

PRACA DOMOWA II

imię i nazwisko

Zadanie 1 oraz oblicz sumy odwrotności pierwiastków różnych od zera:

(a)

- 1) Rozwiąż równanie $z^3 - z^2 + 3z + 5 = 0$ w liczbach zespolonych.
- 2) Zapisz liczbę $w = (1 - 3i)(3 + 2i) - \frac{3+i}{2-i}$ w postaci $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

(b)

- 1) Rozwiąż równanie $z^4 + 6z^2 + 8 = 0$ w liczbach zespolonych.
- 2) Zapisz liczbę $w = \frac{2-i}{2+i} - \frac{i}{1-2i}$ w postaci $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

(c)

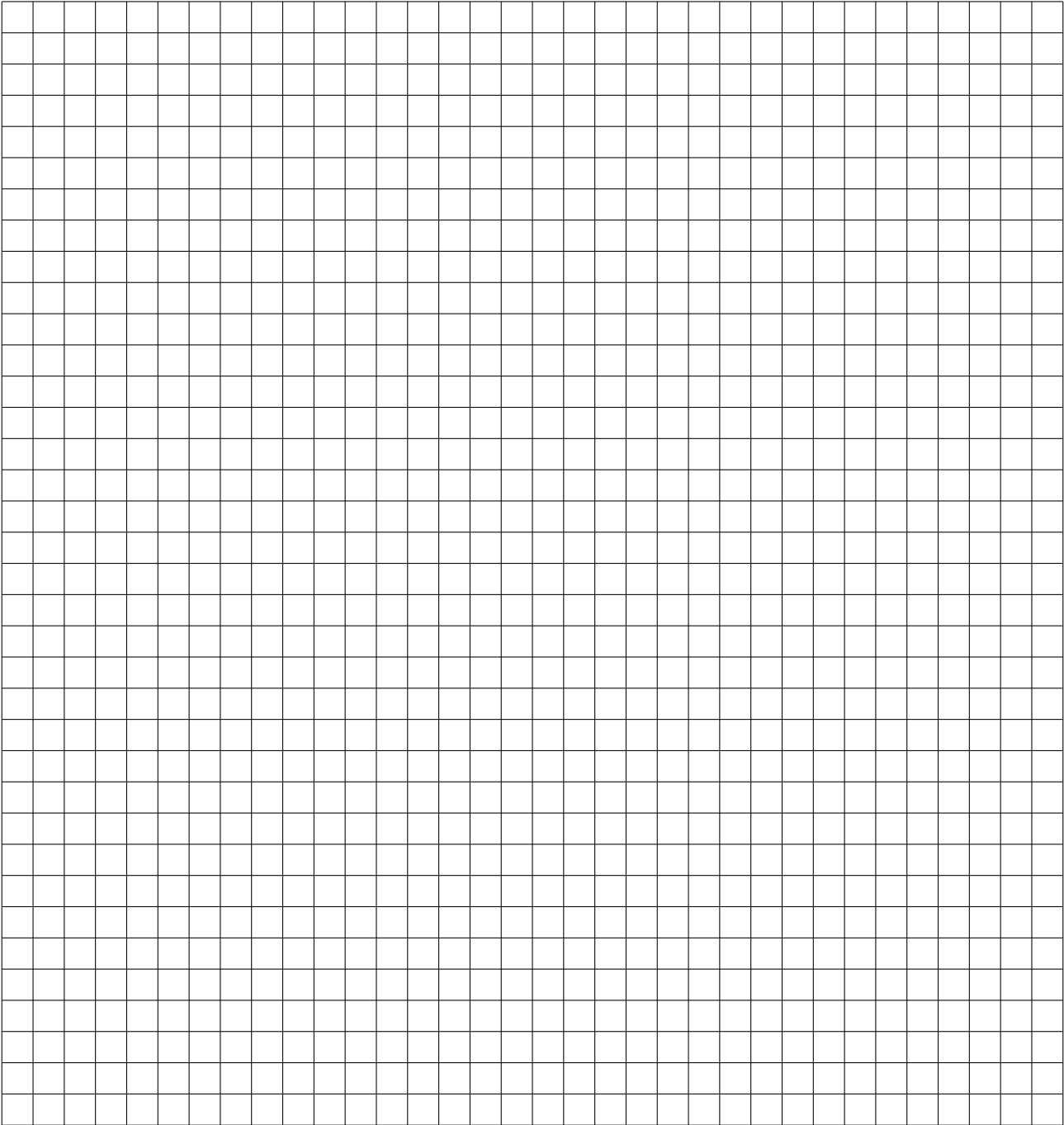
- 1) Rozwiąż równanie $z^2 + 15 + 8i = 0$ w liczbach zespolonych.
- 2) Zapisz liczbę $w = \frac{2-3i^{23}}{3+2i^{71}}$ w postaci $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

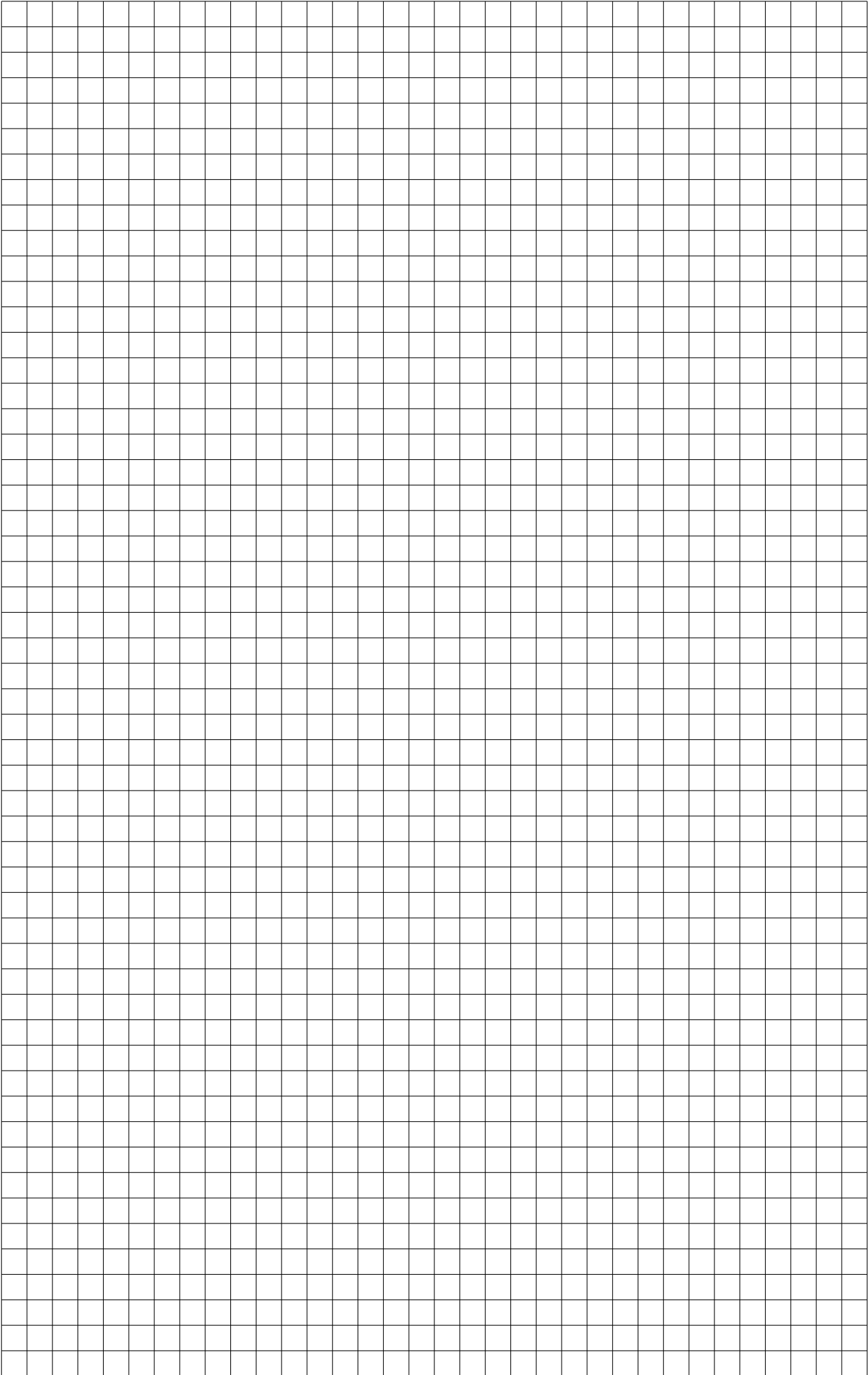
(d)

- 1) Rozwiąż równanie $z^3 + 27 = 0$ w liczbach zespolonych.
- 2) Zapisz liczbę $w = (1 - 2i)^3 - \frac{3+i}{1+i}$ w postaci $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

odpowiedzi:

- (a)** 1) $z = -1$, $z = 1 - 2i$, $z = 1 + 2i$, 2) $w = 8 - 8i$. **(b)** 1) $z = 2i$, $z = -2i$, $z = i\sqrt{2}$, $z = -i\sqrt{2}$, 2) $w = 1 - i$
(c) 1) $z = 1 - 4i$, $z = -1 + 4i$, 2) $w = i$. **(d)** 1) $z = -3$, $z = \frac{3}{2} + \frac{3i\sqrt{3}}{2}$, $z = \frac{3}{2} - \frac{3i\sqrt{3}}{2}$, 2) $w = -13 + 3i$.





Zadanie 2 Oblicz całki nieoznaczone:

(a) 1) $\int \left(\frac{5}{\cos^2 x} - 3x^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$, 2) $\int \frac{(2x-3)dx}{(x^2-3x+5)^2}$, 3) $\int x \ln x dx$,

(b) 1) $\int \left(\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} - 4 \sin x \right) dx$, 2) $\int \frac{dx}{x(1-2 \ln x)^3}$, 3) $\int x \cos(3x) dx$,

(c) 1) $\int \left(\frac{5}{\sqrt[4]{x^3}} - \frac{4}{x^2+1} + e^x \right) dx$, 2) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+3 \sin x}}$, 3) $\int x \operatorname{arctg} x dx$,

(d) 1) $\int \left(\frac{2}{\sqrt{1-x^2}} - 5 \cos x + \frac{3}{\sqrt[3]{x^4}} \right) dx$, 2) $\int \frac{\sin\left(\frac{1}{x^2}\right) dx}{x^3}$, 3) $\int \sin(3x) \sin(5x) dx$.

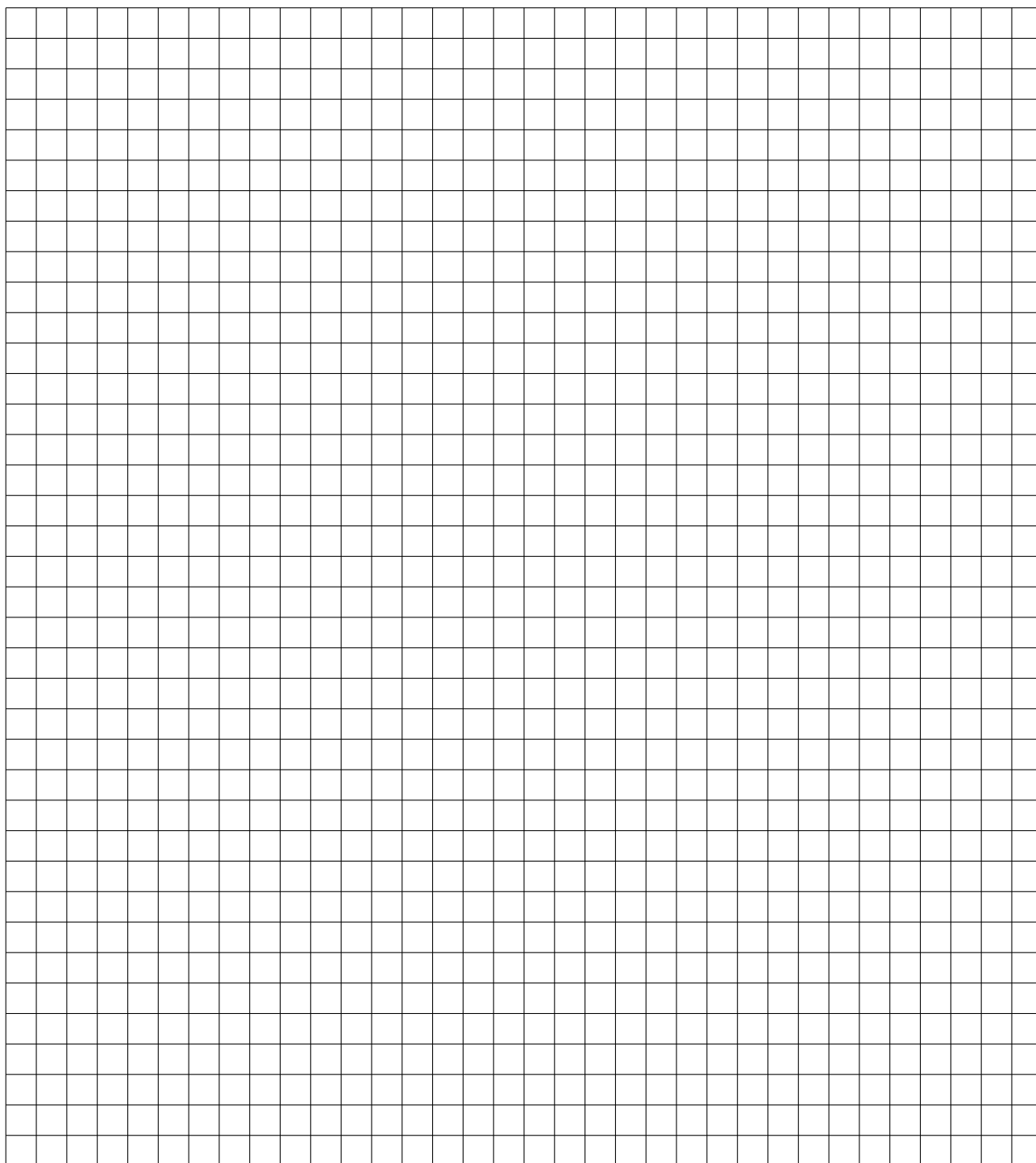
odpowiedzi:

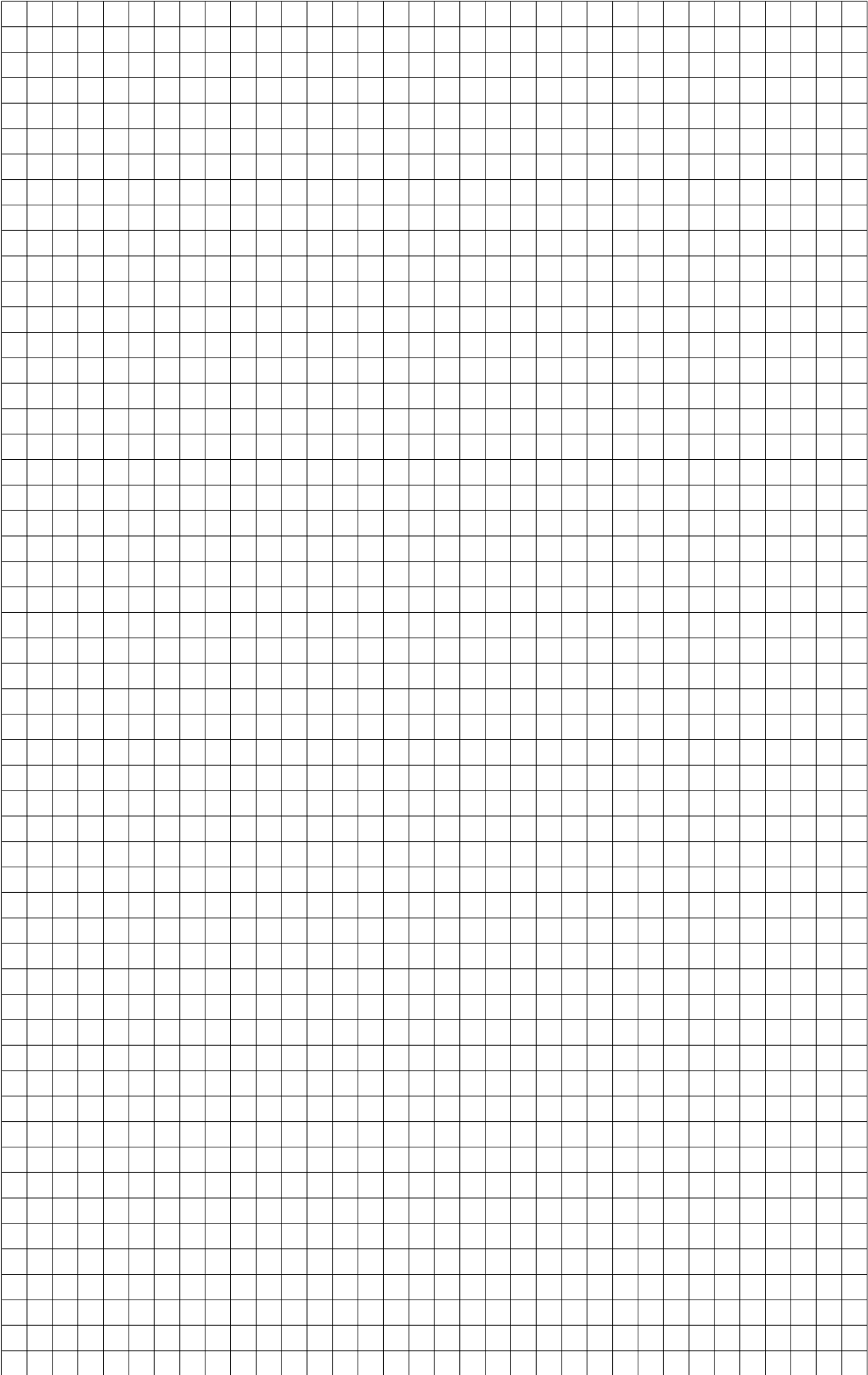
(a) 1) $5 \operatorname{tg} x - x^3 + \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + C$, 2) $-\frac{1}{x^2-3x+5} + C$, 3) $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$,

(b) 1) $2 \ln x - \frac{3}{x} + 4 \cos x + C$, 2) $\frac{1}{4(1-2 \ln x)^2} + C$, 3) $\frac{1}{3} x \sin(3x) + \frac{1}{9} \cos(3x) + C$,

(c) 1) $20 \sqrt[4]{x} - 4 \operatorname{arctg} x + e^x + C$, 2) $\frac{2}{3} \sqrt{3 \sin(x) + 1} + C$, 3) $\frac{1}{2} x^2 \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C$,

(d) 1) $2 \arcsin x - 5 \sin x - \frac{15}{\sqrt[3]{x}} + C$, 2) $\frac{1}{2} \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) + C$, 3) $\frac{5}{16} \sin(3x) \sin(5x) + \frac{3}{16} \cos(3x) \cos(5x) + C$.





Zadanie 3 Oblicz całki nieoznaczone, sprawdź poprawność obliczeń:

(a) $\int \frac{(13-5x)dx}{6x^2+x-2} dx$, (b) $\int \frac{6x-1}{9x^2+12x+4} dx$, (c) $\int \frac{5x+14}{x^2+4x+13} dx$

odpowiedzi: (a) $\frac{3}{2} \ln(1-2x) - \frac{7}{3} \ln(3x+2) + C$, (b) $\frac{5}{3(3x+2)} + \frac{2}{3} \ln(3x+2) + C$,

(c) $\frac{5}{2} \ln(x^2+4x+13) + \frac{4}{3} \operatorname{arctg}\left(\frac{x+2}{3}\right) + C$,

