

Pierwszy próg złożoności: *złożoność czasowa*  $O(n + m)$

Drugi próg złożoności: *złożoność czasowa*  $O(m \log n)$  oraz *pamięciowa*  $O(1)$ .

Dane jest pełne drzewo binarne  $T$  zawierające  $n$  wierzchołków. Każdy węzeł drzewa zawiera klucz będący liczbą całkowitą. Węzły drzewa numerujemy kolejnymi liczbami naturalnymi w ten sposób, że korzeń ma numer 1, jego synowie mają numery 2 i 3, następny poziom, od lewej do prawej, ma numery 4, 5, 6, 7 itd. Dany jest ciąg  $X$  zawierający  $m$  liczb naturalnych ze zbioru  $(1, \dots, n)$ . Należy założyć, że  $m$  jest istotnie mniejsze niż  $n$ . Proszę zaimplementować funkcję:

**def maxim( T, X )**

która zwraca maksymalny klucz spośród węzłów drzewa  $T$  o numerach wymienionych w  $X$ .

Funkcja powinna być możliwie jak najszybsza - wychodząc z założenia, że  $m \ll n$ , powinna działać na stałej pamięci (poza pamięcią potrzebną na przechowywanie danych wejściowych). Oszacuj złożoność czasową algorytmu.

**Reprezentacja drzewa.** Drzewo jest reprezentowane przy pomocy węzłów typu *Node*.

*class Node:*

```
def __init__(self):
    self.left = None    # lewe poddrzewo
    self.right = None   # prawe poddrzewo
    self.parent = None  # rodzic wezla, jesli istnieje
    self.key = None     # lewe poddrzewo
```

**Przykład.** Rozważmy drzewo, w którym klucze warstwami drzewa są umieszczone tak:

```
    5
   2 3
  1 0 8 15
```

Niech  $X = [3, 6, 4]$ . W takim razie funkcja **maxim** powinna zwrócić wartość 8.