

## Изучение свойств идеального газа на примере воздуха.

### Цель работы

1. Экспериментальная проверка уравнения состояния идеального газа.
2. Определение температуры абсолютного нуля по шкале Цельсия.

### Теоретические основы лабораторной работы

#### Часть 1

В том случае, когда состояние газа далеко от области фазовых превращений, его с достаточной степенью точности можно считать идеальным. В качестве идеального газа в работе используется обычный атмосферный воздух.

Для произвольной массы  $m$  идеального газа справедливо следующее уравнение состояния

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (1)$$

где  $p$  – давление,  $V$  – объем,  $\mu$  – молярная масса,  $T$  – абсолютная температура газа,  $R$  – универсальная газовая постоянная. Это уравнение называется уравнением Менделеева-Клапейрона.

Нулю абсолютной температуры по шкале Цельсия соответствует значение  $t_* = -273,15^\circ\text{C}$ . Градусы шкалы абсолютной температуры (шкалы Кельвина) и шкалы Цельсия выбраны одинаковыми. Поэтому значение абсолютной температуры связано со значением температуры по шкале Цельсия формулой

$$T(\text{K}) = t(^{\circ}\text{C}) - t_* = t(^{\circ}\text{C}) + 273,15^\circ\text{C}. \quad (2)$$

Пусть исследуемый газ находится в цилиндре с контролируемым рабочим объемом  $V_{\text{ц}}$  (см. рис. 1), масса газа в цилиндре  $m_{\text{ц}}$ . Температура  $t$  цилиндра с газом поддерживается постоянной.

Датчик давления, работающий при комнатной температуре, вынесен за пределы рабочего объема и соединен с последним трубкой. Объем газа  $V_{\text{x}}$  в этой трубке мал по сравнению с рабочим объемом  $V_{\text{ц}}$ . В соединительной трубке также находится газ массой  $m_{\text{x}}$  при некоторой неизвестной средней температуре  $t_{\text{x}}$ , лежащей в интервале от комнатной температуры до температуры  $t$  рабочего объема.

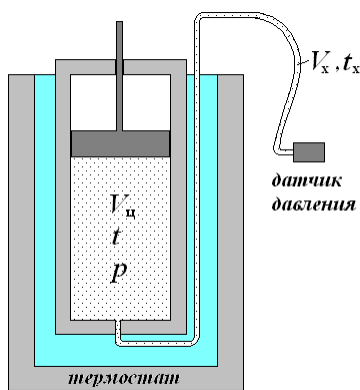


Рис.1.

В работе измеряется зависимость давления  $p$  газа от величины рабочего объема  $V_{\text{ц}}$  при разных значениях температуры  $t$  (от  $20^\circ\text{C}$  до  $60^\circ\text{C}$ ). Выведем соотношение, связывающее рабочий объем и давление газа при постоянной температуре. Общее количество вещества в рабочем объеме и соединительной трубке

$$\nu = (m_{\text{ц}} + m_{\text{x}}) / \mu \quad (3)$$

в течение всей работы остается постоянным. Выразая массы газа  $m_{\text{ц}}$  и  $m_{\text{x}}$  из уравнения состояния (1), абсолютную температуру из соотношения (2), и подставляя найденные выражения в формулу (3), получим

$$\nu = \frac{pV_{\text{ц}}}{R(t - t_*)} + \frac{pV_{\text{x}}}{R(t_{\text{x}} - t_*)}. \quad (4)$$

Из этого уравнения найдем искомое соотношение:

$$V_{\text{ц}} = \frac{\nu R(t - t_*)}{p} - \frac{V_{\text{x}}(t - t_*)}{(t_{\text{x}} - t_*)}. \quad (5)$$

Из-за перераспределения газа между объемами  $V_{\text{ц}}$  и  $V_{\text{х}}$  в процессе измерения температура  $t_{\text{х}}$  может изменяться. Однако, при относительно малой величине  $V_{\text{х}}$  изменением второго слагаемого в формуле (5) можно пренебречь. Поэтому при неизменной температуре  $t$  зависимость рабочего объема  $V_{\text{ц}}$  от обратного давления  $1/p$  является линейной. Угловым коэффициентом этой зависимости

$$K = \nu R(t - t_*), \quad (6)$$

в свою очередь, линейно меняется с температурой и обращается в нуль при абсолютном нуле температур. Таким образом, изучение зависимости  $K(t)$  позволяет найти значение  $t_*$ .

Рассмотрим другой, более точный, способ определения величины  $t_*$ . Если для разных температур измерение давления проводить при одних и тех же значениях объема, то полученные данные легко преобразуются в зависимость давления от температуры при разных значениях рабочего объема газа. Теоретический вид этой зависимости получается из уравнения (5):

$$p = \frac{\nu R(t - t_*)}{V_{\text{ц}}(1 + x(t))} \approx \frac{\nu R(t - t_*)}{V_{\text{ц}}}(1 - x(t)), \quad (7)$$

где  $x(t) = \frac{V_{\text{х}}(t - t_*)}{V_{\text{ц}}(t_{\text{х}} - t_*)}$ . Справедливость приближенного равенства в формуле (7) обусловлена тем, что значения функции  $x(t)$  малы, и для малых  $x$  можно воспользоваться формулой приближенных вычислений:

$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x. \quad (8)$$

В данном случае  $\alpha = -1$ .

При неизменном рабочем объеме  $V_{\text{ц}}$  график зависимости давления от температуры в соответствии с формулой (7) должен быть почти линейным. Причем давление должно обращаться в нуль как раз при  $t = t_*$ . Из-за малости функции  $x(t)$  отклонение от линейности невелико, и при измерении в ограниченном диапазоне температур практически незаметно. Но, если искать значение  $t_*$  с помощью линейной аппроксимации экспериментальной зависимости  $p(t)$ , продолжая (экстраполируя) аппроксимирующую прямую до пересечения с осью  $t$ , то найденное приближенное значение  $\tilde{t}_*$  окажется систематически смещенным влево относительно истинного значения  $t_*$  (см. рис. 2). Причина этого в следующем. Величина  $x(t)$  в первом приближении линейно растущая функция температуры, с учетом этого график функции  $p(t)$  из

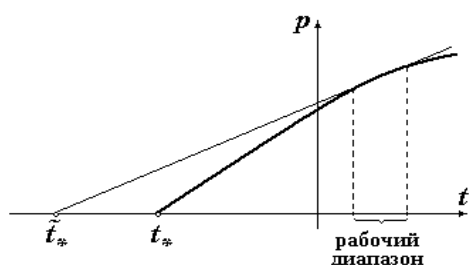


Рис.2. Жирная линия – экстраполяция реальной параболической зависимости, обычная линия – экстраполяция с помощью аппроксимирующей прямой, проведенной по точкам в рабочем диапазоне температур.

уравнения (7) оказывается параболой выпуклой вверх. Аппроксимирующая прямая, параметры которой найдены по точкам в рабочем диапазоне температур, идет практически по касательной к этому графику, «промахиваясь» мимо истинного значения  $t_*$ , как изображено на рис. 1. Однако, можно показать, что разность  $\tilde{t}_* - t_*$  при малом отношении  $V_{\text{х}}/V_{\text{ц}}$  должна убывать обратно пропорционально объему  $V_{\text{ц}}$ . Поэтому, правильное значение температуры абсолютного нуля может быть найдено как предел:

$$t_* = \lim_{1/V_{\text{ц}} \rightarrow 0} \tilde{t}_*, \quad (9)$$

линейным продолжением графика зависимости  $\tilde{t}_*$  от  $1/V_{\text{ц}}$  к значению  $1/V_{\text{ц}} = 0$ .

## Описание установки

Общий вид лабораторной установки показан на рисунке 3. Исследуемый газ находится под поршнем в цилиндре 1, закрепленном на опорной площадке 2. Шток поршня имеет винтовую нарезку и вставлен в гайку, также закрепленную на опорной площадке. Гайка удерживает шток в заданном положении и с ее помощью осуществляется преобразование вращения штока в поступательное перемещение поршня (один оборот маховика штока соответствует изменению объема на 5 мл). Рабочий объем цилиндра определяется по шкале на цилиндре. Если шкала не видна, то изменение объема от некоторого заданного значения можно определить, отсчитывая обороты маховика штока.

Роль термостата 3 выполняет металлический термос, заполняемый водой разной температуры, в которую погружается цилиндр 1. Измерение температуры производится с помощью датчика температуры закрепленного на конце щупа 4, погружаемого вместе с цилиндром в термостат. Давление измеряется манометрическим дифференциальным датчиком 5, который закреплен на стенде 6, и соединяется трубкой с рабочим объемом. С помощью преобразователя сигналов 7 датчики соединяются с цифровым измерительным прибором 8. Прибор показывает текущую температуру  $t$  (в градусах Цельсия) датчика температуры и разность  $\Delta p = p - p_0$  (в килопаскалях) между давлением  $p$  газа в рабочем объеме и давлением  $p_0$  окружающего воздуха в лаборатории.

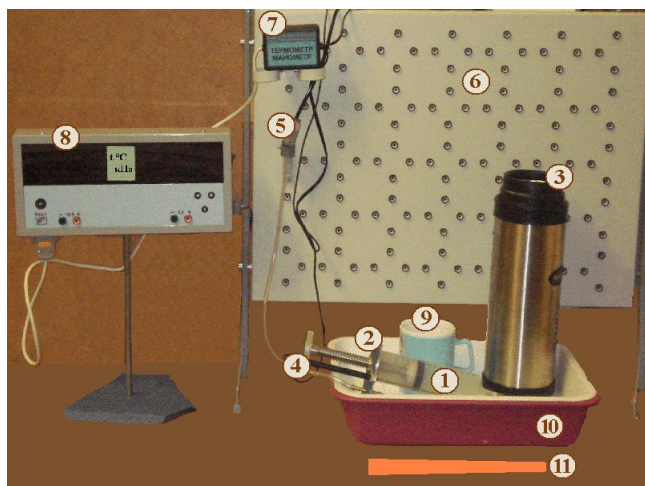


Рис.3. Состав лабораторной установки:

1. цилиндр с поршнем ;
2. опорная площадка цилиндра;
3. термостат;
4. щуп с датчиком температуры;
5. манометрический датчик;
6. стенд;
7. преобразователь сигналов;
8. цифровой измерительный прибор ПКЦ-3;
9. кружка;
10. поддон;
11. лопатка.

Исходно в термостате находится вода комнатной температуры. Отливая холодную и добавляя горячую воду, можно изменять рабочую температуру термостата. Для переливания воды используется пластиковая кружка 9. Для уменьшения вероятности попадания воды на рабочий стол воду переливают над поддоном 10, на который также ставится термостат во время проведения измерений. Для перемешивания воды в термостате используется лопатка 11. В помещении с установками имеются емкости для использованной воды и электрический калорифер с горячей водой.

## Порядок выполнения работы

1. С помощью лабораторного барометра определить текущее атмосферное давление  $p_0$  и записать его значение в протокол работы.
2. Включить цифровой измерительный прибор в режиме измерения температуры и давления (включение производит дежурный инженер). Установить рабочий объем цилиндра 100 мл (обратите внимание на положение визирной стрелки на маховике штока поршня). Залить в термостат четыре с половиной кружки воды комнатной температуры. Аккуратно поместить в термостат цилиндр 1 с датчиком температуры так, чтобы опорная площадка цилиндра легла на горлышко термостата.

3. Подождать пока показания давления перестанут изменяться (приблизительно 1–2 минуты). При этом рабочий объем газ придет в тепловое равновесие с термостатом. Записать значение  $t_1$  температуры термостата (около 20 °С) в таблицу 1.1. Последовательно изменяя рабочий объем газа с шагом 10 мл сначала в сторону уменьшения до 50 мл, затем в сторону увеличения до 120 мл и обратно до 100 мл, дважды измерить разность давлений  $\Delta p$  для каждого значения  $V_{\text{ц}}$  в таблице. 1.1. Результаты заносятся в ячейки третьего и четвертого столбцов таблицы по часовой стрелке.

Таблица 1.1. Зависимость давления от объема при температуре  $t_1 = \dots$

№ п.п.	$V_{\text{ц}}$ , мл	$\Delta p_1$ , кПа	$\Delta p_2$ , кПа	$p$ , кПа	$1/p$ , кПа <sup>-1</sup>
1	50				
2	60				
3	70				
4	80				
5	90				
6	100				
7	110				
8	120				

Приборные погрешности:  $\Delta V = 1$  мл,  $\Delta p = 0,1$  кПа.

4. Аккуратно вынуть рабочий цилиндр с датчиком температуры из термостата, положить на поддон. Отлить из термостата приблизительно три четверти кружки воды. Вылить воду из кружки в емкость для использованной воды. Налить из нагревателя три четверти кружки горячей воды в термостат. Перемешать воду в термосе. Поместить в термостат цилиндр с датчиком температуры. В термостате должна установиться новая температура  $t_2$  (около 30 °С). Повторить измерения п.3. Занести результаты в таблицу 1.2, аналогичную таблице 1.1.
5. Последовательно изменяя температуру термостата до значений  $t_3 (\approx 40^\circ\text{C})$ ,  $t_4 (\approx 50^\circ\text{C})$ ,  $t_5 (\approx 60^\circ\text{C})$ , как описано в п.4, записать получившиеся значения температур и произвести измерения п.3. Занести результаты в таблицы 1.3, 1.4, 1.5, аналогичные таблице 1.1.
6. После выполнения всех измерений выключить цифровой измерительный прибор, вынуть цилиндр с датчиком температуры и положить на поддон. Вылить воду из термостата в емкость для использованной воды.

### Обработка результатов измерений

1. Если показания лабораторного барометра были даны в миллиметрах ртутного столба, перевести их в паскали:

$$p_0 (\text{Па}) = p_0 (\text{мм. рт. ст.}) \cdot 10^{-3} \frac{\text{М}}{\text{мм}} \cdot \rho \cdot g. \quad (10)$$

Здесь  $\rho = 13,55 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  – плотность ртути,  $g = 9,819 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения на широте Санкт-Петербурга.

2. Для каждой из таблиц 1.1 – 1.5 вычислить давление газа  $p$  по формуле

$$p = p_0 + \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2}{2}, \quad (11)$$

обратное давление  $1/p$  и заполнить пятую и шестую колонки таблиц.

- По данным таблиц 1.1 – 1.5 для температур  $t_1, t_2 \dots t_5$  построить на одной координатной сетке графики зависимости рабочего объема  $V_{\text{ц}}$  от обратного давления  $1/p$ . Убедиться, что зависимость  $V_{\text{ц}}$  от  $1/p$  во всех пяти случаях является прямолинейной.
- Перенести значения рабочих температур  $t_1, t_2 \dots t_5$  во второй столбец таблицы 2.1. Для каждого из графиков  $V_{\text{ц}}$  от  $1/p$  рассчитать угловой коэффициент  $K$  по формулам, приведенным в дополнении к работе. Обратите внимание в каких единицах получается  $K$ , если расчеты проводятся для объема в миллилитрах и давления в килопаскалях. Значения  $K$  также занести в таблицу.

Таблица 2.1. Зависимость углового коэффициента графика  $V_{\text{ц}}(1/p)$  от температуры газа.

№ п.п.	$t, ^\circ\text{C}$	$K, \text{Дж}$
1		
2		
3		
4		
5		

- По таблице 2.1. построить график зависимости  $K(t)$ . Как следует из формулы (6) этот график должен «идти» прямолинейно и пересекать ось  $t$  при температуре абсолютного нуля. По найденным экспериментальным точкам найти угловой коэффициент  $A$  и свободное слагаемое  $C$  для зависимости  $K(t)$  по формулам (16), (17). Рассчитать температуру абсолютного нуля:

$$t_* = -\frac{C}{A}. \quad (12)$$

По формулам (18), (19) найти погрешности  $\Delta A$ ,  $\Delta C$  и вычислить погрешность температуры абсолютного нуля:

$$\Delta t_* = t_* \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2}. \quad (13)$$

- По данным таблиц 1.1 – 1.5 заполнить таблицу 2.2.

Таблица 2.2. Зависимость давления газа от температуры при разных значениях объема.

$V_{\text{ц}}, \text{мл}$	50	60	70	80	90	100	110	120
$t, ^\circ\text{C}$	$p, \text{кПа}$							
$1/V_{\text{ц}}, \text{мл}^{-1}$								
$\tilde{t}_*, ^\circ\text{C}$								

Пользуясь таблицей 2.2 для значений объема цилиндра 50, 90, 120 мл на одной координатной сетке построить графики  $p(t)$ , убедиться, что они «идут» прямолинейно.

- Для **каждого** из объемов в таблице 2.2 найти значение обратного объема  $1/V_{\text{ц}}$  и рассчитать величину  $\tilde{t}_*$  по формуле

$$\tilde{t}_* = -\frac{c}{a}, \quad (14)$$

где  $a$  и  $c$ , соответственно, угловой коэффициент и свободное слагаемое для зависимости  $p(t)$ , вычисляемые по формулам (16), (17). Занести значения в таблицу 2.2.

8. Пользуясь таблицей 2.2, по приведенным ниже формулам (16), (17) найти угловой коэффициент  $A'$  и свободное слагаемое  $C'$  для зависимости  $\tilde{t}_*(1/V_{II})$ . Величина  $C'$  фактически есть предел (9), т.е. совпадает со значением  $t_*$ . На координатной сетке  $\tilde{t}_*$  от  $1/V_{II}$  отметить экспериментальные точки и начертить прямую, соответствующую найденным параметрам  $A'$  и  $C'$ . Продолжить прямую до пересечения с осью ординат.
9. Рассчитать погрешность  $\Delta t_*$  как  $\Delta C'$  по формулам (18)–(19).

### Дополнение. Вычисление наиболее вероятных параметров прямой линии (по методу наименьших квадратов)

Пусть  $X_1, X_2 \dots X_N$  – абсциссы,  $Y_1, Y_2 \dots Y_N$  – ординаты графика некоторой экспериментально измеренной зависимости  $Y(X)$ . Если предполагается, что эта зависимость линейна, т.е.  $Y(X) = AX + C$ , то наиболее вероятные значения углового коэффициента  $A$  и свободного слагаемого  $C$  можно найти из требования минимальности суммы квадратов отклонений ординат экспериментальных точек от искомой прямой (см. метод наименьших квадратов в пособии «Обработка экспериментальных данных» из списка литературы):

$$\sum_{i=1}^N (Y_i - (AX_i + C))^2 = \min. \quad (15)$$

Исходя из условия (15) можно получить следующие выражения

$$A = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X}) Y_i, \quad C = \bar{Y} - A \bar{X}, \quad (16)$$

где

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i, \quad D = \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2. \quad (17)$$

Погрешности коэффициента и слагаемого вычисляются по формулам

$$\Delta A = \sqrt{E/D}, \quad \Delta C = \sqrt{\left( \frac{1}{N} + \frac{\bar{X}^2}{D} \right) \cdot E}, \quad (18)$$

где

$$E = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N (Y_i - AX_i - C)^2. \quad (19)$$

Вычисления удобно проводить с помощью какого-нибудь математического пакета или электронных таблиц, например Microsoft Excel.

### Контрольные вопросы

1. Идеальный газ. Уравнение состояния.
2. Макроскопическое состояние. Термодинамический процесс.
3. Атомная масса химического элемента, молекулярная масса вещества. Атомная единица массы. Число Авогадро. Молярная масса вещества.
4. Как определяется молярная масса смеси газов, например, воздуха?
5. Изохорный процесс. Уравнения, его описывающие, и графики процесса в различных координатах ( $p - V$ ,  $p - T$ ,  $V - T$ ).

6. Изотермический процесс. Уравнения, его описывающие, и графики процесса в различных координатах ( $p - V$ ,  $p - T$ ,  $V - T$ ).
7. Изобарный процесс. Уравнения, его описывающие, и графики процесса в различных координатах ( $p - V$ ,  $p - T$ ,  $V - T$ ).
8. Дайте определение температуры: идеальногогазовой; газокинетической; термодинамической.
9. Дайте определение температуры с точки зрения статистической физики.
10. Как ведет себя макроскопическая система при приближении к абсолютному нулю температуры?

#### Список литературы

1. Савельев И.В. Курс физики (в трех томах), т. 1,-М. Наука, 1990.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики, М. Высшая школа, 2000.
3. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. –М.: Академия, 2005. – 542 с.
4. Курепин В.В., Баранов И.В. Обработка экспериментальных данных: Метод. указания к лабораторным работам для студентов всех спец./ Под ред. В.А. Самолетова. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2003. – 57 с.