

Egzamin z matematyki 1 (WIŚGiE/OZE, sesja poprawkowa), 16/02/2023

Zadanie 1 (0-10 pkt.) Oblicz pochodne: $\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)'$, $\left(\frac{2^x}{\arctg x}\right)'$, $(x^4 e^{\sin x})'$.

Zadanie 2 (0-10 pkt.) Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji: $y = -3x^4 - 8x^3 + 12x^2 + 48x$.

Zadanie 3 (0-10 pkt.) (a) Zapisz liczbę $z = \frac{1}{2-i} + \frac{3i}{1+2i}$ w postaci $a + bi$, gdzie a, b – liczby rzeczywiste.
(b) Rozwiąż równanie $z^2 - 6z + 13 = 0$ w dziedzinie zespolonej.

Zadanie 4 (0-10 pkt.) Oblicz całkę: $\int \frac{3x-5}{x^2-4x+3} dx$.

Zadanie 5 (0-10 pkt.) Wyznacz pole obszaru ograniczonego liniami $y = 2x - x^2$, $y = 2 - x$. Wykonaj rysunek!

Zadanie 6 (0-10 pkt.) Rozwiąż układ równań metodą Gaussa eliminacji:

$$\begin{cases} x + 2y + z = -3 \\ 2x + y + 2z = 6 \\ 2x + 2y + z = -1 \end{cases}$$

Zadanie 7 (0-10 pkt.) W oparciu o definicję oblicz pochodną podanej funkcji $f(x) = 3x - x^2$ w punkcie $x_0 = 2$. Zapisz równanie stycznej do wykresu funkcji w punkcie $(x_0, f(x_0))$, naszkicuj poglądowy wykres funkcji oraz stycznej.

Zadanie 8 (0-10 pkt.) Dane są wektory $\vec{u} = 2\vec{j} - 3\vec{i} + 6\vec{k}$ oraz $\vec{v} = -6\vec{k} + 3\vec{i} + 6\vec{j}$. Wyznacz kosinus kąta pomiędzy nimi oraz pole trójkąta rozpiętego na tych wektorach.