

Egzamin z matematyki 1 (WIŚGiE/IŚ, termin pierwszy), 10/02/2023

Zadanie 1 (0-10 pkt.) Oblicz pochodne: $\left(\frac{1}{x^2} - \sqrt[3]{x^2}\right)'$, $\left(\frac{\ln x}{\operatorname{tg} x}\right)'$, $\left(\ln \frac{x^2}{x-1}\right)'$.

Zadanie 2 (0-10 pkt.) Zapisz wzór Taylora dla funkcji $f(x) = \sqrt[3]{x}$ w okolicy $x_0 = 1$ z dokładnością do wyrazów drugiego rzędu. Wykorzystaj uzyskany wzór do wyznaczenia przybliżonej wartości $\sqrt[3]{0,9}$.

Zadanie 3 (0-10 pkt.) Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji: $y = 3x^4 + 4x^3 - 30x^2 - 60x$.

Zadanie 4 (0-10 pkt.) Oblicz całkę: $\int \frac{x+5}{x^2+x-2} dx$.

Zadanie 5 (0-10 pkt.) Oblicz całki oznaczone: $\int_1^4 \left(2x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$, $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4+9}}$.

Zadanie 6 (0-10 pkt.) Wyznacz pole obszaru ograniczonego liniami $y = 3x - x^2$, $y = 3 - x$. Wykonaj rysunek!

Zadanie 7 (0-20 pkt.) W oparciu o definicję oblicz pochodną podanej funkcji $f(x) = 3x - x^2$ w punkcie $x_0 = 2$. Zapisz równanie stycznej do wykresu funkcji w punkcie $(x_0, f(x_0))$, naszkicuj poglądowy wykres funkcji oraz stycznej.

Zadanie 8 (0-20 pkt.)

W oparciu o rachunek całkowy wyznacz położenie środka ciężkości obszaru ograniczonego liniami $y = -x$, $y = 3x$, $x = 1$.