

PRACA DOMOWA III

imię i nazwisko

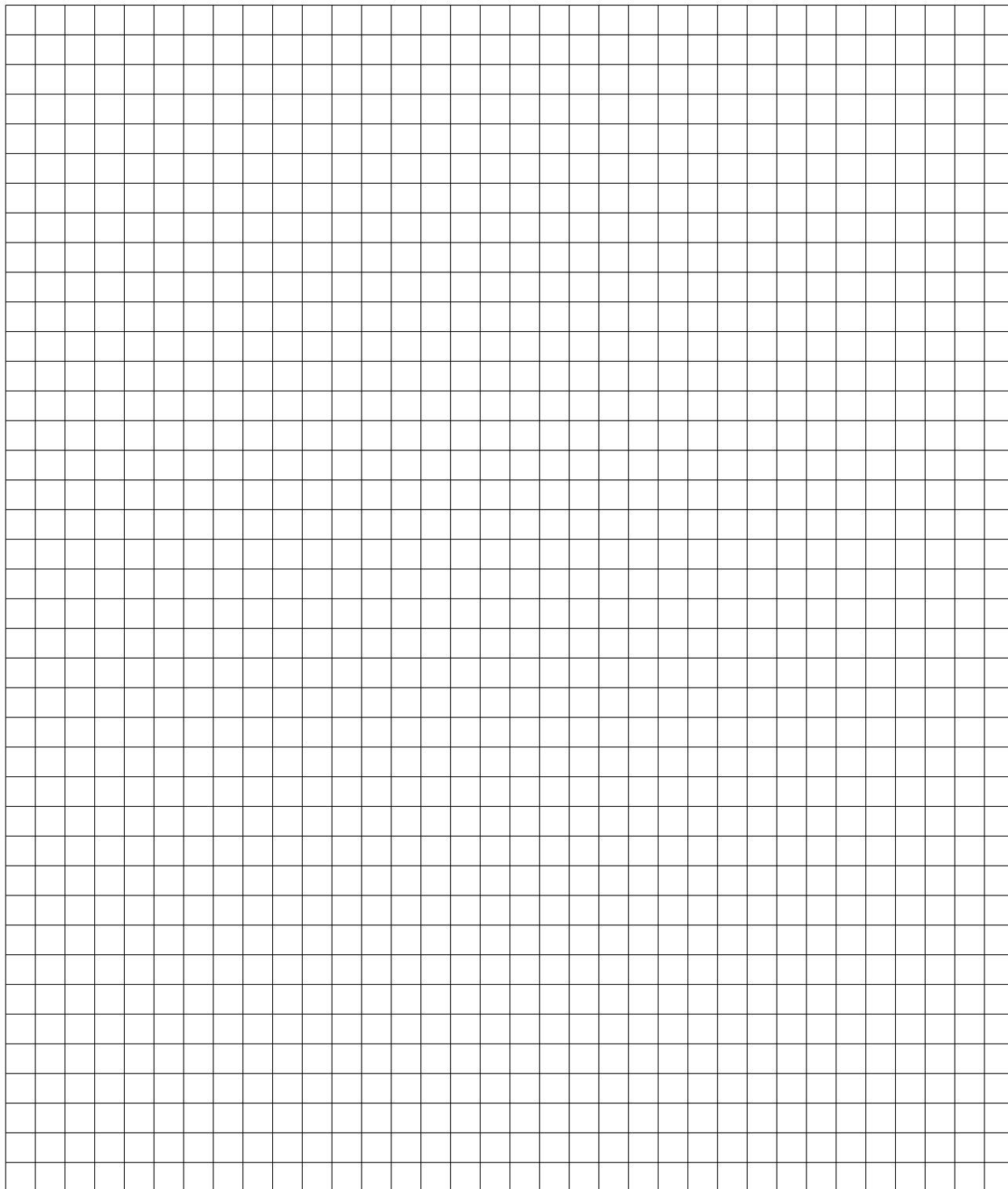
Zadanie 1 Oblicz całki nieoznaczone:

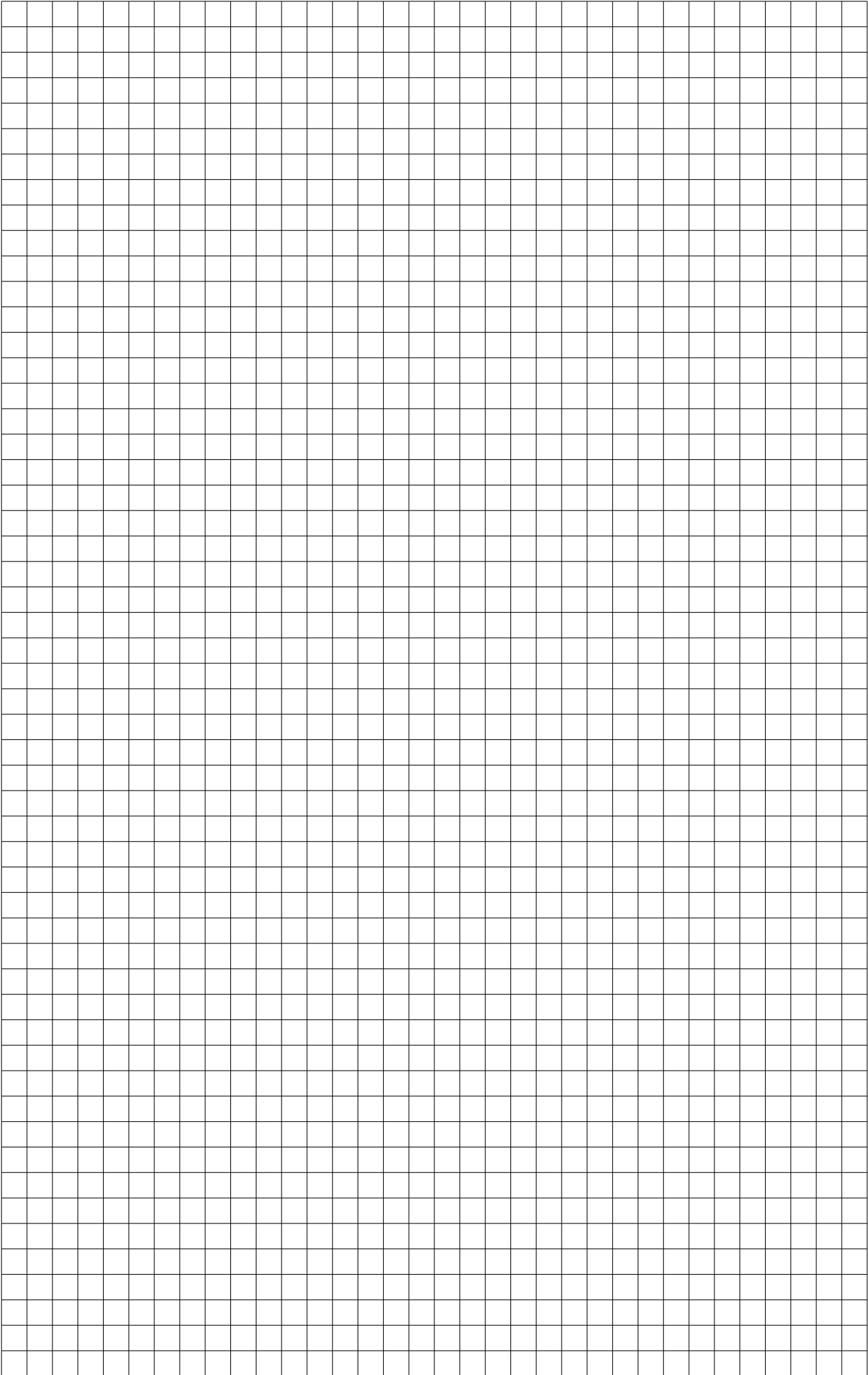
(a) $\int \frac{6x^3+1}{\sqrt{x^2+1}} dx$, (b) $\int \frac{x^2-3x+2}{\sqrt{x^2+6x+11}} dx$, (c) $\int \frac{2x^2+2}{\sqrt{-x^2-6x+16}} dx$, (d) $\int \sqrt{x^2-6x+12} dx$.

odpowiedzi:

(a) $\sqrt{x^2+1}(2x^2-4)+\ln|x+\sqrt{x^2+1}|+C$, (b) $\left(\frac{x}{2}-\frac{15}{2}\right)\sqrt{x^2+6x+11}+19\ln|x+3+\sqrt{x^2+6x+11}|+C$,

(c) $(x-9)\sqrt{-x^2-6x+16}+45\arcsin\left(\frac{x+3}{5}\right)+C$ (d) $\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{2}\right)\sqrt{x^2-6x+12}+\frac{3}{2}\ln|x-3+\sqrt{x^2-6x+12}|+C$.



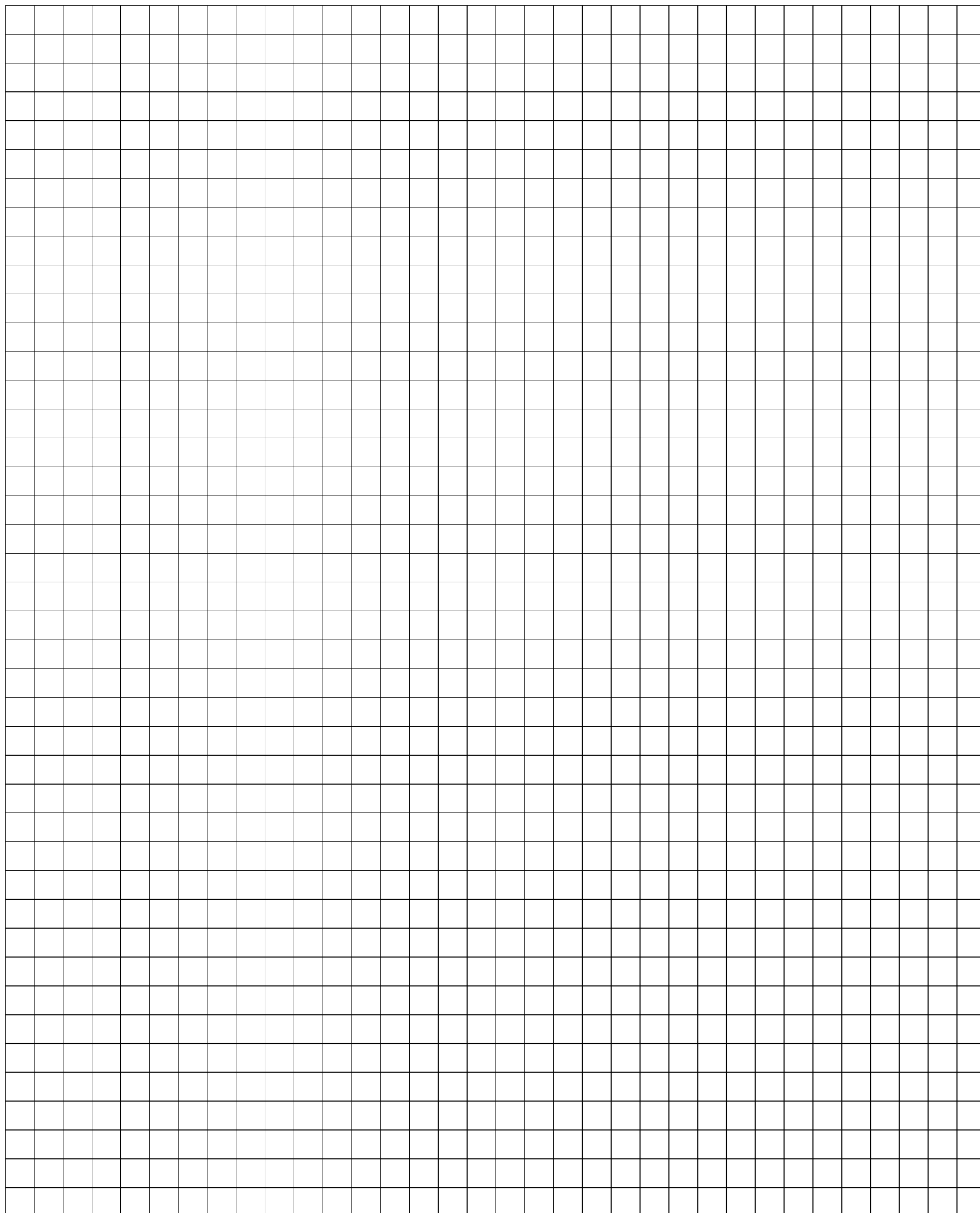


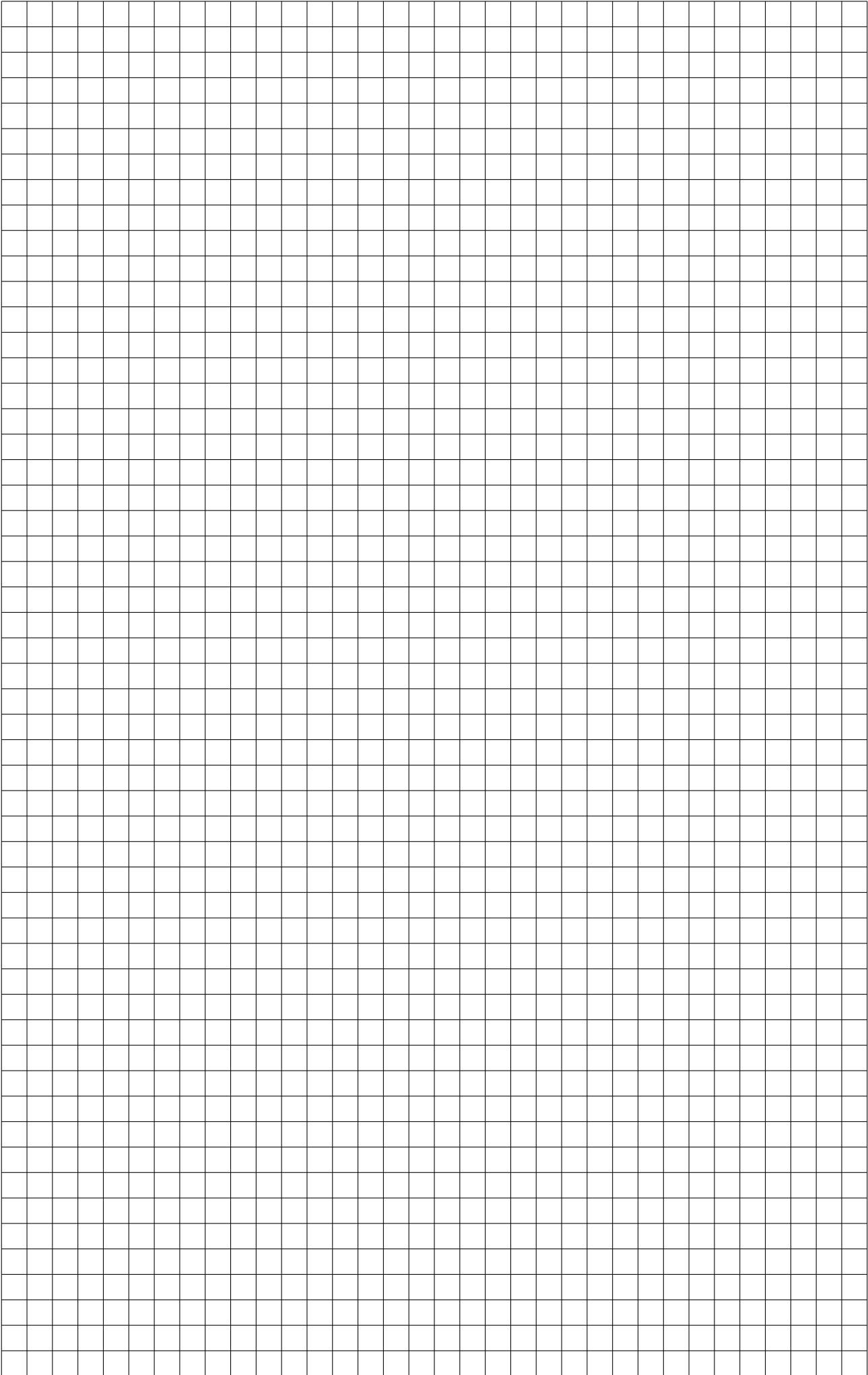
Zadanie 2 Oblicz całki oznaczone:

(a) 1) $\int_1^4 \left(x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$, 2) $\int_{\pi/18}^{\pi/12} \sin(3x) dx$, (b) 1) $\int_2^3 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right) dx$, 2) $\int_1^{e^2} \frac{\ln x dx}{x}$,
(c) 1) $\int_0^1 \left(\frac{1}{x^2+1} - \frac{2}{1-x^2}\right) dx$, 2) $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x^2+1}}$, (d) 1) $\int_1^4 \left(\frac{3}{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right) dx$, 2) $\int_1^2 \frac{x dx}{(x^2+1)^2}$.

odpowiedzi:

(a) 1) 19, 2) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6}$, (b) 1) $\frac{7}{72}$, 2) $\frac{9}{2}$, (c) 1) $\frac{5}{4}\pi$, 2) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$, (d) 1) $\frac{25}{4}$, 2) $\frac{3}{20}$.





Zadanie 3 Wyznacz ekstrema lokalne funkcji:

(a) $z = -x^2 + 4xy + 10x - 8y^2 - 4y + 3$, (b) $z = -3x^3 - 8x^2 - 2xy + 9x + y^2 - 2y + 6$, (c) $z = -4x^2y + x^2 - 4y^3 + 3y$,

(d) $z = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + 2xy$

odpowiedzi:

(a) punkty krytyczne: $P(9, 2)$, $H(P) = 16$, $z''_{xx}(P) = -2$

(b) punkty krytyczne: $P_1\left(-\frac{7}{3}, -\frac{4}{3}\right)$, $P_2\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$, $H(P_1) = 48$, $z''_{xx}(P_1) = 26$, $H(P_2) = -48$

(c) punkty krytyczne: $P_1\left(0, -\frac{1}{2}\right)$, $P_2\left(0, \frac{1}{2}\right)$, $P_3\left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$, $P_4\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$, $H(P_1) = 72$, $z''_{xx}(P_1) = 6$, $H(P_2) = 24$, $z''_{xx}(P_2) = -2$, $H(P_3) = -36$, $H(P_4) = -36$

(d) punkty krytyczne: $P_1(-1, -1)$, $P_2(1, 1)$, $H(P_1) = 32$, $z''_{xx}(P_1) = 6$, $H(P_2) = 32$, $z''_{xx}(P_2) = 6$

