

تمرینهای سری سوم درس مبانی کامپیوتر و برنامه‌نویسی (جاوا)

با توجه به اینکه در سری‌های بعدی تمرینات نیازمند استفاده از برنامه‌های نوشته شده در تمرین‌های قبلی هستید، اکیدا توصیه می‌شود همه تمرین‌ها را حل کرده و برنامه‌های خود را مطابق با ورودی و خروجی‌هایی که در سایت درس اعلام می‌شود و بصورت خوانا بنویسید.

تمرین اول: یک برنامه بنویسید که طول یک بردار را در نرم ۲ محاسبه کند. طول بردار $v = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ که با $\|v\|$ نشان داده می‌شود برابر با $\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$ است.

ورودی‌ها: خط اول ورودی یک عدد صحیح بزرگ‌تر از صفر است که تعداد مولفه‌های بردار را نشان می‌دهد و در خط دوم مقدار تمام مولفه‌ها که با فاصله از هم جدا شده‌اند قرار دارد.

خروجی‌ها: طول بردار در نرم دو با ۵ رقم اعشار.

Example

Input:

```
4
2 1.5 3 0
```

Output:

```
3.90512
```

تمرین دوم: یک برنامه بنویسید که یک عدد را در یک بردار ضرب کند. حاصل ضرب عدد α در بردار $v = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ که با αv نشان داده می‌شود برابر با $(\alpha x_1, \alpha x_2, \dots, \alpha x_n)$ است.

ورودی‌ها: خط اول ورودی یک عدد صحیح بزرگ‌تر از صفر است که تعداد مولفه‌های بردار را نشان می‌دهد. در خط دوم مقدار تمام مولفه‌ها که با فاصله از هم جدا شده‌اند قرار دارد و در خط سوم مقدار α بصورت یک عدد قرار دارد.

خروجی‌ها: مولفه‌های بردار حاصل که با فاصله از هم جدا شده‌اند.

Example

Input:

```
4
2 1.5 3 0
-0.3
```

Output:

```
-0.6 -0.45 -0.9 0
```

تمرین سوم: یک برنامه بنویسید که یک بردار را به بردار نرمال معادل آن در نرم ۲ تبدیل کند. بردار نرمال یک بردار برابر با برداری با طول یک در همان راستا است و از تقسیم یک بردار بر طول آن بدست می‌آید.

ورودی‌ها: خط اول ورودی یک عدد صحیح بزرگ‌تر از صفر است که تعداد مولفه‌های بردار را نشان می‌دهد و در خط دوم مقدار تمام مولفه‌ها که با فاصله از هم جدا شده‌اند قرار دارد.

خروجی‌ها: مولفه‌های بردار حاصل که با فاصله از هم جدا شده‌اند با ۵ رقم اعشار.

Example

Input:

4
2 1.5 3 0

Output:

0.51215 0.38411 0.76822 0

تمرین چهارم: یک برنامه بنویسید که یک عدد را در یک ماتریس ضرب کند. حاصل ضرب عدد α در ماتریس $A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$ که

با αA نشان داده می‌شود برابر با $\begin{bmatrix} \alpha a_{11} & \cdots & \alpha a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha a_{m1} & \cdots & \alpha a_{mn} \end{bmatrix}$ است.

ورودی‌ها: خط اول ورودی دو عدد صحیح بزرگ‌تر از صفر است که تعداد سطرها و ستونهای ماتریس را نشان می‌دهد. در ادامه به تعداد سطرها و در هر سطر به تعداد ستونها مقدار وجود دارد که با فاصله از هم جدا شده‌اند و در خط آخر مقدار α بصورت یک عدد قرار دارد.

خروجی‌ها: مولفه‌های ماتریس حاصل که هر سطر در یک خط و ستونهای هر سطر با فاصله از هم جدا شده‌اند.

Example

Input:

3 2
2 1.5
0 1
1 1
-0.3

Output:

-0.6 -0.45
0 -0.3
-0.3 -0.3

تمرین پنجم: یک برنامه بنویسید که یک ماتریس را در یک بردار ضرب کند. حاصل ضرب عدد ماتریس $A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$ در بردار

$$v = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ که با } Av \text{ نشان داده می شود برابر با بردار } \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \text{ است که } y_j = \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i.$$

ورودی‌ها: خط اول ورودی دو عدد صحیح بزرگ‌تر از صفر است که تعداد سطرها و ستونهای ماتریس را نشان می‌دهد. در ادامه به تعداد سطرها و در هر سطر به تعداد ستونها مقدار وجود دارد که با فاصله از هم جدا شده‌اند و در خط آخر به تعداد ستونها مقدار به عنوان مولفه‌های بردار عدد قرار دارد.

خروجی‌ها: مولفه‌های بردار حاصل که مولفه‌های آن در یک سطر و با فاصله از هم جدا شده‌اند.

Example

Input:

```
3 2
2 1.5
0 1
1 1
-0.3 1
```

Output:

```
1.1 1 0.7
```

تمرین ششم: یک برنامه بنویسید که ترانهاد یک ماتریس را محاسبه کند. ترانهاد ماتریس $A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$ که با A^T نشان داده

$$\text{می شود برابر با ماتریس } \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix} \text{ است که } b_{ij} = a_{ji}.$$

ورودی‌ها: خط اول ورودی دو عدد صحیح بزرگ‌تر از صفر است که تعداد سطرها و ستونهای ماتریس را نشان می‌دهد. در ادامه به تعداد سطرها و در هر سطر به تعداد ستونها مقدار وجود دارد که با فاصله از هم جدا شده‌اند.

خروجی‌ها: مولفه‌های ماتریس حاصل که هر سطر آن در یک خط و ستونهای هر سطر با فاصله از هم جدا شده‌اند.

Example

Input:

```
3 2
2 1.5
0 1
1 1
```

Output:

```
2 0 1
1.5 1 1
```

تمرین هفتم: یک برنامه بنویسید که حاصل ضرب دو ماتریس را محاسبه کند. حاصل ضرب ماتریس $A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$ در ماتریس

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nq} \end{bmatrix}$$

که با AB نشان داده می‌شود برابر با ماتریس $\begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mq} \end{bmatrix}$ است که $c_{ij} = \sum_{l=1}^n a_{il} b_{lj}$.

ورودی‌ها: خط اول ورودی سه عدد صحیح بزرگ‌تر از صفر است که دو عدد اول تعداد سطرها و ستونهای ماتریس اول و دو عدد آخر تعداد سطرها و ستونهای ماتریس دوم را نشان می‌دهد. در ادامه به تعداد سطرهای ماتریس اول و در هر سطر به تعداد ستونهای آن مقدار وجود دارد که با فاصله از هم جدا شده‌اند و پس از آن به تعداد سطرهای ماتریس دوم و در هر سطر به تعداد ستونهای آن مقدار وجود دارد که با فاصله از هم جدا شده‌اند.

خروجی‌ها: مولفه‌های ماتریس حاصل که هر سطر آن در یک خط و ستونهای هر سطر با فاصله از هم جدا شده‌اند.

Example

Input:

3 2 1
2 1.5
0 1
1 1
3
2

Output:

9
2
5

تمرین هشتم: یک برنامه بنویسید که بردار ویژه اصلی یک ماتریس مربعی را حساب کند. بردار v برای ماتریس A بردار ویژه است هرگاه عدد λ وجود داشته باشد بطوری که $Av = \lambda v$. تعداد بردارهای ویژه یک ماتریس لزوماً یکتا نیست و دارای کاربردهای بسیار مهمی است. یک روش برای محاسبه بردار ویژه‌ای که قدر مطلق مقدار λ آن بیشینه است الگوریتم تکرار توانی است. در این الگوریتم از یک بردار اولیه مناسب v_0 شروع می‌کنیم و هر بار بردار جدیدی را از رابطه $v_{i+1} = Av_i$ محاسبه می‌کنیم تا زمانی که این بردار به سمت یک بردار مشخص هم‌گرا شود. البته موفقیت این روش به انتخاب بردار اولیه و نیز بزرگترین مقدار λ ماتریس مربوط است. به عنوان مثال بکارگیری این روش روی ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -4 & 7 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ با بردار اولیه $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ در دو مرحله به جواب می‌رسد در حالیکه برای ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & -5 \end{bmatrix}$ با بردار اولیه $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ هرگز به جواب نمی‌رسد. برنامه شما باید به ازای بردارهای اولیه تصادفی مختلف سعی کند بردار ویژه مربوطه را پیدا کند. بدیهی است استفاده از الگوریتم‌های دیگر مشروط به اینکه خودتان پیاده‌سازی کنید مجاز است.

ورودی‌ها: خط اول ورودی یک عدد صحیح بزرگ‌تر از صفر است که تعداد سطرها و ستونهای ماتریس را نشان می‌دهد. در ادامه به تعداد سطرها و در هر سطر به تعداد ستونها مقدار وجود دارد که با فاصله از هم جدا شده‌اند.

خروجی‌ها: مولفه‌های بردار حاصل که مولفه‌های آن در یک سطر و با فاصله از هم جدا شده‌اند.

Example
Input:

```
3
1 2 1
-4 7 1
-1 -2 -1
```

Output:
1 1 -1