

PRACA DOMOWA III

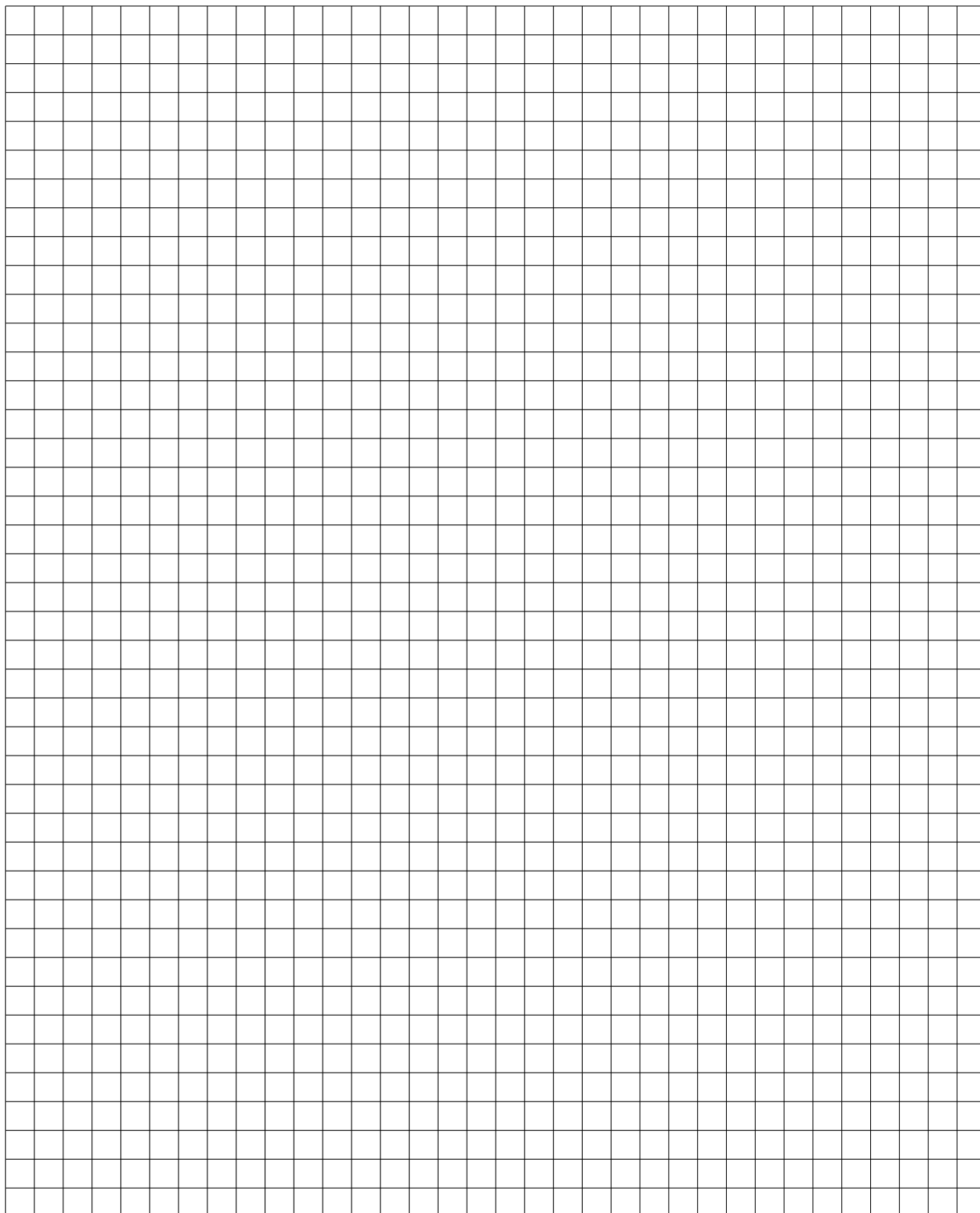
imię i nazwisko

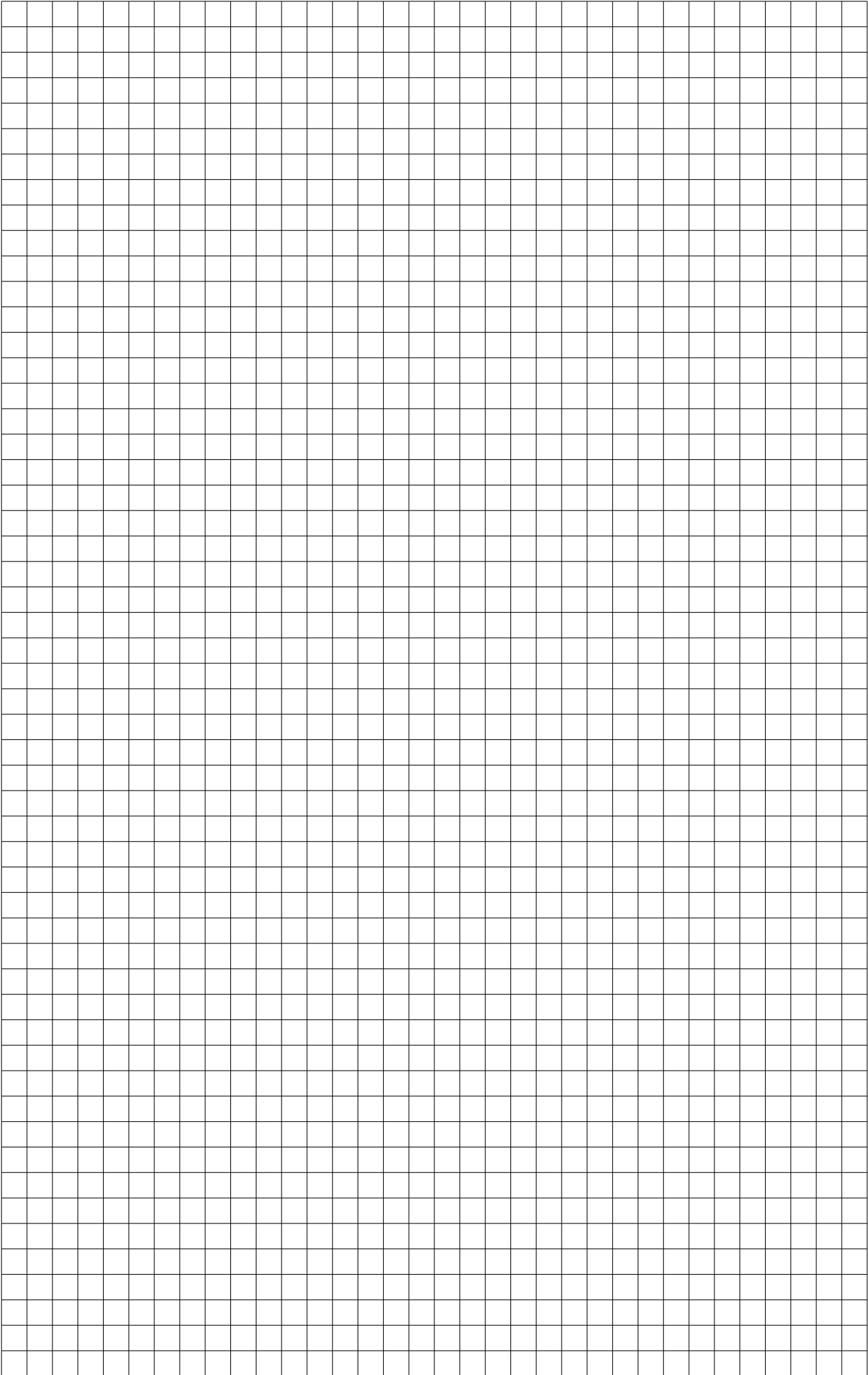
Zadanie 1 Oblicz całki nieoznaczone z funkcji wymiernych:

(a) $\int \frac{x+7}{x^2-x-6} dx$, (b) $\int \frac{-x^2-x-3}{x^3-3x-2} dx$, (c) $\int \frac{4x-16}{x^3-5x^2+7x+13} dx$, (d) $\int \frac{2x^2+3x-3}{x^3+3x^2+7x+5} dx$

odpowiedzi:

(a) $2 \ln(3-x) - \ln(x+2) + C$, (b) $-\frac{1}{x+1} - \ln(x-2) + C$, (c) $\frac{1}{2} \ln(x^2 - 6x + 13) - \ln(x+1) + C$,
(d) $\frac{3}{2} \ln(x^2 + 2x + 5) - \ln(x+1) - \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{x+1}{2}\right) + C$.



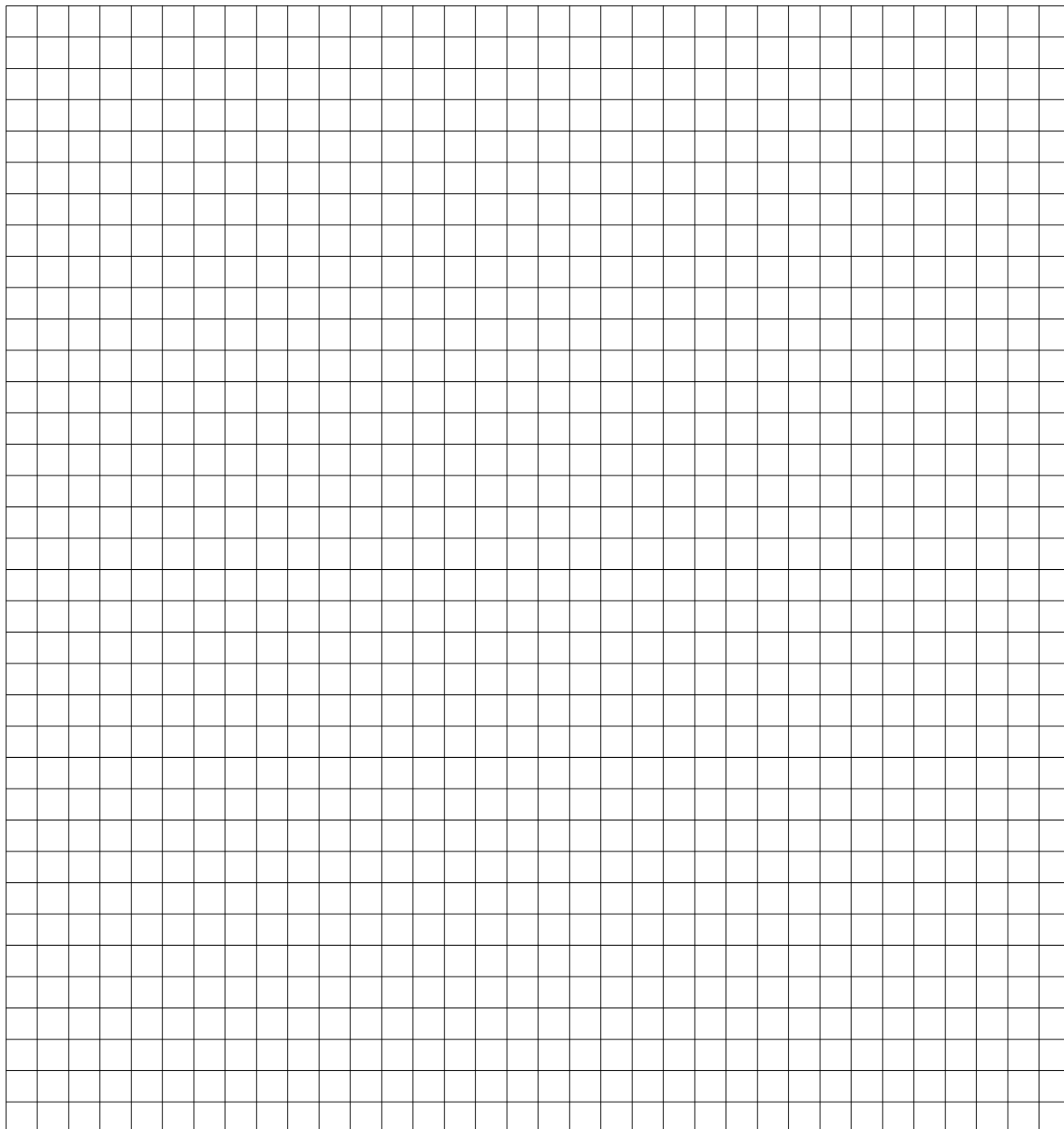


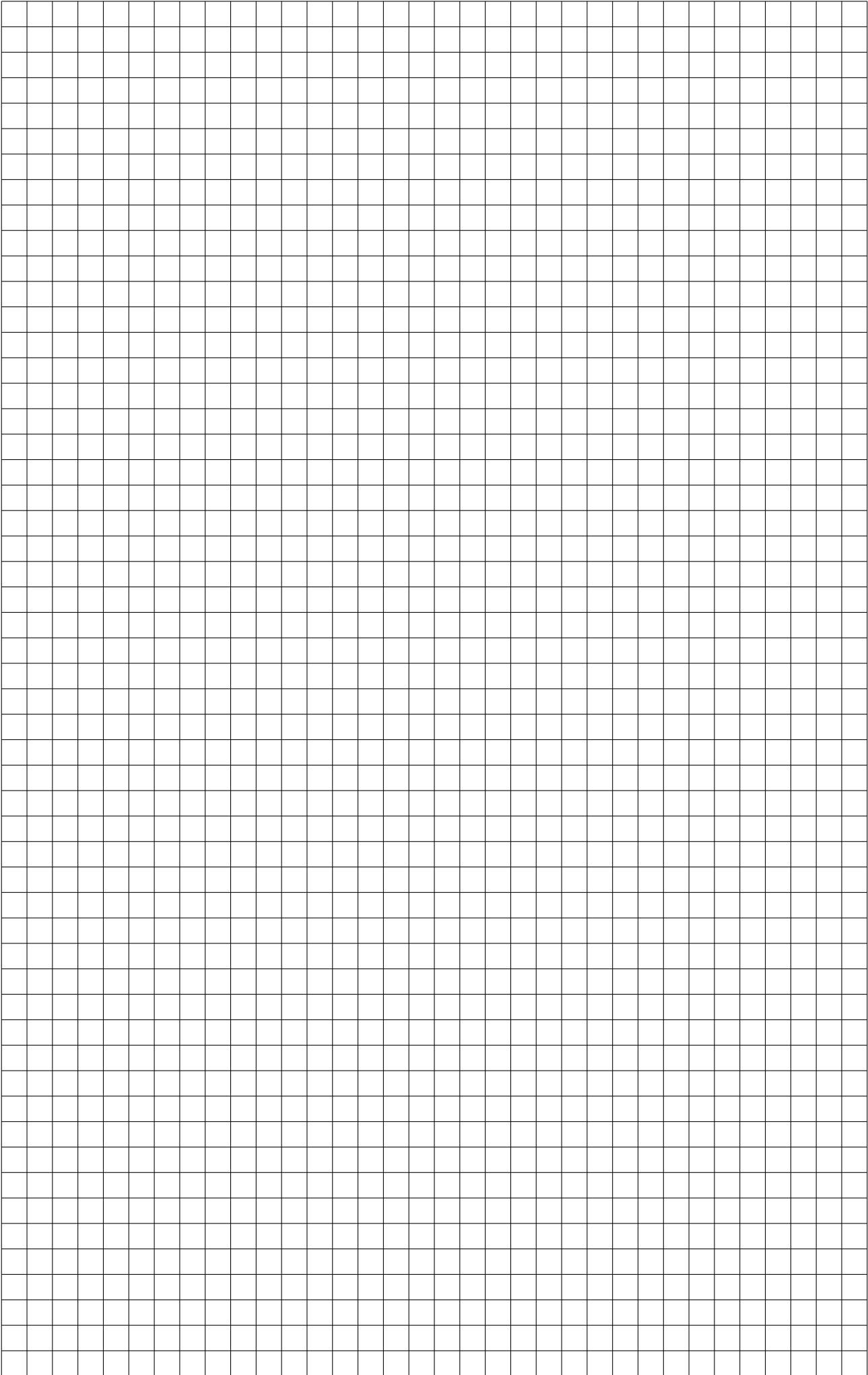
Zadanie 2

- (a) Wyznacz pole zawarte pomiędzy liniami $y = 3x - x^2$ oraz $y = 2x$.
(b) Wyznacz pole zawarte pomiędzy liniami $y = x^2 - 4x + 5$ oraz $y = 5 - x^2$.
(c) Wyznacz objętość obszaru powstałego przez obrót linii $y = 1 - x^2$ wokół osi Ox, gdy $-1 \leq x \leq 1$.
(d) Wyznacz objętość obszaru powstałego przez obrót linii $y = \frac{1}{x^2}$ wokół osi Ox, gdy $1 \leq x \leq 2$.

odpowiedzi:

- (a) $S = \frac{1}{6}$, (b) $S = \frac{8}{3}$, (c) $V = \frac{16}{15}\pi$, (d) $V = \frac{7}{24}\pi$.





Zadanie 3 Wyznacz ekstrema lokalne funkcji:

(a) $z = -x^2 + 4xy + 10x - 8y^2 - 4y + 3$, (b) $z = -3x^3 - 8x^2 - 2xy + 9x + y^2 - 2y + 6$, (c) $z = -4x^2y + x^2 - 4y^3 + 3y$,

(d) $z = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + 2xy$

odpowiedzi:

(a) punkty krytyczne: $P(9, 2)$, $H(P) = 16$, $z''_{xx}(P) = -2$

(b) punkty krytyczne: $P_1\left(-\frac{7}{3}, -\frac{4}{3}\right)$, $P_2\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$, $H(P_1) = 48$, $z''_{xx}(P_1) = 26$, $H(P_2) = -48$

(c) punkty krytyczne: $P_1\left(0, -\frac{1}{2}\right)$, $P_2\left(0, \frac{1}{2}\right)$, $P_3\left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$, $P_4\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$, $H(P_1) = 72$, $z''_{xx}(P_1) = 6$, $H(P_2) = 24$, $z''_{xx}(P_2) = -2$, $H(P_3) = -36$, $H(P_4) = -36$

(d) punkty krytyczne: $P_1(-1, -1)$, $P_2(1, 1)$, $H(P_1) = 32$, $z''_{xx}(P_1) = 6$, $H(P_2) = 32$, $z''_{xx}(P_2) = 6$

