

Ejercicio 12 - Demostración

a) Queremos demostrar

$$P(e) = \text{cantLit } e = S (\text{cantOp } e)$$

Se hace inducción en **Expr**.

b)

$$b1) \forall e::\text{Expr} \text{ cantLit } (\text{Const } _) = S (\text{cantOp } \text{Const } _)$$

$$b2) \forall e::\text{Expr} \text{ cantLit } (\text{Rango } _ _) = S (\text{cantOp } \text{Rango } _ _)$$

$$b3) \forall e::\text{Expr} \text{ cantLit } (\text{Suma } a \ b) = S (\text{cantOp } \text{Suma } a \ b)$$

$$b4) \forall e::\text{Expr} \text{ cantLit } (\text{Resta } a \ b) = S (\text{cantOp } \text{Resta } a \ b)$$

$$b5) \forall e::\text{Expr} \text{ cantLit } (\text{Mult } a \ b) = S (\text{cantOp } \text{Mult } a \ b)$$

$$b6) \forall e::\text{Expr} \text{ cantLit } (\text{Div } a \ b) = S (\text{cantOp } \text{Div } a \ b)$$

Casos base:

b1) $P(\text{Const } _)$:

$\text{cantLit } (\text{Const } _) =$	Por {L1}
$S \ Z =$	Por {O1}
$S \ \text{cantOp } (\text{Const } _)$	

b2) $P(\text{Rango } _ _)$:

$\text{cantLit}(\text{Rango } _ _) =$	Por {L2}
$S \ Z =$	Por {O2}
$S \ \text{cantOp}(\text{Rango } _ _)$	

Paso inductivo:

$$\begin{aligned} &\forall e::\text{Expr} \quad \forall a,b::\text{Nat} \\ &\text{cantLit } a = S (\text{cantOp } a) \quad \{\text{HI1}\} \\ &\text{cantLit } b = S (\text{cantOp } b) \quad \{\text{HI2}\} \end{aligned}$$

=>

$\text{cantLit}(\text{Suma } a \ b) = S(\text{cantOp}(\text{Suma } a \ b))$

$\text{cantLit}(\text{Resta } a \ b) = S(\text{cantOp}(\text{Resta } a \ b))$

$\text{cantLit}(\text{Mult } a \ b) = S(\text{cantOp}(\text{Mult } a \ b))$

$\text{cantLit}(\text{Div } a \ b) = S(\text{cantOp}(\text{Div } a \ b))$

b3) $P(\text{Suma } a \ b)$

$\text{cantLit}(\text{Suma } a \ b) =$

$\text{suma}(\text{cantLit } a) (\text{cantLit } b) =$

$\text{suma}(S(\text{cantOp } a) (\text{cantLit } b)) =$

$S(\text{suma } \text{cantOp } a \ \text{cantLit } b) =$

$S(\text{suma } \text{cantOp } a \ S(\text{cantOp } b)) =$

$S(\text{suma } S(\text{cantOp } b) \ \text{cantOp } a) =$

$S(S(\text{suma}(\text{cantOp } b) (\text{cantOp } a))) =$

$S(S(\text{suma}(\text{cantOp } a) (\text{cantOp } b))) =$

$S(\text{cantOp}(\text{Suma } a \ b))$

Por $\{L3\}$

Por $\{HI1\}$

Por $\{S2\}$

Por $\{HI2\}$

Por $\{\text{CONMUT}\}$

Por $\{S2\}$

Por $\{\text{CONMUT}\}$

Por $\{O3\}$

(b4), (b5) y (b6) son análogos al caso suma (b3) y se explicita en el punto **(c)** del trabajo práctico que no sean desarrollados.