

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

Параллельные вычисления

Лабораторная работа №2

«Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона»

Работу выполнила:
студентка II курса
магистратуры
Добрецова Е.В.
Группа:
5040102/40101
Преподаватель:
Козлов К.Н.

Санкт-Петербург
2026

Содержание

1. Постановка задачи	3
2. Алгоритм метода и условия его применимости	3
2.1. Метод Зейделя для задачи Дирихле для уравнения Пуассона	3
2.2. Одномерная строковая декомпозиция	3
2.3. Условия применимости метода	3
2.4. Технология MPI	3
3. Предварительный анализ задачи	3
4. Проверка условий применимости метода	3
5. Тестовый пример с детальными расчётами	4
6. Подготовка контрольных тестов для иллюстрации метода	4
7. Модульная структура программы	4
8. Численный анализ решения задачи	4
9. Выводы	4
10. Примечания	4

1. Постановка задачи

Требуется решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2e^{x+y}$$

в области G с границей Γ , заданной следующим образом:

$$\overline{G} = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 0.5, 0 \leq y \leq 1\};$$

$$\Gamma = \begin{cases} u(0, y) = y^3, 0 \leq y \leq 1; u(x, 0) = e^x, 0 \leq x \leq 0.5 \\ u(0.5, y) = \sqrt{e}e^y, 0 \leq y \leq 1; u(x, 1) = e^{1+x}, 0 \leq x \leq 0.5 \end{cases}$$

При решении задачи требуется использовать метод Зейделя с одномерной столбцовой декомпозицией для параллелизации вычислений.

Также необходимо провести анализ данной параллельной реализации, выполнив исследования следующих зависимостей:

1. зависимость времени выполнения от размера изображения;
2. зависимость времени выполнения от числа параллельных процессов/потоков;
3. зависимость ускорения от числа параллельных процессов/потоков;
4. зависимость эффективности параллелизации от числа параллельных процессов/потоков.

2. Алгоритм метода и условия его применимости

2.1. Метод Зейделя для задачи Дирихле для уравнения Пуассона

2.2. Одномерная столбцовая декомпозиция

2.3. Условия применимости метода

2.4. Технология MPI

3. Предварительный анализ задачи

ОТ РУКИ

4. Проверка условий применимости метода

ОТ РУКИ

5. Тестовый пример с детальными расчётами
от руки
6. Подготовка контрольных тестов для иллюстрации метода
7. Модульная структура программы
8. Численный анализ решения задачи
9. Выводы
10. Примечания