Egzamin z matematyki 1 (WIŚGiE/OZE/N, sesja poprawkowa), 12/02/2023

Zadanie 1 (0-10 pkt.) Oblicz pochodne: $\left(\frac{1}{x} + 3\sqrt[3]{x^2}\right)'$, $\left(\frac{\operatorname{tg} x}{\sin x}\right)'$, $\left(x^3 \sin(x^2)\right)'$.

Zadanie 2 (0-10 pkt.) Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji: $y = 3x^4 - 4x^3 - 24x^2 + 48x$.

Zadanie 3 (0-10 pkt.) (a) Zapisz liczbę $z = \frac{3-2i}{1+2i} + \frac{2}{i^3}$ w postaci a+bi, gdzie a,b – liczby rzeczywiste. (b) Rozwiąż równanie $z^2 - 2z + 2 = 0$ w dziedzinie zespolonej.

Zadanie 4 (0-10 pkt.) Oblicz całkę: $\int \frac{4x+1}{x^2-x-2} dx$.

Zadanie 5 (0-10 pkt.) Wyznacz pole obszaru ograniczonego liniami $y = x^2$, y = x + 2. Wykonaj rysunek!

Zadanie 6 (0-10 pkt.) Rozwiąż układ równań wybraną metodą (tzn. metodą Gaussa eliminacji lub w oparciu o wzory Cramera):

$$\begin{cases} 2x + x + z = 3\\ -x + y + 2z = -2\\ 3x + 2y - z = 1 \end{cases}$$

Zadanie 7 (0-10 pkt.) W oparciu o definicję oblicz pochodną podanej funkcji $f(x) = 5x^2 - 7x - 6$ w punkcie $x_0 = 1$. Zapisz równanie stycznej do wykresu funkcji w punkcie $(x_0, f(x_0))$, naszkicuj poglądowy wykres funkcji oraz stycznej.

Zadanie 8 (0-10 pkt.)

W oparciu o rachunek całkowy wyznacz położenie środka ciężkości obszaru ograniczonego liniami y = -x, y = 2x, x = 2 (pole obszaru oblicz za pomocą wzoru na pole trójkąta).