

Algorytmy i Struktury Danych
Kolokwium 2: Zadanie B (12.V.2022)

Format rozwiązań

Rozwiązanie zadania musi się składać z krótkiego opisu algorytmu (wraz z uzasadnieniem poprawności) oraz jego implementacji. Zarówno opis algorytmu jak i implementacja powinny się znajdować w tym samym pliku Pythona (rozszerzenie `.py`). Opis powinien być na początku pliku w formie komentarza (w pierwszej linii w komentarzu powinno być imię i nazwisko studenta). Opis nie musi być długi—wystarczy kilka zdań, jasno opisujących ideę algorytmu. Implementacja musi być zgodna z szablonem kodu źródłowego dostarczonym wraz z zadaniem. Niedopuszczalne jest w szczególności:

1. korzystanie z zaawansowanych struktur danych (np. słowników czy zbiorów),
2. zmienianie nazwy funkcji implementującej algorytm, listy jej argumentów, lub nazwy pliku z rozwiązaniem,
3. wypisywanie na ekranie jakichkolwiek napisów innych niż wypisywane przez dostarczony kod (ew. napisy dodane na potrzeby diagnozowania błędów należy usunąć przed wysłaniem zadania).

Dopuszczalne jest natomiast:

1. korzystanie z następujących elementarnych struktur danych: krotka, lista, kolejka `collections.deque`, kolejka priorytetowa (`queue.PriorityQueue` lub `heapq`),
2. korzystanie ze struktur danych dostarczonych razem z zadaniem (jeśli takie są),
3. korzystanie z wbudowanych funkcji sortujących (można założyć, że mają złożoność $O(n \log n)$).

Wszystkie inne algorytmy lub struktury danych wymagają implementacji przez studenta. Dopuszczalne jest oczywiście implementowanie dodatkowych funkcji pomocniczych w pliku z szablonem rozwiązania.

Zadania niezgodne z powyższymi ograniczeniami otrzymają ocenę 0 punktów. Rozwiązania w innych formatach (np. `.PDF`, `.DOC`, `.PNG`, `.JPG`) z definicji nie będą sprawdzane i otrzymają ocenę 0 punktów, nawet jeśli będą poprawne.

Testowanie rozwiązań

Żeby przetestować rozwiązanie zadania należy wykonać polecenie: `python kol2b.py`

Szablon rozwiązania:	kol2b.py
Złożoność akceptowalna (3pkt):	$O(n^2)$, gdzie n to łączna liczba parkingów.
Złożoność wzorcowa (+1pkt):	$O(n \log n)$, gdzie n to łączna liczba parkingów.

Kierowca ciężarówki przewozi towary z miasta A do miasta B . W pewnych miejscach trasy przejazdu znajdują się parkingi. Przejeżdżając obok parkingu kierowca może (ale nie musi) się na nim zatrzymać i odpocząć. Przepisy transportowe narzucają jednak pewne ograniczenia związane z bezpieczeństwem:

1. Maksymalna liczba kilometrów, którą można przejechać bez zatrzymania wynosi T . Od zasady tej istnieje jeden wyjątek, opisany w punkcie 2.
2. W trakcie całego przejazdu z A do B kierowca może jeden raz przekroczyć limit T kilometrów jazdy bez zatrzymania. Może wówczas przejechać nie więcej niż $2T$ kilometrów bez zatrzymania.

Niestety, parkingi na trasie są płatne. Co więcej, opłaty za postój różnią się pomiędzy parkingami. Kierowca musi więc wybrać miejsca postoju w taki sposób, by przejechać trasę zgodnie z obowiązującymi przepisami i równocześnie zapłacić możliwie jak najmniej za postoje.

Zaproponuj i zaimplementuj algorytm, który wylicza minimalny koszt przejechania z miasta A do miasta B zgodnie z opisanymi przepisami transportu towarów. Koszt przejazdu z A do B definiujemy jako sumę opłat za parkowanie w miejscach, w których kierowca się zatrzymał (nie liczymy ceny paliwa; nie bierzemy pod uwagę czasu postoju na parkingu). W miastach A i B opłata nie jest pobierana. Uzasadnij poprawność zaproponowanego algorytmu i oszacuj jego złożoność obliczeniową.

Algorytm należy zaimplementować jako funkcję:

```
def min_cost( O, C, T, L )
```

Argumentami funkcji są:

- Tablica O zawierająca pozycje parkingów na trasie z A do B . $O[i]$ to liczba kilometrów (wzdłuż trasy przejazdu) od A do i -tego parkingu.
- Tablica C zawierająca ceny za postój na poszczególnych parkingach. $C[i]$ to opłata za zatrzymanie na i -tym parkingu.
- Maksymalna liczba kilometrów T , którą można przejechać bez zatrzymywania (z zastrzeżeniem wyjątku opisanego powyżej).
- Długość L trasy (liczba kilometrów od A do B wzdłuż trasy przejazdu).

Wszystkie wartości przekazane w tablicach O i C oraz argumenty T i L to dodatnie liczby naturalne. Tablice nie muszą być posortowane. Funkcja `min_cost` powinna zwrócić jedną liczbę naturalną: minimalny koszt przejazdu z A do B . Można założyć, że parkingi są tak rozmieszczone, że da się przejechać z A do B zgodnie z obowiązującymi zasadami. Funkcja powinna być możliwie jak najszybsza.

Przykład. Dla danych:

```
O = [17, 20, 11, 5, 12]
C = [9, 7, 7, 7, 3]
T = 7
L = 25
```

wywołanie `min_cost(O, C, T, L)` powinno zwrócić wartość 10.

Podpowiedź. Zastanów się, jaki jest koszt dojechania do parkingu i mogąc lub nie mogąc wykorzystać wyjątek, o którym mowa w punkcie 2.