

## ZESTAW ZADAŃ III

### Zadanie 1

(a) Zapisz wzór Taylora dla funkcji  $f(x) = \frac{2x}{2-x}$  z dokładnością do dwóch wyrazów w okolicy  $x_0 = 1$ ; wykorzystaj otrzymany wzór do przybliżenia wartości funkcji dla  $x = 0,9$ ,

(b) Zapisz wzór Taylora dla funkcji  $f(x) = \cos x$  z dokładnością do wyrazów 2-go rzędu w okolicy  $x_0 = 0$ . Za pomocą uzyskanego wzoru oblicz przybliżoną wartość  $\cos 15^\circ$  (wartość podana przez kalkulator:  $\cos 15^\circ \approx 0,96596$ ; w obliczeniach przyjmij:  $\pi \approx 3,14$ ).

### Zadanie 2

Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne podanych funkcji:

(a)  $y = -2x^3 + 4x^2 + 8x + 10$ , (b)  $y = -x^4 + x^3 + 6x^2 - 9x + 5$ , (c)  $y = 3x + \frac{1}{x^3}$ ,

(d)  $y = x^5 + (1-x)^5$ , (e)  $y = x^4(2x-3)^6$ , (f)  $y = \frac{2x^2-5x+2}{3x^2-10x+3}$ , (g)  $y = x^2 \ln x$ .

**Zadanie 3** Wyznaczając ekstremum pewnej funkcji oblicz odległość punktu  $P(2, 3)$  od prostej  $y = 2x$ .

**Zadanie 4** Wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta prostokątnego o najmniejszym polu, jeżeli wiadomo, że jego przyprostokątne leżą na osiach układu współrzędnych oraz punkt  $(3, 1)$  należy do przeciwprostokątnej.

**Zadanie 5** Asfaltowy odcinek drogi o długości  $b$  znajduje się w odległości (w linii prostej)  $a$  od punktu, w którym się znajdujemy (rysunek poniżej). Chcemy dojechać do niej po odcinku prostej nachylonym pod kątem  $\alpha$  do poziomu, a potem dalej poruszać się wzdłuż asfaltowego odcinka drogi (prędkość poruszania się poza drogą 30 km/h, wzdłuż drogi 60 km/h). Wyznacz  $\alpha$ , dla którego całą drogę pokonamy w najkrótszym czasie.

