

PRACA DOMOWA II

imię i nazwisko

Zadanie 1 Wyznaczyć przedziały monotoniczności podanych funkcji oraz ich ekstrema lokalne:

(a) $y = 3x^4 + x^3 - 2x^2 - x + 2$, (b) $y = (2x + 3)^6(3x + 2)^8$, (c) $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x - 3}$, (d) $y = e^{-x^2}(2x + 1)$.

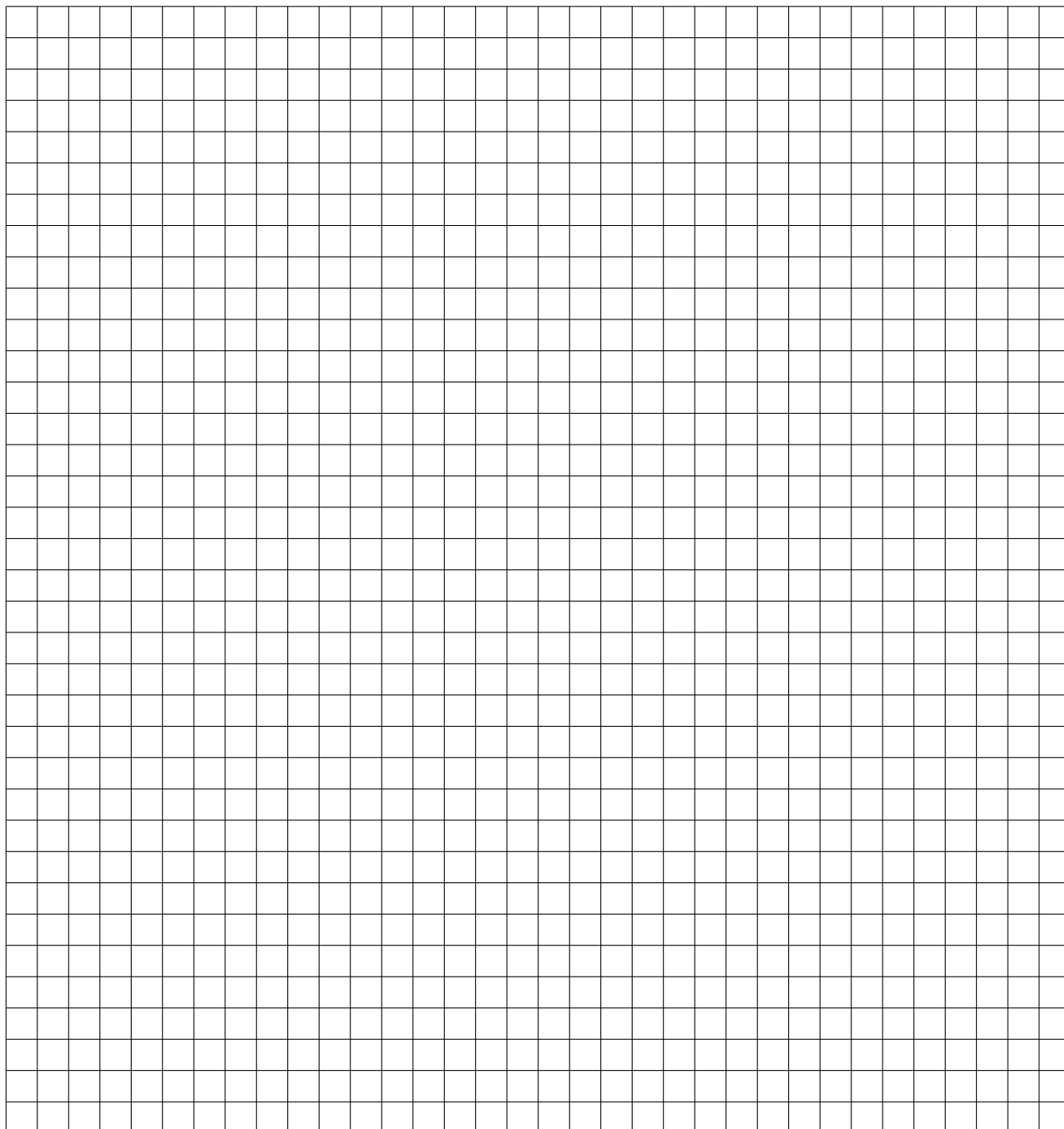
odpowiedzi:

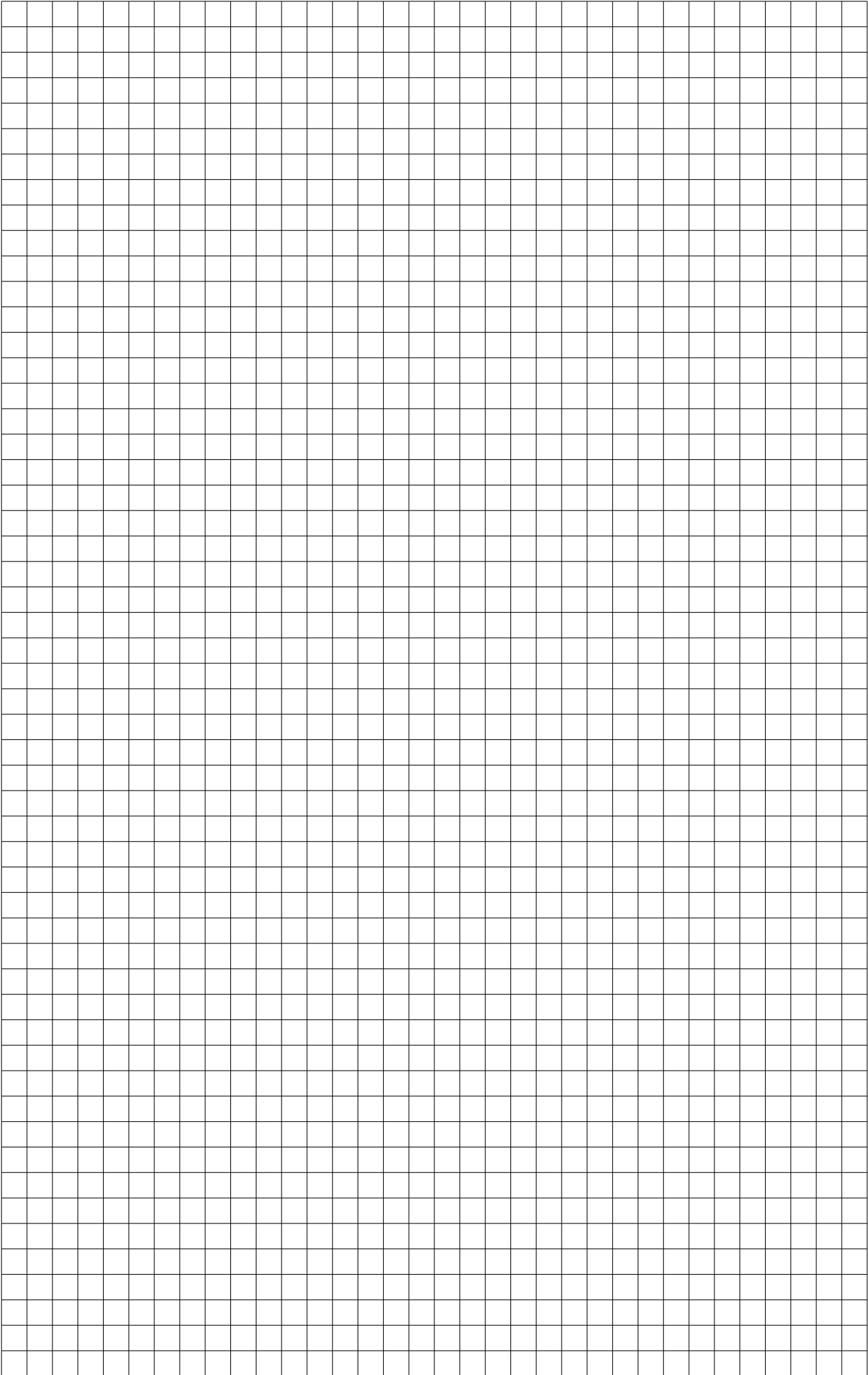
(a) $y \nearrow$ dla $x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{1}{4}\right)$, $x \in \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$, $y \searrow$ dla $x \in \left(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$, $x \in \left(-\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$, maksimum lokalne dla $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, minima lokalne dla $x = -\frac{1}{4}$, $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

(b) $y \nearrow$ dla $x \in (-3/2, -8/7)$, $x \in (-2/3, +\infty)$, $y \searrow$ dla $x \in (-\infty, -3/2)$, $x \in (-7/8, -2/3)$, maksimum lokalne dla $x = -7/8$, minima lokalne dla $x = -3/2$, $x = -2/3$,

(c) $y \nearrow$ dla $x \in (-\infty, 1)$, $x \in (5, \infty)$, $y \searrow$ dla $x \in (1, 3)$, $x \in (3, 5)$, maksimum lokalne dla $x = 1$, minimum lokalne dla $x = 5$,

(d) $y \nearrow$ dla $x \in (-\infty, -1)$, $x \in (1/2, \infty)$, $y \searrow$ dla $x \in (-1, 1/2)$, maksimum lokalne dla $x = 1/2$, minimum lokalne dla $x = -1$.





Zadanie 2 Oblicz całki nieoznaczone:

(a) 1) $\int \left(\frac{5}{\cos^2 x} - 3x^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$, 2) $\int \frac{(2x-3)dx}{(x^2-3x+5)^2}$, 3) $\int x \ln x dx$,

(b) 1) $\int \left(\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} - 4 \sin x \right) dx$, 2) $\int \frac{dx}{x(1-2 \ln x)^3}$, 3) $\int x \cos(3x) dx$,

(c) 1) $\int \left(\frac{5}{\sqrt[4]{x^3}} - \frac{4}{x^2+1} + e^x \right) dx$, 2) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+3 \sin x}}$, 3) $\int x \operatorname{arctg} x dx$,

(d) 1) $\int \left(\frac{2}{\sqrt{1-x^2}} - 5 \cos x + \frac{3}{\sqrt[3]{x^4}} \right) dx$, 2) $\int \frac{\sin\left(\frac{1}{x^2}\right) dx}{x^3}$, 3) $\int \sin(3x) \sin(5x) dx$.

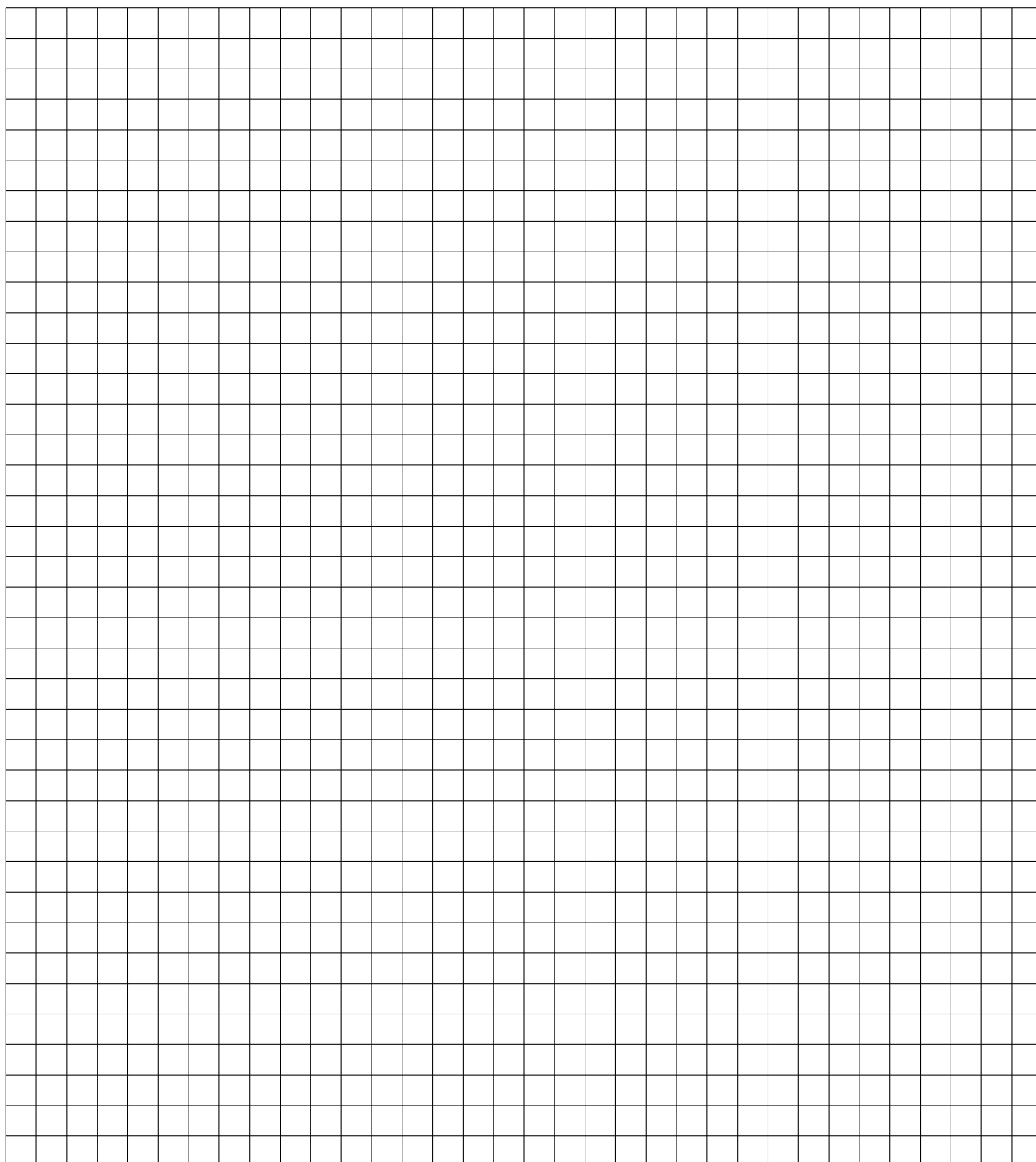
odpowiedzi:

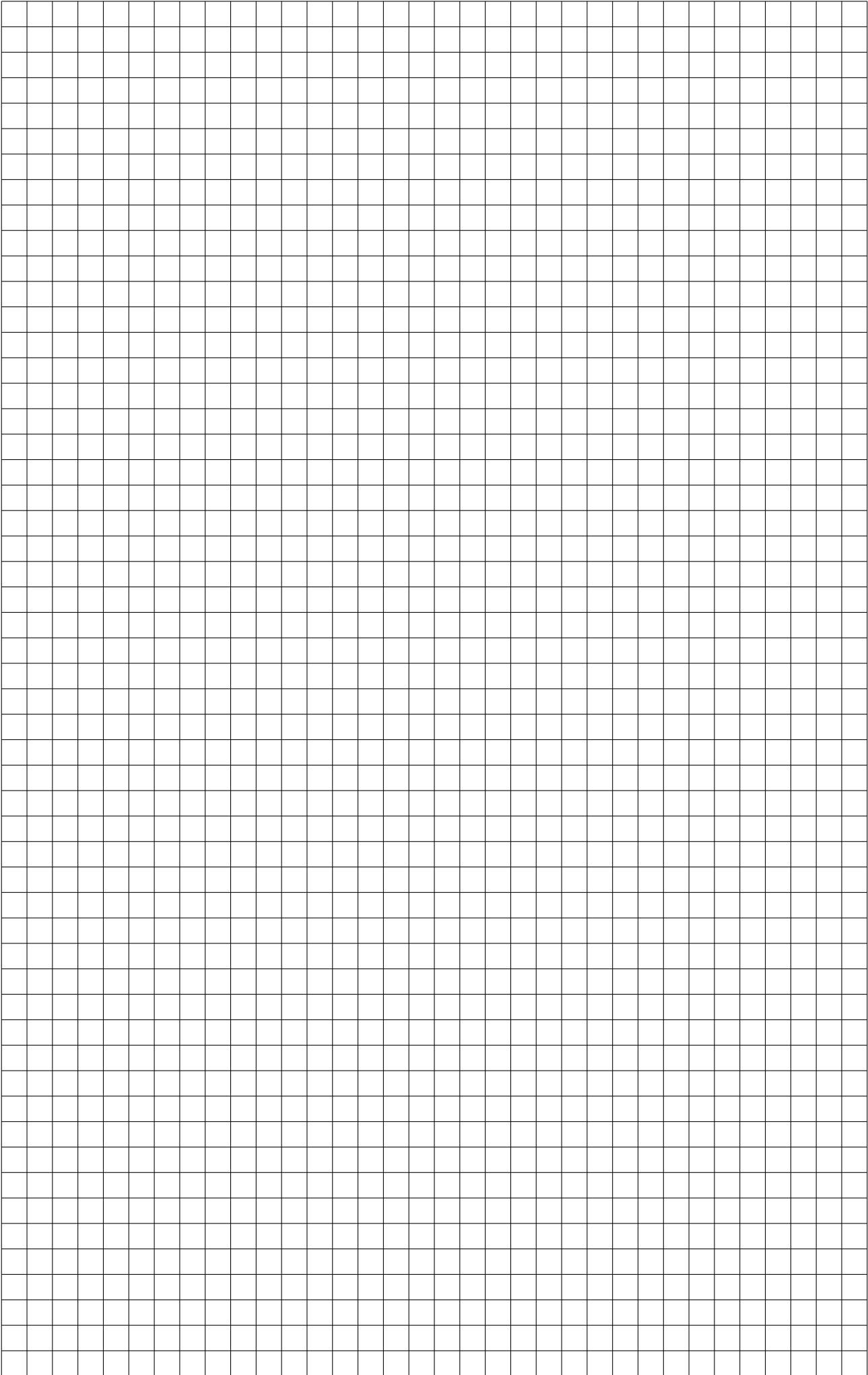
(a) 1) $5 \operatorname{tg} x - x^3 + \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + C$, 2) $-\frac{1}{x^2-3x+5} + C$, 3) $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$,

(b) 1) $2 \ln x - \frac{3}{x} + 4 \cos x + C$, 2) $\frac{1}{4(1-2 \ln x)^2} + C$, 3) $\frac{1}{3} x \sin(3x) + \frac{1}{9} \cos(3x) + C$,

(c) 1) $20 \sqrt[4]{x} - 4 \operatorname{arctg} x + e^x + C$, 2) $\frac{2}{3} \sqrt{3 \sin(x) + 1} + C$, 3) $\frac{1}{2} x^2 \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C$,

(d) 1) $2 \arcsin x - 5 \sin x - \frac{15}{\sqrt[3]{x}} + C$, 2) $\frac{1}{2} \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) + C$, 3) $\frac{5}{16} \sin(3x) \sin(5x) + \frac{3}{16} \cos(3x) \cos(5x) + C$.





Zadanie 3 Oblicz całki nieoznaczone z funkcji wymiernych:

(a) $\int \frac{x+7}{x^2-x-6} dx$, (b) $\int \frac{-x^2-x-3}{x^3-3x-2} dx$, (c) $\int \frac{4x-16}{x^3-5x^2+7x+13} dx$, (d) $\int \frac{2x^2+3x-3}{x^3+3x^2+7x+5} dx$

odpowiedzi:

(a) $2\ln(3-x) - \ln(x+2) + C$, (b) $-\frac{1}{x+1} - \ln(x-2) + C$, (c) $\frac{1}{2}\ln(x^2-6x+13) - \ln(x+1) + C$,

(d) $\frac{3}{2}\ln(x^2+2x+5) - \ln(x+1) - \frac{1}{2}\arctg\left(\frac{x+1}{2}\right) + C$.

