

## ZESTAW ZADAŃ IV

**Zadanie 1** Sprawdź, że podane funkcje spełniają podane równania różniczkowe:

- (a)  $y = e^{-3x}$ , równanie:  $y' + 3y = 0$ , (b)  $y = 3\cos(5x) + 5\sin(5x)$ , równanie  $y'' + 25y = 0$ ,  
(c)  $y = 3e^{-x} + 5xe^{-x}$ , równanie:  $y'' + 2y' + y = 0$ ,  
(d)  $y = e^{-2x}(3\cos(3x) + 2\sin(3x))$ , równanie:  $y'' + 4y' + 13y = 0$ .

**Zadanie 2**

- (a) Zapisz wzór Taylora dla funkcji  $f(x) = \ln(x+1)$  w okolicy  $x_0 = 0$  z dokładnością do  $n$  wyrazów; wykorzystaj otrzymany wzór do obliczenia przybliżenia  $\ln 2$  (wartość wskazana przez kalkulator: 0,693147),  
(b) Zapisz wzór Taylora dla funkcji  $f(x) = \frac{2x}{2-x}$  z dokładnością do dwóch wyrazów w okolicy  $x_0 = 1$ ; wykorzystaj otrzymany wzór do przybliżenia wartości funkcji dla  $x = 0,9$ ,  
(c) w oparciu o wzór Taylora przybliż funkcję  $y = \sqrt{8-x^2}$  w okolicy  $x_0 = 2$  za pomocą paraboli; sprawdź dokładność przybliżenia w punktach  $x = 2,5$  oraz  $x = 2,1$ .

**Zadanie 3** W oparciu o regułę de l'Hospitala oblicz poniższe granice:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+5x^2-2x-24}{x^3-2x^2-3x+6}$ , (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{e^{-2x}-1+2x}$ , (c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{\ln(\cos x)}$ , (d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}$ .