

Содержание

1	Цель работы	3
2	Требуемое оборудование	3
3	Краткое теоретическое введение	3
4	Данные об установке	4
5	Прямые измерения	5
6	Задание 1	5
7	Задание 2	7
8	Задание 3	7
9	Вывод	8

1 Цель работы

1. Проверка основного закона динамики вращения.
2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

2 Требуемое оборудование

1. Лабораторный стенд для исследования вращательного движения.
2. Цифровой секундомер.

3 Краткое теоретическое введение

Груз m (см. рис. 1.) подвешен на нити, которая перекинута через неподвижный блок Бл и намотана на ступицу Ст крестовины Кр. В ступице закреплены четыре спицы Сп, на каждой из которых размещен груз– утяжелитель $m_{\text{ут}}$. Расстояние R утяжелителей от оси вращения крестовины одинаково для всех утяжелителей. Это расстояние, можно изменять, изменяя тем самым момент инерции крестовины с утяжелителями.

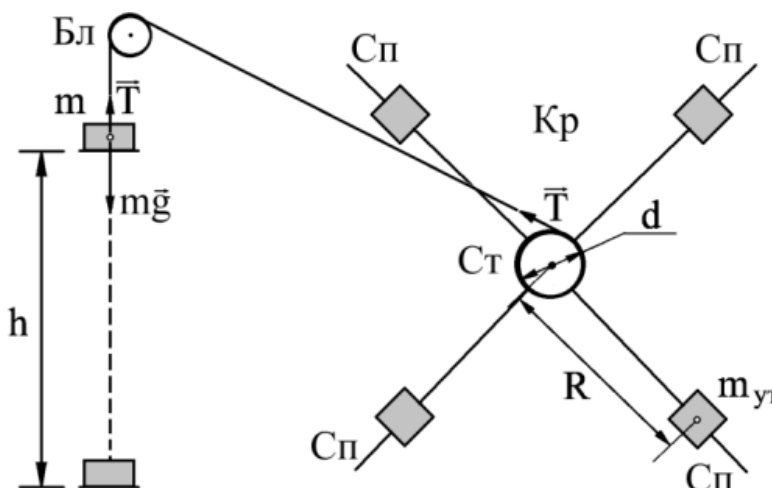


Рис. 1: Схема измерительного стенда

Груз m , опускаясь, раскручивает крестовину. Если пренебречь силой сопротивления воздуха, то груз движется равноускоренно под действием векторной суммы силы тяжести mg и силы T натяжения нити. Его ускорение a определяется вторым законом Ньютона:

$$ma = mg - T \quad (1)$$

Это ускорение можно вычислить по формуле

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (2)$$

где h расстояние, пройденное грузом за время t от начала движения.

Нить не проскальзывает по ступице, поэтому угловое ускорение ε крестовины согласовано с линейным ускорением груза. Это угловое ускорение вычисляется по формуле

$$\varepsilon = \frac{2a}{d} \quad (3)$$

где d диаметр ступицы. Используя уравнение (1) выразим силу натяжения нити:

$$T = m(g - a) \quad (4)$$

и найдем момент этой силы:

$$M = \frac{md}{2}(g - a) \quad (5)$$

Предполагая, что кроме момента силы натяжения на раскручивание крестовины влияет тормозящий момент силы трения, запишем основной закон динамики вращения для крестовины в виде

$$I_\varepsilon = M - M_{\text{тр}} \quad (6)$$

Здесь I момент инерции крестовины с утяжелителями.

В соответствии с теоремой Штейнера момент инерции крестовины зависит от расстояния между центрами грузов и осью вращения по формуле

$$I = I_0 + 4m_{\text{уг}}R^2 \quad (7)$$

где I_0 сумма моментов инерции стержней крестовины, момента инерции ступицы и собственных центральных моментов утяжелителей.

4 Данные об установке

Таблица 1: Данные об установке

Масса каретки	$(47,0 \pm 0,5) \text{ г}$
Масса шайбы	$(220,0 \pm 0,5) \text{ г}$
Масса грузов на крестовине	$(408,0 \pm 0,5) \text{ г}$
Расстояние первой риски от оси	$(57,0 \pm 0,5) \text{ мм}$
Расстояние между рисками	$(25,0 \pm 0,2) \text{ мм}$
Диаметр ступицы	$(46,0 \pm 0,5) \text{ мм}$
Диаметр груза на крестовине	$(40,0 \pm 0,5) \text{ мм}$
Высота груза	$(40,0 \pm 0,5) \text{ мм}$

5 Прямые измерения

Таблица 2: Протокол измерений времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине

Масса груза, г	Положение утяжелителей					
	1. риска	2. риска	3. риска	4. риска	5. риска	6. риска
m_1	$t_1 = 4,56$	4,99	6,08	7,18	7,75	8,60
	$t_2 = 4,65$	5,08	5,92	7,05	7,94	8,70
	$t_3 = 4,54$	5,16	5,90	7,22	7,78	8,72
	$t_{cp} = 4,58; \Delta t = 0,15$	5,08	5,97	7,15	7,82	8,67
m_2	$t_1 = 3,34$	3,93	4,55	5,30	5,98	6,48
	$t_2 = 3,42$	3,86	4,42	5,29	5,98	6,58
	$t_3 = 3,37$	3,83	4,38	5,28	5,96	6,31
	$t_{cp} = 3,37$	3,87	4,55	5,29	5,97	6,46
m_3	$t_1 = 2,76$	3,27	3,62	4,21	4,90	5,53
	$t_2 = 2,68$	3,17	3,64	4,36	4,94	5,47
	$t_3 = 2,73$	3,32	3,69	4,34	4,97	5,30
	$t_{cp} = 2,73$	3,25	3,65	4,30	4,94	5,43
m_2	$t_1 = 2,49$	2,83	3,19	3,85	4,28	4,85
	$t_2 = 2,35$	2,82	3,23	3,89	4,32	4,87
	$t_3 = 2,49$	2,88	3,21	3,80	4,29	4,61
	$t_{cp} = 2,44$	2,84	3,21	3,85	4,30	4,78

Настоящий протокол приведен в Приложении 3.

Посчитана абсолютная погрешность первого t_{cp} по формуле:

$$\Delta t = \sqrt{\Delta_x^2 + \left(\frac{2}{3}\Delta_{nt}\right)^2} \quad (8)$$

где Δ_x^2 - случайная погрешность, а Δ_{nt} - инструментальная (принята за 0,005, т.к. измерения проводились с цифрового секундомера с ценой деления 0,01 с)

6 Задание 1

Используя найденные значения t_{cp} рассчитать ускорение a груза, угловое ускорение крестовины и момент M силы натяжения нити. Результаты оформить в виде таблицы. Для первых значений a , ε и M вычислить их погрешности и записать соответствующие доверительные интервалы.

Таблица 3: Рассчитанные значения ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити

Масса груза, г	Положение утяжелителей					
	1.риска	2.риска	3.риска	4.риска	5.риска	6.риска
m_1	$a = (0,067 \pm 4 \cdot 10^{-3})$	0,054	0,039	0,027	0,023	0,019
	$\varepsilon = (2,91 \pm 1,8 \cdot 10^{-1})$	2,35	1,70	1,18	1,00	0,83
	$M = (0,0493 \pm 5 \cdot 10^{-4})$	0,0494	0,0494	0,0405	0,0495	0,0495
m_2	$a = 0,123$	0,093	0,068	0,050	0,039	0,034
	$\varepsilon = 5,35$	4,04	2,96	2,17	1,70	1,48
	$M = 0,0980$	0,0983	0,0986	0,0987	0,0989	0,0989
m_3	$a = 0,188$	0,133	0,105	0,076	0,057	0,047
	$\varepsilon = 8,17$	5,78	4,57	3,30	2,48	2,04
	$M = 0,1460$	0,1469	0,1473	0,1477	0,1480	0,1482
m_4	$a = 0,235$	0,174	0,136	0,094	0,076	0,061
	$\varepsilon = 10,22$	7,57	5,91	4,09	3,30	2,65
	$M = 0,1937$	0,1950	0,1957	0,1966	0,1970	0,1973

Считаем абсолютную погрешность ускорения груза по формуле:

$$\Delta a = a \cdot \sqrt{\left(1 \cdot \frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(-2 \cdot \frac{\Delta t}{t}\right)^2} \quad (9)$$

Углового ускорения ступицы:

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon \cdot \sqrt{\left(1 \cdot \frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(-1 \cdot \frac{\Delta d}{d}\right)^2} \quad (10)$$

Моменты силы натяжения нити:

$$\Delta M = M \cdot \sqrt{\left(1 \cdot \frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(1 \cdot \frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(1 \cdot \frac{\Delta(g-a)}{(g-a)}\right)^2} \quad (11)$$

Абсолютные погрешности считаются как погрешности косвенных измерений Способом 2 из учебно-методического пособия "Физика Обработка экспериментальных данных". Для нахождения ΔM $\Delta(g-a)$ принято за Δa , т.к. погрешность табличной константы g не учитывается. g взята точно a .

7 Задание 2

Для каждого положения утяжелителей на основе Таблицы 3 отметить точки на графиках и построить теоритические зависимости $M(\varepsilon)$ методом наименьших квадратов (МНК). Для первого графика отметить погрешности.

Теоритическая зависимость описывается уравнением:

$$M = M_{\text{тр}} + I\varepsilon \quad (12)$$

Формулы расчёта коэффициентов по МНК:

$$I = \frac{\sum(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})(M_i - \bar{M})}{\sum(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2} \quad (13)$$

$$M_{\text{тр}} = \bar{M} - I\bar{\varepsilon} \quad (14)$$

где $\bar{\varepsilon}$ и \bar{M} соответственно средние ε и M .

Таблица 4: Коэффициенты для Графиков 1-6

	I , кг · м ²	$M_{\text{тр}}$, Н · м
График 1	0,019	$-4,74 \cdot 10^{-3}$
График 2	0,028	$-1,50 \cdot 10^{-2}$
График 3	0,034	$-7,0 \cdot 10^{-2}$
График 4	0,052	$-2,0 \cdot 10^{-2}$
График 5	0,065	$-1,7 \cdot 10^{-2}$
График 6	0,082	$-2,0 \cdot 10^{-2}$

График 1 соответствует положению утяжелителей на 1 риске, График 6 - на 6 риске. Графики представлены в Приложении 1.

8 Задание 3

Для каждого положения утяжелителей найти расстояние R (см Рис.1) между осью O и центром вращения C по формуле (15). Вычислить R^2 .

Объединить значения R , R^2 , I в таблицу и на основе этой таблицы построить график $I(R^2)$.

На основе экспериментальных значений I и R^2 с помощью МНК определить значения I_0 и $m_{\text{ут}}$ из теоретической зависимости (формула (7)), а так же их погрешности ΔI_0 и $\Delta m_{\text{ут}}$.

Построить график теоретической зависимости.

$$R = l_1 + (n - 1)l_0 + \frac{1}{2}b \quad (15)$$

В формуле (15) l_1 - расстояние от оси вращения до первой риски; n - номер риски, на которой установлены утяжелители; l_0 - расстояние между соседним рисками; b - размер утяжелителя вдоль спицы.

Таблица 5: Рассчитанные значения R , R^2 и I

Положение утяжелителя	R , м	R^2 , м ²	I , кг · м ²
1.риска	0,077	0,006	0,019
2.риска	0,102	0,010	0,028
3.риска	0,127	0,016	0,034
4.риска	0,152	0,023	0,052
5.риска	0,177	0,031	0,065
6.риска	0,202	0,041	0,082

Для расчета коэффициентов теоретической зависимости $I(R^2)$ использовались формулы, аналогичные формулам (12) и (13).

$$I_0 = 0,008 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$4m_{\text{ут}} = 1,811 \text{ кг} \Rightarrow m_{\text{ут}} = 0,453 \text{ кг}$$

Рассчитаем среднеквадратичное отклонение (СКО) для найденных значений:

$$d_i = I_i - (I_0 + 4m_{\text{ут}}R_i^2); \quad D = \sum (R_i^2 - \overline{R^2}) \quad (16)$$

$$S_{m_{\text{ут}}} = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{D \cdot 4}}; \quad S_{I_0} = \sqrt{\left(\frac{1}{6} + \frac{\overline{R^2}}{D}\right) \frac{\sum d_i^2}{4}} \quad (17)$$

$$S_{m_{\text{ут}}} = 7 \cdot 10^{-2}; \quad S_{I_0} = 1,7 \cdot 10^{-3}$$

Рассчитаем случайную погрешность для доверительной вероятности 0,95:

$$\Delta m_{\text{ут}} = 1,8 \cdot 10^{-1}; \quad \Delta I_0 = 4,4 \cdot 10^{-3}$$

График 7 зависимости $I(R^2)$ представлен в Приложении 2.

9 Вывод

По результатам измерений построены графики зависимости момента силы от углового ускорения, по которому найден момент инерции крестовины. Построен график зависимости момента инерции крестовины от квадрата расстояний грузов от центра крестовины. Найдена масса грузов на крестовине $(0,453 \pm 1,8 \cdot 10^{-1})$, которая совпадает с данной в Таблице 1 с учетом погрешности.