

ZESTAW ZADAŃ IV

Powtórzenie przed sprawdzianem 1 (Zad. 1 – Zad. 3):

Zadanie 1 Oblicz pochodne:

(a) $\left(4x^5 - \frac{2}{x^3} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}\right)'$, (b) $\left(\frac{x \operatorname{tg} x}{2^x + \arcsin x}\right)'$, (c) $(\cos^3(2x) \cdot \ln(x^2 + 1))'$.

Zadanie 2 Zapisz wzór Taylora dla funkcji $f(x) = \frac{2x+3}{3x+2}$ z dokładnością do dwóch wyrazów w okolicy $x_0 = -1$; wykorzystaj otrzymany wzór do przybliżenia wartości funkcji dla $x = -0,9$.

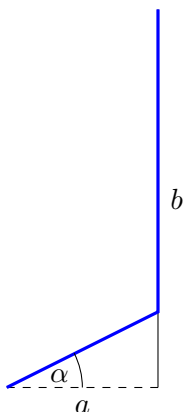
Zadanie 3 W oparciu o regułę de l'Hospitala oblicz poniższe granice:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{e^{3x}-1}$, (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\cos(2x)-1}$.

Zadanie 4 Wyznaczając ekstremum pewnej funkcji oblicz odległość punktu $P(2, 3)$ od prostej $y = 2x$.

Zadanie 5 Wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta prostokątnego o najmniejszym polu, jeżeli wiadomo, że jego przyprostokątne leżą na osiach układu współrzędnych oraz punkt $(3, 1)$ należy do przeciwprostokątnej.

Zadanie 6 Asfaltowy odcinek drogi o długości b znajduje się w odległości (w linii prostej) a od punktu, w którym się znajdujemy (rysunek poniżej). Chcemy dojechać do niej po odcinku prostej nachylonym pod kątem α do poziomu, a potem dalej poruszać się wzdłuż asfaltowego odcinka drogi (prędkość poruszania się poza drogą 30 km/h, wzdłuż drogi 60 km/h). Wyznacz α , dla którego całą drogę pokonamy w najkrótszym czasie.



Zadanie 7 W odległości 12 km od brzegu znajduje się platforma wiertnicza, na brzegu w odległości 20 km od punktu na brzegu odpowiadającego platformie wiertniczej znajduje się rafineria (patrz rysunek poniżej). Koszt wybudowania jednego kilometra rurociągu po dnie morza wynosi 50000 zł, natomiast koszt wybudowania jednego kilometra rurociągu wzdłuż lądu wynosi 30000 zł. Zaprojektować rurociąg łączący platformę wiertniczą z rafinerią, którego koszt wybudowania będzie najniższy.

