

Содержание

| | | |
|----------|---|----------|
| 1 | Цель работы | 3 |
| 2 | Теоретические основы лабораторной работы | 3 |
| 3 | Протокол измерений | 5 |
| 4 | Задание 1 | 6 |
| 5 | Задание 2 | 6 |
| 6 | Задание 3 | 6 |
| 7 | Задание 4 | 6 |
| 8 | Вывод | 7 |

1 Цель работы

1. Экспериментальная проверка уравнения состояния идеального газа.
2. Определение температуры абсолютного нуля по шкале Цельсия.

2 Теоретические основы лабораторной работы

В том случае, когда состояние газа далеко от области фазовых превращений, его с достаточной степенью точности можно считать идеальным. В качестве идеального газа в работе используется обычный атмосферный воздух.

Для произвольной массы m идеального газа справедливо следующее уравнение состояния

$$pV = \frac{m}{\mu}RT, \quad (1)$$

где p – давление, V – объём, μ – молярная масса, T – абсолютная температура газа, R – универсальная газовая постоянная. Это уравнение называется уравнением Менделеева–Клапейрона.

Нулю абсолютной температуры по шкале Цельсия соответствует значение $t_* = -273,15^\circ\text{C}$. Градусы шкалы абсолютной температуры (шкалы Кельвина) и шкалы Цельсия выбраны одинаковыми. Поэтому значение абсолютной температуры связано со значением температуры по шкале Цельсия формулой

$$T(K) = t(^{\circ}\text{C}) - t_* = t(^{\circ}) + 273,15^{\circ}\text{C}. \quad (2)$$

Пусть исследуемый газ находится в цилиндре с контролируемым рабочим объёмом $V_{\text{ц}}$ (см. Рис. 1), масса газа в цилиндре $m_{\text{ц}}$. Температура t цилиндра с газом поддерживается постоянной. Датчик давления, работающий при комнатной температуре, вынесен за пределы рабочего объёма и соединен с последней трубкой. Объём газа V_{x} в этой трубке мал по сравнению с рабочим объёмом $V_{\text{ц}}$. В соединительной трубке также находится газ массой m_{x} при некоторой неизвестной средней температуре t_{x} , лежащей в интервале от комнатной температуры до температуры t рабочего объёма.

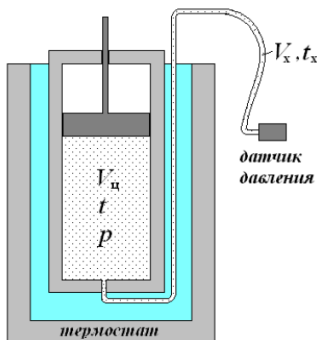


Рис. 1:

В работе измеряется зависимость давления p газа от величины рабочего объёма $V_{\text{ц}}$ при разных значениях температуры t (от 20°C до 60°C). Выведем соотношение, связывающее рабочий объём и давление газа при постоянной температуре. Общее количество вещества в рабочем объёме и соединительной трубке

$$\nu = \frac{(m_{\text{ц}} + m_{\text{x}})}{\mu} \quad (3)$$

в течение всей работы остается постоянным. Выразая массы газа $m_{\text{ц}}$ и m_{x} из уравнения состояния (1), абсолютную температуру из соотношения (2), и подставляя найденные выражения в формулу (3), получим

$$\nu = \frac{pV_{\text{ц}}}{R(t - t_*)} + \frac{pV_{\text{x}}}{R(t - t_*)}. \quad (4)$$

Из этого уравнения найдем искомое соотношение:

$$V_{\text{ц}} = \frac{\nu R(t - t_*)}{p} - \frac{V_{\text{x}}(t - t_*)}{(t_{\text{x}} - t_*)}. \quad (5)$$

Из-за перераспределения газа между объёмами $V_{\text{ц}}$ и V_{x} в процессе измерения температура t_{x} может изменяться. Однако, при относительно малой величине V_{x} изменением второго слагаемого в формуле (5) можно пренебречь. Поэтому при неизменной температуре t зависимость

рабочего объема $V_{\text{ц}}$ от обратного давления $1/p$ является линейной. Угловой коэффициент этой зависимости

$$K = \mu R(t - t_*) \quad (6)$$

в свою очередь, линейно меняется с температурой и обращается в нуль при абсолютном нуле температур. Таким образом, изучение зависимости $K(t)$ позволяет найти значение t_* .

Рассмотрим другой, более точный, способ определения величины t_* . Если для разных температур измерение давления проводить при одних и тех же значениях объема, то полученные данные легко преобразуются в зависимость давления от температуры при разных значениях рабочего объема газа. Теоретический вид этой зависимости получается из уравнения (5) :

$$p = \frac{\nu R(t - t_*)}{V_{\text{ц}}(1 + x(t))} \approx \frac{\nu R(t - t_*)}{V_{\text{ц}}} \quad (7)$$

где $x(t) = \frac{V_x(t - t_*)}{V_{\text{ц}}(t_x - t_*)}$. Справедливость приближенного равенства в формуле (7) обусловлена тем, что значения функции $x(t)$ малы, и для малых x можно воспользоваться формулой приближенных вычислений:

$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \quad (8)$$

В данном случае $\alpha = -1$. При неизменном рабочем объеме $V_{\text{ц}}$ график зависимости давления от температуры в соответствии с формулой (7) должен быть почти линейным. Причем давление должно обращаться в нуль как раз при $t = t_*$. Из-за малости функции $x(t)$ отклонение от линейности невелико, и при измерении в ограниченном диапазоне температур практически незаметно. Но, если искать значение t_* с помощью линейной аппроксимации экспериментальной зависимости $p(t)$, продолжая (экстраполируя) аппроксимирующую прямую до пересечения с осью t , то найденное приближенное значение \tilde{t}_* окажется систематически смещенным влево относительно истинного значения t_* (см. Рис. 2). Причина этого в следующем. Величина $x(t)$ в первом приближении линейно растущая функция температуры, с учетом этого график функции $p(t)$ из уравнения (7) оказывается параболой выпуклой вверх. Аппроксимирующая прямая, параметры которой найдены по точкам в рабочем диапазоне температур, идет практически по касательной к этому графику, «промахиваясь» мимо истинного значения t_* , как изображено на Рис. 1. Однако, можно показать, что разность $\tilde{t}_* - t_*$ при малом отношении $V_x/V_{\text{ц}}$ должна убывать обратно пропорционально объему $V_{\text{ц}}$. Поэтому, правильное значение температуры абсолютного нуля

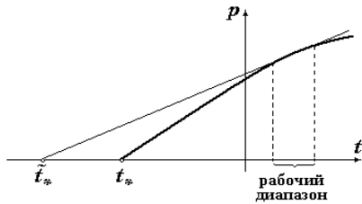


Рис. 2: Жирная линия – экстраполяция реальной параболической зависимости, обычная линия – экстраполяция с помощью аппроксимирующей прямой, проведенной по точкам в рабочем диапазоне температур.

$$t_* = \lim_{1/V_{\text{ц}} \rightarrow 0} \tilde{t}_* \quad (9)$$

линейным продолжением графика зависимости t_* от $V_{\text{ц}}$ к значению $V_{\text{ц}} = 0$.

3 Протокол измерений

4 Задание 1

Для каждой из таблиц 1.1 – 1.5 вычислить давление газа p по формуле

$$p = p_0 + \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2}{2} \quad (10)$$

обратное давление $1/p$ и заполнить пятую и шестую колонки таблиц.

5 Задание 2

По данным таблиц 1.1 – 1.5 для температур $t_1, t_2 \dots t_5$ построить на одной координатной сетке графики зависимости рабочего объема $V_{\text{ц}}$ от обратного давления $1/p$. Убедится, что зависимость $V_{\text{ц}}$ от p во всех пяти случаях является прямолинейной.

График 1 приведён в Приложении 1. Зависимости линейные.

6 Задание 3

Перенести значения рабочих температур $t_1, t_2 \dots t_5$ во второй столбец таблицы 2.1. Для каждого из графиков $V_{\text{ц}}$ от $1/p$ рассчитать угловой коэффициент K по МНК. Построить теоретическую зависимость $K(t)$. По найденным экспериментальным точкам найти угловой коэффициент A и свободное слагаемое C для зависимости $K(t)$. Рассчитать температуру абсолютного нуля:

$$t_* = -\frac{C}{A} \quad (11)$$

найти погрешности A и C и вычислить погрешность температуры абсолютного нуля:

$$\Delta t_* = t_* \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2} \quad (12)$$

Таблица 1.1: Зависимость углового коэффициента графика $V_{\text{ц}}(1/p)$ от температуры газа

| № п.п. | t, °C | K, Дж |
|--------|-------|-------|
| 1 | 16,5 | 8707 |
| 2 | 32,6 | 9035 |
| 3 | 44,1 | 9308 |
| 4 | 50,1 | 9486 |
| 5 | 59,2 | 9759 |

$$A = (24,4 \pm 1,3); \quad C = (8269 \pm 57); \quad t_* = (-339 \pm 145)^\circ\text{C} \quad (13)$$

График 2 $K(t)$ приведён в Приложении 1.

7 Задание 4

По данным таблиц 1.1 – 1.5 заполнить таблицу 2.2. Для каждого из объемов в таблице 2.2 найти значение обратного объема $1/V_{\text{ц}}$ и рассчитать величину t_* .

Пользуясь таблицей 2.2 для значений объема цилиндра 50, 90, 120 мл на одной координатной сетке построить графики $p(t)$, убедиться, что они «идут» прямолинейно. с угловым коэффициентом A' и свободным слагаемым C' . Используя таблицу 2.2 построить зависимость $\tilde{t}_*(1/V_{\text{ц}})$

| Таблица 2.2 | | | | | | | | |
|---------------------------|-----------------|-----------|------------|-----------|-----------|------------|---------------|--------------|
| $V_{ц}, \text{мл}$ | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 |
| $t, ^\circ\text{C}$ | $p, \text{кПа}$ | | | | | | | |
| 16,5 | 160,10 | 135,75 | 116,85 | 103,40 | 92,25 | 83,75 | 76,05 | 70,00 |
| 32,6 | 166,05 | 141,05 | 122,05 | 107,60 | 96,15 | 86,65 | 79,20 | 72,70 |
| 44,1 | 171,05 | 144,65 | 124,70 | 110,40 | 99,05 | 89,05 | 81,45 | 74,65 |
| 50,5 | 172,95 | 147,15 | 126,70 | 112,25 | 100,45 | 90,80 | 82,70 | 75,95 |
| 59,2 | 176,05 | 149,75 | 129,55 | 114,40 | 102,40 | 92,45 | 84,65 | 77,85 |
| $1/V_{ц}, \text{мл}^{-1}$ | 0,0200 | 0,0167 | 0,0143 | 0,0125 | 0,0111 | 0,0100 | 0,0091 | 0,0083 |
| $t^*, ^\circ\text{C}$ | -407,861 | -395,4283 | -385,53635 | -384,7579 | -369,7046 | -388,03108 | -363,90092103 | -368,0399819 |

Зависимости $p(t)$ для 50, 90 и 120 мл приведены в Графике 3 Приложении 1.

$$A' = (3310 \pm 690); \quad C' = (-340.7 \pm 9, 2) \quad (14)$$

Зависимость $\tilde{t}_*(1/V_{ц})$ приведена в Графике 4 в Приложении 1.

8 Вывод

В ходе этой лабораторной работы я рассчитал температуру абсолютного нуля двумя способами. Через график $K(t)$ $(-339 \pm 145)^\circ\text{C}$ и через $\tilde{t}_*(1/V_{ц})$ $(-340.7 \pm 9, 2)^\circ\text{C}$. Первое близко к табличному значению с учетом погрешности.