# Exploration de la Recherche avec Tabous

## Métaheuristiques

Pierre BOURGEY, Paul BOUTET, Florian GIURGIU

7 mai 2025

Télécom Saint-Etienne

# Plan

# Introduction

# Contexte Historique

- Développement des métaheuristiques dans les années 1980
- Introduction de la recherche tabou par Fred Glover en 1986
- Applications dans divers domaines : optimisation, planification, etc.

# Analogie Biologique

**Inspiration**

Inspirée du comportement de recherche humain.

**Mécanisme**

Un "tabou" similaire aux processus cognitifs.

**Stratégie**

Évitement des mouvements déjà explorées.

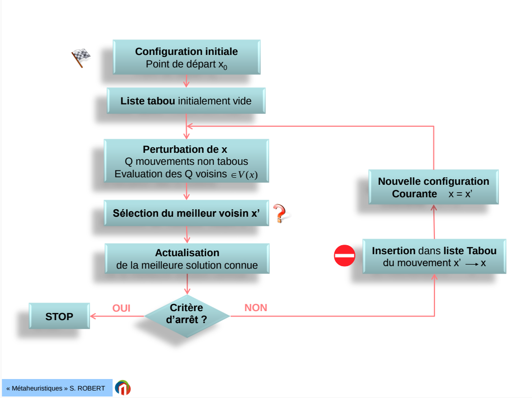
Cette approche s'inspire de la manière dont les humains explorent et évitent les erreurs.

# Principe Fondamental

# Définitions

- **Voisinage** : Ensemble de solutions accessibles par un mouvement.
- **Mouvement** : Opération qui modifie une solution pour en obtenir une nouvelle. On peut utiliser un vecteur de déplacement, une permutation etc...
- **Tabou** : Mouvements interdits pour éviter les cycles locaux.
- **Temps en mémoire courte / taille mémoire** : Durée pendant laquelle un mouvement est considéré tabou (souvent fixé proche de 10 itérations).

# Principe Fondamental




## Exploration

Exploration systématique de l'espace de recherche.

## Mémoire

Mécanisme de "mémoire courte" pour éviter les répétitions.

## Évasion

Capacité de sortir des minima locaux.

# Extensions

# Critère d'aspiration

**Définition :** Le critère d'aspiration permet de contourner les mouvements tabous si une solution est suffisamment prometteuse. Cela évite de rester bloqué dans des minima locaux.

**Exemple :**

- Considérons des permutations où les mouvements sont des inversions de deux éléments.
- Départ : **[1,2,3,4,5]** (coût : 3).
- Permutation : **[2,1,3,4,5]** (coût : 3), interdit $\mathbf{1} \leftrightarrow \mathbf{2}$.
- Permutation : **[2,1,4,3,5]** (coût : 3), interdit $\mathbf{3} \leftrightarrow \mathbf{4}$.
- Permutation : **[2,1,4,5,3]** (coût : 3), interdit $\mathbf{3} \leftrightarrow \mathbf{5}$.
- Une meilleure solution **[1,2,4,5,3]** (coût : 2) existe, mais le mouvement $\mathbf{1} \leftrightarrow \mathbf{2}$ est interdit.
- On effectue ce mouvement interdit car il améliore le coût global.

# Mémoire à long terme

**Definition**
La mémoire à long terme permet de garder une trace des mouvements qui ont été bénéfiques ou nuisibles dans le passé. Cela aide à éviter les mouvements qui ont conduit à mauvaises solutions.

**Exemple :**

- Considérons un problème d'ordonnancement où certaines tâches sont plus difficiles que d'autres.
- Un mouvement qui a conduit à une solution de mauvaise qualité dans le passé sera évité dans le futur.

**Avantages :**

- Amélioration de la qualité des solutions trouvées.
- Réduction du temps de calcul en évitant les mouvements nuisibles.

# Pénalisation des mouvements récurrents

**Definition**
La pénalisation des mouvements récurrents consiste à attribuer un coût plus élevé aux mouvements qui ont été effectués plusieurs fois dans le passé. Cela aide à éviter les cycles et à encourager l'exploration de nouvelles solutions.

**Exemple**

- Considérons un problème de voyageur de commerce où certaines villes sont visitées plusieurs fois.
- Un mouvement qui revient à une ville déjà visitée sera pénalisé.

**Avantages :**

- Encouragement de l'exploration de nouvelles solutions.
- Évitement des cycles et des solutions sous-optimales.

# Extension des voisinages

**Definition**
L'extension des voisinages consiste à élargir l'ensemble des solutions candidates en considérant des mouvements plus complexes. Cela permet d'explorer de nouvelles régions de l'espace de recherche.

**Exemple**

- Considérons un problème d'optimisation où les mouvements sont des permutations de plusieurs éléments.
- Un mouvement qui échange plusieurs éléments sera considéré comme un voisinage.

**Avantages :**

- Exploration de nouvelles solutions potentiellement meilleures.
- Évitement des minima locaux en diversifiant les mouvements.

# Hybridation avec d'autres méthodes

**Definition**
L'hybridation consiste à combiner la recherche tabou avec d'autres méthodes d'optimisation pour améliorer les performances. Cela permet de tirer parti des forces de chaque méthode.

Pour plus d'informations, voir la référence [1].

# Avantages - Inconvénients

# Avantages

- Rapidité d'exécution.
- Résultats de qualité acceptable.
- Paramétrage simple (peu de paramètres : taille mémoire, itérations max).

# Rapidité

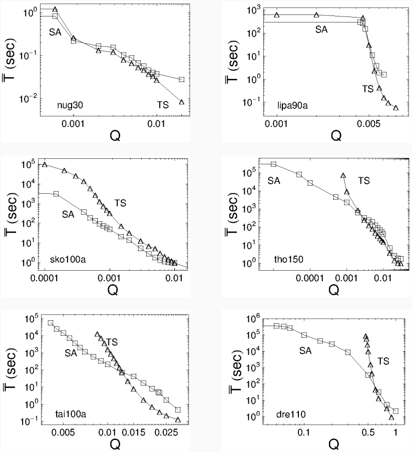



**Figure 1:** $\bar{T}$ versus $Q$ for various problem instances for SA (squares) and TS (triangles). For plots which achieve the lowest known cost for an instance ($Q = 0$),

## Mesures de performance :

$Q = \frac{C - C_{best}}{C_{best}}$

$C_{best}$ = meilleur coût connu

$C$ = coût de la solution courante

$\bar{T}$ = temps moyen pour atteindre une qualité Q.

# Inconvénients

- Complexité de définition des mouvements et voisinages.
- Sensibilité aux paramètres (ex : taille de la mémoire, durée de la recherche).

# Applications

# Problème d'Affectation Quadratique (QAP)

**Problématique centrale**
Affecter $n$ objets à $n$ emplacements en minimisant :

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} f_{ij} \cdot d_{p(i)p(j)}$$

où :

- $f_{ij}$ : Flux entre l'objet $i$ et $j$ (non symétrique)
- $d_{rs}$ : Distance entre l'emplacement $r$ et $s$ (symétrique)
- $p(i)$ : Permutation donnant l'emplacement de l'objet $i$

**Défi algorithmique**

- NP-difficile : Pas de solution exacte pour $n > 20$
- Espace de solutions : $n!$ permutations possibles
- Coût de calcul : $\mathcal{O}(n^2)$ par évaluation

# Exemple concret : Répartition de bâtiments

## Configuration du problème

- 5 bâtiments à placer sur 5 sites géographiques
- Objectif : Minimiser les déplacements entre bâtiments
- Deux matrices clés :

**Matrice des distances $D$ (symétrique)**

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Distances en kilomètres

**Matrice des flots $F$ (non symétrique)**

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 3 & 2 & 2 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

Nombre de déplacements/jour

# Itération 0 - Initialisation

**Configuration initiale**

- Permutation initiale : $P = (2, 4, 1, 5, 3)$
- Coût initial : 72
- Matrice de mémoire $T$ vide

**Matrice d'interdiction initiale $T$**

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

# Itération 1

| Mouvement | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (3,4) | (3,5) | (4,5) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta$ | 2 | **-12** | **-12** | 2 | 0 | -10 | **-12** | 4 | 8 | 6 |

- 3 mouvements optimaux : $\Delta = -12$
- Choix aléatoire : $(1, 3)$

**Mise à jour de $T$**

**Nouvelle solution**

$P = (1, 4, 2, 5, 3)$

Coût : 60

$t = 9$ tiré aléatoirement

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

# Itération 2

| Mouvement | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (3,4) | (3,5) | (4,5) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta$ | 14 | X | 10 | 0 | 10 | 8 | 12 | 12 | 6 | - |

- Mouvement $(1,3)$ interdit ($t_{13} = 10$)
- Meilleur mouvement : $(1,4)$ ($\Delta = -8$)

**Mise à jour de $T$**

**Nouvelle solution**

$P = (5,4,2,1,3)$

Coût : 52

$t = 6$ tiré aléatoirement

$$T = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

# Itération 3

| Mouvement | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (3,4) | (3,5) | (4,5) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta$ | 10 | 24 | 10 | 0 | 22 | 20 | 8 | 8 | 14 | - |

- Aucun $\Delta < 0$ (minimum local)
- Choix du moins mauvais : $(2,3)$ ($\Delta = +8$)

**Mise à jour de $T$**

$$T = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

**Nouvelle solution**

$P = (5, 2, 4, 1, 3)$

Coût : 52

$t = 8$ tiré aléatoirement

# Itération 4

| Mouvement | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (3,4) | (3,5) | (4,5) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta$ | 24 | 10 | 10 | 8 | 8 | 22 | 20 | 14 | - | - |

- Mouvement $(2,4)$ choisi $(\Delta = +8)$

**Mise à jour de $T$**

$$T = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 10 & 9 & 0 \\ 10 & 9 & 11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

**Nouvelle solution**

$P = (5, 1, 4, 2, 3)$

Coût : 60

$t = 5$ tiré aléatoirement

# Itération 5

| Mouvement | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (3,4) | (3,5) | (4,5) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta$ | 12 | **-10** | X | 10 | X | X | 4 | 14 | 20 | 10 |

- 1 mouvement optimal : $(1,3)$ $(\Delta = -10)$
- Mouvements $(1,4)$, $(2,3)$, $(2,4)$ interdits

**Mise à jour de $T$**

$$T = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 10 & 9 & 0 \\ 10 & 9 & 11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & 11 & 0 & 0 \\ 11 & 0 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

**Nouvelle solution**

$P = (4, 1, 5, 2, 3)$

Coût : 50

$t = 6$ tiré aléatoirement

- Interdiction : $(4,3)$ et $(5,1)$ jusqu'à itération 11

# Références

Jebari H. - Rahali El Azzouzi S. - Samadi H. (2016). *Hybridation des métaheuristiques pour la résolution de problème d'ordonnancement multi-objectif dans un atelier flow-shop.*

Gerald Paul, (2010). *Comparative Performance of Tabu Search and Simulated Annealing Heuristics for the Quadratic Assignment Problem.*