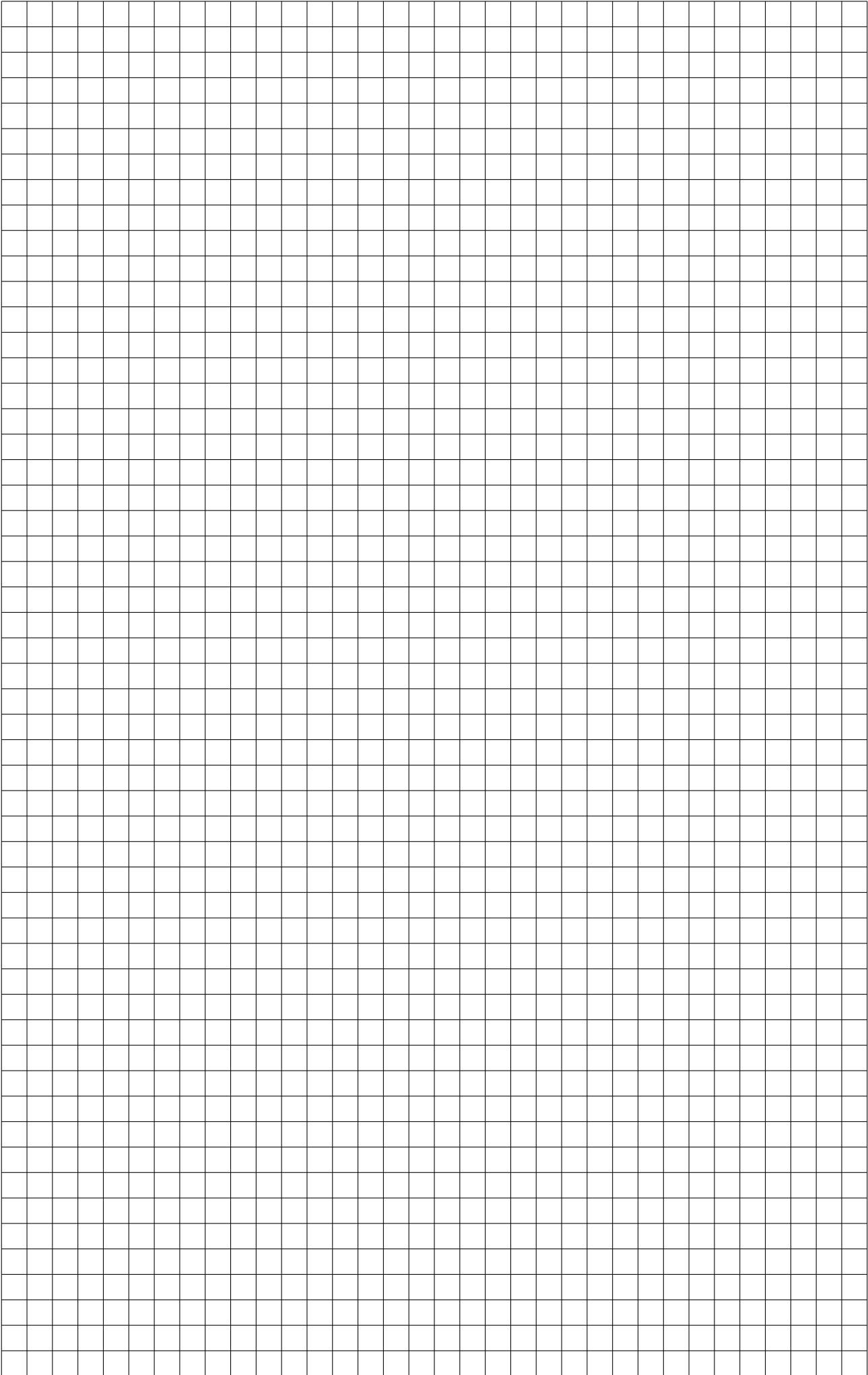
Zadanie 2 Oblicz całki oznaczone:

(a) 1) $\int_1^4 \left(x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$, 2) $\int_{\pi/18}^{\pi/12} \sin(3x) dx$, (b) 1) $\int_2^3 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right) dx$, 2) $\int_1^{e^2} \frac{\ln x dx}{x}$,
(c) 1) $\int_0^1 \left(\frac{1}{x^2+1} - \frac{2}{1-x^2}\right) dx$, 2) $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x^2+1}}$, (d) 1) $\int_1^4 \left(\frac{3}{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right) dx$, 2) $\int_1^2 \frac{x dx}{(x^2+1)^2}$.

odpowiedzi:

(a) 1) 19, 2) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6}$, (b) 1) $\frac{7}{72}$, 2) $\frac{9}{2}$, (c) 1) $\frac{5}{4}\pi$, 2) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$, (d) 1) $\frac{25}{4}$, 2) $\frac{3}{20}$.





Zadanie 3

- (a) Wyznacz pole zawarte pomiędzy liniami $y = 3x - x^2$ oraz $y = 2x$.
(b) Wyznacz pole zawarte pomiędzy liniami $y = x^2 - 4x + 5$ oraz $y = 5 - x^2$.
(c) Wyznacz objętość obszaru powstałego przez obrót linii $y = 1 - x^2$ wokół osi Ox, gdy $-1 \leq x \leq 1$.
(d) Wyznacz objętość obszaru powstałego przez obrót linii $y = \frac{1}{x^2}$ wokół osi Ox, gdy $1 \leq x \leq 2$.

odpowiedzi:

- (a) $S = \frac{1}{6}$, (b) $S = \frac{8}{3}$, (c) $V = \frac{16}{15}\pi$, (d) $V = \frac{7}{24}\pi$.

