

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI,  
INFORMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ

KATEDRA AUTOMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ

### Praca dyplomowa magisterska

*Dobór algorytmów regulacji oraz samostrojenia dla sterownika PLC  
współpracującego z nieliniowym obiektem mechatronicznym*

*Synthesis of control and self tuning algorithms for a PLC controlling  
a nonlinear mechatronic ball and beam plant*

Autor: inż. Piotr Banaszkiewicz  
Kierunek studiów: Automatyka i Robotyka  
Opiekun pracy: dr inż. Andrzej Tutaj

Kraków, 2017

*Uprzedzony o odpowiedzialności karnej na podstawie art. 115 ust. 1 i 2 ustawy z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (t.j. Dz.U. z 2006 r. Nr 90, poz. 631 z późn. zm.): „Kto przywłaszcza sobie autorstwo albo wprowadza w błąd co do autorstwa całości lub części cudzego utworu albo artystycznego wykonania, podlega grzywnie, karze ograniczenia wolności albo pozbawienia wolności do lat 3. Tej samej karze podlega, kto rozpozna bez podania nazwiska lub pseudonimu twórcy cudzy utwór w wersji oryginalnej albo w postaci opracowania, artystycznego wykonania albo publicznie zniekształca taki utwór, artystyczne wykonanie, fonogram, videogram lub nadanie.”, a także uprzedzony o odpowiedzialności dyscyplinarnej na podstawie art. 211 ust. 1 ustawy z dnia 27 lipca 2005 r. Prawo o szkolnictwie wyższym (t.j. Dz. U. z 2012 r. poz. 572, z późn. zm.): „Za naruszenie przepisów obowiązujących w uczelni oraz za czyny uchybiające godności studenta student ponosi odpowiedzialność dyscyplinarną przed komisją dyscyplinarną albo przed sądem koleżeńskim samorządu studenckiego, zwanym dalej «sądem koleżeńskim».”, oświadczam, że niniejszą pracę dyplomową wykonałem(-am) osobiście i samodzielnie i że nie korzystałem(-am) ze źródeł innych niż wymienione w pracy.*

*Serdecznie dziękuję opiekunowi pracy, Panu Doktorowi Andrzejowi Tutajowi, za niesioną pomoc i zawsze dobrą radę.*



# **Spis treści**

<b>1. Wstęp.....</b>	<b>9</b>
1.1. Zawartość pracy.....	9
<b>2. Obiekt regulacji.....</b>	<b>11</b>
2.1. Obiekty typu kulka na belce .....	11
2.2. Projekt mechaniczny.....	12
2.3. Konstrukcja mechaniczna.....	13
2.4. Przeniesienie napędu .....	14
2.5. Belka.....	14
2.6. Kulka .....	15
2.7. Podsumowanie.....	16
<b>3. Układ sterowania i instrumentacji .....</b>	<b>17</b>
3.1. Sterownik PLC .....	18
3.2. Silnik z reduktorem i enkoderem.....	19
3.3. Czujniki odległości .....	22
3.4. Czujnik bazowania.....	24
3.5. Systemy napięć .....	25
3.6. Okablowanie i zabezpieczenia.....	26
3.7. Podsumowanie.....	26
<b>4. Model symulacyjny .....</b>	<b>29</b>
4.1. Wykorzystanie przybornika SIMM  .....	29
4.2. Reprezentacja obiektu typu kulka i belka.....	30
4.3. Model silnika .....	34
4.4. Aproksymacja zależności kąta obrotu wału motoreduktora i osi belki .....	35
4.5. Podsumowanie .....	37
<b>5. Identyfikacja.....</b>	<b>39</b>
5.1. Identyfikacja charakterystyk czujników odległości.....	39
5.2. Identyfikacja parametrów silnika .....	42

5.2.1.	Weryfikacja parametrów podanych przez producenta silnika.....	42
5.2.2.	Identyfikacja parametrów niepodanych przez producenta silnika .....	42
5.2.3.	Identyfikacja parametrów metodami optymalizacji numerycznej .....	47
5.3.	Weryfikacja identyfikacji silnika .....	49
5.4.	Podsumowanie.....	49
<b>6.</b>	<b>Model liniowy obiektu i regulacja .....</b>	<b>51</b>
6.1.	Punkt pracy i linearyzacja.....	51
6.2.	Kaskadowy układ regulacji.....	54
6.3.	Regulator pochylenia belki.....	59
6.4.	Regulator pozycji kulki .....	61
6.5.	Podsumowanie.....	63
<b>7.</b>	<b>Algorytmy sterowania.....</b>	<b>65</b>
7.1.	Wykrywanie braku kulki .....	66
7.2.	Sekwencja główna programu .....	67
7.3.	Bazowanie.....	69
7.4.	Regulatory .....	70
7.4.1.	Regulator położenia belki .....	71
7.4.2.	Regulator położenia kulki .....	71
7.5.	Podsumowanie.....	72
<b>8.</b>	<b>Algorytmy samostrojenia .....</b>	<b>73</b>
8.1.	Identyfikacja obiektu belki .....	73
8.2.	Algorytm identyfikacji obiektu belki.....	76
8.3.	Identyfikacja obiektu kulki .....	77
8.4.	Podsumowanie.....	79
<b>9.</b>	<b>Symulacje i eksperymenty .....</b>	<b>81</b>
9.1.	Symulacje modelów .....	81
9.2.	Symulacje działania regulatorów.....	83
9.3.	Eksperymenty przeprowadzone na obiekcie rzeczywistym .....	84
9.3.1.	Stabilizacja położenia różnych kulek.....	84
9.3.2.	Odpowiedź regulatora belki przed i po samostrojeniu.....	86
9.3.3.	Stabilizacja położenia różnych kulek po samostrojeniu regulatora belki .....	86
9.4.	Podsumowanie.....	86
<b>10.</b>	<b>Wnioski i podsumowanie pracy .....</b>	<b>91</b>
10.1.	Podsumowanie wyników .....	92

10.2. Potencjalne ścieżki rozwoju pracy .....	92
<b>A. Warianty zespołu napędowego.....</b>	<b>95</b>
A.1. Napędy.....	95
A.1.1. Siłownik liniowy .....	95
A.1.2. Serwomechanizm modelarski .....	95
A.1.3. Silnik tarczowy ( <i>pancake</i> ) z wirnikiem PCB .....	95
A.1.4. Silnik krokowy dużej mocy.....	95
A.1.5. Znacznie przewymiarowany silnik prądu stałego .....	95
A.2. Mechanizm przeniesienia napędu.....	96
A.2.1. Przekładnia śrubowa lub ślimakowa .....	96
A.2.2. Przekładnia pasowa.....	96
<b>B. Alternatywne czujniki pozycji kulki .....</b>	<b>97</b>
B.1. Listwa rezystancyjna .....	97
B.2. System wizyjny.....	97
B.3. Laserowy czujnik odległości .....	97
B.4. Ultradźwiękowy czujnik odległości .....	97



# 1. Wstęp

Celem niniejszej pracy magisterskiej było dobranie algorytmów regulacji oraz samostrojenia dla nie-stabilnego, nieliniowego obiektu mechatronicznego kontrolowanego przez sterownik PLC. W tym celu, w ramach prac przygotowawczych, od podstaw został wykonany obiekt typu kula na belce wraz z zestawem niezbędnych czujników, urządzeniem wykonawczym w formie silnika prądu stałego, układem regulacji opartym o przemysłowy sterownik PLC oraz pozostałymi niezbędnymi elementami i innymi podzespołami pomocniczymi.

Motywacją do podjęcia się tego tematu była chęć zmierzenia się z budową średnio-skomplikowanego układu regulacji od zera, a także chęć zbudowania algorytmów regulacji w oparciu o przemysłowy sterownik PLC. Należy w tym miejscu zauważyć, że większość nieliniowych obiektów regulacji dostępnych w laboratorium sterowania cyfrowego w trakcie cyklu studiów nie była sterowana przy użyciu sterownika PLC, a w przemyśle takie sterowniki stanowią *de facto* standard.

## 1.1. Zawartość pracy

Opis zasady działania układu typu kula i belka, projekt mechaniczny, budowę obiektu regulacji (konstrukcję belki i przeniesienie napędu) zawarto w rozdziale 2. W kolejnym rozdziale (3) umieszczono opis oprzyrządowania użytego w obiekcie (czujniki odległości, bazowania, sterownik PLC, zespół silnika z enkoderem i przekładnią) oraz okablowanie.

Część zasadnicza pracy rozpoczyna się w rozdziale 4 od opisu budowy analitycznego modelu symulacyjnego obiektu. Zostało to wykonane przy użyciu narzędzi inżynierijnych dostępnych w pakiecie oprogramowania MATLAB/SIMULINK, a konkretnie przybornika SIMSCAPE MULTIBODY. Sam model obiektu powstał na podstawie fizycznych własności rzeczywistego obiektu: jego wymiarów, ułożenia i masy.

W tym samym rozdziale zbudowano również, już na podstawie równań matematycznych, model silnika wykorzystanego w obiekcie. Model posłużył również do aproksymacji zależności kąta obrotu belki od kąta obrotu wału motoreduktora, co było konieczne gdyż w obiekcie nie użyto czujnika mierzącego kąt obrotu belki.

Kolejny rozdział (5) zawiera opisy przeprowadzonych procesów identyfikacyjnych czujników odległości oraz parametrów silnika. W przypadku parametrów silnika identyfikacja była kilkustopniowa: najpierw zweryfikowano i poprawiono wartości podane przez producenta, następnie na ich podstawie oraz

wykorzystując równania elektryczne i mechaniczne silnika wyliczono kilka parametrów niepodanych przez producenta; w ostatnim kroku zoptymalizowano numerycznie wartości wszystkich parametrów.

W rozdziale 6, ponownie wykorzystując narzędzia przybornika do projektowania systemów sterowania z pakietu Matlab/Simulink, uzyskano model liniowy całego układu, który następnie poddano przekształceniom tak, aby przyjął formę potrzebną do użycia w zaproponowanym kaskadowym układzie regulacji. Dalej opisano syntezę regulatorów opartych o stan systemu.

Algorytmy sterowania, bazowania i procedury odczytu wartości z czujników zostały opisane w rozdziale 7. Znajduje się tam wyszczególnienie głównej sekwencji programu oraz opis implementacji algorytmów. W kolejnym rozdziale opisano procedurę identyfikacji (opisano o odpowiedź skokową) systemu odpowiadającego za zachowanie belki; również w tym rozdziale opisana jest próba identyfikacji kulki.

W ostatnim rozdziale zaprezentowano wyniki przeprowadzonych symulacji modeli nieliniowego i liniowego oraz eksperymentów zaczerpionych z rzeczywistego obiektu regulacji. Eksperymenty dotyczyły reakcji belki na zadane położenie przed i po wykonanej procedurze samostrojenia, a także przedstawiały działanie regulatorów w zadaniu stabilizacji położenia kulki przed i po procedurze samostrojenia.

W pracy zamieszczono również dwa dodatki opisujące inne możliwe do zastosowania zespoły napędowe (dodatek A) i alternatywne czujniki pozycji kulki (dodatek B).

## 2. Obiekt regulacji

Obiektem poddawanym regulacji był system typu kula na belce, który został zbudowany od podstaw na potrzeby tej pracy.

### 2.1. Obiekty typu kulka na belce

Na system tego typu składają się długa, umieszczona horyzontalnie belka, łożyskowana w sposób umożliwiający zmianę kąta nachylenia, i silnik lub serwomechanizm, który umożliwia wychylanie belki. Po belce swobodnie toczy się kulka.

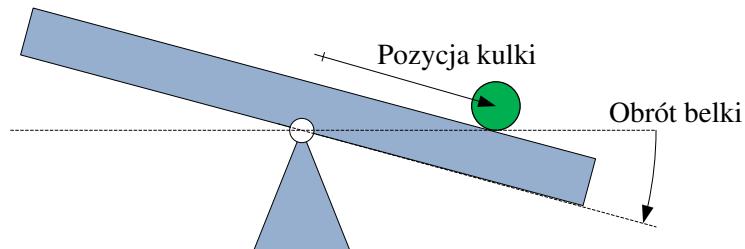
Podstawowym zadaniem regulacji w systemie tego typu jest stabilizacja położenia kulki w wybranym punkcie. Charakterystyczną cechą tego systemu jest prostota konstrukcji oraz niestabilność przy braku aktywnej regulacji.

Obiekty tego typu są często wykorzystywane w dydaktyce teorii sterowania. Składają się na to poniższe powody:

- prostota budowy,
- możliwość zastosowania różnych czujników położenia kulki,
- możliwość zastosowania różnych silników i mechanizmów przeniesienia napędu,
- możliwość zastosowania różnych struktur i algorytmów sterowania.



Uproszczony schemat systemu kulka i belka przedstawiony został na rysunku 2.1:



Rys. 2.1. Uproszczony schemat systemu typu kulka i belka.

Prostota konstrukcji i inherentna niestabilność sprawiły, że powstało wiele implementacji tego systemu (np. [1][2][3]), również komercyjne, jak na przykład produkt firmy Quanser (rys. 2.2):

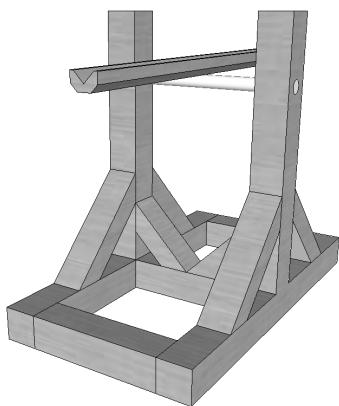


**Rys. 2.2.** Zdjęcie produktu *Ball and Beam* firmy Quanser. Źródło: [http://www.quanser.com/Products/ball\\_beam](http://www.quanser.com/Products/ball_beam).

## 2.2. Projekt mechaniczny

Przed przystąpieniem do budowy obiektu, zaprojektowano wstępny kształt w programie SketchUp Make (rys. 2.3). Wyszczególniono na nim:

- prostokątną podstawę,
- słupy podrzymujące belkę,
- usztywniający łącznik między słupami,
- osь obrotu (wał) umieszczony w połowie długości belki,
- przekrój belki.



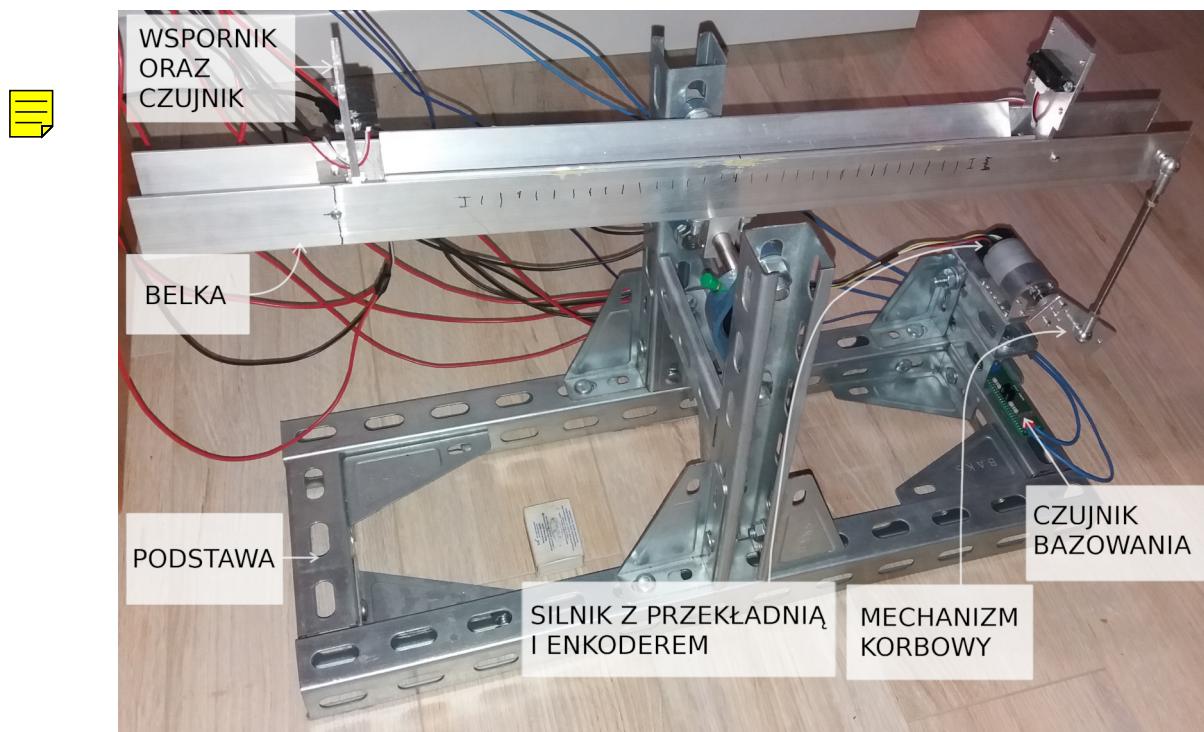
**Rys. 2.3.** Render projektu CAD.

Ostateczna konstrukcja różni się wzorem projektu CAD o wysokość słupów umiejscowienie łącznika między nimi. Dodatkowo zastosowano sztywne połączenie osi obrotu belki i samej belki wykorzystując podpory wału.

## 2.3. Konstrukcja mechaniczna

Większość konstrukcji (rys. 2.4) powstaje z ocynkowanych elementów stalowych, tzw. ceowników w przekroju kwadratowym o boku długości 4 cm, pozwalających na łatwe łączenie kilku elementów przy pomocy śrub. Rozwiązanie to jest bardzo tanie w porównaniu do przemysłowych profili aluminiowych lub spawanych profili stalowych, ale jednocześnie jest dość ciężkie i poprzez niedomknięcie profilu podatne na pewne momenty gnące.

Kąty proste pomiędzy elementami ustawionymi prostopadle zostały zapewnione poprzez zastosowanie kątowych wsporników stalowych.



**Rys. 2.4.** Zdjęcie obiektu regulacji z zaznaczonymi poszczególnymi elementami konstrukcji; w środku obiektu opakowanie zapałek dla pętli krytywy.

Na prostokątnej podstawie o wymiarach zewnętrznych  $60\text{ cm} \times 23\text{ cm}$  wykonanej z ceowników ustawiono pionowo na środkach dłuższych boków słupy nośne, również wykonane z ceowników. Słupy zostały usztywnione poprzez połączenie ich przesłem podniesionym o 11 cm względem podstawy.

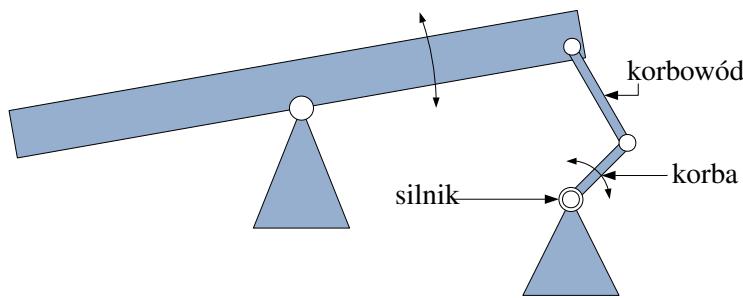
Na słupach przyczepiono współosiowo łożyska maszynowe samonastawne typu UCFL 201 w obudowach odlewanych. Przez łożyska poprowadzono pręt nierdzewny stalowy o średnicy 12 mm; na pręt nałożono podpory wałka w kształcie litery T, a do nich przykręcono belkę.

Silnik elektryczny, przymocowany do aluminiowego uchwytu, został umieszczony podłużnie na krótszym boku podstawy, na podwyższeniu wykonanym z dwóch elementów stalowych typu ceownik.

## 2.4. Przeniesienie napędu

W obiekcie zastosowano przeniesienie napędu wykorzystujące mechanizm korbowy. Rozwiązanie to posiada kilka zalet:

- gwarantuje bezpieczeństwo mechanizmu — błąd algorytmiczny (np. przypadkowe podanie zakresu sterowania) nie spowoduje uszkodzenia fizycznego żadnej części obiektu,
- poprzez oddalenie punktu zaczepu korbowodu od osi obrotu belki zmniejsza wymagania dotyczące mocnika, a tym samym jego cenę,
- pozwala regulować zakres wychyleń belki w wyniku zmiany długości korby.



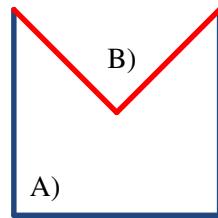
Rys. 2.5. Schemat napędu opartego o mechanizm korbowy.

Parametry fizyczne mechanizmu korbowego:

- długość korby: 3 cm,
- długość korbowodu: 16 cm,
- zastosowane przeguby kulowe między korbą i korbowodem oraz korbowodem i belką,
- użyty silnik prądu stałego, komutatorowy, z magnesami trwałymi, sprzężony z zębataj przekładnią redukcyjną (więcej w rozdziale 3.2).

## 2.5. Belka

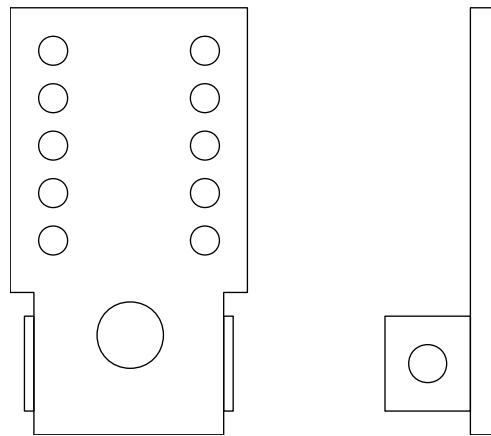
Belka została stworzona poprzez trwałe sklejenie krawędzi kątownika aluminiowego o długości 40 cm i boku 3 cm oraz krawędzi ceownika aluminiowego o długości 65 cm i boku 4 cm. W przekroju przypomina kształtem literę M domknietą od spodu (rys. 2.6).



**Rys. 2.6.** Schemat przekroju belki z zaznaczonymi ceownikiem aluminiowym A) i kątownikiem aluminiowym B).

Użyty kątownik jest nieco krótszy od ceownika. Zamocowano go symetrycznie, a w odległościach około 1 cm od jego końców zamontowano wsporniki (rys. 2.7) na czujniki optyczne (zob. rozdział 3.3).

Wsporniki pozwalają na zmianę wysokości czujnika względem płaszczyzny belki, a także na pochylenie go w osi prostopadłej do płaszczyzny belki.



**Rys. 2.7.** Schemat uchwytu na czujnik odległości w rzucie przedni i z boku. Zastosowanie mocowania na śrubie pozwala pochylać czujnik względem belki.

## 2.6. Kulka

Do projektu dobrano lekką kulkę o masie 20 g wykonaną z miękkiej pianki; średnica kulki wynosi 6 cm.





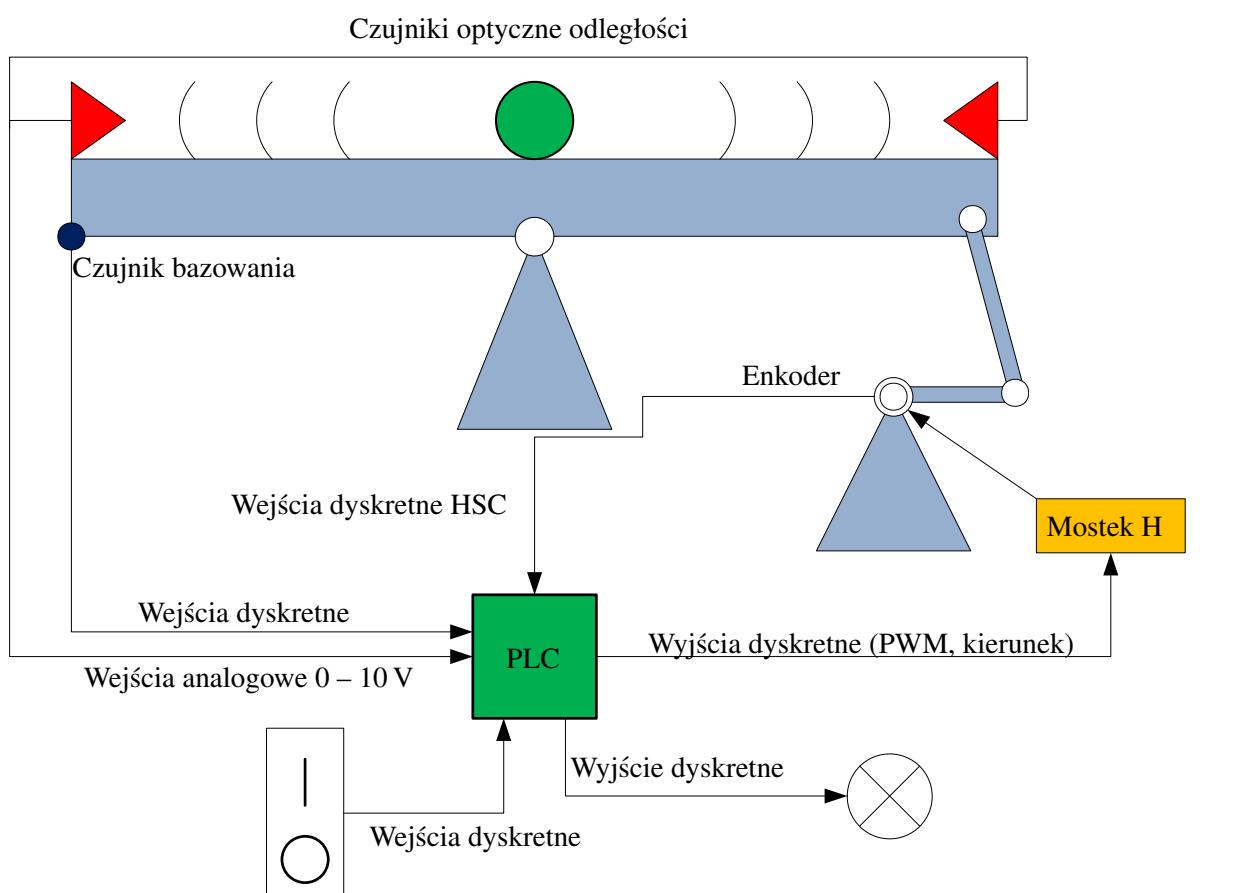
**Rys. 2.8.** Zdjęcie kulki.

## 2.7. Podsumowanie

W niniejszym rozdziale przedstawiono obiekt regulacji, cel regulacji oraz przedstawiono podobne konstrukcje, w tym jedno rozwiązanie komercyjne. Następnie opisano dokładnie budowę obiektu regulacji, poczynając od konstrukcji podstawy, poprzez umocowanie osi obrotu belki, umieszczenie silnika, przeniesienie napędu, a na budowie belki i doborze kulki kończąc.

### 3. Układ sterowania i instrumentacji

Do odczytywania danych z obiektu i sterowania nim wykorzystano opisany w tym rozdziale układ sterowania i instrumentacji (rys. 3.1). W jego sercu znajduje się przemysłowy sterownik PLC, który odczytuje dane o położeniu kulki z dwóch czujników odległości oraz położenie kątowe wału motoreduktora z enkoderem. Dodatkowo do sterownika podłączony został czujnik bazowania oraz przyciski: START (NO), STOP (NC). Na wyjścia sterownika podłączony został mostek H kontrolujący silnik oraz dioda sygnalizacyjna.



Rys. 3.1. Schemat uk艂adu sterowania i instrumentacji wraz z zaznaczonymi po艂ozeniami.

### 3.1. Sterownik PLC

Wykorzystany w pracy sterownik PLC to SIMATIC S7-1211C DC/DC/DC firmy Siemens. Działa on na napięciu stałym 24 V, posiada 6 wejścia dyskretnych 24 V, 4 tranzystorowe wyjścia dyskretne 24 V i 2 napięciowe wejścia analogowe 0 – 10 V.

W celu ułatwienia komunikacji między sterownikiem i elektroniką opartą o logikę 5 V (więcej w rozdziale 3.5), został on rozszerzony o dodatkową płytę sygnałową SB 1223 działającą na logice 5 V; dodaje ona po 2 wejścia i wyjścia dyskretne 5 V. Sterownik z już zamontowaną płytą przedstawiono na rys. 3.2.

Podstawowe parametry sterownika oraz płytki sygnałowej zostały zebrane w tabeli 3.1:

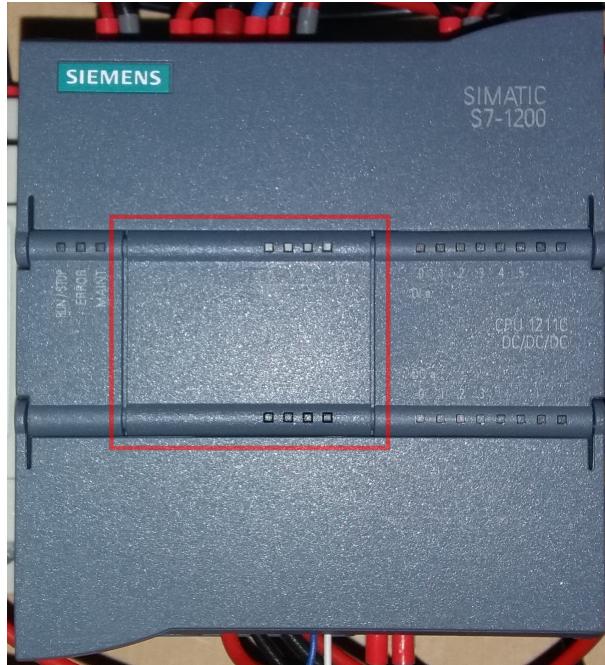
**Tabela 3.1.** Podstawowe parametry sterownika PLC Siemens S7-1211C i płytki sygnałowej Siemens SB 1223<sup>a</sup>.

Nazwa	Siemens S7-1211C	Siemens SB 1223
Napięcie zasilania	24 V DC	5 V DC
Liczba wejść cyfrowych	6	2
Liczba wyjść cyfrowych	4	2
Liczba wejść analogowych	2	0
Liczba wyjść analogowych	0	0
Typ wejść cyfrowych	<i>sink-source</i>	<i>source</i>
Typ wyjść cyfrowych	półprzewodnikowe <i>source</i>	MOSFET <i>sink-source</i>
Typ wejść analogowych	Napięciowe 0 – 10 V	n.d.
Szybkie liczniki	Do 6 z częstotliwością 100 kHz <sup>b</sup>	Do 2 z częstotliwością 200 kHz <sup>c</sup>
Wyjścia impulsowe	Do 4 z częstotliwością 100 kHz	Do 2 z częstotliwością 200 kHz
Pamięć robocza	30 kB	n.d.
Pamięć ładowania	1 MB	n.d.
Pamięć trwała	10 kB	n.d.
Czas wykonywania instrukcji boolowskich	0,08 µs/instrukcję	n.d.
Czas wykonywania operacji na typie WORD	1,7 µs/instrukcję	n.d.
Czas wykonywania operacji na typie REAL	2,3 µs/instrukcję	n.d.

<sup>a</sup> opracowanie własne na podstawie [4],

<sup>b</sup> w trybie kwadratowym wykorzystywane są dwa wejścia, a maksymalna częstotliwość wynosi 80 kHz,

<sup>c</sup> w trybie kwadratowym wykorzystywane są dwa wejścia, a maksymalna częstotliwość wynosi 160 kHz.

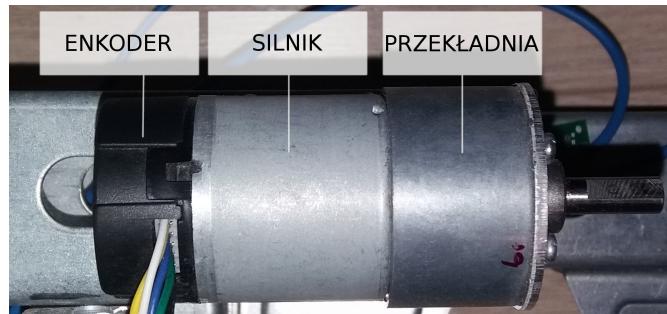


Rys. 3.2. Zdjęcie użytego sterownika z zaznaczoną płytą sygnałową.

### 3.2. Silnik z reduktorem i enkoderem

Jak już zasygnalizowano w rozdziale 2.4, w pracy użyto silnik prądu stałego (komutatorowy, z magnesami trwałymi). Silnik sprzężony jest z zębatą przekładnią redukcyjną o przełożeniu 18,75:1 (całość nazywana jest motoreduktorem). Na wale silnika zamocowany jest enkoder inkrementalny kwadraturowy o 64 impulsach na obrót wału, co daje 1200 impulsów za przekładnią. Zdjęcie silnika przedstawiono na rys. 3.3.

Wybrany silnik stanowi dobry kompromis między złożonością, wydajnością i ceną. Dyskusja na temat możliwości zastosowania innych typów napędów została przeprowadzona w dodatku A.



Rys. 3.3. Zdjęcie silnika w rzucie od góry z zaznaczoną przekładnią oraz enkoderem.

Producent silnika nie dostarcza pełnej dokumentacji, a jedynie kilka wybranych parametrów. Wy musiło to analityczne lub eksperymentalne wyznaczenie pozostałych wymaganych do zamodelowania silnika parametrów. Wszystkie podane parametry zostały przedstawione w tabeli 3.2 poniżej.

**Tabela 3.2.** Parametry producenta silnika<sup>a</sup>, enkodera i przekładni<sup>b</sup>.

Parametr	Wartość
Średnica	37 mm
Długość	68 mm
Masa	215 g
Średnica wału	6 mm
Przełożenie przekładni	18,75:1
Napięcie znamionowe	12 V
Prędkość biegu jałowego	52,36 rad s <sup>-1</sup>
Prąd biegu jałowego	300 mA
Prąd zatrzymania silnika	5000 mA
Moment zatrzymania silnika	0,59 N m
Typ enkodera	Kwadraturowy, inkrementalny, bez pamięci
Liczba impulsów na obrót za przekładnią	1200 (tryb kwadraturowy)

<sup>a</sup> niektóre parametry silnika w rzeczywistości mają inne wartości, zob. rozdział 5.2,

<sup>b</sup> opracowanie własne na podstawie [5].

Parametry niewymienione w tabeli 3.2, takie jak rezystancja silnika, stała silnika, moment bezwładności wału czy współczynniki tarcia suchego i wiskotycznego, nie zostały podane przez producenta, dlatego została przeprowadzona ich identyfikacja opisana w rozdziale 5.2.

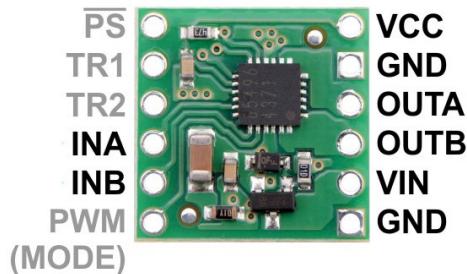
Silnik sterowany jest przez PLC za pomocą układu scalonego mostka H z tranzystorami MOSFET (Pololu BD65496MUV). Został on dobrany tak, by spełniać wymagania elektryczne silnika przy pracy znamionowej. Sterowany jest sygnałem PWM o częstotliwości 20 kHz. Dodatkowym sygnałem jest binarny sygnał kierunku obrotu silnika. Najistotniejsze parametry wybranego mostka H przedstawiono w tabeli 3.3.

**Tabela 3.3.** Najważniejsze parametry mostka H<sup>a</sup>.

Parametr	Wartość
Napięcie pracy silnika	2 – 16 V
Maksymalny prąd ciągły silnika	1,2 A
Maksymalny prąd chwilowy silnika	5 A
Maksymalna częstotliwość PWM	500 kHz
Napięcie zasilania	2,5 – 5,5 V
Napięcie sygnałów logicznych	Napięcie zasilania ±0,3 V

<sup>a</sup> opracowanie własne na podstawie [6].

Wszystkie wymagane połączenia elektryczne wykonano na uniwersalnej płytce PCB, na której umieszczono niezbędne złącza i listwy zaciskowe. Do tej samej płytki wlutowano również wspomniany mostek H, którego zdjęcie przedstawiono na rys. 3.4, a opis złącz w tabeli 3.4. Zdjęcie płytki PCB przedstawiono na rys. 3.5.



**Rys. 3.4.** Zdjęcie układu mostka H (Pololu BD65496MUV). Źródło: <https://www.pololu.com/product/2960>.



**Tabela 3.4.** Opis złącz mostka H<sup>a</sup>.

Złącze	Opis
VCC	Zasilanie układu
VIN	Zasilanie silnika
GND	Masa
OUTA, OUTB	Wyjścia zasilania silnika
INA, INB	Wejścia sygnałów sterujących
PWM (MODE)	Przełączanie między trybem IN/IN a EN/EN <sup>b</sup>
PS	Oszczędzanie energii
TR1, TR2	Kontrola maksymalnej częstotliwości

<sup>a</sup> opracowanie własne na podstawie [6],

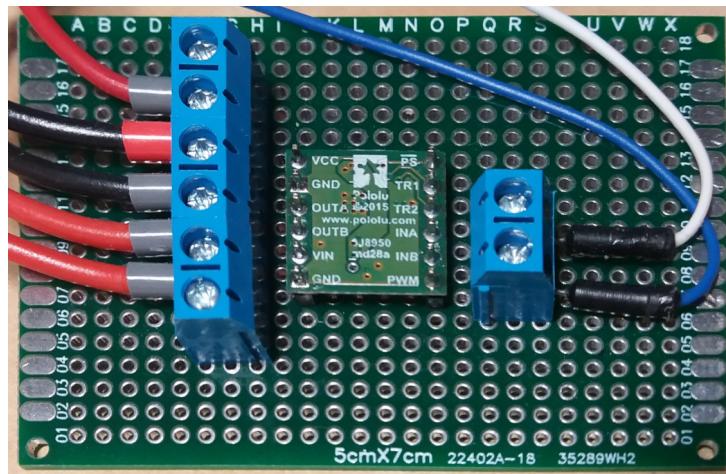
<sup>b</sup> układ umożliwia sterowanie silnikiem w trybie IN/IN oraz EN/EN; ten pierwszy przekazuje sygnał wysoki ze złącza INA na OUTA i INB na OUTB (za wyjątkiem sytuacji dwóch stanów wysokich), natomiast ten drugi pozwala użyć sygnału PWM (INA) oraz sygnału kierunku obrotu (INB).

W układzie nie zastosowano czujnika położenia wału, do którego przymocowana jest belka; zamiast tego wykorzystano zależność geometryczną pomiędzy obrotem wału motoreduktora a obrotem belki. W przypadku niewielkich odchyлеń kąt belki  $\theta$  powinien być związanego z kątem obrotu wału motoreduktora  $\alpha$  w następujący sposób:

$$\theta = \frac{d_L}{d_k} \alpha \quad (3.1)$$

gdzie:  $d_L = 2d_c$  to odległość końca belki od osi obrotu,  $d_k$  to długość korby. Zależność (3.1) wynika z założenia, że punkty zaczepu korbowodu przebędą taką samą drogę łukową, a zatem  $\theta d_k = \alpha d_L$ .

Niestety, równanie (3.1) jest poprawne tylko w niewielkich odchyleniach belki od poziomu oraz gdy linia łącząca punkt zaczepu mechanizmu korbowego i oś obrotu belki jest równoległa do korby. Faktyczna zależność  $\theta(\alpha)$  została zidentyfikowana za pomocą modelu symulacyjnego (rozdział 4.4).



Rys. 3.5. Zdjęcie płytki PCB z zamontowanym układem mostka H (Pololu BD65496MUV).

### 3.3. Czujniki odległości

Do pomiaru położenia kulki wykorzystano parę analogowych czujników Sharp GP2Y0A41SK0F (rys. 3.6). Każdy z czujników składa się z nadajnika światła podczerwonego i odbiornika; obliczanie pozycji obiektu odbywa się na zasadzie triangulacji. Podstawowe parametry czujników opisano w tabeli 3.5.



Rys. 3.6. Zdjęcie czujnika Sharp GP2Y0A41SK0F.

Czujniki optyczne pracujące w podczerwieni nie są jedynymi sensorami, które można zastosować do badania położenia kulki w układach typu kula i belka. Alternatywne sposoby zostały omówione w dodatku B.

Czujniki zostały zamontowane na wspornikach umożliwiających regulację wysokości oraz pochylenia względem belki (zob. rozdział 2.5). Odległość między czujnikami to 40 cm (powyżej górnej granicy

**Tabela 3.5.** Podstawowe parametry czujników pozycji kulki<sup>a</sup>.

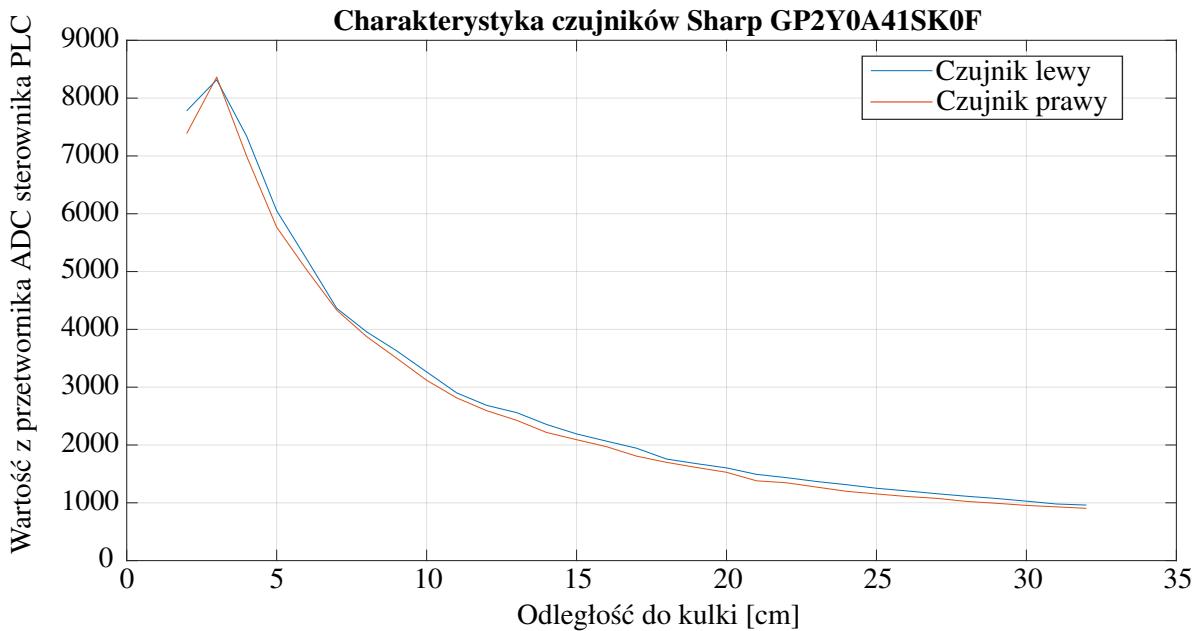
Parametr	Wartość
Napięcie zasilania	4,5 – 5,5 V
Zakres pomiarowy	4 – 30 cm
Typ sygnału wyjściowego	Analogowy napięciowy około 0,25 – 3,1 V

<sup>a</sup> opracowanie własne na podstawie [7].

zakresu pomiarowego), a ich wysokość nad belką to 4 cm. W dalszej części pracy, czujnik zamontowany dalej od punktu zaczepu korbowodu nazywany jest „lewy”, natomiast czujnik zamontowany bliżej tego punktu — „prawy”.

Charakterystyka każdego z czujników jest mocno nieliniowa (zob. rys. 3.7). Dobrą aproksymację charakterystyki można otrzymać (po odcięciu wartości poniżej 3 cm) za pomocą funkcji postaci  $y = ax^b + c$  (zob. tabela 5.2), gdzie  $x$  to wartość pomiaru z przetwornika, a  $y$  to odległość do przeszkody.

Sposób zebrania charakterystyk czujników oraz wykonana aproksymacja zostały opisane w rozdziale 5.1.

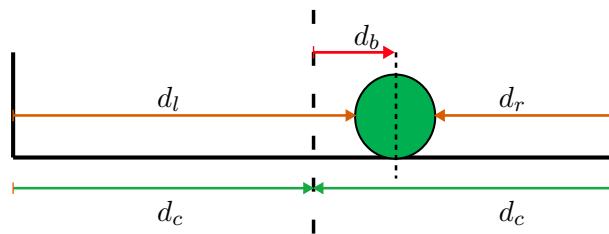
**Rys. 3.7.** Charakterystyka czujników odległości.

Z powodu dużej złożoności obliczeniowej liczenia potęg niecałkowitych zrezygnowano z implementacji takich aproksymacji w sterowniku PLC. Wobec tych utrudnień zastosowano inne rozwiązanie w celu

obliczenia pozycji kulki: aproksymację liniową pomiędzy punktami charakterystyki. W tym celu wprowadzono punkty charakterystyki każdego z czujników (pary: wartość z przetwornika ADC, odległość do kulki) do dwóch tablic w sterowniku PLC.

Oba czujniki są równoodległe ( $x_d = 20$  cm) od środka belki, co oznacza, że aby uzyskać wychylenie środka kulki od środka belki, należy transformować układy odniesienia czujników, co ilustruje rys. 3.8. Mając dwie odległości  $d_l$  oraz  $d_r$  od czujników do kulki, pozycję kulki  $d_b$  oblicza się w następujący sposób:

$$d_b = \frac{d_l + 2 \cdot d_c - d_r}{2} - d_c \quad (3.2)$$

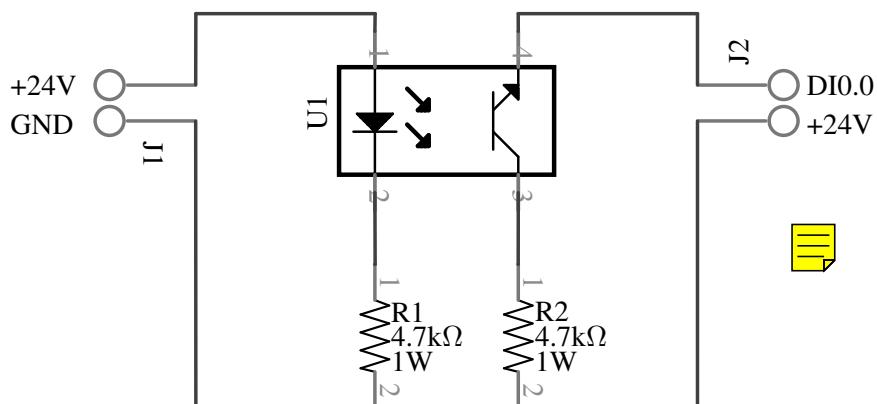


Rys. 3.8. Położenie kulki względem środka belki i czujników.

### 3.4. Czujnik bazowania

Z powodu wykorzystania enkodera inkrementalnego, po każdym uruchomieniu urządzenia konieczne jest przeprowadzenie procedury bazowania (zob. rozdział 7.3) w celu określenia dokładnej pozycji kątowej wału motoreduktora, a co za tym idzie: pozycji kątowej belki.

Do wykrycia pozycji bazowania wykorzystano transoptor szczelinowy TCST1103 firmy Vishay Semiconductors połączony w układzie przedstawionym na rys. 3.9, natomiast podstawowe parametry transoptora zostały opisane w tabeli 3.6.



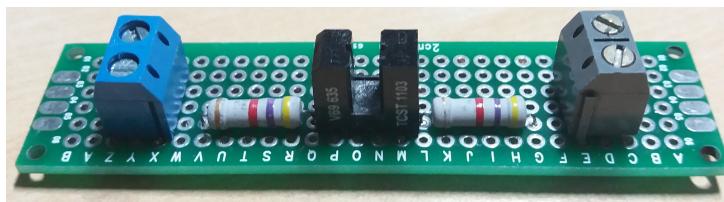
Rys. 3.9. Schemat podłączenia układu transoptora.

**Tabela 3.6.** Podstawowe parametry transoptora szczelinowego<sup>a</sup>.

Parametr	Wartość
Szerokość szczeliny	3 mm
Maks. natężen $I$ przewodzenia diody	60 mA
Maks. napięcie kolektor-emiter	70 V
Współczynnik wzmacnien $G$ rządowego	0,2

<sup>a</sup> opracowanie własne na podstawie [8].

Układ z rys. 3.9 przylutowano do płytki uniwersalnej (rys. 3.10). Elementy J1 oraz J2 reprezentują złącza zaciskowe, za pomocą których zrealizowano połączenia elektryczne z zasilaniem oraz sterownikiem PLC.



**Rys. 3.10.** Zdjęcie płytki PCB z zamontowanym układem z rys. 3.9.

Płytkę z czujnikiem bazowania została przytwierdzona do układu kulki i belki poniżej silnika. Sztywny, lekki i nieprzezroczysty element $\square$  złączony został na końcu korby tak, aby przechodził przez szczelinę enkodera w momencie skierowania korby pionowo w dół. Przez to, że w chwili zasłonięcia szczeliny (przy ruchu zgodnie ze wskazówkami zegara) licznik enkodera powinien otrzymać wartość 149; wówczas pionowemu położeniu korby odpowiada wartość 0.

## 3.5. Systemy napięć

Jak można zauważyć, elementy elektroniczne i elektromechaniczne użyte do zbudowania obiektu sterowania korzystają z poziomów logicznych o różnych napięciach (table 3.7). Wynika to z faktu połączenia obiektu typowo przemysłowego, jakim jest sterownik PLC Siemens S7-1211C, który wykorzystuje napięcie 24 V, oraz elektroniki hobbyistycznej (czujniki odległości, mostek H, enkoder), która wykorzystuje napięcia 5 V. Dodatkowym utrudnieniem jest element wykonawczy, tj. silnik prądu stałego, o napięciu znamionowym 12V.

Obecność trzech systemów napięcia poskutkowała użyciem trzech oddzielnych zasilaczy: 24 V o mocy 60 W, 12 V o mocy 15 W, 5 V o mocy 12,5 W. Wszystkie zasilacze zostały połączone wspólną masą.

**Tabela 3.7.** Podział modułów elektronicznych ze względu na wykorzystywany poziom napięcia.

Element	Napięcie
Sterownik PLC	24 V
Płytki sygnałowa	5 V
Mostek H (logika)	5 V
Mostek H (zasilanie silnika) <sup>a</sup>	12 V
Enkoder	5 V
Czujniki odległości (zasilanie)	5 V
Czujniki odległości (wyjście analogowe)	0,25 – 3,1 V
Sterownik PLC (wejścia analogowe)	0 – 10 V
Czujnik bazowania	24 V
Przyciski	24 V
Lista sygnalizacyjna	24 V

<sup>a</sup> wartość napięcia znamionowego silnika, zob. tab. 3.2.

## 3.6. Okablowanie i zabezpieczenia

Połączenia elektryczne pomiędzy komponentami pracy zrealizowano za pomocą przewodów o przekroju 0,75 mm<sup>2</sup>. Za wyjątkiem złącza silnika i enkodera, wszystkie przewody zakończone są tulejami, co jest konieczne z powodu zastosowania złącz śrubowych.

Zasilanie po stronie 230 V AC, 50 Hz zostało zabezpieczone instalacyjnym wyłącznikiem nadprądownym klasy B10.

Wyłącznik nadprądowy, zasilacz 12 V, zasilacz 24 V oraz sterownik PLC zostały przy mocowane do wspólnej szyny DIN (TH 35). Zasilacz impulsowy 5 V nie był przeznaczony do montowania na szynie DIN (posiadał jednofazową wtyczkę elektryczną), dlatego na szynie DIN wspólnie ze sterownikiem i pozostałymi zasilaczami zamontowano gniazdka elektryczne (połączone szeregowo za wyłącznikiem nadprądownym), do którego zasilacz 5 V został podłączony.

Na drugiej szynie DIN zostały zamontowane cztery listwy przyłączeniowe przeznaczone dla każdego poziomu napięcia (zob. rozdział 3.5): dwie dla napięcia 0 V (wspólna masa), po jednej dla napięć 5 V oraz 24 V. Z napięcia 12 V korzysta tylko silnik, więc to połączenie zostało zrealizowane bezpośrednio, bez użycia listwy przyłączeniowej.



## 3.7. Podsumowanie

W niniejszym rozdziale przedstawiono układy elektryczne, elektroniczne i elektromechaniczne wykorzystane do stworzenia obiektu typu kula i belka. Następnie opisano poszczególnych elementów:

sterownika PLC, płytki sygnałowej, silnika, enkodera, mostku H i czujników odległości. Przedstawiono charakterystyki czujników, sposób ich implementacji w sterowniku oraz sposób obliczania pozycji kulki. Następnie przedstawiono czujnik wykorzystywany do bazowania.

W kolejnych podrozdziałach poruszono kwestię różnych systemów napięć, zastosowanych zasilaczy, zabezpieczeń, okablowania i organizacji przewodów.



## 4. Model symulacyjny

Do zaprojektowania odpowiedniego układu regulacji systemem kulka i belka, a więc dobrania struktury regulatorów, konieczne jest posiadanie modelu tego systemu. Jest to jednak zadanie utrudnione, gdy system jest wybitnie nieliniowy — a obiekt regulacji taki właśnie jest, gdyż zawiera nieliniowości wynikające z:

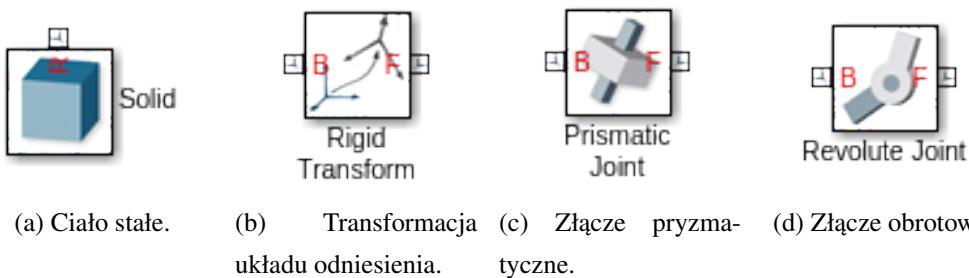
- zastosowania silnika prądu stałego, 
- przeniesienia napędu poprzez przekładnię korbową,
- czy z dynamiki kulki zależnej od ruchu obrotowego belki. 

Wobec tego zdecydowano się nie przystępować do opisu matematycznego zachowania się układu w sposób klasyczny, np. poprzez równania Eulera–Lagrange'a czy funkcjonał Hamiltona. Zamiast tego, wykorzystując narzędzia pakietu MATLAB/SIMULINK, zbudowano przestrzenną i fizyczną reprezentację obiektu regulacji, która następnie została wykorzystana do linearyzacji i dobrania regulatorów (rozdział 6).

### 4.1. Wykorzystanie przybornika SIMMECHANICS

SIMMECHANICS, znany również jako SIMSCAPE MULTIBODY, pozwala na modelowanie fizycznych układów (ciał stałych o określonej geometrii, masie i/lub inercji) oraz zależności między nimi (transformacje i rotacje pozycji). Bardzo ważną cechą jest możliwość stosowania więzów pomiędzy kilkoma układami odniesienia. Więzy te mają zero lub więcej stopni swobody i nazywane są połączeniami lub złączami; do najbardziej charakterystycznych należą złącza pryzmatyczne, obrotowe czy sferyczne (zob. rys. 4.1). Jak można zauważyć, odpowiadają one fizycznym połączeniom ruchowym lub obrotowym spotykanym w układach mechanicznych. 

Budowanie schematu z wykorzystaniem bloków SIMMECHANICS polega na, w dużym uproszczeniu, przyłączaniu ciał stałych w centrach układów odniesienia, które przemieszczane są w przestrzeni za pomocą bloków *Rigid Transform* (fig. 4.1b). Wspomniane bloki umożliwiają również rotację układów odniesienia, co jest często konieczne do poprawnego działania złącz o pewnej liczbie stopni swobody.



Rys. 4.1. Podstawowe bloki budujące schemat SIMMECHANICS.

Przykładowo, złącze *Revolute Joint* umożliwia obracanie układu odniesienia F (ang. *Follower* — następujący układ odniesienia) wokół osi Z układu B (ang. *Base* — poprzedzający układ odniesienia)<sup>1</sup>. Jednakże jeśli wał, który ma się obracać wokół swojej naturalnej osi obrotu, nie ma w swoim układzie osi Z wzdłuż naturalnej osi obrotu, wtedy jego układ odniesienia musi zostać transformowany za pomocą *Rigid Transform*.

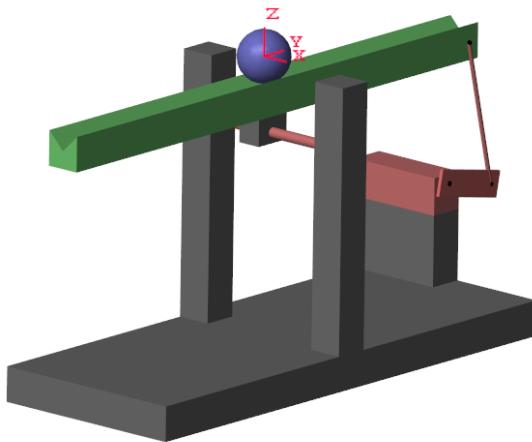
Bloki złącz wspierają formowanie o aktualnych wartościach pozycji, prędkości i przyspieszenia (w zależności od typu złącza odpowiednio liniowych lub obrotowych) oraz przyłożenie momentów. Dodatkowo możliwe jest załączenie wejścia momentu oddziałującego, które zostało wykorzystane przy implementacji silnika.

Ostatnią wartą wspomnienia informacją jest możliwość ustawienia pewnej wartości wstępnej dla danego złącza. W przypadku złącza *Revolute Joint* umożliwia to wymuszenie kąta obrotu pomiędzy układami odniesienia B oraz F, a w przypadku złącza *Prismatic Joint* wymusza to odpowiednie przesunięcie.

## 4.2. Reprezentacja obiektu typu kulka i belka

Bardzo dużą zaletą korzystania z SIMMECHANICS jest automatyczne generowanie podglądu (zob. rys. 4.2) budowanego układu. Pozwala to przeprowadzać obserwację działania różnych algorytmów sterowania oraz łatwo znajdować błędy złożenia brył.

<sup>1</sup>W ustawieniach bloku *Revolute Joint* możliwa jest zmiana na tryb odwrotny, tj. obrót układu B wokół układu F.



**Rys. 4.2.** Wizualizacja układu kulki i belki zamodelowanego przy pomocy SIMMCHANICS (por. z obiektem rzeczywistym przedstawionym na rys. 2.4).

Schemat użyty do wygenerowania modelu z rys. 4.2 został przedstawiony na rys. 4.3. Poczynając od lewej strony, możemy na nim wyróżnić kilka charakterystycznych elementów:

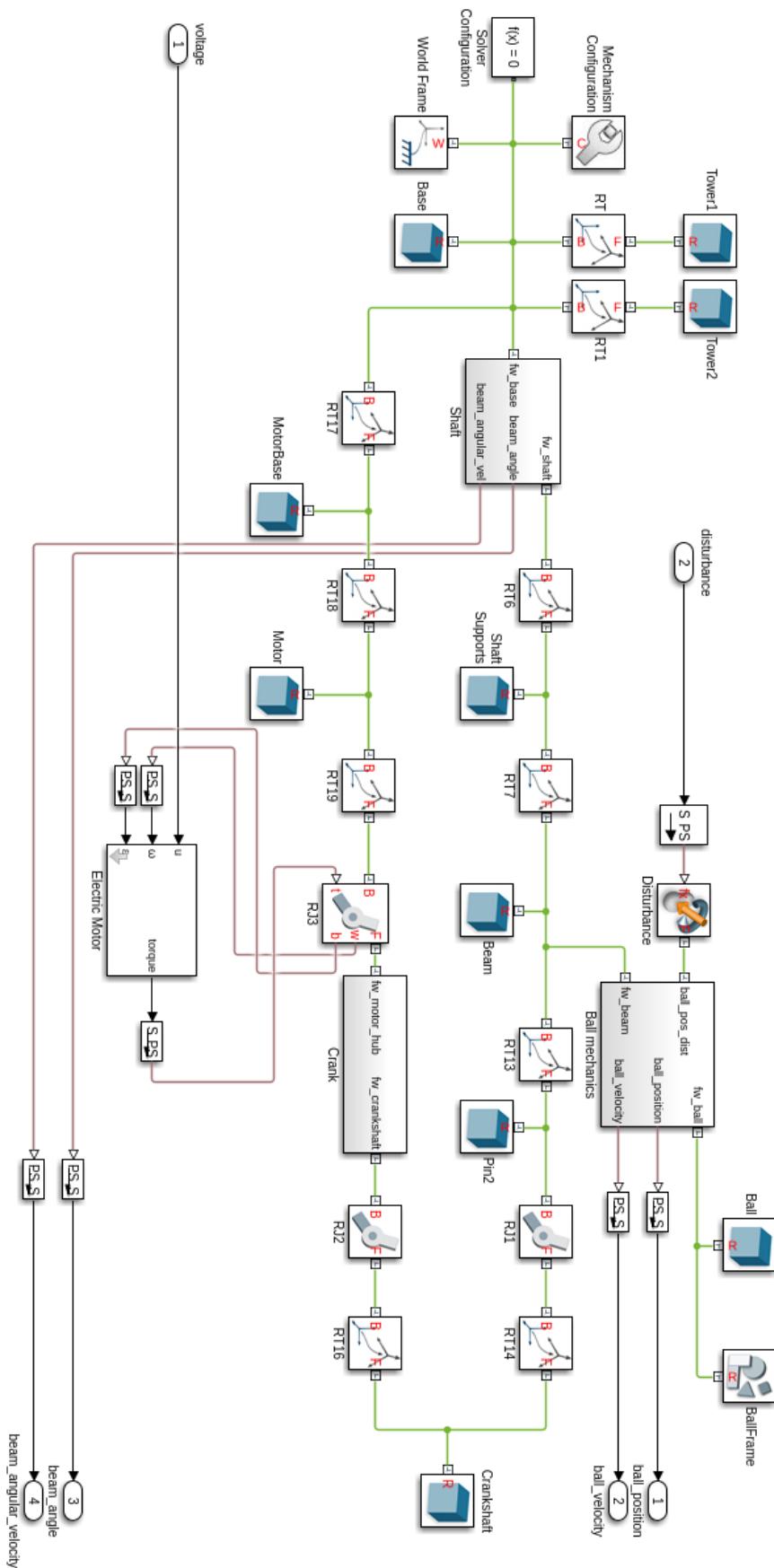
- obiekty *Base*, *Tower1*, *Tower2*, *MotorBase*, *Shaft Supports*, *Motor*, *Beam*, *Pin2*, *Ball* oraz *Crank-Shaft*,
- subsystemy *Shaft*, *Electric Motor*, *Crank* oraz *Ball mechanics*,
- sporo bloków *Rigid Transform* o nazwach *RT*—*RT19*,
- trzy bloki *Revolute Joint*,
- wejścia *voltage* oraz *disturbance*,
- wyjścia *ball\_position*, *ball\_velocity*, *beam\_angle* oraz *beam\_angular\_velocity*.

Obiekt *Base* reprezentuje podstawę, na której umieszczono całą mechanikę układu. Poprzez transformacje *RT* oraz *RT1* umieszczono na nim dwie wieże, na których zaczepione są łożyska i wał obrotowy belki (subsystem *Shaft*, rys. 4.4).

Wał belki składa się z dwóch równoległych ścieżek, transformowanych z układu odniesienia świata poprzez bloki *RT2* oraz *RT3*. Za blokami umieszczono złącza obrotowe *BallBearing1* oraz *BallBearing2*, reprezentujące fizyczne łożyska kulkowe (zob. rozdział 2.3). Złącze *BallBearing2* zostało wykorzystane do pobrania z układu aktualnego kąta oraz prędkości kątowej obrotu belki.

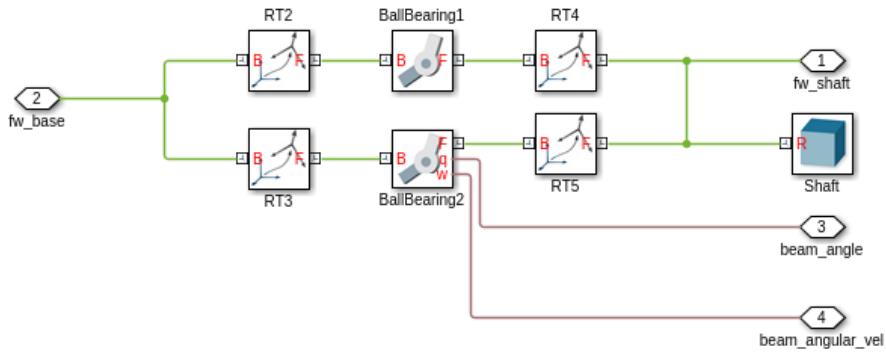
Idąc dalej, w odpowiednim przesunięciu od środka wału belki (*RT6*) zamontowano podpory wału (*Shaft Supports*) — tutaj zamodelowane jako jeden obiekt. Na nich (*RT7*) została przymocowana belka, której kształt w przekroju przypomina domkniętą i wypełnioną literę M.

Na schemacie układu 4.3 równolegle do „górnnej” części obiektu (wał belki, belka, kula) poprowadzona jest ścieżka silnika i przekładni korbowej; obie ścieżki złączone są poprzez korbowód (*Crank-shaft*).



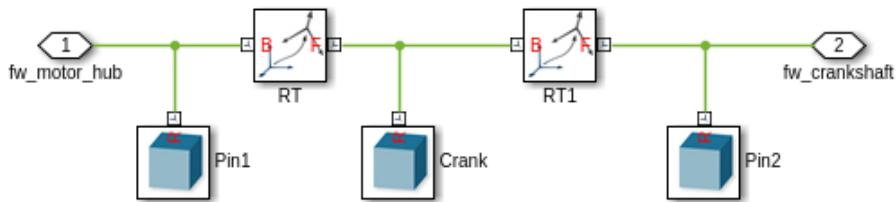
Rys. 4.3. Schemat SIMMECHANICS układu kulki i belki.

Obiekty *MotorBase* oraz *Motor* reprezentują bryły podstawy, na której osadzony jest silnik oraz silnika. Elementy te nie biorą udziału w ogólnym zachowaniu belki pod wpływem momentu generowanego przez silnik, wobec czego nie nadano im skomplikowanych kształtów, jakie te elementy mają w rzeczywistości.



**Rys. 4.4.** Schemat subsystemu *Shaft* odpowiadającego za umocowanie wału obrotu belki w danym układzie odniesienia.

Sposób wykorzystania złącza obrotowego *RJ3* został opisany w rozdziale 4.3. Za wspomnianym złączem znajduje się subsystem *Crank* (przedstawiony na rys. 4.4), który składa się głównie z dwóch czarnych pinów (elementów mocujących o zerowej masie — masa fizycznych przegubów włączona jest do masy korby bądź korbowodu) i korby (*Crank*).

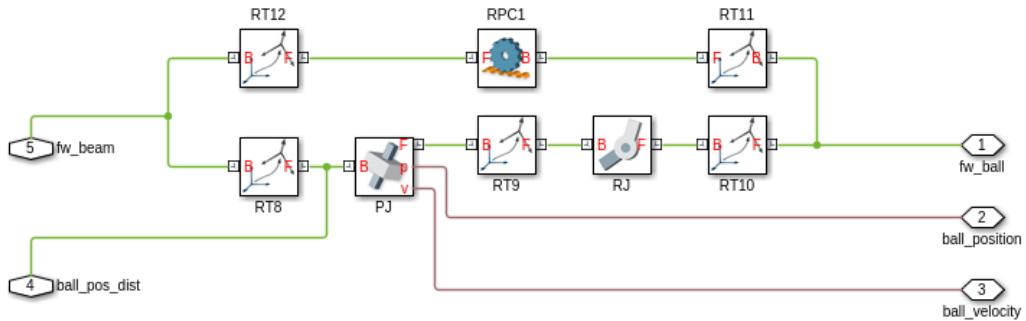


**Rys. 4.5.** Schemat subsystemu *Crank* odpowiadającego za umocowanie korby na wale motoreduktora.

Ostatnim, nieopisanym dotąd subsystemem, jest *Ball mechanics* — subsystem połączony z belką (rys. 4.6), którego zadaniem jest „przytwierdzenie” kulki do belki; osiągnięto to za pomocą nieopisanego dotąd bloku *Rack and pinion* (pol. przeżg比亚 zębatka, współpracująca z kołem zębatym).

Blok *Rack and pinion* jest specjalnym złączem będącym połączeniem złącz pryzmatycznego i obrotowego. W efekcie pracuje jako więzadło ruchu obrotowo-postępowego, z zerowym tarciem i z brakiem oderwania pod wpływem przyspieszeń pionowych, co dobrze przybliża zachowanie kulki w układzie kulki i belki.

Połączenie równoległe bloków  $RPC1$  i  $PJ$ ,  $RJ$  przedstawione na rys. 4.6 spowodowane jest wymaganiami bloku *Rack and pinion* co do osi przesuwu i osi obrotu; z tego powodu konieczne było użycie odpowiednich transformacji układów odniesienia  $RT12$  oraz  $RT11$ .



**Rys. 4.6.** Schemat subsystemu *Ball mechanics* odpowiadającego za zachowanie kulki na belce.

W układzie rys. 4.3 jedno z wejść, oznaczone jako *disturbance*, przeznaczone jest na symulowanie zewnętrznych zakłóceń wpływających bezpośrednio na kulkę; widoczne jest to w schemacie *Ball mechanics* jako wejście *ball\_pos\_dist*.

Z subsystemu *Ball mechanics* wychodzą również dwa wyjścia: *ball\_position* oraz *ball\_velocity*. Odczytywane są one ze złącza pryzmatycznego kulki  $PJ$ .

Sama kula została dołączona do schematu poza subsystemem *Ball mechanics*, jako ciało stałe *Ball*. Równolegle dołączony blok *BallFrame* odpowiada za wyświetlenie wersorów układu odniesienia środka kulki, co pomaga zobaczyć na wizualizacji faktyczny ruch obrotowy kulki po belce.

### 4.3. Model silnika

Widoczny na rys. 4.7 model silnika prądu stałego odpowiada modelowi matematycznemu opartemu o równanie elektryczne obwodu silnika (4.1) mechaniczne (4.2) ([9]):

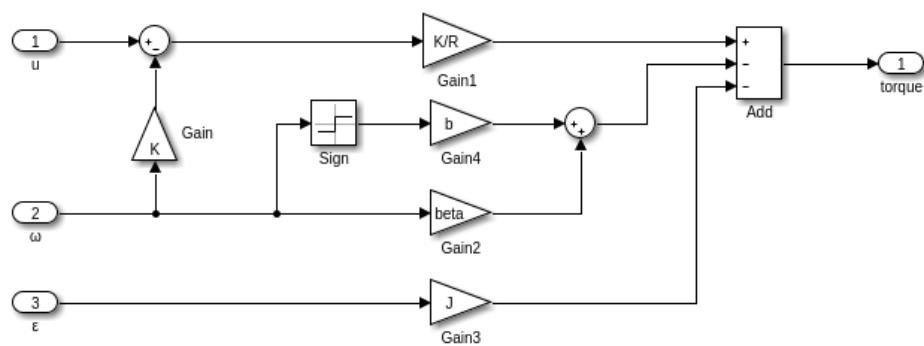
$$u - Ri - L \frac{di}{dt} = K\omega \quad (4.1)$$

$$T = Ki - J\epsilon - \beta\omega - b \operatorname{sgn} \omega \quad (4.2)$$

gdzie:

- $u$  — napięcie sterujące,
- $R$  — rezystancja silnika,
- $i$  — prąd w obwodzie twornika,
- $K$  — stała elektryczna bądź mechaniczna silnika (w jednostkach  $\text{V} \cdot \text{rad}^{-1}$  lub  $\text{N m A}^{-1}$ ),

- $L$  — indukcyjność silnika (w modelu na rys. 4.7 przyjęta za zerową),
- $T$  — moment generowany przez silnik,
- $J$  — moment bezwładności  motoreduktora,
- $\omega$  — prędkość kątowa wału motoreduktora,
- $\epsilon = \frac{d\omega}{dt}$  — przyspieszenie kątowe wału silnika,
- $\beta$  — współczynnik tarcia wiskotycznego przekładni oraz silnika,
- $b$  — współczynnik tarcia suchego przekładni oraz silnika.



**Rys. 4.7.** Schemat subsystemu *Electric Motor* odpowiadającego za model silnika prądu stałego.

Warto zauważyć, że obliczanie kąta obrotu, prędkości kątowej oraz przyspieszenia kątowego odbywa się poza blokiem *Electric Motor* — wykonuje to SIMMECHANICS, biorąc pod uwagę dynamikę reszty układu oraz moment, którym silnik działa na cały mechanizm.

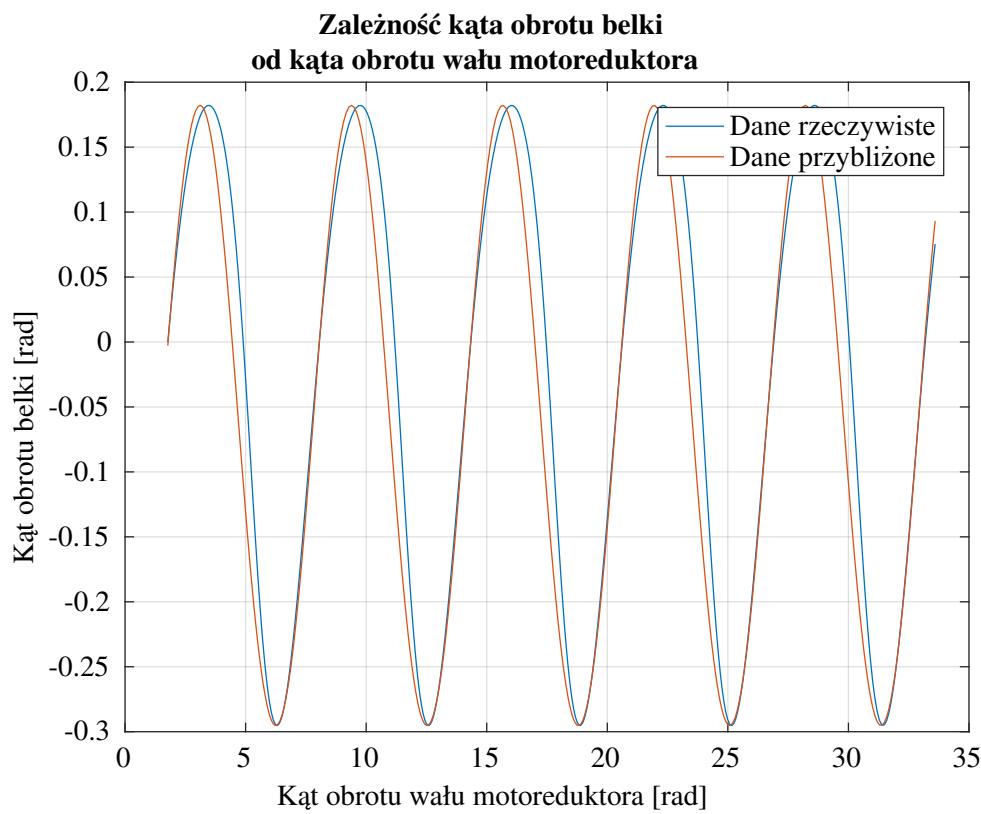
W modelu silnika pominięto indukcyjność, gdyż jej wartość w rzeczywistości jest bardzo niska. Dodatkowo, przeprowadzona identyfikacja tarcia (rozdział 5.2) pokazała, że poza tarciem mokrym w układzie występuje pewne tarcie suche. Z powodu pracy silnika w sposób powtarzalny, tarcie suche może mieć spory wpływ na odpowiedź silnika, dlatego zdecydowano się go nie pomijać.

#### 4.4. Aproksymacja zależności kąta obrotu wału motoreduktora i osi belki

W związku z brakiem czujnika kąta obrotu wału belki, do odczytania jej położenia należy się posłużyć zależnością geometryczną od kąta obrotu wału motoreduktora. W rozdziale 3.2 zasygnałizowano, że w pewnych niewielkich odchyleniach zależność ta może być opisana wzorem  $\theta = \frac{L}{d_k} \alpha$ .

Model symulacyjny SIMMECHANICS eliminuje to ograniczenie, gdyż pozycja i prędkość wału belki odczytywane są bezpośrednio ze złącza obrotowego, w którym osadzony jest wspomniany wał. Niemniej

jednak problem nadal występuje w rzeczywistym układzie, ponieważ nie zastosowano tam żadnego czujnika pozycji kątowej belki. Stąd postanowiono zmierzyć zależność  $\theta(\alpha)$  poprzez symulację zbudowanego modelu. W tym celu podano stałe sterowanie na silnik i zmierzono jednocześnie kąt obrotu wału motoreduktora i wału belki.



Rys. 4.8. Zależność kąta obrotu wału belki od kąta obrotu wału motoreduktora.

Należy zauważyć, że brak dobranych poprawnie parametrów silnika lub kulki nie wpływa negatywnie na dokładność aproksymacji, gdyż elementy łączące belkę z silnikiem są sztywne, a pomiar nie dotyczył dynamiki (prędkość, przyspieszenie) lecz statyki (obrót).

Obrót belki w funkcji obrotu wału motoreduktora postanowiono aproksymować sinusoidą (rys. 4.8) o następującym wzorze:

$$\theta(\alpha) = A \sin(\omega\alpha + \phi) + B \quad (4.3)$$

gdzie:

- $A$  — amplituda sinusoidy,
- $\omega$  — pulsacja,
- $\phi$  — przesunięcie fazowe,
- $B$  — wyraz wolny.

Po przeprowadzeniu aproksymacji numerycznej za pomocą funkcji `fminsearch` z programu MATLAB otrzymano następujące wartości parametrów funkcji (4.3):  $A = 0,2387$ ,  $\omega = 1,0014$ ,  $\phi = -1,5484$ ,  $B = -0,05655$ ; przybliżenie zostało przedstawione na rys. 4.8. Taka funkcja nie jest trudna do implementacji na sterowniku PLC, nie powinna również stanowić zbyt dużego wyzwania obliczeniowego<sup>2</sup> dla wybranego procesora (zob. tabelę 3.1).

Należy zauważyć, że wykres rzeczywistego kąta obrotu belki na rys. 4.8 ma taki sam okres, jak wykres przybliżenia sinusoidą, a jednak nie odpowiada mu całkowicie. Nie jest to błędem, gdyż w związku z działaniem w punkcie równowagi (zob. rozdział 6) największa dokładność przybliżenia oczekiwana jest w zakresie od ok. 0 do 1 rad kąta obrotu wału, czyli tam, gdzie charakterystyki się nakładają.

## 4.5. Podsumowanie

W niniejszym rozdziale opisano sposób budowy modeli za pomocą przybornika narzędziowego SIMSCAPE MULTIBODY, następnie przedstawiono i omówiono zbudowany w ten sposób model symulacyjny obiektu regulacji. W kolejnej części opisano model matematyczny silnika prądu stałego i jego implementację. Na końcu zaprezentowano wykorzystanie modelu obiektu do znalezienia zależności geometrycznej między kątem obrotu wału motoreduktora i wału belki.

---

<sup>2</sup>Producent deklaruje min. 18 µs dla obliczeń zmiennoprzecinkowych.



## 5. Identyfikacja

Używany w projekcie silnik prądu stałego nie posiada w dokumentacji wszystkich parametrów, jakie konieczne są, aby go zamodelować prawidłowo, a te parametry, które zostały podane, mają niepoprawne wartości. Wymusiło to ponowną identyfikację silnika — częściowo eksperymentalną, częściowo numeryczno-optymalizacyjną.

Podobnie charakterystyki czujników odległości, chociaż podane przez producenta, wcale nie muszą odpowiadać wartościom rzeczywistym. Z racji wykorzystania w nich układów elektronicznych możliwa jest pewna wariancja w odpowiedziach — nawet dla tych samych pobudzeń.

W niniejszym rozdziale przeprowadzono identyfikację nieznanych parametrów, a także weryfikację tych podanych przez producenta.

### 5.1. Identyfikacja charakterystyk czujników odległości

W celu pobrania charakterystyk indywidualnych czujników przeprowadzono serię eksperymentów, w których zmierzono odpowiedzi czujników w zależności od pozycji przeszkody. Użytą przeszkodą była kulka (zob. rozdział 2.6).

Procedura pojedynczego eksperymentu przeprowadzana była następująco: kulkę załączano tak, aby jej środek znajdował się na wybranej pozycji; następnie kulka była zabezpieczana taśmą, aby jej położenie nie uległo zmianie w trakcie eksperymentu. Próbki pobierane były z dwóch przetworników ADC co 100 ms przez kilkadziesiąt sekund (przynajmniej pół minuty). W efekcie dla każdego wyznaczonego położenia kulki do dalszej analizy dostępnych było kilkaset próbek.

Pobieranie próbek odbywało się poprzez narzędzie Traces z programu SIEMENS TIA PORTAL, które umożliwia eksport wyników do formatu .csv w celu dalszej obróbki.

Z każdej serii próbek odpowiadającej jednej pozycji środka kulki wyliczono średnią arytmetyczną wartości z obu przetworników. Przyjęto, że wartości te odpowiadają odpowiedziom czujników na odległość do bliższej im krawędzi kulki; to założenie jest słuszne dlatego, że do pomiaru środka kulki wykorzystana jest para czujników i wartość średnia ich odczytów (por. rozdział 3.3, szczególnie wzór (3.2)).

Wykres uzyskanych danych pomiarowych został przedstawiony na rys. 3.7, natomiast dane przygotowane do przeprowadzenia aproksymacji umieszczone są w tabeli 5.1. Dane te zostały skrócone, tzn. wyeliminowano pomiar dla odległości mniejszych od 3 cm, który wprowadzał dwuznaczność do odwzorowania *pomiar → odległość*.

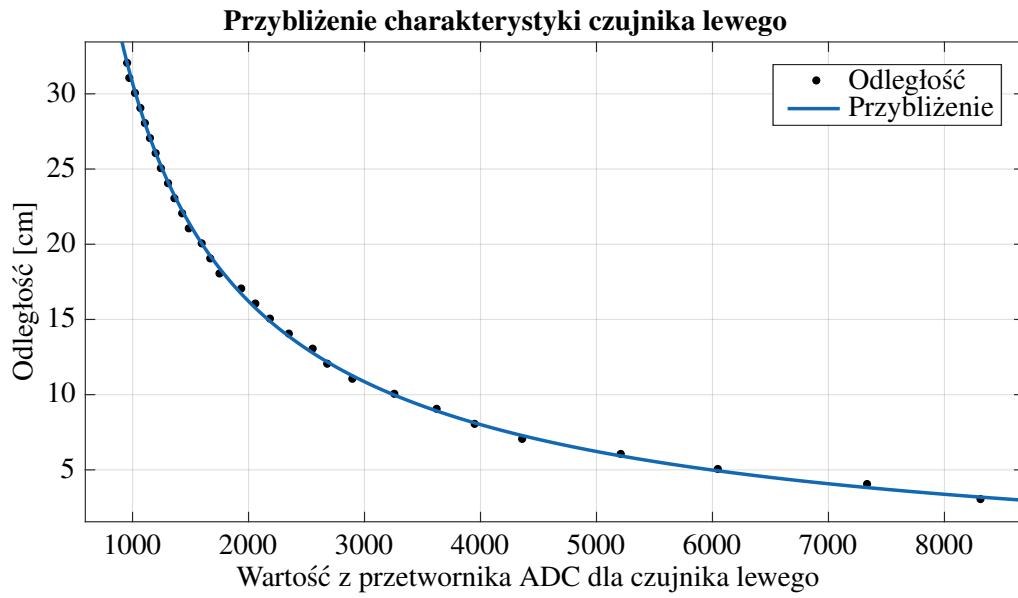
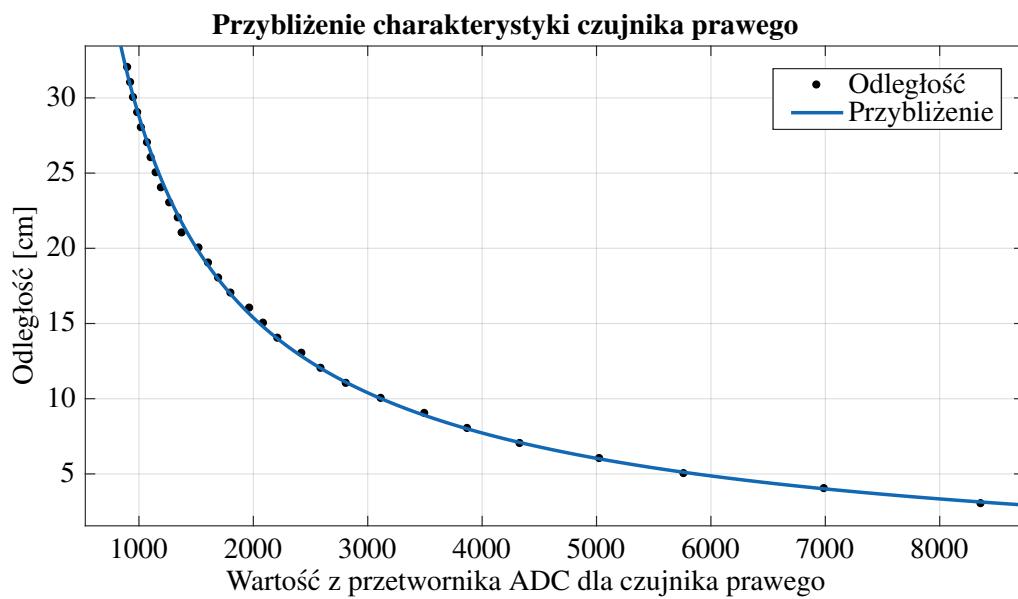
**Tabela 5.1.** Uzyskane wyniki pomiarów charakterystyk każdego z czujników.

Odległość do piłki	Wartość z ADC czujnika lewego	Wartość z ADC czujnika prawego
3 cm	8318,137584	8364,10453
4 cm	7340,2222	6993,866279
5 cm	6053,363328	5767,105651
6 cm	5216,61082	5029,89899
7 cm	4366,262745	4334,347917
8 cm	3956,949782	3875,203271
9 cm	3629,119926	3501,318182
10 cm	3264,490872	3120,025641
11 cm	2902,293996	2815,218324
12 cm	2685,820809	2594,338488
13 cm	2560,291417	2426,931271
14 cm	2354,944805	2217,032895
15 cm	2191,632399	2091,435986
16 cm	2066,078067	1970,516373
17 cm	1944,336323	1806,977578
18 cm	1756,851385	1699,710037
19 cm	1677,359862	1611,165109
20 cm	1603,756579	1527,873377
21 cm	1492,209622	1380,49501
22 cm	1435,164948	1346,626204
23 cm	1368,446394	1271,832298
24 cm	1313,357143	1199,407708
25 cm	1251,582888	1153,330258
26 cm	1206,343458	1109,593886
27 cm	1157,610417	1077,421569
28 cm	1113,545455	1024,010471
29 cm	1074,938575	991,7826825
30 cm	1028,267442	955,1822222
31 cm	979,5052265	930,057047
32 cm	960,6421801	904,1445087

Aproksymacja charakterystyk czujników została przeprowadzona za pomocą narzędzia Curve Fitting z programu MATLAB. Najlepsze przybliżenia otrzymano przy wykorzystaniu aproksymacji wykładniczej (zob. rys. 5.1, rys. 5.2), tj. postaci  $y = ax^b + c$ , gdzie  $x$  to wartość pomiaru z przetwornika, a  $y$  to odległość do przeszkodej. Odpowiednie funkcje przedstawiono w tabeli 5.2.

**Tabela 5.2.** Funkcje aproksymujące charakterystyki czujników.

Czujnik	Funkcja aproksymująca	Wartość błędu <i>RSME</i>
Lewy	$y = 9819x^{-0,8229} - 2,651$	0,197
Prawy	$y = 8166x^{-0,8055} - 2,525$	0,2639

**Rys. 5.1.** Wykres przedstawiający aproksymację charakterystyki czujnika lewego.**Rys. 5.2.** Wykres przedstawiający aproksymację charakterystyki czujnika prawego.

W ramach eksperymentów przeprowadzono również test zachowania czujników, gdy pomiędzy nimi nie ma żadnej przeszkody. Pozwoliło to oszacować wartości progowe, które użyte zostały do osiągania braku lub obecności kulki. Więcej szczegółów umieszczono w rozdziale 7.1.

## 5.2. Identyfikacja parametrów silnika

Jak to zostało zasygnalizowane we wstępie do rozdziału, nie wszystkie parametry silnika są poprawne lub zostały podane przez producenta. Spośród podanych przez producenta (zob. tab. 3.2) do zweryfikowania możliwe są:

- napięcie zasilania silnika  $u_N$ , 
- prędkość biegu jałowego odpowiadającego temu napięciu  $\omega_N$ ,
- prąd biegu jałowego  $i_N$ .

Niestety niemożliwe jest zweryfikowanie prądu zatrzymania silnika  $i_S$ , tj. prądu pobieranego przez silnik przy napięciu znamionowym oraz fizycznym zablokowaniu obrotu wału silnika. Doprowadzenie do takiej sytuacji spowodowałoby fizyczne uszkodzenie zasilacza, mostka H lub samego silnika. Z identycznych powodów niemożliwe jest zmierzenie momentu koniecznego do zatrzymania obrotu wału motoreduktora w tych samych warunkach.

### 5.2.1. Weryfikacja parametrów podanych przez producenta silnika

Poniższe pomiary i eksperymenty wykonano przy nieobciążonym silniku, tj. po rozłączeniu połączenia wału motoreduktora z korbą.

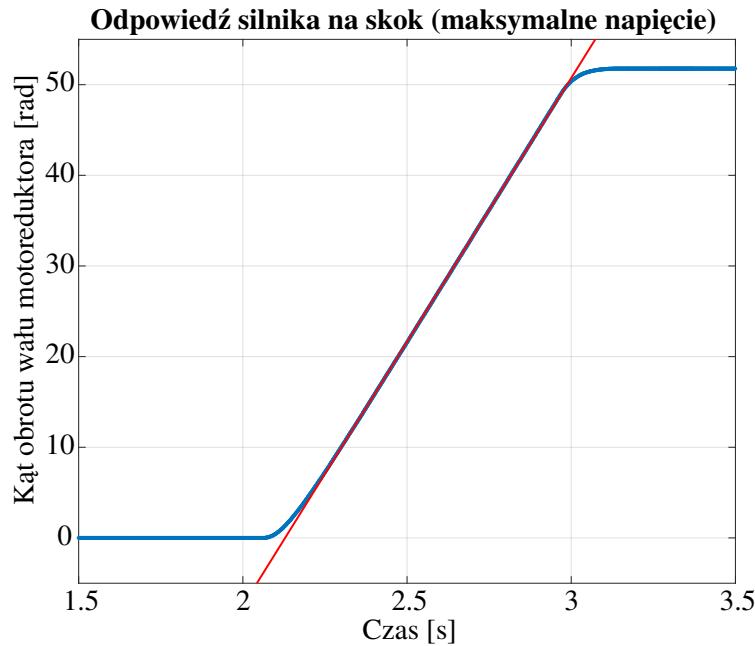
Za pomocą multimetru zmierzono napięcie na stykach zasilacza przeznaczonego dla silnika (zob. rozdział 3.5), które wyniosło 11,95 V. Również za pomocą multimetru, tym razem wprowadzając szeregowo w obwód zasilania silnika, zmierzono prąd biegu jałowego, którego napięcie wyniosło 0,23 A.

Prędkość biegu jałowego silnika wyznaczono za pomocą eksperymentu: na silnik podano maksymalne sterowanie, a za pomocą narzędzia Traces z programu SIEMENS TIA PORTAL pobrano odpowiedź silnika (wartość licznika enkodera); próbkowanie w tym eksperymencie wyniosło około 1 ms. Następnie dla części danych, dla których silnik osiągnął stałą wartość prędkości, wyznaczono nachylenie. Wartość tego nachylenia odpowiada prędkości kątowej wału motoreduktora, co zaprezentowano na rys. 5.3.

Z powyższego eksperymentu uzyskano wartość prędkości kątowej biegu jałowego 58,267 rad/s<sup>1</sup>.

### 5.2.2. Identyfikacja parametrów niepodanych przez producenta silnika

Pozostałe parametry, wymagane do poprawnego działania modelu silnika (zob. rozdział 4.3), których wartości nie zostały podane przez producenta, to:



**Rys. 5.3.** Wykres odpowiedzi silnika na skok jednostkowy (maksymalne napięcie) z zaznaczoną prostą, której nachylenie odpowiada prędkości kątowej wału motoreduktora.

- rezystancja silnika  $R$ ,
- stała silnika  $K$ ,
- indukcyjność silnika  $L$ ,
- współczynniki tarcia wiskotycznego  $\beta$  oraz suchego  $b$ ,
- moment bezwładności motoreduktora  $J$ .

Wartości tych parametrów zostały najpierw obliczone analitycznie, a następnie zoptymalizowane numerycznie.

Rezystancję  $R$  obliczono z równania elektrycznego silnika (4.1) dla sytuacji zatrzymania silnika ( $\omega = 0, i = i_S$ ). Mamy wtedy:

$$R = \frac{u_N}{i_S} = \frac{11,95}{5} = 2,39 \Omega \quad (5.1)$$

Z tego samego równania (4.1) dla pracy jałowej silnika można wyciągnąć zależność na stałą silnika  $K$ :

$$K = \frac{u_N - Ri_N}{\omega_N} = \frac{11,95 - 2,39 \cdot 0,23}{58,267} = 0,195656203 \quad (5.2)$$

Jednostką stałej  $K$  jest  $\text{N m A}^{-1}$  (dla stałej momentu) lub  $\text{V s rad}^{-1}$  (dla stałej SEM rotacji).

Zależności na współczynniki tarcia wiskotycznego i suchego można natomiast wyciągnąć z równania mechanicznego silnika (4.2) działającego przy ustalonej prędkości kątowej ( $\dot{\omega} = 0$ ):

$$\begin{aligned} Ki &= \beta\omega + b \operatorname{sgn} \omega \\ \frac{K}{R}(u - K\omega) &= \beta\omega + b \operatorname{sgn} \omega \\ \frac{K}{R}u &= \left( \frac{K^2}{R} + \beta \right) \omega + b \operatorname{sgn} \omega \\ \omega &= \frac{K}{R \left( \frac{K^2}{R} + \beta \right)} u + \frac{b}{\frac{K^2}{R} + \beta} \operatorname{sgn} \omega \end{aligned} \quad (5.3)$$

Możliwe jest wyznaczenie analityczne zależności dla  $\beta$  (5.4) oraz  $b$  (5.5) na podstawie wzoru (5.3), jeśli przyjąć, że jest to wzór określający liniową zależność postaci  $\omega(u) = K_1u + K_2$ :

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{K}{R \left( \frac{K^2}{R} + \beta \right)} \\ RK_1 \left( \frac{K^2}{R} + \beta \right) &= K \\ \beta &= \frac{K - K_1 K^2}{RK_1} \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{b}{\frac{K^2}{R} + \beta} \\ b &= K_2 \left( \frac{K^2}{R} + \beta \right) \end{aligned} \quad (5.5)$$

W wyprowadzeniu (5.5) pominięto kwestie zgodności znaku (nieciągłość wprowadzona przez  $\operatorname{sgn} \omega$ ).

Współczynniki  $K_1$  oraz  $K_2$  uzyskano przeprowadzając eksperymenty odpowiedzi skokowych silnika dla kilkudziesięciu kolejnych wartości sterowań, pokrywających cały dopuszczalny zakres. Na podstawie danych pomiarowych, na które składają się sterowanie i wartość licznika enkodera, obliczono prędkość ustaloną silnika dla każdego sterowania, co przedstawia tabela 5.3.

Wykres danych z tabeli 5.3, wraz z naniesionymi przybliżeniami (krzywymi regresji liniowych) uzy- skanymi z narzędzia Curve Fitting z programu MATLAB, został przedstawiony na rys. 5.4. Jak widać, krzywe regresji nie przecinają się w punkcie  $(0, 0)$ , co oznacza, że wyraz wolny równania (5.3) jest niezerowy, a zatem współczynnik  $b$  również jest niezerowy. Dowodzi to, że słusznie wzięto pod uwagę w modelu silnika tarcie suche.

**Tabela 5.3.** Prędkość kątowa silnika dla różnych sterowań.

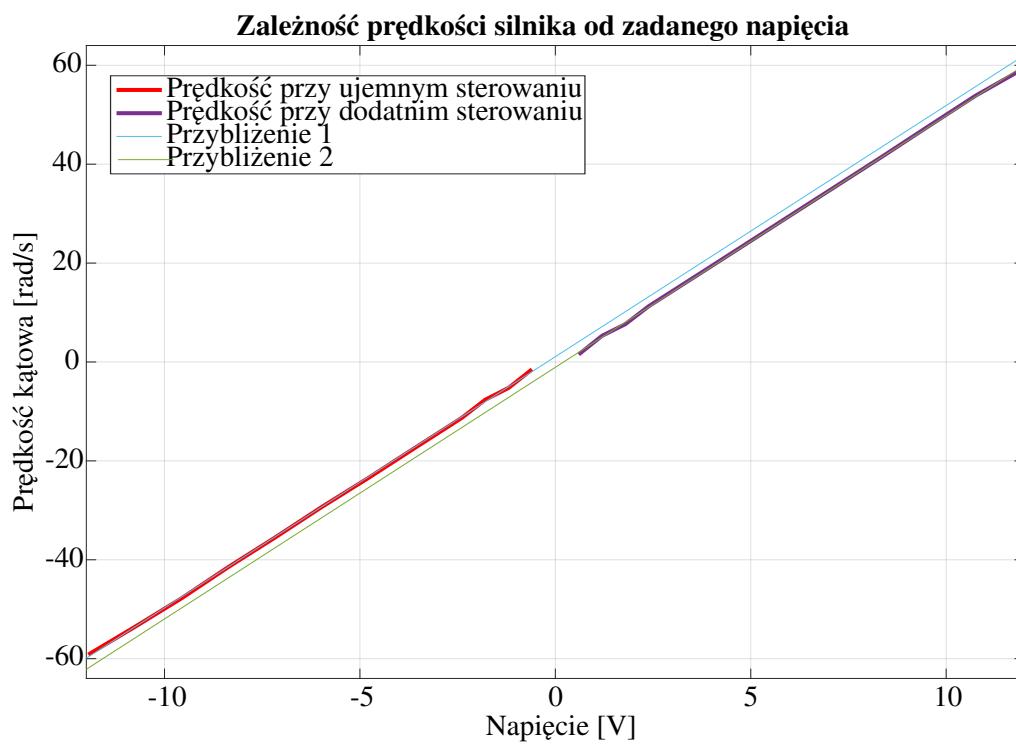
Sterowanie <sup>a</sup>	Napięcie <sup>b</sup> [V]	Prędkość kątowa [rad/s]
-100 %	-11,950	-59,17 <sup>c</sup>
-90 %	-10,755	-53,56
-80 %	-9,560	-47,78
-70 %	-8,365	-41,47
-60 %	-7,170	-35,50
-50 %	-5,975	-29,32
-40 %	-4,780	-23,44
-30 %	-3,585	-17,34
-20 %	-2,390	-11,29
-15 %	-1,793	-7,63
-10 %	-1,195	-5,24
-5 %	-0,598	-1,50
5 %	0,598	1,52
10 %	1,195	5,30
15 %	1,793	7,65
20 %	2,390	11,28
30 %	3,585	17,31
40 %	4,780	23,37
50 %	5,975	29,44
60 %	7,170	35,49
70 %	8,365	41,55
80 %	9,560	47,74
90 %	10,755	53,87
100 %	11,950	59,20

<sup>a</sup> wypełnienie sygnału PWM, przy czym znak sterowania zmienia drugi sygnał kierunku obrotów (zob. rozdział 3.2),

<sup>b</sup> efektywne napięcie (wprost proporcjonalne do napięcia sygnału PWM),

<sup>c</sup> wartość różna o około 1 rad s<sup>-1</sup> od zmierzonej prędkości ustalonej podanej w rozdziale 5.2.1; pewne implikacje tej różnicy opisano w rozdziale 5.3.

Współczynniki regresji liniowych  $K_1$ ,  $K_2$  wraz z obliczonymi na ich podstawie wartościami współczynników tarcia  $\beta$  oraz  stały przedstawione w tabeli 5.4. W dalszych rozważaniach przyjęto wartość uśrednioną z obu wyników:  $\beta = 8,2436 \times 10^{-5}$ ,  $b = 0,017283013$ . 



**Rys. 5.4.** Wykres ustalonych prędkości kątowych silnika w zależności od podanego sterowania.

**Tabela 5.4.** Parametry regresji liniowych i współczynniki tarcia.

Współczynnik	Wartość dla prędkości ujemnej	Wartość dla prędkości dodatniej
$K_1$	5,080321	5,089359
$K_2$	1,068029	-1,078974
$\beta$	$9,674447 \times 10^{-5}$	$6,812668 \times 10^{-5}$
$b^a$	0,017210	0,017356

<sup>a</sup> Postawiono znak dodatni tak, aby wzór (5.3), uwzględniający nieciągłość  $\text{sgn } \omega$ , był poprawny.

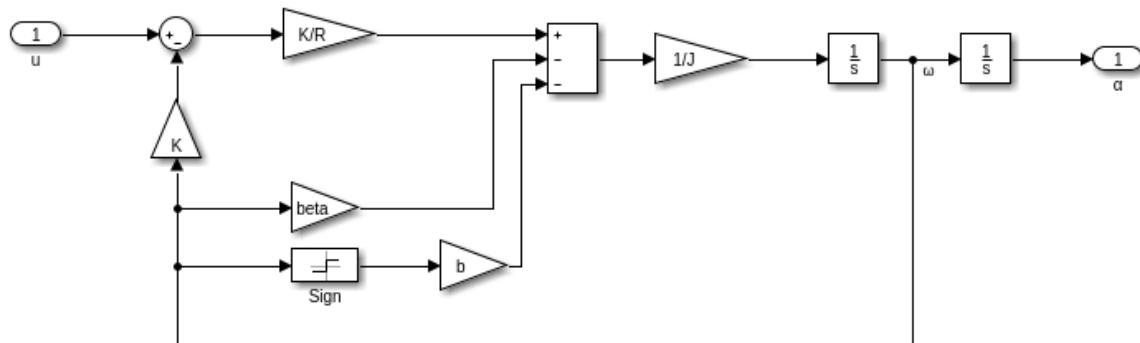
Zidentyfikowano zatem następujące parametry silnika:

- rezystancja silnika  $R$ ,
- stała silnika  $K$ ,
- współczynniki tarcia wiskotycznego  $\beta$  oraz suchego  $b$ .

Należy zauważyć, że wszystkie te parametry zależą bezpośrednio ( $R$ ) lub pośrednio ( $K, \beta, b$ ) od wartości prądu zatrzymania silnika  $i_S$ , której nie można zmierzyć bez niszczenia elementów obiektu, a należy podejrzewać, że wartość przedstawiona przez producenta nie jest prawdziwa. W związku z tym istnieją podstawy, by przeprowadzić dodatkową optymalizację wyznaczonych wartości wspomnianych parametrów. Razem z nią zidentyfikować można pozostałe, brakujące parametry — indukcyjność obwodów silnika  $L$  oraz moment bezwładności wału  $J$ .

### 5.2.3. Identyfikacja parametrów metodami optymalizacji numerycznej

Do identyfikacji wykorzystano model zbliżony do modelu z rys. 4.7, również oparty o równania elektryczne (4.1) i mechaniczne silnika (4.2). Został on przedstawiony na rys. 5.5. Główną różnicą w stosunku do modelu ze schematu symulacyjnego obiektu jest brak polega na mechanice przybornika narzędziowego SIMSCAPE MULTIBODY w celu wyliczenia momentu, prędkości obrotowej czy przyspieszenia kątowego.



**Rys. 5.5.** Schemat modelu silnika prądu stałego użytego do identyfikacji parametrów.

Optymalizacja została przeprowadzona za pomocą narzędzia Parameter Estimation z pakietu MATLAB/SIMULINK. Wykorzystuje ono z góry zadane sterowanie i znaną odpowiedź rzeczywistego obiektu do takiego dobrania parametrów, aby odpowiedź modelu była jak najbliższa rzeczywistej.

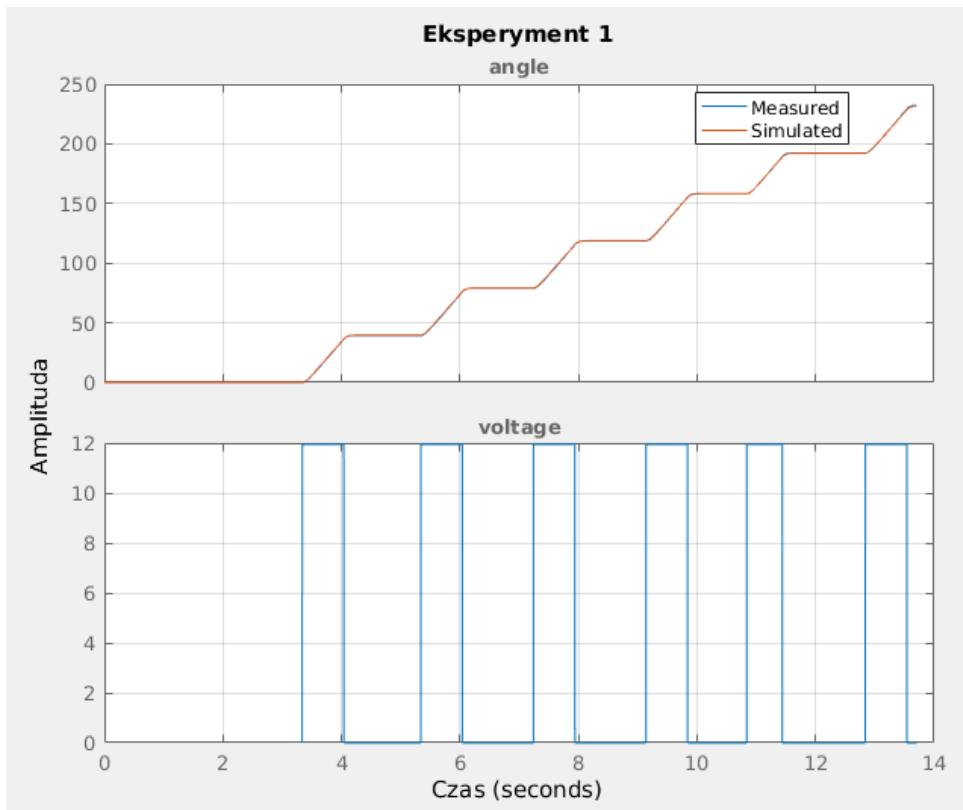
Jako zadane sterowanie wykorzystano zapisany za pomocą narzędzia Traces z programu SIEMENS TIA PORTAL kilkukrotny skok jednostkowy sterowania; podobnie użytą odpowiedzią obiektu była zapisana wartość licznika enkodera przeliczona na kąt obrotu belki. Za początkowe wartości parametrów

przyjęto wartości obliczone w poprzednich rozdziałach, a w przypadku momentu bezwładności wału motoreduktora przyjęto  $J = 0,0014 \text{ kg m}^2$ .

Dane wejściowe, wyjściowe i odpowiedź modelu przedstawiono na rys. 5.6, a wyniki końcowe estymacji zostały umieszczone w tabeli 5.5.

**Tabela 5.5.** Parametry silnika przed i po optymalizacji.

Parametr	Wartość przed optymalizacją	Wartość po optymalizacji	Względna zmiana wartości
$b$	0,017283	0,014132	-18,23 %
$\beta$	0,000082	$2,395780 \times 10^{-5}$	-70,34 %
$J$	0,001400	0,000981	-29,94 %
$K$	0,195656	0,206892	5,74 %
$R$	2,390000	2,540241	6,29 %



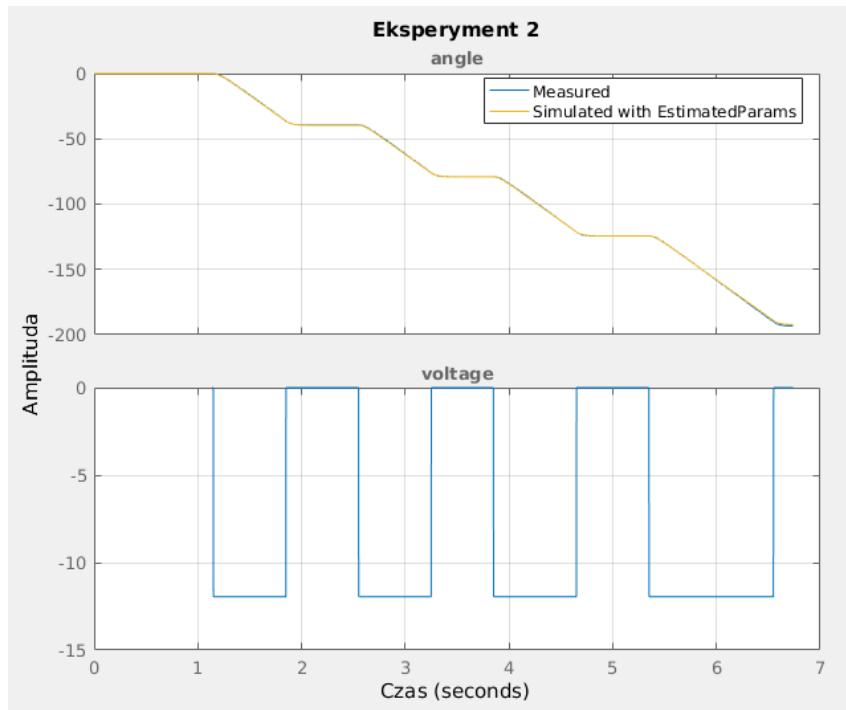
**Rys. 5.6.** Zrzut ekranu wykresów danych wejściowych (dół) i wyjściowych dla procesu optymalizacji oraz odpowiedź obiektu po przeprowadzonej optymalizacji parametrów (góra).

Jak widać z rys. 5.6, dopasowanie odpowiedzi modelu do odpowiedzi obiektu rzeczywistego jest bardzo dobre, nawet bez uwzględnienia indukcyjności obwodów silnika. Oznacza to, że wartość parametru  $L$  jest zaniedbywalna.

### 5.3. Weryfikacja identyfikacji silnika

Narzędzie Parameter Estimation z pakietu MATLAB/SIMULINK poza optymalizacją parametrów modelu umożliwia również weryfikację działania modelu opartego o te parametry. Weryfikacja odbywa się przy użyciu innych danych niż optymalizacja.

Pierwszą weryfikację przeprowadzono z wykorzystaniem „ujemnych” skoków jednostkowych, tj. sterowania silnika skierowanego w przeciwną stronę. Wyniki zostały zaprezentowane na rys. 5.7. Jak widać, dobrane numerycznie parametry modelu silnika dają w tym przypadku zadowalające rezultaty.

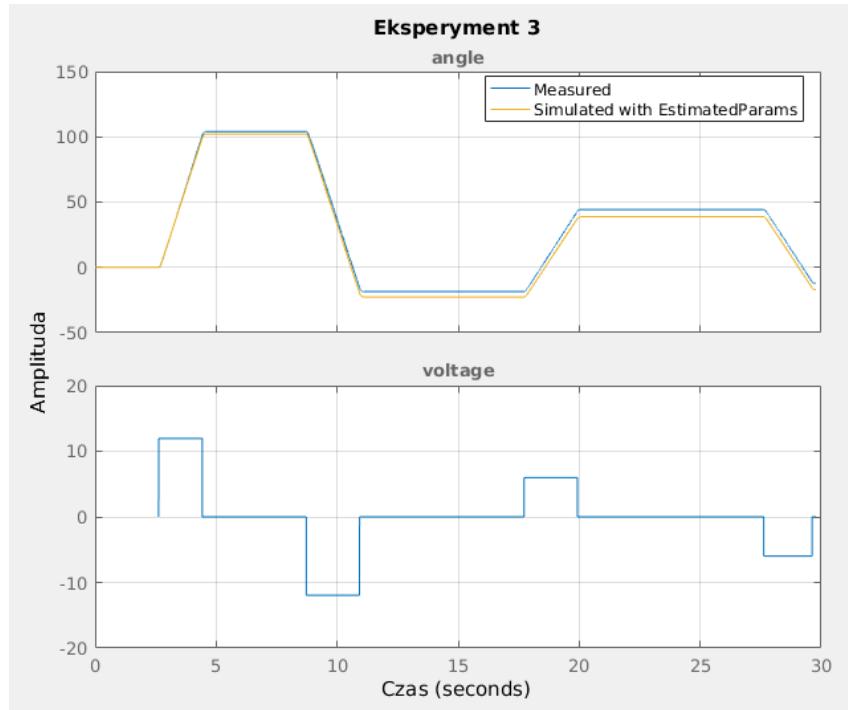


**Rys. 5.7.** Zrzut ekranu wykresów danych wejściowych (dół) i wyjściowych dla procesu weryfikacji oraz odpowiedź obiektu ze zoptymalizowanymi parametrami (góra).

Druga weryfikacja, w której sterowaniem w danych wejściowych były pojedyncze skoki o wartościach 100 %, -100 %, 50 % oraz -50 %, nie przyniosła tak dobrych rezultatów (rys. 5.8). Być może jest to wynikiem osiągania innych prędkości ustalonych przez silnik, co zostało zaznaczone wcześniej w rozdziałach 5.2.1 oraz 5.2.2. Niemniej jednak, różnica w osiągach silnika nie jest wielka, zatem należy się spodziewać, że zaprojektowane sprzężenie zwrotne pozwoli te różnice zminimalizować.

### 5.4. Podsumowanie

W niniejszym rozdziale przedstawiono sposób wyznaczenia charakterystyk czujników odległości oraz identyfikację parametrów silnika prądu stałego. Parametry silnika, które zostały podane przez producenta, okazały się niedokładne, dlatego w pierwszej kolejności zweryfikowano je o ile było to możliwe. Następnie na podstawie równań elektrycznego i mechanicznego silnika wyznaczono prawie



Rys. 5.8. Zrzut ekranu wykresów danych wejściowych (dół) i wyjściowych dla procesu weryfikacji przy kolejnym eksperymentem.

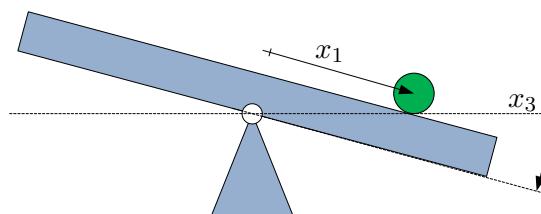
wszystkie nieznane parametry. W ostatnim kroku zidentyfikowano numerycznie pozostałe parametry oraz zoptymalizowano już wyznaczone, co potwierdziła opisana weryfikacja wyników identyfikacji parametrów silnika.

## 6. Model liniowy obiektu i regulacja

Do wyznaczenia regulatorów dla systemu konieczne jest uzyskanie jego uproszczonego modelu liniowego ([10]), który — w myśl twierdzenia Hartmana-Grobmana — zachowuje się podobnie jak obiekt nieliniowy. Zgodnie z teorią sterowania, wyznaczone w tym rozdziale regulatory powinny działać w chyłkach wybranego punktu pracy.

### 6.1. Punkt pracy i linearyzacja

Za zmienne stanu przyjęto: położenie liniowe kulki względem środka belki  $x_1$ , kąt obrotu belki względem poziomu  $x_3$  oraz ich pochodne w czasie  $x_2 = \dot{x}_1$ ,  $x_4 = \dot{x}_3$ .



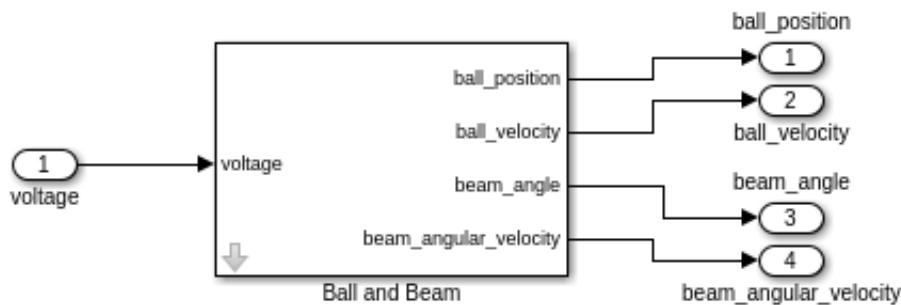
Rys. 6.1. Reprezentacja głównych zmiennych stanu w obiekcie.

Jak naturalny wybrały punkt pracy  $x^*$ , w którym wszystkie zmienne stanu są zerowe:

$$x^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Linearyzację modelu przeprowadzono z wykorzystaniem narzędzi wbudowanych w pakiet MATLAB/SIMULINK, a konkretnie Linear Analysis Tool. Do linearyzacji przygotowano wersję modelu układu z odłączonym wejściem na zakłócenia oraz wyłączoną (za pomocą bloku *Manual Switch*) częścią odpowiedzialną za symulację tarcia suchego w silniku (rys. 6.2). Usunięcie tarcia suchego

w przypadku linearyzacji w punkcie równowagi  $x^*$  spowodowane jest względami praktycznymi: częsta zmiana znaku prędkości obrotowej belki utrudnia lub nawet uniemożliwia uruchamianie symulacji, gdyż wewnętrzny mechanizm SIMULINK wykrywa wtedy wiele przejść przez zero<sup>1</sup>.



Rys. 6.2. Model układu przeznaczony do przeprowadzenia linearyzacji.

Przed linearyzacją konieczne było znalezienie punktu pracy, czyli przeprowadzenie tzw. *trimmingu* modelu. W procesie tym wyznacza się ograniczenia na stany układu lub ich wartości początkowe. Jest to istotne zagadnienie, gdyż układ zbudowany za pomocą przybornika SIMSCAPE MULTIBODY zawiera 18 stanów, chociaż, tak jak to zdefiniowano na początku rozdziału, wybrano jedynie 4 do prezentacji systemu. Większość z tych „nadmiarowych” stanów to położenia i prędkości pryzmatycznych lub obrotowych, które nie są istotne z punktu widzenia reprezentacji liniowej układu.

*Trimming* modelu to tak naprawdę proces optymalizacyjny, mający na celu tak dobrą wartości początkowe stanów systemu, aby maksymalny ich błąd w trakcie symulacji był jak najmniejszy; jest to jednoznaczne z numerycznym znajdowaniem punktu równowagi systemu. Z powodu swojej optymalizacyjnej natury, proces ten nie mógł znaleźć odpowiedniego punktu, dopóki nie został rozpoczęty z odpowiednio bliskiego otoczenia punktu równowagi. Osiągnięto to podając jako wartość startową dla wejścia bloku (*voltage* na rys. 6.2) napięcie sterowania  $u = -0,51158$ . Wartość ta wynika z faktu delikatnego ciążenia belki w stronę mechanizmu korbowego, co musi rekompensować silnik poprzez wytworzenie niezerowego momentu.

Po wyznaczeniu punktu równowagi, nadal wykorzystując narzędzie Linear Analysis Tool, zlinearyzowano układ otrzymując wynikowe macierze:

<sup>1</sup>Możliwe jest wyłączenie tego mechanizmu lub użycie metody adaptacyjnej wykrywania przejść przez zero, jednakże spowalnia to symulację.

$$\begin{aligned}
 \tilde{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,2289 & 0 & 47,607 & 3,2117 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,4977 & 0 & 0,262 & -6,9832 \end{bmatrix} \\
 \tilde{B} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -15,5016 \\ 0 \\ 33,7051 \end{bmatrix} \\
 \tilde{C} &= \begin{bmatrix} 0,03 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,03 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2044 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2044 \end{bmatrix} \\
 \tilde{D} &= 0
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Dalsza analiza wyników linearyzacji wykazała, że narzędzie Linear Analysis Tool dobrało inne zmienne stanu niż oczekiwane, a mianowicie:

- $\tilde{x}_1$  – kąt obrotu kulki wokół własnej osi,
- $\tilde{x}_2$  – prędkość kątowa obrotu kulki wokół własnej osi,
- $\tilde{x}_3$  – kąt obrotu wału motoreduktora,
- $\tilde{x}_4$  – prędkość kątowa obrotu wału motoreduktora.

Należy zauważyć, że kąt obrotu kulki wokół własnej osi  $\tilde{x}_1$  oraz przesunięcie liniowe kulki  $x_1$  są ze sobą liniowo zależne:  $\tilde{x}_1 = rx_1$ , gdzie  $r$  to promień kulki. Podobnie kąty obrotu belki  $x_3$  i obrotu wału motoreduktora  $\tilde{x}_3$  również są od siebie liniowo zależne w pobliżu punktu pracy, co zostało wskazane w rozdziale 3.2, wzór (3.1). Oznacza to, że można dokonać transformacji macierzy stanu (6.2) tak, aby otrzymać oczekiwane zmienne stanu.

Transformację podobieństwa zmiennych stanu  $\check{x} = T_1 \tilde{x}$  przeprowadza się następująco:

$$\begin{aligned}
 \check{x}' &= T_1 \tilde{A} T_1^{-1} \check{x} + T_1 \tilde{B} u \\
 \check{y} &= \tilde{C} T_1^{-1} \check{x} + \tilde{D} u
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

Jako macierz transformacji  $T_1$  użyto macierzy wyjścia  $\tilde{C}$  i otrzymano następujące macierze wynikowe:

$$\begin{aligned}\breve{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,2289 & 0 & 6,9871 & 0,4714 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3,3914 & 0 & 0,262 & -6,9832 \end{bmatrix} \\ \breve{B} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -0,465 \\ 0 \\ 6,8896 \end{bmatrix} \\ \breve{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \breve{D} &= 0\end{aligned}\tag{6.4}$$

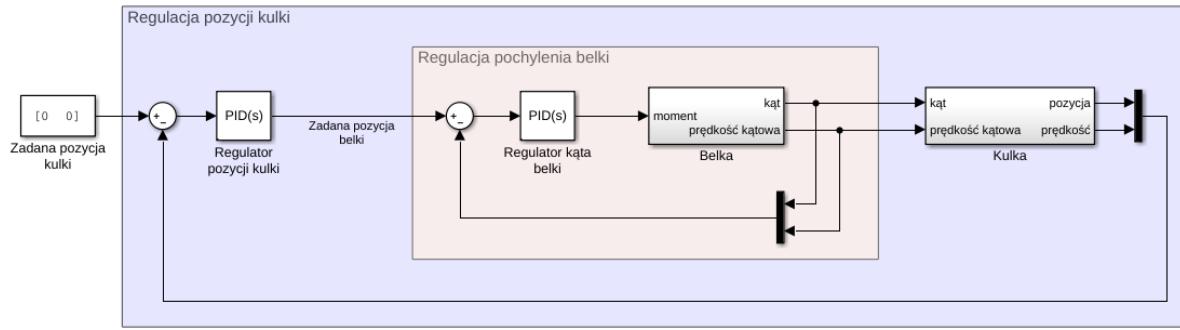
Jak można zaobserwować, położenie zer i jedynek w macierzach  $\tilde{A}$  i  $\breve{A}$  pozostało takie samo, co potwierdza, że dokonana została transformacja liniowa.

## 6.2. Kaskadowy układ regulacji

Należy zauważyć, że belka wraz z mechanizmem napędowym tworzą szybki, nieliniowy, niejednoznaczny i łatwo zakłócany układ, podczas gdy kulka jest obiektem wolnym, liniowym i stacjonarnym. Ta „rozdzielność” dwóch układów sugeruje możliwość zastosowania dwóch regulatorów.

Ponadto w tym obiekcie regulacji zastosowano silnik prądu stałego zamiast rozwiązania z wbudowanym regulatorem pozycji, na przykład serwonapędem modelarskim (porównanie alternatywnych do zastosowanego wariantów zespołu napędowego umieszczonego w dodatku A). W wyniku działania tego silnika następuje ruch belki, który powoduje ruch kulki. Masa kulki jest niewielka, a zatem nie wpływa praktycznie wcale na ruch belki.

Korzystając z powyższych obserwacji i wspomnianego ciągu następstw, w niniejszej pracy proponuje się zastosowanie kaskadowego układu regulacji, w którym regulator nadzędny pozycji kulki generuje sygnał sterujący dla regulatora podrzędnego wychylenia belki. Schemat ilustrujący taką strukturę sterowania przedstawiony jest na rys. 6.3.



Rys. 6.3. Schemat ilustrujący ideę kaskadowego układu regulacji obiektu typu kulka i belka.

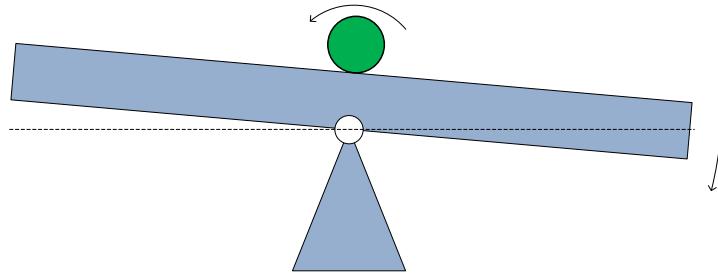
Aby możliwe było obliczenie osobnych regulatorów dla kulki oraz dla belki, równanie stanu powinno mieć następującą strukturę:

$$\begin{array}{l} \text{kulka} \\ \text{belka} \end{array} \left\{ \begin{bmatrix} \bar{x}'_1 \\ \bar{x}'_2 \\ \bar{x}'_3 \\ \bar{x}'_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ 0 & \bar{A}_{22} \end{bmatrix}}_{\bar{A}} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix}}_{\bar{B}} u \right. \quad (6.5)$$

Z (6.5) wynika, że zachowanie kulki zależy od kulki i belki, a nie zależy od sterowania, natomiast zachowanie belki zależy tylko od belki i sterowania:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{x}'_1 \\ \bar{x}'_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \end{bmatrix} \bar{x} \\ \begin{bmatrix} \bar{x}'_3 \\ \bar{x}'_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \bar{x} + \bar{B}_2 u \end{aligned}$$

Jak można łatwo zauważyć, struktury macierzy  $\bar{A}$  i  $\bar{B}$  (6.4) nie odpowiadają strukturom pożądanych macierzy  $\bar{A}$  i  $\bar{B}$ . Może to być spowodowane bezwładnością kulki: w momencie ruchu belki w dół, kulka pod wpływem tarcia przesuwa się odrobinę względem powierzchni belki w stronę przeciwną do kierunku spadku (ilustracja na rys. 6.4). Sugeruje to niewielka i ujemna zależność przyspieszenia kątowego kulki  $\ddot{x}'_2$  od sterowania  $u$ , podczas gdy zależność belki od sterowania ma znak dodatni i dużo większy współczynnik.



Rys. 6.4. Ilustracja toczenia się kulki w przeciwną stronę niż kierunek spadku.

Kompensacji takiego ruchu kulki, a więc doprowadzenia macierzy  $\check{B}$  do struktury macierzy  $\bar{B}$ , można dokonać przez transformację  $\hat{x} = T_2 \check{x}$  zdefiniowaną jak w (6.3); za macierz  $T_2$  dobrano:

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{\check{B}_2}{\check{B}_4} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{\check{B}_2}{\check{B}_4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

gdzie  $\check{B}_i$  oznacza  $i$ -ty element macierzy  $\check{B}$ . Współczynnik  $p = -\frac{\check{B}_2}{\check{B}_4}$  został dobrany w taki sposób, aby wyzerować element drugi macierzy  $\check{B}$  przy użyciu macierzy transformacji, która jak najmniej ingeruje w stan systemu. Stąd obecność jedynek na przekątnej  $T_2$ , natomiast współczynnik  $p$  jest rozwiązaniem równania  $\hat{B} = T_2 \check{B}$  dla jej drugiego wiersza:

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \check{B}_2 \\ 0 \\ \check{B}_4 \end{bmatrix} = \check{B}_2 + p\check{B}_4$$

skąd już dzięki prostemu przekształceniu otrzymujemy  $p = -\frac{\check{B}_2}{\check{B}_4}$ .

Współczynnik  $p$  pojawia się również w pierwszym wierszu macierzy transformacji  $T_2$ . Został on umieszczony tam w celu uzyskania zgodności zależności zmiennych stanu  $\hat{x}_1$  od  $\check{x}_2$  tak, jak zależne są  $\check{x}_1$  od  $\check{x}_2$ .

Dzięki przekształceniu przez macierz (6.6) otrzymano następujące macierze stanu:

$$\begin{aligned}\hat{A} &= \left[ \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7,0047 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3,3914 & 0 & 0,0331 & -6,9832 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ \hline \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} \end{array} \right] \\ \hat{B} &= \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6,8896 \end{array} \right] \\ \hat{C} &= \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -0,0675 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0,0675 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \\ \hat{D} &= 0\end{aligned}\tag{6.7}$$

Widać, że postać macierzy  $\hat{B}$  z (6.7) odpowiada już oczekiwanej strukturze, natomiast macierz  $\hat{A}$  jeszcze nie ma takiej formy. W związku z tym zdecydowano się doprowadzić macierz  $\hat{A}$  do postaci blokowo-trójkątnej górnej poprzez wyzerowanie  $\hat{A}_{21}$ . Nowe macierze stanu przedstawiają się następująco:

$$\begin{aligned}A &= \left[ \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7,0047 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0,0331 & -6,9832 \end{array} \right] \\ B &= \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6,8896 \end{array} \right] \\ C &= \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -0,0675 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0,0675 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \\ D &= 0\end{aligned}\tag{6.8}$$

Aby udowodnić, że wyzerowanie ww. elementu macierzy  $\hat{A}$  nie przyniosło negatywnych skutków, poniżej przedstawiono wykresy charakterystyk amplitudowo-fazowych dla systemów opisanych macierzami  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$  i  $\hat{D}$  oraz  $A, B, C$  i  $D$ .

Jak widać na rys. 6.5, w bardzo niskich częstotliwościach (poniżej 1 Hz) układy nie zachowują się jednakowo. Wynika to z faktu, że przy tak powolnych ruchach belką kula jest w stanie potoczyć

się dalej od środka belki, a zatem jej oddziaływanie na belkę rośnie. Jednakże w wyższych częstotliwościach charakterystyki układów są takie same i w związku z tym można założyć, że macierze wynikowe  $A, B, C$  i  $D$  są poprawne.

Ostatecznie uzyskano następujące równania stanu:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7,0047 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0,0331 & -6,9832 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6,8896 \end{bmatrix} u \quad (6.9)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,0675 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0,0675 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Za pomocą kryterium macierzy Kalmana stwierdzono, że układ (6.9) jest sterowalny, a zatem możliwe jest dobranie regulatora, który ten układ doprowadzi do dowolnego punktu pracy. Ponadto macierz stanu układu posiada następujące wartości własne:  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,0047 & -6,9880 \end{bmatrix}^\top$ , co jest sprzeczne z założeniami twierdzenia Hartmana-Grobmana ([11]), a zatem nie pozwala twierdzić o podobieństwie reprezentacji systemu zlinearyzowanego do systemu nieliniowego.

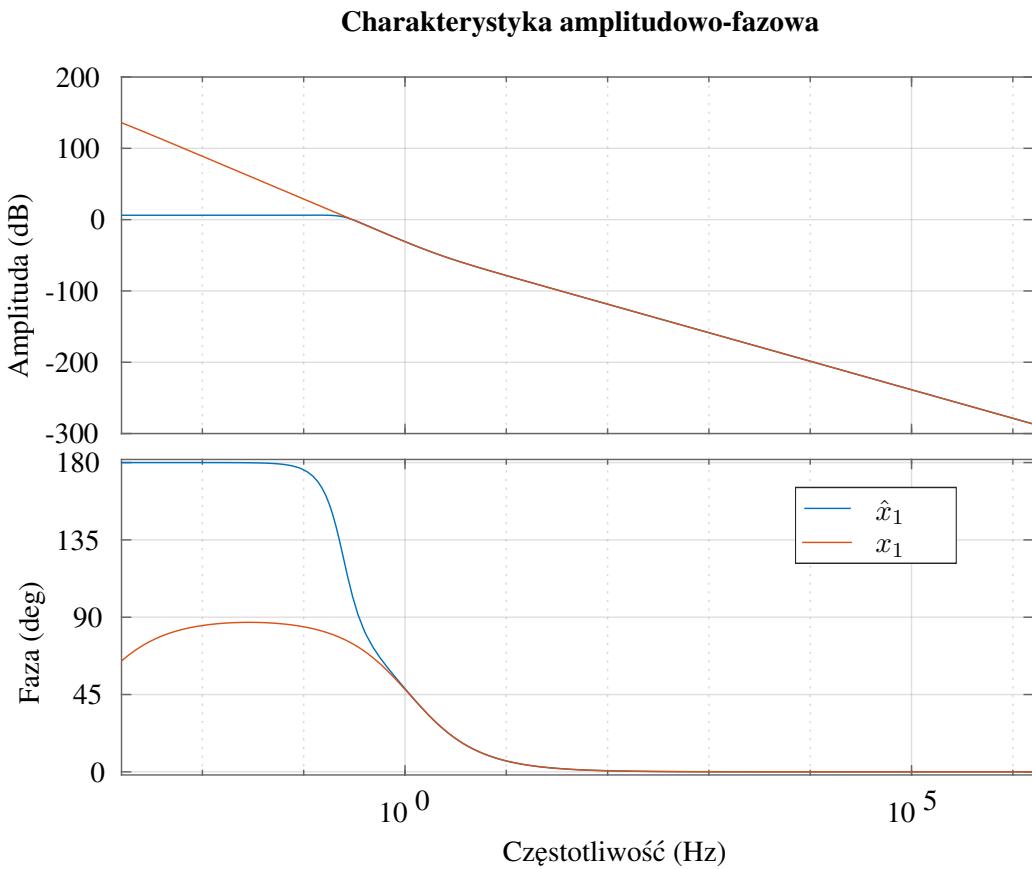
Do uzyskania struktury kaskadowej systemu zlinearyzowanego należy wydzielić równania stanu kulki oraz belki:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 7,0047 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,0675 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0,0675 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0,0331 & -6,9832 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 6,8896 \end{bmatrix} u \quad (6.13)$$

$$\begin{bmatrix} y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$



**Rys. 6.5.** Wykresy amplitudowo-fazowe systemów opisanych macierzami (6.7) oraz (6.8). Przedstawiona charakterystyka dla pierwszej zmiennej stanu (położenia liniowego kulkii).

Oczywiście taka forma równań (6.11) i (6.12) jest niepoprawna, ale bardzo łatwo można ją przekształcić do schematu z rys. 6.3 stosując podmianę  $u_1^* = x_3$ ,  $u_2^* = x_4$ :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 7,0047 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

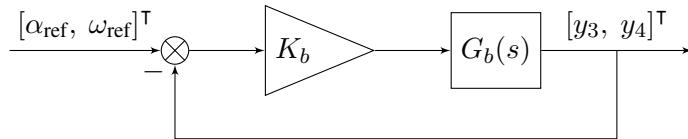
$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,0675 & 0 \\ 0 & -0,0675 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

### 6.3. Regulator pochylenia belki

Jako regulator pochylenia belki wybrano prosty regulator proporcjonalny od stanu. Struktura regulacji przedstawiona jest na rys. 6.6, gdzie:

- $\alpha_{\text{ref}}$  oraz  $\omega_{\text{ref}}$  są wartościami zadanymi odpowiednio kąta oraz prędkości kątowej belki,

- $K_b$  jest macierzą wzmocnień regulatora,
- $G_b(s)$  jest transmitancją (typu *SIMO*) zlinearyzowanego systemu belki opartego o równania stanu (6.13) i wyjścia (6.14),
- $y_3, y_4$  są wartościami wyjściowymi z modelu (pozycją kątową i prędkością kątową belki).

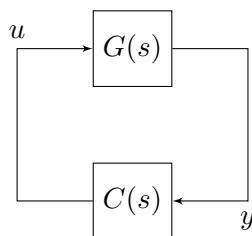


**Rys. 6.6.** Schemat blokowy sterowania zlinearyzowanego systemu odpowiadającego za zachowanie belki.

Wartość wzmocnienia  $K_b$  została dobrana za pomocą funkcji `looptune` z programu MATLAB, co pozwoliło uzyskać dużą dynamikę działania regulatora. Wspomniana funkcja optymalizuje pętlę sprzężenia zwrotnego układu zaprezentowaną na rys. 6.7 według ustalonych kryteriów częstotliwościowych:

- pasmo przenoszenia – punkt przejścia charakterystyki amplitudy przez zero musi zawierać się w wyznaczonym zakresie częstotliwości,
- wydajność – akcja całkująca na częstotliwościach poniżej wyznaczonego zakresu,
- odporność (ang. *robustness*) – odpowiednie zapasy stabilności na częstotliwościach poniżej wyznaczonego zakresu.

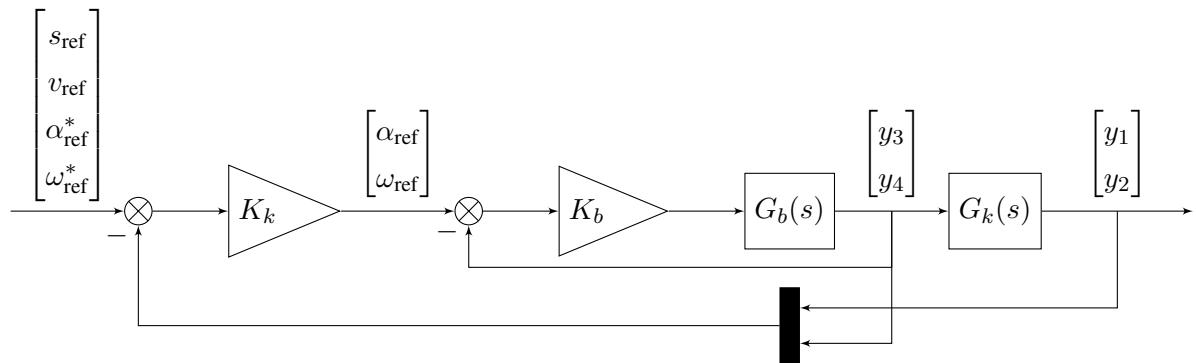
Do funkcji `looptune` podano jako argument zakres częstotliwości 5 – 20 Hz, uzyskując wzmocnienie regulatora  $K_b = [-8,2069; -1,5756]$ . Informacje o sposobie implementacji regulatora zamieszczone są w rozdziale 7.4.1.



**Rys. 6.7.** Schemat blokowy układu optymalizowanego przez funkcję `looptune`;  $G(s)$  to obiekt regulacji,  $C(s)$  to regulator.

## 6.4. Regulator pozycji kulki

Po uzyskaniu odpowiedniej struktury wewnętrznej pętli sprzężenia zwrotnego (rys. 6.6), w podobny sposób zaprojektowano zewnętrzną pętlę sprzężenia zwrotnego, obejmującą swym działaniem oba systemy zlinearyzowane – kulkę oraz belkę. Schemat zbudowanego systemu przedstawiono na rys. 6.8; system korzysta z wyprowadzonej w równaniach (6.15) oraz (6.16) postaci równań stanu systemu kulki.



**Rys. 6.8.** Schemat sterowania zlinearyzowanego systemu odpowiadającego za zachowanie belki oraz kulki.

Na rys. 6.8 zastosowano następujące oznaczenia:

- $s_{\text{ref}}, v_{\text{ref}}, \alpha_{\text{ref}}^*, \omega_{\text{ref}}^*$  to wartości zadane położenia i prędkości liniowej kulki, a także kąta i prędkości belki dla zewnętrznej pętli sprzężenia zwrotnego,
- $K_k$  to macierz wzmacnień regulatora nadzawanego,
- $\alpha_{\text{ref}}, \omega_{\text{ref}}$  to wartości zadane kąta i prędkości kątowej belki wygenerowane przez regulator  $K_k$ ,
- $K_b, G_b(s), y_3$  oraz  $y_4$  jak na rys. 6.6,
- $G_k(s)$  to transmitancja (typu *MIMO*) zlinearyzowanego systemu kulki opartego o równania stanu (6.15) i wyjścia (6.16),
- $y_1, y_2$  to wartości wyjściowe z modelu kulki (położenie i prędkość).

Względem schematu ideowego z rys. 6.3 nastąpiła zmiana wektora wartości zadanych dla zewnętrznej pętli, która również została rozszerzona o dodatkowe dwa stany związane z pochyleniem i prędkością kątową belki. Zmiany te wynikają z większych możliwości kształtuowania sygnału sterowania dla wewnętrznej pętli, gdy do dyspozycji regulatora  $K_k$  jest więcej stanów.

Wewnętrzna pętlę sprzężenia zwrotnego oraz system  $G_k(s)$  „zwinięto” za pomocą komend `sumblk` oraz `connect` z programu MATLAB w jeden system typu *State-Space*. Pozwoliło to uzyskać strukturę potrzebną do użycia, podobnie jak w przypadku regulatora od stanu belki, funkcji `looptune` do wyznaczenia macierzy wzmacnień regulatora.

Funkcja `looptune` w przypadku zewnętrznej pętli sprzężenia zwrotnego wygenerowała następującą macierz wzmacnień regulatora  $K_k$ :

$$K_k = \begin{bmatrix} 1,7905 & 1,7813 & 0,9181 & 1,1457 \\ 0,1802 & -0,4902 & 0,1762 & 0,2744 \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Należy przypomnieć, że funkcja `looptune` jest funkcją optymalizacyjną; w związku z tym, jej wynik może być zależny od punktu rozpoczęcia optymalizacji. Macierz (6.17) została wygenerowana z punktu początkowego  $K_k^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

Po ponownym „zwinięciu” regulatora  $K_k$  i wewnętrznej pętli sprzężenia zwrotnego za pomocą komend `sumblk` oraz `connect` uzyskano system *State-Space* całego zlinearyzowanego układu wraz z pętlami sprzężeń zwrotnych. Macierze stanu tego systemu zostały zaprezentowane poniżej (6.18):

$$\begin{aligned} A_c &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -103,4 & -79,16 & -103,2 & -95,39 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 7,005 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} && \text{[ } \text{]} \\ B_c &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 103,2 & 95,39 & 53,82 & 67,76 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} && \text{[ } \text{]} \\ C_c &= \begin{bmatrix} -0,0675 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0,0675 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} && \text{[ } \text{]} \\ D_c &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} && \text{[ } \text{]} \end{aligned} \quad (6.18)$$

Sprawdzenie wartości własnych macierzy  $A_c$  pokazuje, że układ ten ma charakter oscylacyjny (6.19):

$$\Lambda(A_c) = \begin{bmatrix} -77,9427 \\ -0,0527 + 2,8869i \\ -0,0527 - 2,8869i \\ -1,1124 \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

Po implementacji regulatora, opisanej w rozdziale 7.4.2, okazało się, że układ nie jest w stanie w rozsądny czasie ustabilizować położenia kulki. Dobrano więc w sposób empiryczny inne nastawy  $K_k$ ,

które polepszyły zachowanie układu. Zmiany względem oryginalnych nastaw  $K_k$  zostały wyróżnione na (6.20):

$$K_k = \begin{bmatrix} 1,7905 & \mathbf{1,0813} & 0,9181 & \mathbf{0,1} \\ 0,1802 & -0,4902 & 0,1762 & 0,2744 \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

Po wprowadzeniu zmienionego regulatora do całości układu, w macierzach stanu nie zaszły duże zmiany, a charakter układu pozostał oscylacyjnie stabilny:

$$\begin{aligned} A_c &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -103,4 & \mathbf{-22,7} & -103,2 & \mathbf{-55,82} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 7,005 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B_c &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 103,2 & 55,82 & 53,82 & \mathbf{8,633} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ C_c &= \begin{bmatrix} -0,0675 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0,0675 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ D_c &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Lambda(A_c) &= \begin{bmatrix} -18,0548 \\ -0,9213 + 3,6632i \\ -0,9213 - 3,6632i \\ -2,8061 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.21)$$

## 6.5. Podsumowanie

W niniejszym rozdziale przedstawiono obrane zmienne stanu i proces linearyzacji wykorzystujący narzędzia dostępne dla projektantów systemów sterowania w pakiecie MATLAB/SIMULINK. Pokazano również transformację, której konieczne było poddanie wyniku linearyzacji, aby uzyskać pożądane zmienne stanu, a nie wybrane przez narzędzie Linear Analysis Tool. Następnie przedstawiono ideę i strukturę kaskadowego układu sterownia oraz powody, dla których postanowiono taką strukturę zastosować, a także przeprowadzono szereg transformacji i zmian w wynikowych macierzach stanu układu zlinearyzowanego, aby doprowadzić go do pożądanej struktury.

Na koniec w rozdziale przedstawiono dobór regulatorów podrzędnego, odpowiadającego za sterowanie silnikiem i belką, oraz nadrzędnego, kontrolującego pozycję kulki poprzez generowanie wartości zadanych dla regulatora podrzędnego.

## 7. Algorytmy sterowania

Obsługa czujników odległości i bazowania, a także algorytmy sterowania, zostały zaimplementowane na przemysłowym sterowniku PLC Siemens S7-1211C. Schemat blokowy głównej pętli programu, uruchamianej co cykl procesora w bloku  B1, został przedstawiony na rys. 7.1, natomiast szczegółowy opis poszczególnych elementów i algorytmów zamieszczono poniżej.



Rys. 7.1. Schemat pętli głównej programu.

W ramach bloku *Odczyt czujników* następują poniższe operacje:

- obsługa enkodera:
  - przeliczanie wartości licznika enkodera na kąt obrotu wału motoreduktora,
  - przeliczanie kąta obrotu wału motoreduktora na kąt obrotu belki, zgodnie z informacjami podanymi w rozdziale 4.4,
- obsługa czujników odległości:
  - obliczanie odległości dla każdego czujnika przy wykorzystaniu punktów charakterystyki i algorytmu aproksymacji liniowej,
  - obliczanie pozycji kulki oraz jej średnicy,

- weryfikacja obecności kulki (szerzej opisana w rozdziale 7.1),
- generowanie impulsów od zboczy: narastającego dla przycisku START (NO) oraz opadającego dla przycisku STOP (NC),
- generowanie impulsu od opadającego zbocza czujnika bazowania.

W programie obsługiwane są tylko 3 wyjścia sterownika. Dwa z nich służą do sterowania silnikiem (sygnały *PWM, kierunek*), trzeci steruje diodą sygnalizacyjną. Sygnał *PWM* kontrolowany jest przez sterownik jako tzw. wyjście pulsacyjne (*PTO*); rolą programisty jest dostarczenie odpowiedniej wartości liczbowej do konkretnego słowa wyjściowego sterownika (tutaj `%QW1000`). Częstotliwość wyjścia pulsacyjnego ustawiono na 20 kHz, natomiast kontrolę wypełnienia na setki, tzn. wpisanie wartości 85 do słowa wyjściowego sygnału *PWM* oznacza wypełnienie 85 %.

Z racji możliwości sterowania obrotami silnika w dwie strony, regulator pozycji belki może zwrócić wartość z zakresu -100 do 100; stąd w bloku *Zapis do wyjść* następuje konwersja tej wartości na jej moduł i zapis tego modułu do `%QW1000`, natomiast sygnał *kierunek* ustawiony jest na 1 dla ujemnej wartości sterowania, a na 0 dla dodatniej.

Równolegle do bloku OB1, wywoływanego co cykl procesora, użyto dwóch bloków organizacyjnych OB30 i OB31 wywoływanych co 50 ms. Rolą pierwszego z nich jest uruchamianie regulatorów (więcej w rozdziale 7.4), natomiast rolą drugiego jest obliczanie pochodnych sygnałów w czasie.

W OB31 następuje obliczanie prędkości liniowej kulki oraz prędkości kątowej belki według następujących wzorów:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}$$

gdzie:

- $\Delta t$  to stała wartość 50 ms równa okresowi wywołań bloku OB31,
- $\Delta x$  to różnica wartości obecnej pozycji liniowej kulki oraz pozycji z poprzedniego wywołania bloku OB31,
- $\Delta \alpha$  to różnica wartości obecnego kąta belki oraz kąta z poprzedniego wywołania bloku OB31.

## 7.1. Wykrywanie braku kulki

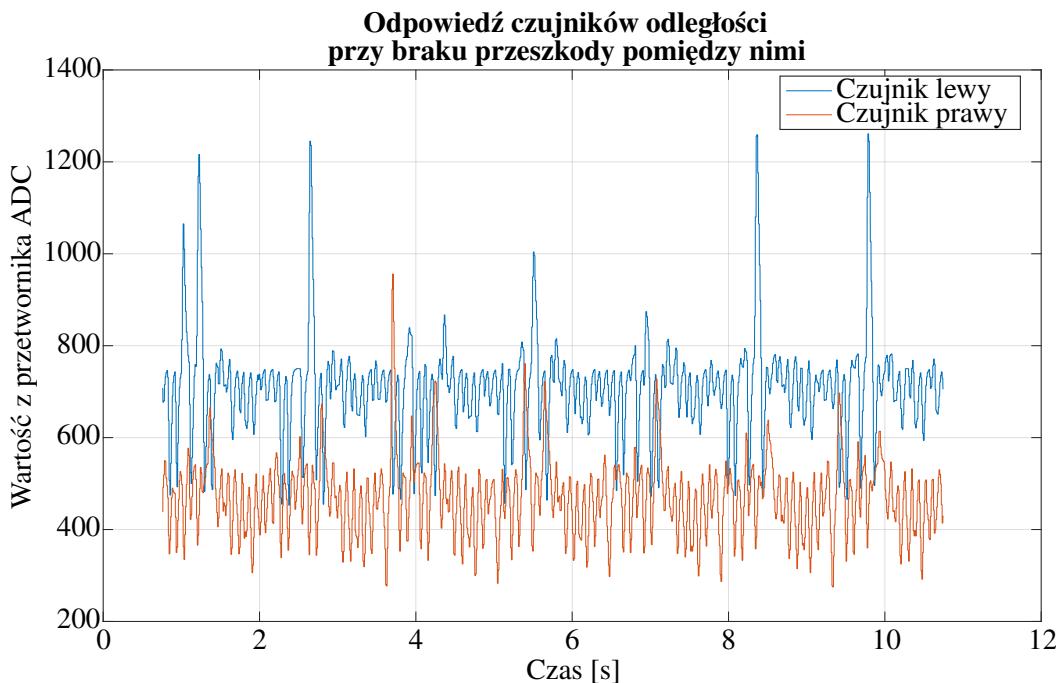
Jak to zostało wspomniane w rozdziale 5.1, poza zebraniem charakterystyk czujników odległości dla kolejnych położen kulki, sprawdzono również jak reagują czujniki, gdy pomiędzy nimi nie znajduje się żadna przeszkoda.

Pomiary przedstawiono na rys. 7.2. Wynika z nich, że oba czujniki przy braku przeszkody mocno szumią; jednocześnie widać, że średnie sygnałów to około 700 i niecałe 500, a także widać sporadyczne skoki (zwłaszcza czujnika lewego) do wartości w zakresie charakterystyk (por. rys. 5.1).

Biorąc powyższe fakty pod uwagę, zdecydowano się na następujący algorytm wykrywania obecności kulki pomiędzy czujnikami:

- jeżeli wartość z przetwornika ADC czujnika lewego wynosi mniej niż 800 oraz wartość z przetwornika ADC czujnika prawego wynosi mniej niż 600, to zresetuj zmienną binarną *kulka obecna*,
- jeżeli wartość z przetwornika ADC czujnika lewego wynosi więcej niż 900 oraz wartość z przetwornika ADC czujnika prawego wynosi więcej niż 900, to ustaw zmienną binarną *kulka obecna*.

W wyniku zastosowania powyższych warunków, błędnie określona obecność kulki będzie tylko w sytuacji chwilowego wystąpienia skoków wartości na obu czujnikach; brak kulki zostanie wykryty natychmiast po zaniknięciu obu skoków wartości.

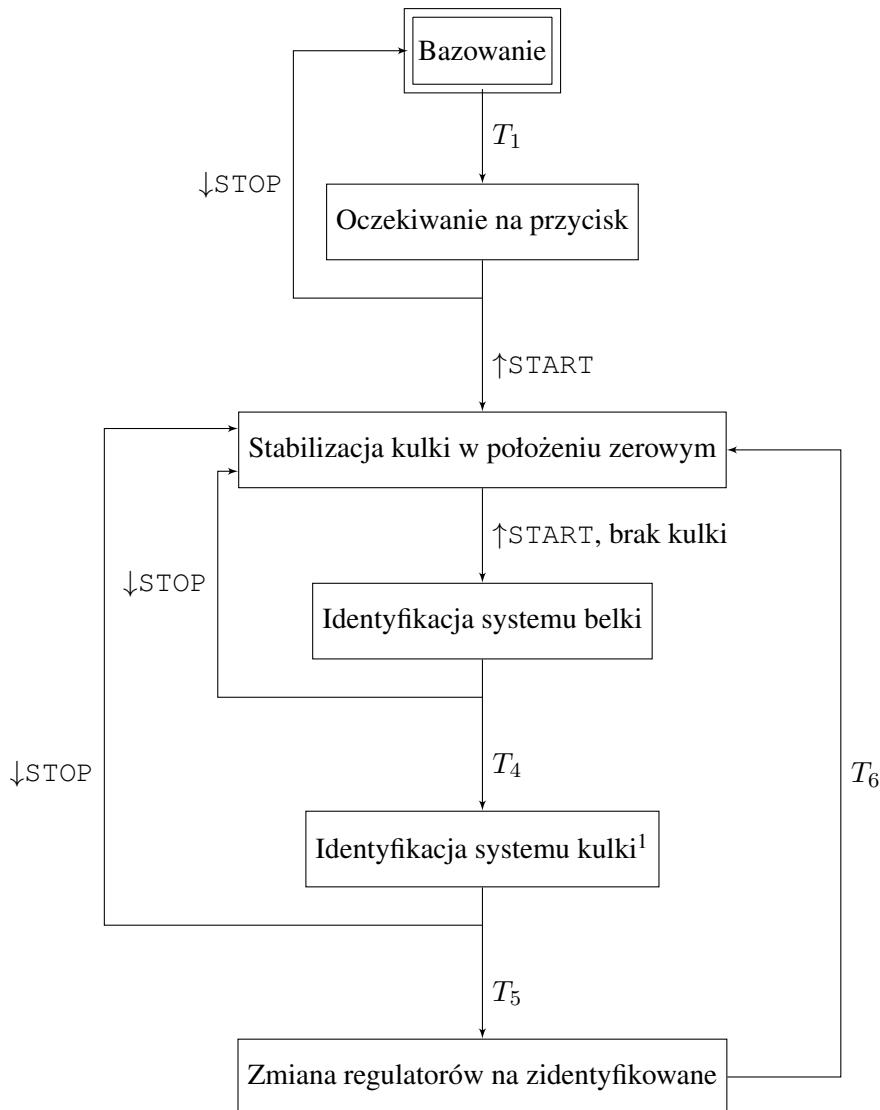


Rys. 7.2. Odpowiedź czujników odległości, gdy pomiędzy nimi nie ma żadnej przeszkody.

## 7.2. Sekwencja główna programu

Sterownik PLC Siemens z serii S7-1200 nie obsługuje języka sterowania sekwencyjnego S7-GRAFH, który został zastrzeżony przez producenta tylko dla mocniejszej serii S7-1500 [12]. W związku

z tym w języku obsługiwany przez S7-1200 (diagram drabinkowy *LAD* [13]) zaimplementowano okrojoną wersję sterowania sekwencyjnego, przedstawioną na rys. 7.3.



Rys. 7.3. Schemat sterowania sekwencyjnego zaimplementowanego w sterowniku PLC.

Na schemacie sekwencji z rys. 7.3 wyróżnić można:

- stany, oznaczone jako prostokąty, w tym stan początkowy (prostokąt z podwójnym obramowaniem),
- tranzycje, widoczne jako połączenia między stanami przy użyciu strzałek,
- warunki tranzycji umieszczone obok strzałek, oznaczone przy użyciu symbolu  $T_i$  lub przy użyciu faktycznie wykorzystanych warunków logicznych.

<sup>1</sup>Szerszy opis wyjaśniający dlaczego jest to niemożliwe do zrealizowania został zamieszczony w rozdziale 8.3.

Względem symboliki powszechnie stosowanej w językach sterowania sekwencyjnego ([14][15]), na rys. 7.3 brakuje działań. Zostało to zrobione umyślnie, gdyż każde działanie wiąże się z dłuższym algorytmem lub, jak w przypadku bazowania, równoległy grafem sekwencji, a zatem wpisanie ich obok bloków stanów wpłynęłoby negatywnie na czytelność schematu.

Na schemacie sekwencji na rys. 7.3 wyróżnione zostały następujące warunki tranzycji:

- $\downarrow\text{STOP}$  oznacza zbocze opadające na sygnale z przycisku STOP,
- analogicznie  $\uparrow\text{START}$  oznacza zbocze narastające na sygnale z przycisku START,
- $T_1$  – stan wysoki na rejestrze binarnym M\_homed oznaczającym wybazowanie wału motoreduktora,
- $T_4$  – pomyślne zakończenie procesu identyfikacji belki,
- $T_5$  – pomyślne zakończenie procesu identyfikacji kulki,
- $T_6$  – uaktualnienie (zmiana) regulatorów używanych w systemie lub ich nastaw.

Poszczególne stany wymienione na rys. 7.3 i uruchamiane w nich działania opisane zostały poniżej (proces bazowania, regulator pozycji belki i regulator stabilizujący kulkę w położeniu zerowym) oraz w rozdziale 8 (identyfikacja systemu kulki, belki oraz przeprowadzone na ich podstawie samostrojenie).



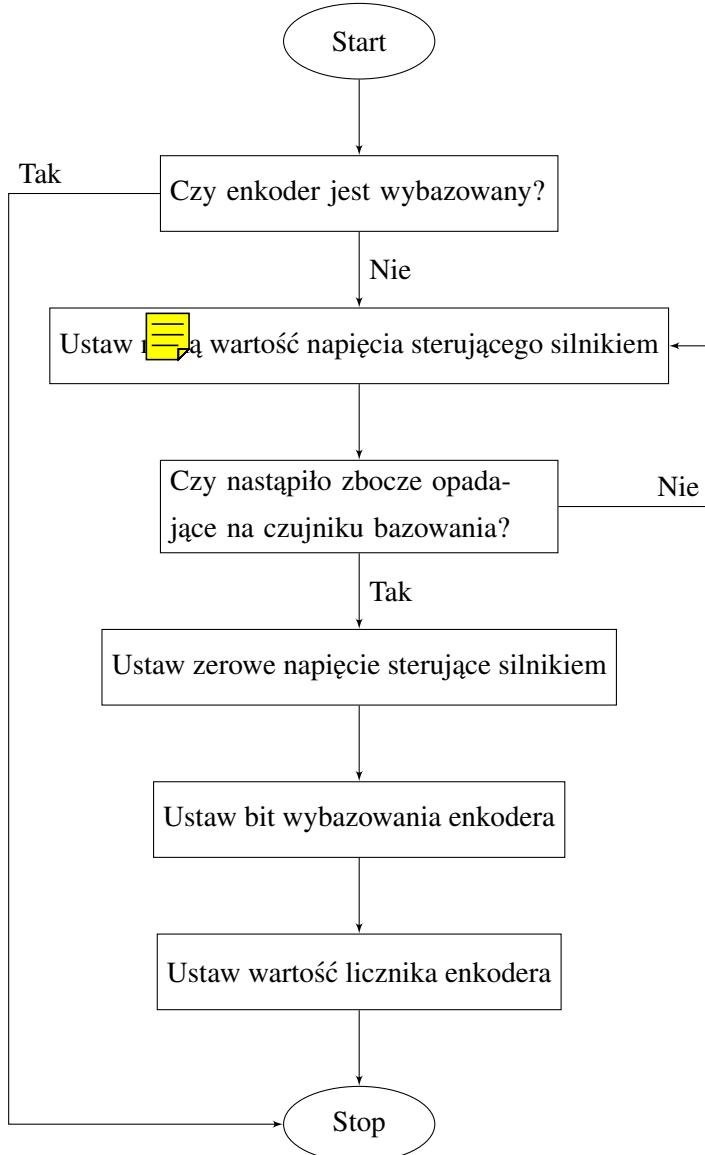
### 7.3. Bazowanie

W wyniku zastosowania w obiekcie enkodera inkrementalnego bez pamięci, za każdym razem po uruchomieniu sterownika PLC konieczne jest przeprowadzenie procedury bazowania w celu wykrycia położenia kątowego wału motoreduktora. Schemat procedury bazowania został przedstawiony na rys. 7.4.

W procesie bazowania istotne jest najechanie na czujnik krańcowy (bazowania) zawsze od tej samej strony. Ta konieczność spowodowana jest obecnością luzów na przekładniach i dotyczy większości układów mechanicznych, w których użyto przekładni.

Dzięki zastosowaniu mechanizmu obrotowego, algorytm bazowania jest uproszczony, tzn. możliwe było zrezygnowanie z cofania się (obrotu w przeciwnym kierunku) wału w sytuacji, gdy znajduje się on na pozycji zasłaniającej czujnik bazowania. Zamiast tego wystarczy reakcja na zbocze opadające sygnału z czujnika.

W momencie wystąpienia zbocza opadającego sygnału z czujnika bazowania następuje ustalenie wartości 149 w liczniku enkodera oraz ustalenie stanu wysokiego w rejestrze M\_HOMED, używanym m.in. przez sekwencję główną.



Rys. 7.4. Schemat blokowy algorytmu bazowania licznika enkodera.

## 7.4. Regulatorы

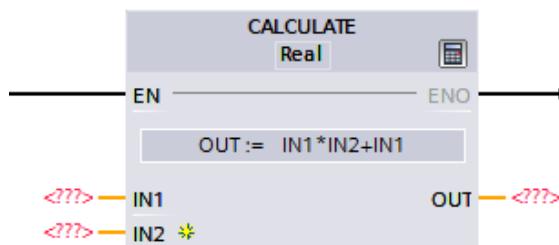
Jak to zostało wspomniane we wstępie do rozdziału, obliczanie nowych wartości sterowania z obu regulatorów umieszczone zostało w bloku OB30 wywoływanym przez sterownik PLC z okresem 50 ms.

Wywoływanie regulatorów z określoną częstotliwością ma swoje podłożę w regulacji typu PID. Oprogramowanie SIEMENS TIA PORTAL, jak również sterowniki serii S7-1200, obsługuje tak zwane obiekty technologiczne ([4][12]); jednym z nich jest prosty regulator typu PID z mechanizmem automatycznego strojenia. Blok takiego obiektu technologicznego musi być wywoływany w programie sterownika z określoną częstotliwością, co związane jest z koniecznością liczenia pochodnych sygnału uchybu w czasie.

Umieszczenie regulatorów w bloku OB30 umożliwia zatem przeprowadzenie łatwej zamiany na obiekt technologiczny PID gdyby nastąpiła taka konieczność.

Ponadto sygnały, z których korzystają regulatory, takie jak prędkość obrotowa belki czy prędkość liniowa kulki, również są liczone z okresem 50 ms, co oznacza, że nie należy uruchamiać bloku OB30 ani rzadziej (co powodowałoby pracę ze zbyt niskimi wartościami sygnałów), ani częściej (co powodowałoby duże opóźnienie w reakcji regulatora).

Regulatory opisane w rozdziałach 6.3 oraz 6.4 są regulatorami typu proporcjonalnego od stanu, co oznacza, że ich implementacja w sterowniku PLC jest równoznaczna z obliczeniem sumy sześciu sygnałów od stanu wymnożonych przez macierz współczynników. W przypadku obu regulatorów, uzyskano to za pomocą bloku Calculate (rys. 7.5), umożliwiającego zdefiniowanie prostych wyrażeń algebraicznych.



**Rys. 7.5.** Zrzut ekranu z programu SIEMENS TIA PORTAL z widocznym blokiem Calculate i przykładowym równaniem, które ten blok może obliczyć.



#### 7.4.1. Regulator położenia belki

Regulator podrzędny, odpowiedzialny za ustawienie belki w zadanym miejscu, realizuje obliczanie napięcia podanego na silnik według wzoru (7.1):

$$u = K_b(1) \cdot \epsilon_\alpha + K_b(2) \cdot \epsilon_\omega \quad \boxed{=} \quad (7.1)$$

gdzie  $K_b$  to macierz wzmacnień regulatora (opisana w rozdziale 6.3), a  $\epsilon_\alpha$  i  $\epsilon_\omega$  to odpowiednio odchyłka położenia kątowego belki i jej prędkości kątowej od zadanych przez regulator nadzędny wartości.

Należy zwrócić uwagę, że realizacja powyższego wzoru na sterowniku PLC wymaga przeskalowania napięcia  $u$  na wypełnienie sygnału PWM. W tym celu zastosowano skalowanie liniowe o współczynniku kierunkowym  $\frac{100}{11,95} = 8,3682$ , gdzie 100 to maksymalna wartość wypełnienia PWM, a 11,95 to napięcie znamionowe, które zostało użyte w modelu symulacyjnym silnika (rozdział 4.3).

#### 7.4.2. Regulator położenia kulki

Regulator nadzędny, nazywany regulatorem położenia kulki, ma za zadanie generować sterowanie dla regulatora podrzędnego według wzoru (7.2):

$$\begin{aligned}\alpha_{\text{ref}} &= K_k(1) \cdot \epsilon_1 + K_k(2) \cdot \epsilon_2 + K_k(3) \cdot \epsilon_3 + K_k(4) \cdot \epsilon_4 \\ \omega_{\text{ref}} &= K_k(5) \cdot \epsilon_1 + K_k(6) \cdot \epsilon_2 + K_k(7) \cdot \epsilon_3 + K_k(8) \cdot \epsilon_4\end{aligned}\quad (7.2)$$

gdzie  $K_k$  to macierz wzmacnień regulatora (opisana w rozdziale 6.4),  $\alpha_{\text{ref}}$  oraz  $\omega_{\text{ref}}$  są wartościami zadanymi dla regulatora podrzędnego, a  $\epsilon_i$ ,  $i = 1 \dots 4$  to odchyłki wartości stanów systemu od ich wartości zadanych.

## 7.5. Podsumowanie

W niniejszym rozdziale przedstawiono sposób obsługi oprzyrządowania obiektu regulacji (w tym czujników odległości i bazowania, przycisków oraz diody), a także szczegóły implementacyjne sterowania silnikiem przez mostek H i sygnały generowane na wyjściach sterownika PLC. Następnie opisano zadania bloków organizacyjnych OB1, OB30 i OB31 sterownika w obliczaniu pochodnych sygnałów, wyjścia z regulatorów czy pętli głównej programu.

W dalszej części rozdziału przedstawiono wykorzystane algorytmy wykrywania braku kulki, bazowania czy implementację regulatorów. Opisano również schemat sekwencji głównej programu.

## 8. Algorytmy samostrojenia

W literaturze do teorii sterowania znajdują się opisy wielu klasycznych metod strojenia regulatorów, takich jak metoda Zieglera-Nicholsa [16][17] czy Åströma-Hägglunda [17][18]. Wielu producentów oprogramowania serwonapędów lub sterowników technologicznych dostarcza własne algorytmy strojenia *online* [4][12].

Zdecydowano się zrezygnować z metod klasycznych strojenia algorytmów, gdyż są one powszechnie znane i polegają na doprowadzeniu obiektu do cyklu granicznego, co w przypadku zastosowanej konstrukcji przeniesienia napędu można uzyskać podając stałe sterowanie na silnik. Prawdopodobnie dokładnie z takiego powodu oprogramowanie służące do programowania sterownika PLC — SIEMENS TIA PORTAL — nie było w stanie zakończyć poprawnie procesu samostrojenia regulatora pozycji belki.

Biorąc pod uwagę powyższe ograniczenia, zdecydowano się oprzeć samostrojenie regulatorów podziałnego i nadziałnego o automatyczne procesy identyfikacji matematycznych obiektów belki oraz kulki, co zostało opisane w niniejszym rozdziale.

### 8.1. Identyfikacja obiektu belki

Identyfikację belki oparto o odpowiedź skokową modelu obiektu pierwszego rzędu opisanego transmitancją:

$$G_b(s) = \frac{K_b}{T_b s + 1} \quad (8.1)$$

gdzie  $K_b$  oznacza wzmacnienie obiektu, a  $T_b$  jego stałą czasową ([16]). Parametry te można odczytać z wykresu odpowiedzi skokowej (rys. 8.1, równanie (8.2)) obiektu w następujący sposób:

- wzmacnienie  $K_b$  to iloraz wartości ustalonej  $h_{ss}$  oraz zadanej amplitudy  $A_{\text{ref}}$ ,
- stała czasowa  $T_b$  równa jest ilorazowi pola powierzchni  $S^+$  pod asymptotą i nad wykresem charakterystyki oraz wartości ustalonej.

$$h(t) = h_{ss} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_b}} \right) \quad (8.2)$$

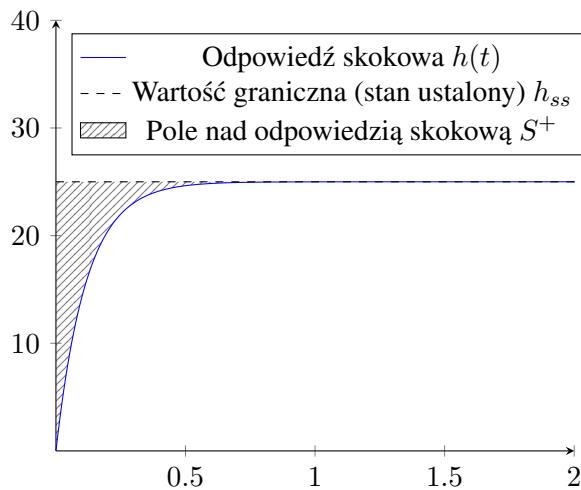
Pole powierzchni  $S^+$  (zobrazowane na rys. 8.1) określa się jako całkę:

$$\begin{aligned}
 S^+ &= \int_0^\infty (h_{ss} - h(t)) dx \\
 &= \int_0^\infty \left( K_b A_{\text{ref}} - K_b A_{\text{ref}} + K_b A_{\text{ref}} e^{-\frac{t}{T_b}} \right) dx \\
 &= T_b K_b A_{\text{ref}} e^{-\frac{t}{T_b}} \Big|_{t=0}^\infty \\
 &= T_b K_b A_{\text{ref}}
 \end{aligned} \tag{8.3}$$

Przykładową odpowiedź skokową wału motoreduktora wraz z jej aproksymacją zaprezentowano na rys. 8.2. W celu identyfikacji zdecydowano się wykorzystać odczyt prędkości wału motoreduktora z dwóch powodów:

- po pierwsze, tylko prędkość kątowa wału jest wartością zachowującą się ściśle jak obiekt inercyjny pierwszego rzędu,
- po drugie, obrót belki zależny jest sinusoidalnie od obrotu wału silnika; stąd trudniejsze byłoby odczytanie parametrów „ukrytych” w przebiegu sinusoidalnym, gdyby identyfikację przeprowadzano na kącie lub prędkości kątowej belki.

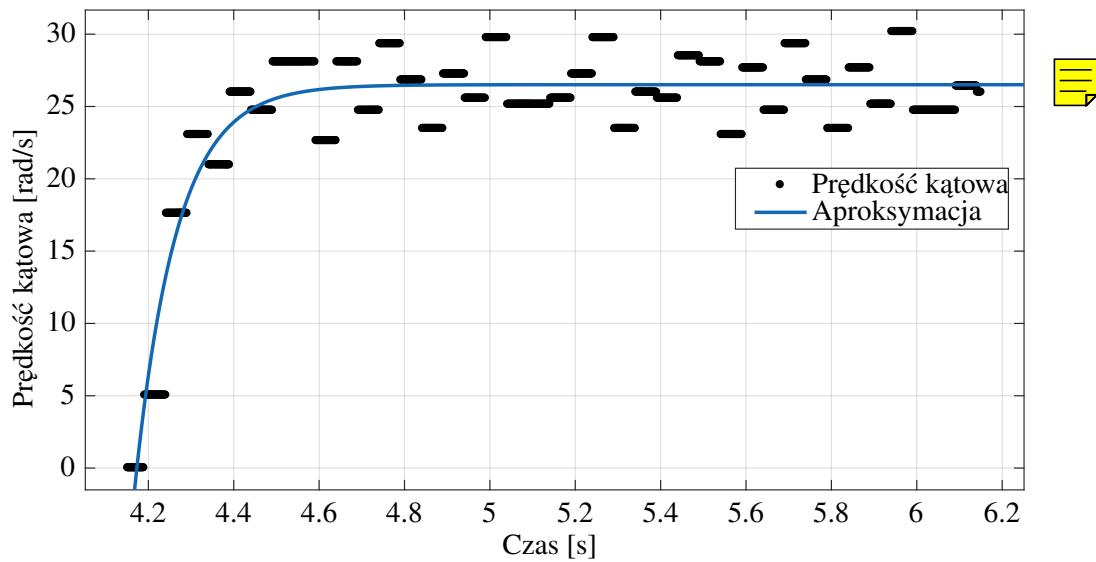
Algorytm identyfikacyjny (zob. rozdział 8.2) również korzysta z odpowiedzi skokowej wału motoreduktora.



Rys. 8.1. Wykres odpowiedzi skokowej obiektu inercyjnego pierwszego rzędu.

Należy zwrócić uwagę, że wartością, która częściej jest wykorzystywana w algorytmach sterowania w tym obiekcie, jest nie prędkość kątowa wału motoreduktora, ale jego pozycja kątowa. Rozważany w procesie identyfikacji obiekt (8.1) nie reprezentuje odpowiedzi kątowej silnika, dlatego należy użyć dodatkowego integratora, co pozwoli uzyskać kąt obrotu:

$$H_b(s) = G_b(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{K_b}{T_b s^2 + s} \tag{8.4}$$



**Rys. 8.2.** Przykład aproksymacji odpowiedzi skokowej prędkości obrotowej wału motoreduktora.

Obiektowi w ten sposób opisanemu odpowiadają następujące macierze stanu<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} A_I &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_b} \end{bmatrix} \\ B_I &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_b}{T_b} \end{bmatrix} \\ C_I &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \\ D_I &= 0 \end{aligned} \tag{8.5}$$

Regulator, który steruje belką, oparty jest o stan (kąt i prędkość kątową obrotu) belki (zob. rozdział 6.3), a jego nastawy obliczono wykorzystując funkcję `looptune` z programu MATLAB, która optymalizuje zadany układ w dziedzinie częstotliwości. Przy samostrojeniu tego regulatora zdecydowano się na inne podejście oparte o przesuwanie wartości własnych zamkniętego układu. W tym celu wyliczono zależność algebraiczną pomiędzy nastawami regulatora a zadanymi wartościami własnymi.

Zamknięty układ regulacji z regułatorem od stanu  $K_I = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$  opisany jest równaniem:

$$\boxed{\text{notepad}} \quad x' = \underbrace{(A_I - B_I K_I)}_{M \in \mathbb{C}^{2 \times 2}} x \quad \boxed{\text{notepad}} \tag{8.6}$$

<sup>1</sup>Dzięki użyciu charakterystyki obiektu całkującego rzeczywistego (8.4) możliwe jest rozszerzenie macierzy wyjścia tak, aby móc odczytać dwa stany jednocześnie; nie jest to jednak wymagane w dalszej analizie, dlatego zostało pominięte.

Macierz  $M$  ma dwie wartości własne  $\lambda_1$  oraz  $\lambda_2$ , które spełniają następujące zależności:

$$\begin{aligned}\det(M) &= \lambda_1 \lambda_2 \\ \text{tr}(M) &= \lambda_1 + \lambda_2\end{aligned}\tag{8.7}$$

Dzięki (8.7) możliwe jest uzyskanie układu równań, po którego rozwiązaniu uzyskuje się następującą zależność na  $K_I$ :

$$\begin{aligned}k_1 &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\frac{K_b}{T_b}} \\ k_2 &= \frac{\frac{-1}{T_b} - \lambda_1 - \lambda_2}{\frac{K_b}{T_b}}\end{aligned}\tag{8.8}$$

Należy zwrócić uwagę, że postać równań stanu obiektu (8.5) nie do końca odpowiada postaci otrzymanej z linearyzacji (6.13) i (6.14), w związku z tym zdecydowano się narzuścić inne wartości własne macierzy  $M$  niż te, które ma „zwinięty” układ regulatora pozycji belki (rys. 6.6):

$$\Lambda(M) = \begin{bmatrix} -8,2378 \\ -37,7286 \end{bmatrix}\tag{8.9}$$

## 8.2. Algorytm identyfikacji obiektu belki

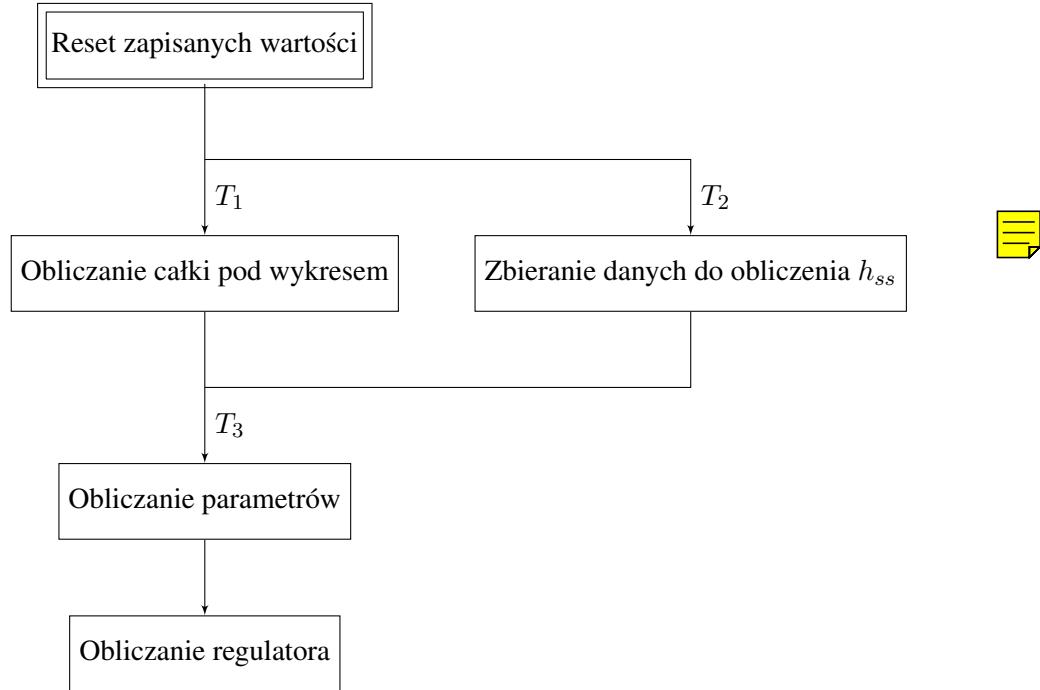
Opisany w rozdziale 8.1 eksperyment (odpowiedź skokowa prędkości kątowej wału motoreduktora) został zaimplementowany w sterowniku PLC, a jego wyniki służą do obliczania nowych nastaw regulatora według równań (8.8). Eksperyment polega na ustawieniu sterowania silnika na 50 % na czas 2 s i zarejestrowaniu odczytu prędkości kątowej wału motoreduktora (jego odpowiedzi skokowej).

Procedura identyfikacyjna została przeprowadzona w sekwencji opisanej na rys. 8.3, a sama sekwencja została zaimplementowana w języku drabinkowym *LAD* podobnie jak sekwencja bazowania czy sekwencja główna (rozdział 7.2).

Tranzycjom  $T_i$  zaznaczonym na schemacie na rys. 8.3 odpowiadają następujące warunki:

- $T_1$  – rozpoczęcie eksperymentu (podanie sterowania 50 % na silnik),
- $T_2$  – upłynięcie czasu połowy eksperymentu (1 s),
- $T_3$  – zakończenie eksperymentu.

Krok pierwszy algorytmu, oznaczony jako *Reset zapisanych wartości*, zeruje zapisaną wartość całki oraz dwa rejestrze przechowujące sumę oraz ilość wartości, co aktualniane jest co cykl procesora w bloku *Zbieranie danych do obliczenia  $h_{ss}$* . Wartości te służą do obliczenia średniej arytmetycznej, która odpowiada oczekiwanej wartości ustalonej prędkości  $h_{ss}$ . Jest to wymuszone mocną kwantyzacją chwilowych wartości prędkości, co można zaobserwować na rys. 8.2.

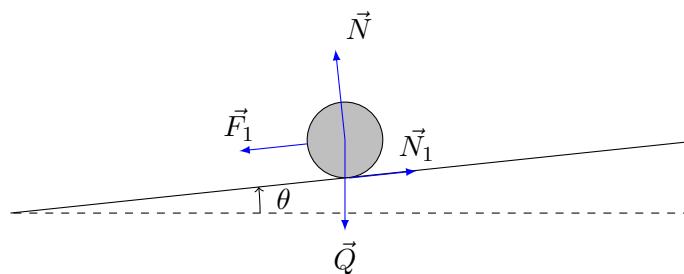


Rys. 8.3. Schemat sekwencji samostrojenia regulatora belki.

Obliczanie całki odbywa się za pomocą bloku `LGF_Integration`[19] dostępnego w bibliotece `LGF` udostępnionej przez firmę **SIEMENS**. Na podstawie wzorów umieszczonych w rozdziale 8.1 obliczane są parametry  $S$  (pole całkowite),  $A_b$ ,  $K_b$ ,  $S^+$ ,  $T_b$  oraz nastawy regulatora  $k_1$ ,  $k_2$ .

### 8.3. Identyfikacja obiektu kulki

Wykorzystując schemat sił działających na kulkę znajdującej się na pochylonej pod kątem  $\theta$  belce (rys. 8.4) wyznaczono, w sposób opisany poniżej, zależność przyspieszenia liniowego, które działa na kulkę, od kąta pochylenia belki.



Rys. 8.4. Schemat sił działających na kulkę znajdującą się na pochylonej pod kątem  $\theta$  belce.

Zgodnie z rysunkiem, na kulkę działają dwie siły:  $\vec{Q}$  (siła ciężkości) i  $\vec{N}$  (siła reakcji podłoża). Dodatkowo zostały zaznaczone składowe równoległe do powierzchni belki wspomnianych sił,  $\vec{F}_1$  oraz

$\vec{N}_1$ ; ich wypadkowa  $F = am = F_1 - N_1$  jest siłą powodującą staczanie się kulki z przyspieszeniem wypadkowym  $a$  wzdłuż belki.

Wartość siły ciężkości działającej na kulkę definiowana jest jako  $Q = mg$ , gdzie  $m$  to masa kulki, a  $g$  to przyspieszenie ziemskie. Automatycznie składowa  $F_1$  ma wartość  $F_1 = mg \sin \theta$ .

Siła  $\vec{N}_1$ , pochodząca od tarcia suchego kulki o belkę, wprowadza kulkę w ruch obrotowy, stąd  $\epsilon J = rN_1$ , gdzie  $\epsilon$  to przyspieszenie kątowe kulki,  $J$  to moment bezwładności kulki, a  $r$  to jej promień. Dodatkowo pojawia się zależność przyspieszenia liniowego od kątowego  $a = \epsilon r$ , która jest właściwa przy braku poślizgu kulki o belkę.

Podstawiając wartości sił  $F_1$  i  $N_1$  do równania na siłę wypadkową działającą na kulkę otrzymano:

$$\begin{aligned} F &= mg \sin \theta - \frac{\epsilon}{r} J \\ am &= mg \sin \theta - \frac{a}{r^2} J \\ a \left( m + \frac{J}{r^2} \right) &= mg \sin \theta \\ a &= \frac{mg \sin \theta}{m + \frac{J}{r^2}} \\ \boxed{a} &= \frac{r^2 mg \sin \theta}{r^2 m + J} \end{aligned} \quad (8.10)$$

Wiadomo, że moment bezwładności  $J$  jednolitej kulki o promieniu  $r$  wynosi  $J = \frac{2}{5}r^2m$ . Podstawiając ten wzór do wyniku z (8.10) otrzymano:

$$\begin{aligned} a &= \frac{r^2 mg \sin \theta}{r^2 m + J} \boxed{a} \\ &= \frac{r^2 mg \sin \theta}{r^2 m + \frac{2}{5}r^2 m} \boxed{a} \\ &= \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{2}{5}} \boxed{a} \\ \boxed{a} &= \frac{5}{7} g \sin \theta \end{aligned} \quad (8.11)$$

Wartość  $\frac{5}{7}g$  to w przybliżeniu 7, natomiast dla małych kątów  $\sin \theta \approx \theta$ . Stąd ostateczny wynik:

$$a \approx 7 \cdot \theta \quad (8.12)$$

Oznacza to, że przyspieszenie kulki staczającej się po pochylonej belce jest stałe i wynosi około siedmiokrotność kąta pochylenia belki. Należy w tym miejscu zwrócić uwagę na wyniki linearyzacji (6.15) oraz (6.16), które zostały przypomniane poniżej:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 7,0047 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,0675 & 0 \\ 0 & -0,0675 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Jak widać pwnaniach stanu,  $x_1$  jest całką  $x_2$ , a pochodna stanu  $x_2$  —  $\dot{x}_2$  — jest siedmiokrotnością sterowania  $u_1^*$ . Wyniki te są zgodne z otrzymaną zależnością (8.12), gdyż  $x_1$  to pozycja liniowa kulki,  $x_2$  to jej prędkość liniowa,  $\dot{x}_2$  to przyspieszenie liniowe, a  $u_1^*$  to kąt belki.

Powyzszy wywód dowodzi, że przyspieszenie kulki, które charakteryzuje jej dynamikę, jest niezależne od momentu bezwładności kulki — czyli od jej masy i rozmiaru — a zatem eksperymenty identyfikacyjne (takie jak pomiar czasu i/lub drogi staczania się kulki) nie dadzą rezultatów, które mogłyby w jakikolwiek sposób pomóc w doborze regulatora.

Regulator nadzędny został zbudowany dla systemu „zwiniętego” (zob. rozdział 6.4), obejmującego wewnętrzną pętlę sprzężenia zwrotnego dla systemu belki oraz system kulki, a zatem po zmianie parametrów tej pętli wewnętrznej można ponownie przeprowadzić obliczenia dające nowe nastawy regulatora nadzędnego. Po przeprowadzeniu takich obliczeń z wykorzystaniem funkcji `looptune` okazało się, że „nowe” nastawy są zbliżone do nastaw regulatora dla modelu zlinearyzowanego, dlatego zdecydowano się pominąć te obliczenia w procesie samostrojenia.

## 8.4. Podsumowanie

W niniejszym rozdziale zaprezentowano metodę samostrojenia regulatora podrzdnego opartą o identyfikację modelu matematycznego obiektu inercyjnego pierwszego rzędu, jakim jest silnik użyty w obiekcie regulacji. Opisano również matematyczne zależności między parametrami takiego modelu a jego odpowiedzią skokową. Następnie przeprowadzono obliczenia zależności pomiędzy regulatorem od stanu, obiektem inercyjnym pierwszego rzędu oraz zadanymi wartościami własnymi układu z zamkniętą pętlą sprzężenia zwrotnego. W kolejnej części rozdziału opisano implementację procedury samostrojenia, wykorzystującą zależności parametrów obiektu i odpowiedzi skokowej, na sterowniku PLC.

Na koniec przeprowadzono wywód udowadniający, że przeprowadzona identyfikacja kulki nie powiedzie się, gdyż jej model liniowy jest niezależny od parametrów fizycznych kulki, a jedynie od kąta obrotu belki. Z tego powodu zaniechano implementacji procedury samostrojenia dla kulki.





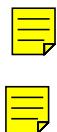
## 9. Symulacje i eksperymenty

Aby sprawdzić poprawność działania modelów nieliniowego i liniowego (rozdział 6.1) obiektu przeprowadzono szereg opisanych w tym rozdziale symulacji. Sprawdzono również działanie regulatorów zaimplementowanych w rzeczywistym obiekcie regulacji, a także porównano wynik działania regulatorów dobranych matematycznie (rozdziały 6.3 oraz 6.4) z regulatorem dostrojonym w procedurze samostrojenia (rozdział 8).

### 9.1. Symulacje modelów

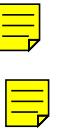


W celu sprawdzenia działania modelów nieliniowego i liniowego zarejestrowano ich odpowiedzi przy braku wymuszenia. Dla modelu nieliniowego stan początkowy to  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ , natomiast dla liniowego stan początkowy zmieniono odrobinę tak, aby wyprowadzić go z równowagi:  $\begin{bmatrix} 0,001 & 0 & 0,001 & 0 \end{bmatrix}$ .



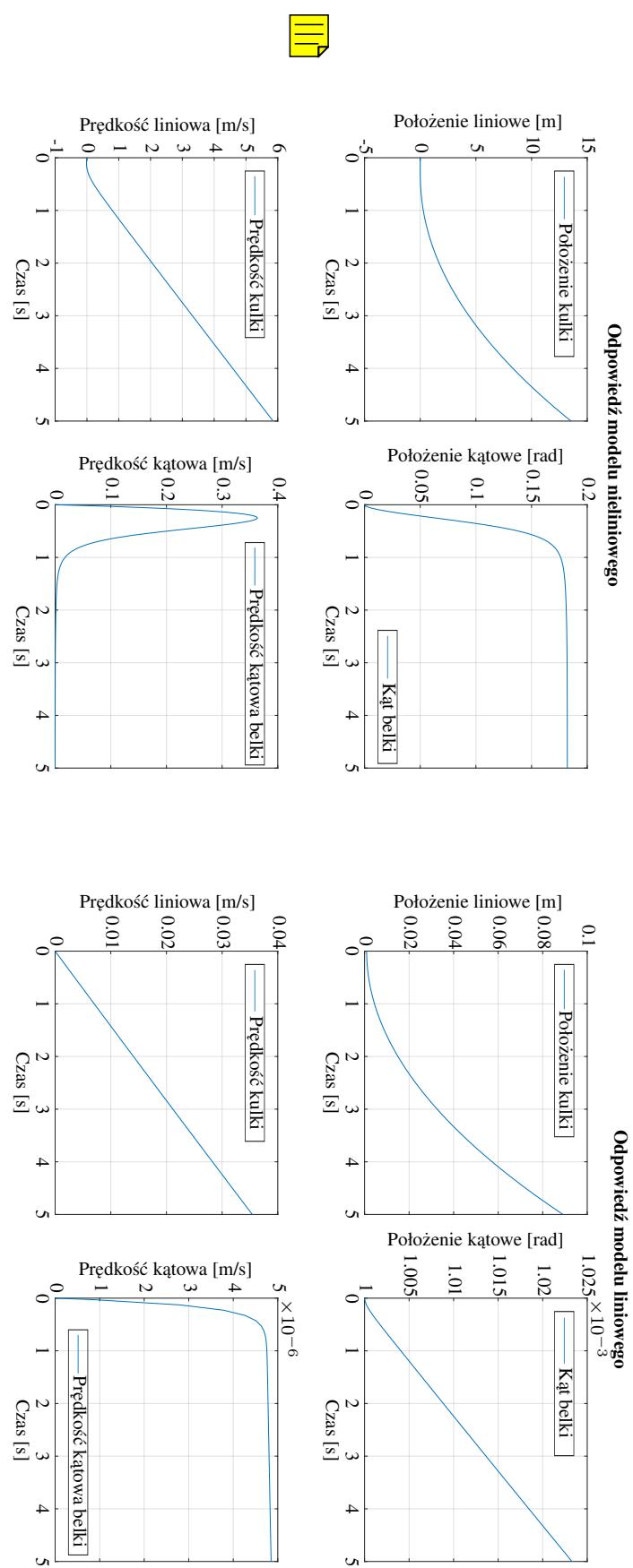
Wykresy odpowiedzi modeli dla każdej zmiennej stanu zostały przedstawione na rys. 9.1. Należy zauważyć, że model nieliniowy został zbudowany w taki sposób, że belka tworzy nieograniczoną powierzchnię staczania dla kulki – w momencie, gdy fizyczna kulka w rzeczywistym obiekcie regulacji uderza o ogranicznik, kulka w modelu nieliniowym stacza się dalej wzdłuż niewidocznego przedłużenia belki. Widoczne jest to po czasie 1 s na wykresie 9.1a. Dodatkowo w tej chwili widać, że belka osiąga swoje maksymalne położenie kątowe.

Odpowiedź modelu nieliniowego, w przypadku położenia i prędkości liniowej kulki, wiernie odwzorowuje odpowiedź dla analogicznych zmiennych modelu nieliniowego, przy czym przyspieszenie, jakim ~~oddana jest~~ kulka, jest mniejsze. Oznacza to dobrą realizację przybliżenia liniowego w otoczeniu punktu równowagi kulki.



Mniejsze przyspieszenie kulki w modelu liniowym wynika z małego kąta, który osiąga belka. Zachowanie belki w pobliżu punktu równowagi jest zbliżone do modelu nieliniowego, natomiast poza nim na belkę działa dużo mniejsze przyspieszenie kątowe niż w modelu nieliniowym.

Zatem zachowanie modelu zlinearyzowanego w otoczeniu punktu równowagi (zerowe położenie i prędkość kulki oraz belki) odpowiada oczekiwaniom; ponadto jest ono ~~fakty~~ ~~sym~~ przybliżeniem działania modelu nieliniowego, przez co w trakcie oddalania od punktu równowagi zachowanie obu modeli rozbiega się coraz bardziej.



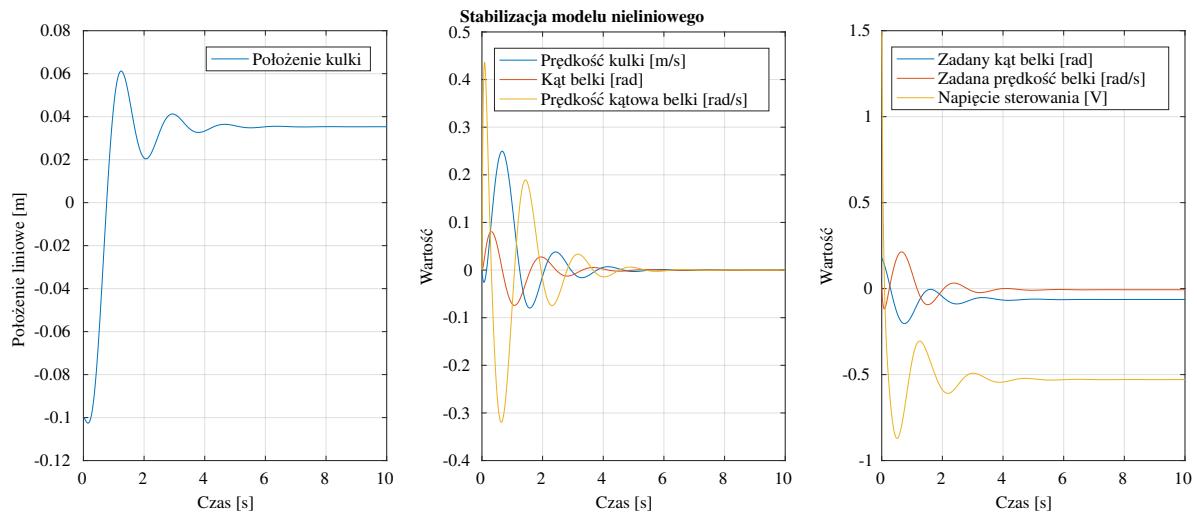
(a) Odpowiedź modelu nieliniowego przy braku sterowania.

(b) Odpowiedź modelu liniowego przy braku sterowania.

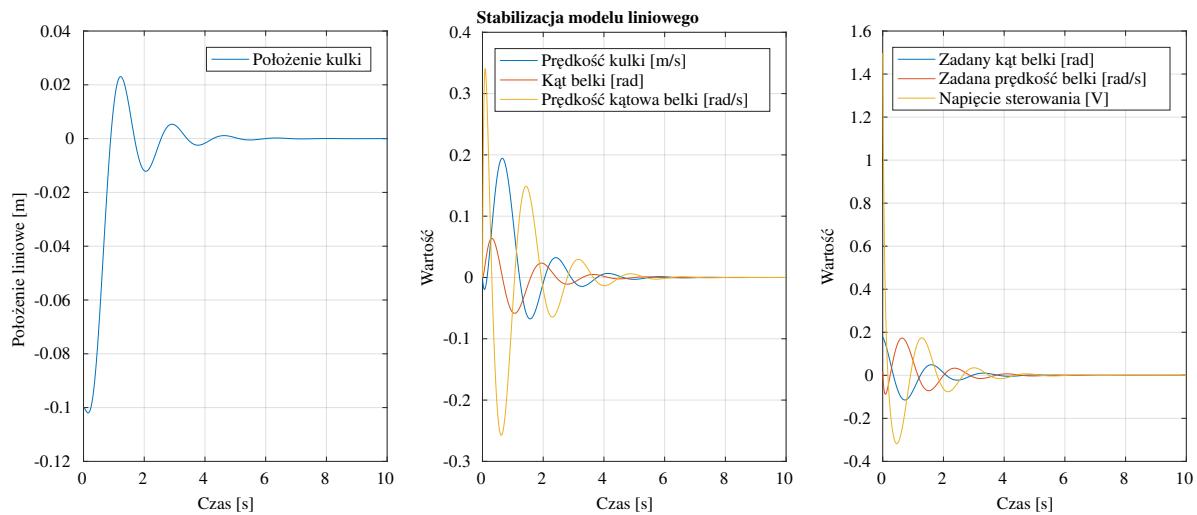
Rys. 9.1. Odpowiedzi modeli obiektu regulacji typu kula i belka.

## 9.2. Symulacje działania regulatorów

Kolejnym porównaniem, któremu poddane zostały model nieliniowy oraz liniowy obiektu regulacji, była stabilizacja kulki w zerowym położeniu równowagi. Wartościami początkowymi zmiennych stanu były:  $-0,1\text{ m}$  dla pozycji kulki, oraz  $0$  dla jej prędkości oraz pochylenia i prędkości kątowej belki. W simulacjach wykorzystano regulatory w konfiguracji kaskadowej (opisane w rozdziale 6.2), przy czym w obiekcie nieliniowym szeregowo ułożone regulatory oddziaływały na silnik, a stany odczytywane były z odpowiednich złącz (zob. rozdział 4), natomiast schemat regulacji wykorzystujący model liniowy został zbudowany jak na rys. 6.8.



Rys. 9.2. Stabilizacja położenia kulki w modelu nieliniowym.



Rys. 9.3. Stabilizacja położenia kulki w modelu liniowym.

Wykresy przedstawiające położenie liniowe kulki (część lewa), pozostałe zmienne stanu (część środkowa) oraz sterowanie (z obu regulatorów) przedstawiono na rys. 9.2 oraz rys. 9.3. Można zaobserwować, że w przypadku modelu nieliniowego pojawia się uchyb ustalony pozycji (około 3,5 cm), co sugeruje, że w obiekcie rzeczywistym należałoby zastosować regulator z dodatkową akcją całkującą. Na wykresach obu regulatorów widać oscylacje pozycji kulki, których należało się spodziewać, gdyż dwie wartości własne macierzy „zwiniętego” układu zlinearyzowanego wraz z regulatorami (6.19) są zespolone.



## 9.3. Eksperymenty przeprowadzone na obiekcie rzeczywistym

Wyniki eksperymentów przeprowadzonych na obiekcie rzeczywistym zostały zebrane, podobnie jak charakterystyki czujników odległości czy odpowiedź silnika elektrycznego, za pomocą narzędzia Traces z programu SIEMENS TIA PORTAL. Wydajność tego narzędzia jest ograniczona przez liczbę zbieranych sygnałów i pamięć udostępnioną przez sterownik dla tego narzędzia [20], a w związku z przeprowadzeniem rejestracji sygnałów każdej ze zmiennych stanu oraz rejestru binarnego informującego o obecności kulki ilość próbek jest niewielka, zdecydowano się na zwiększenie okresu próbkowania narzędzia na około  $5 \text{ ms}^1$ .

### 9.3.1. Stabilizacja położenia różnych kulek

Do eksperymentu porównującego stabilizację położenia różnych kulek wybrano, poza kulką opisaną w rozdziale 2.6, podobną kulkę wykonaną również z pianki, ale o masie 30 g i średnicy 9 cm. Każda z kulek została ułożona na pozycji -12 cm od środka belki w momencie gdy belka była w poziomie. Regulacja rozpoczęła się od razu po wykryciu przez sterownik obecności kulki.

Wykresy zarejestrowanych zmiennych stanu podczas eksperymentów stabilizacji położenia kulek przedstawiono na rys. 9.4 i rys. 9.5; w lewej części przedstawiona jest pozycja kulki, natomiast pozostałe zmienne stanu w prawej części. Jak widać czas regulacji w przypadku mniejszej kulki, do której został dostrojony matematycznie model obiektu (zob. rozdział 6), wynosi około 2 s, a liczba przeregulowań to 2.

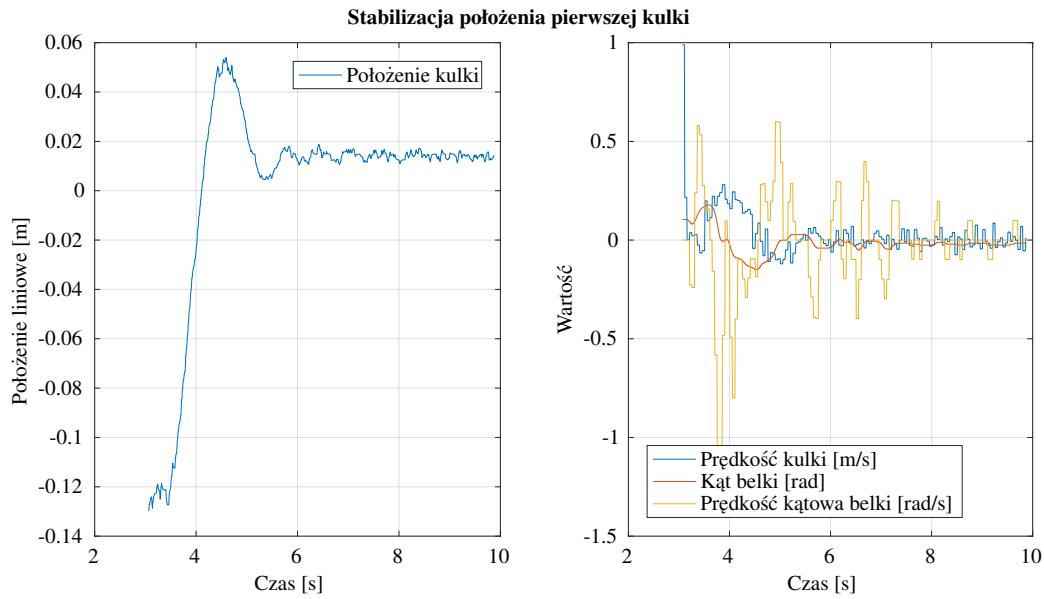


Wykres pozycji drugiej kulki (rys. 9.5) ukazuje większe oscylacje wokół zadanego punktu równowagi; czas regulacji również jest wydłużony i wynosi około 9 s. Oznacza to, że wybrany regulator radzi sobie z większą i cięższą piłką.

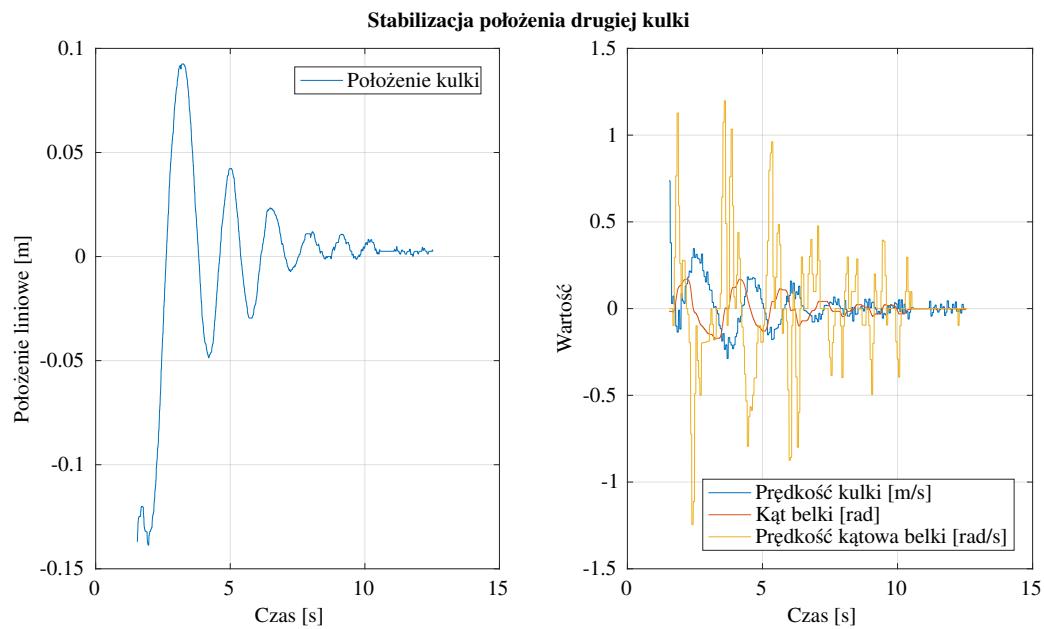
Dodatkowo na wykresie na rys. 9.4 widoczny jest uchyb statyczny, ale nie jest on widoczny na wykresie dla drugiej kulki. Wynika to z faktu, że pierwsza kula mogła zatrzymać się tarciu statycznym.



<sup>1</sup>Próbkowanie może odbywać się w jednym z wielu dostępnych bloków organizacyjnych OB. Wszystkie pomiary (poza charakterystykami czujników odległości) wykorzystujące narzędzie Traces zostały ustawione na próbkowanie razem z OB1, a skoro czas cyklu procesora wynosił przeciętnie 1 ms, to i okres próbkowania Traces był odpowiednio  $N$  razy większy.



Rys. 9.4. Stabilizacja położenia pierwszej kulki opisanej w rozdziale 2.6.



Rys. 9.5. Stabilizacja położenia drugiej, dodatkowej kulki.

### 9.3.2. Odpowiedź regulatora belki przed i po samostrojeniu

Odpowiedź regulatora belki została wyznaczona w eksperymencie, który polegał na dojechaniu do pozycji zadanej  $-0,2$  rad z pozycji bazowej (około  $0,175$  rad). Jak widać na wykresach rys. 9.6 oraz rys. 9.7, regulator oryginalny osiągnął dokładny punkt zadany, ale gdyby nie tarcie statyczne przekładni, łożysk i przegubów, prawdopodobnie nastąpiłoby przeregulowanie, co widać po napięciu sterowania. Niemniej jednak czas regulacji tego regulatora to 1 s.

Regulator z nastawami dobranymi w procesie samostrojenia  $K_I = [8,95713 \quad 1,071005]$  również osiągnął (a nawet przekroczył) zadany punkt; dodatkowo na wykresie napięcia sterowania widać, że nastąpiłoby przeregulowanie, gdyby nie obecność tarcia statycznego w przekładni, łożyskach i przegubach. W przypadku tego regulatora czas regulacji jest jednak niższy (około 0,7 s licząc od rozpoczęcia regulacji do ustalenia wyjścia).

Jednocześnie można zaobserwować, że napięcie sterowania w przypadku obydwóch regulatorów nie osiąga nawet połowy wartości znamionowej. Z jednej strony oznacza to, że dynamika regulatorów jest mocno ograniczona, a z drugiej strony oznacza, że nie powinna nastąpić sytuacja podbić kulk lub jej spadku swobodnego w wyniku szybkiego ruchu belką.

### 9.3.3. Stabilizacja położenia różnych kulek po samostrojeniu regulatora belki

W tym eksperymencie porównano jakość regulacji dla takich samych kulek, jak w rozdziale 9.3.1, przy użyciu kryteriów czasowych (przeregulowania, czas regulacji). Różnicą w porównaniu z eksperymentem z rozdziału 9.3.1 jest uprzednie przeprowadzenie samostrojenia regulatora belki według algorytmu opisanego w rozdziale 8.2. W wyniku tego procesu otrzymano następujące nastawy regulatora belki:  $K_I = [8,434616 \quad 1,022948]$ .

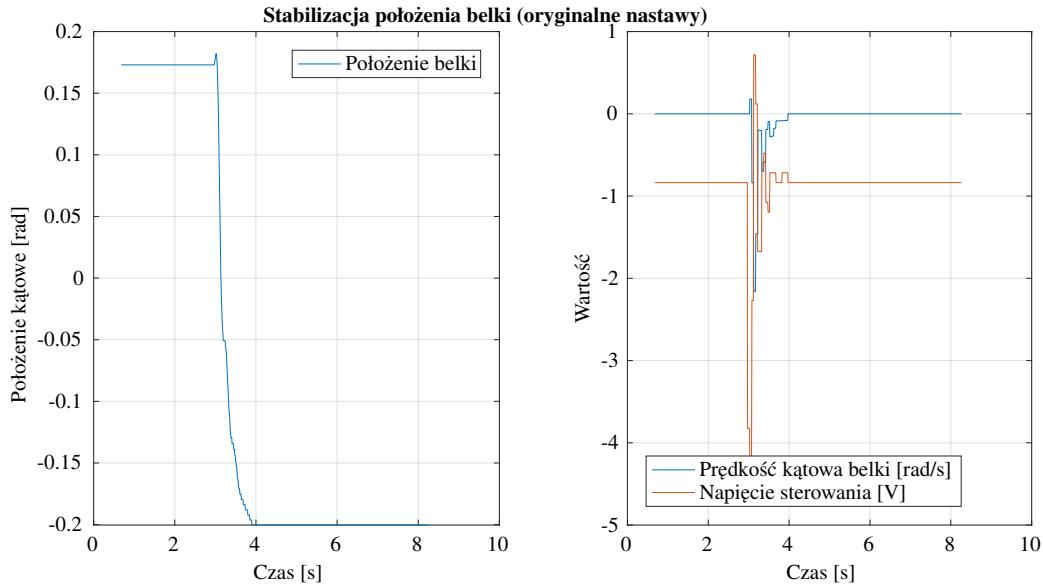
W przypadku mniejszej z kulek (wykres na rys. 9.8) czas regulacji uległ skróceniu z 2 s do około 1,8 s, przy czym przeregulowanie jest jedno i widoczny jest uchyb ustalony. Ponownie może być on spowodowany tarciem statycznym pomiędzy kulką i jej podłożem.

Dużej poprawie uległa regulacja drugiej, większej i cięższej kulki, zaprezentowana na rys. 9.9. Widoczne jest tylko jedno przeregulowanie, a czas regulacji zwiększył się z 9 s do około 3 s. Pojawiły się natomiast delikatne oscylacje oraz uchyb. Na wykresie po prawej stronie widoczne są zmiany kąta belki, co oznacza, że regulator nadzędny zbyt mocno reaguje na zmiany jednej ze zmiennych stanu.

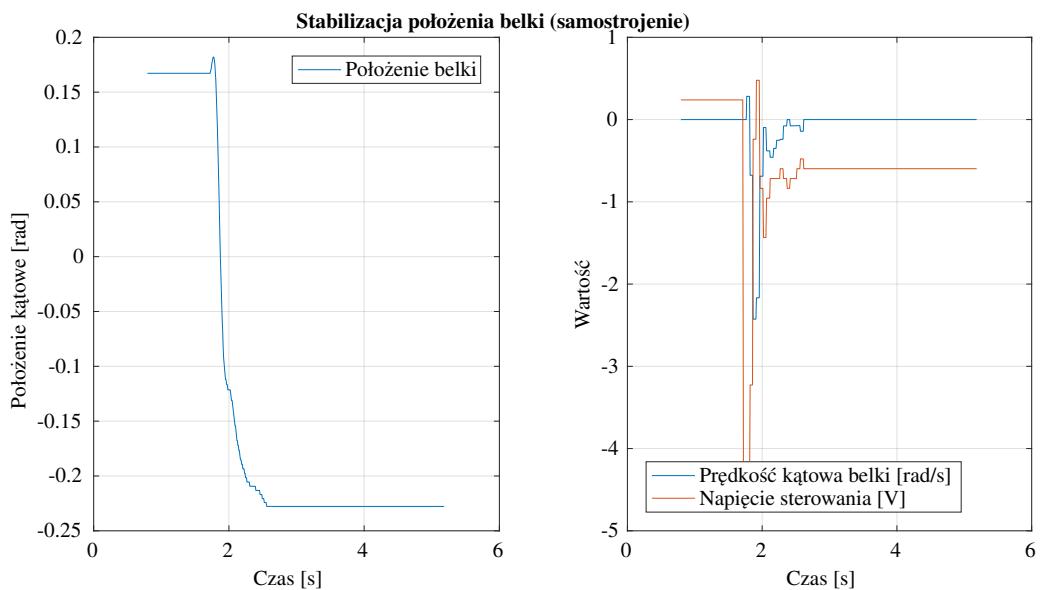
## 9.4. Podsumowanie

W niniejszym rozdziale przedstawiono kilka symulacji i eksperymentów pokazujących zachowanie się modeli oraz regulatorów w różnych sytuacjach.

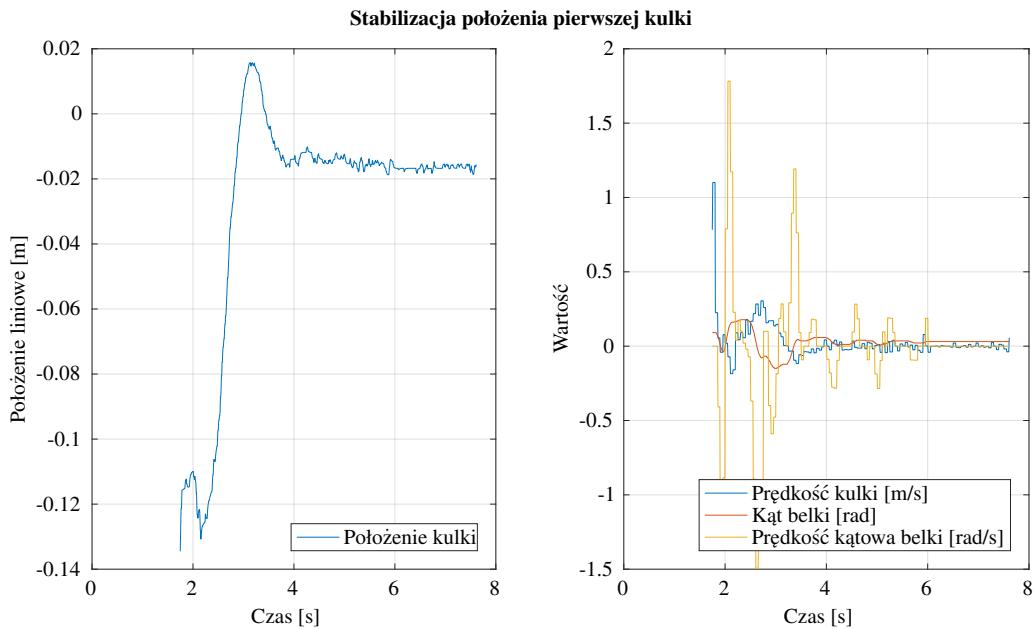
Na początku zaprezentowano i potwierdzono zgodność modelu liniowego obiektu z modelem nieliniowym, następnie zaprezentowano działanie wyliczonych matematycznie (rozdział 6) regulatorów



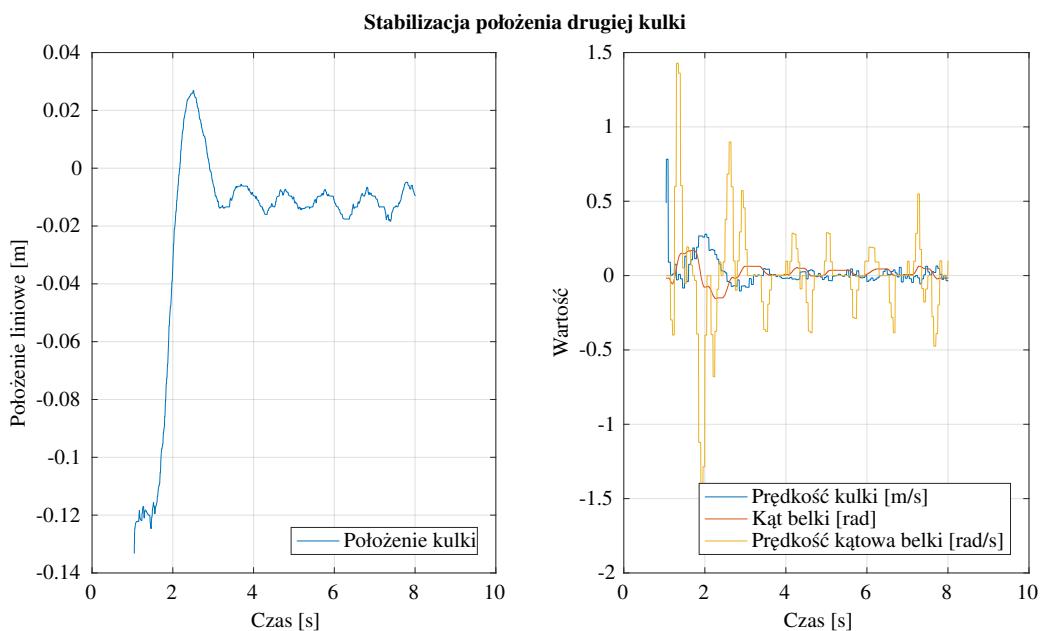
Rys. 9.6. Regulacja pozycji belki na oryginalnych nastawach.



Rys. 9.7. Regulacja pozycji belki na nowych, automatycznie dobranych nastawach.



Rys. 9.8. Stabilizacja położenia pierwszej kulki przy użyciu nastrojonego regulatora belki.



Rys. 9.9. Stabilizacja położenia drugiej kulki przy użyciu nastrojonego regulatora belki.

z każdym z tych modeli. W symulacji układu z modelem nieliniowym ujawniła się wada zaprojektowanego regulatora nadzawanego: brak akcji całkującej.

W następnej części rozdziału zaprezentowano wyniki eksperymentów przeprowadzonych na obiekcie rzeczywistym z zaimplementowanymi regulatorami i mechanizmem samostrojenia regulatora podzawanego. W wynikach znajduje się porównanie jakości regulacji przy użyciu kryteriów czasowych dla następujących eksperymentów:

- porównanie działania regulatorów wyznaczonych matematycznie dla modelu przy zastosowaniu oryginalnej kulki oraz innej, większej i cięższej kulki,
- porównanie regulacji regulatora podzawanego przed i po procedurze samostrojenia,
- ponowne porównanie działania obiektu regulacji dla dwóch kulek, ale po przeprowadzonej procedurze samostrojenia regulatora podzawanego.

Po przeprowadzeniu procedury samostrojenia wyniki regulacji dla kulki, która nie brała udziału w matematycznym wyznaczaniu regulatorów, okazały się dużo lepsze niż przed samostrojeniem.





## **10. Wnioski i podsumowanie pracy**

W niniejszej pracy zrealizowano następujące zagadnienia:

- budowa od podstaw obiektu regulacji,
- dobór czujników i oprzyrządowania,
- stworzenie nieliniowego modelu symulacyjnego na podstawie rzeczywistego obiektu,
- przeprowadzenie identyfikacji charakterystyk nieliniowych czujników i parametrów wykorzystanego silnika prądu stałego,
- zaproponowanie kaskadowego układu regulacji i linearyzacja modelu nieliniowego,
- przekształcenie modelu liniowego do postaci wymaganej przez kaskadowy układ regulacji,
- synteza regulatorów,
- implementacja algorytmów sterowania w sterowniku PLC,
- zaproponowanie metody samostrojenia regulatora podrzędnego bazującej na procedurze identyfikacji obiektu inercyjnego pierwszego rzędu,
- zaprogramowanie wspomnianej metody samostrojenia,
- przeprowadzenie symulacji udowadniających odpowiednie zachowanie modelu liniowego i nieliniowego obiektu,
- przeprowadzenie eksperymentów porównujących zachowanie obiektu regulacji dla różnych kulek,
- przeprowadzenie eksperymentów porównujących odpowiedzi regulatora podrzędnego przed i po samostrojeniu,
- przeprowadzenie kolejnych eksperymentów porównujących jakość stabilizacji pozycji kulki w obiekcie po samostrojeniu i przy wykorzystaniu różnych kulek.

Spośród założonych celów, opisanych we wstępie do pracy (rozdział 1), niemożliwy było przeprowadzenie samostrojenia regulatorów opartego o identyfikację dynamiki kulki, na co dowód zamieszczono w rozdziale 8.3. Udało się natomiast dobrą naturalną strukturę sterowania, w której następuje



swoista „enkapsulacja” regulatorów: każdy odpowiada tylko za swoje ograniczone pole działania; przykładowo: jeżeli zachowanie kulki zależy przede wszystkim od kąta belki (8.3), to regulator pozycji kulki powinien wymuszać odpowiednie ustawienie belki dla pożąданej odpowiedzi kulki.

## 10.1. Podsumowanie wyników

Zaproponowany układ sterowania naturalnie oddziela role regulatorów, co zostało zasygnalizowane wcześniej w tym rozdziale. Implementacja regulatorów proporcjonalnych od stanu pozwala spełnić główne zadanie regulacji — stabilizować kulkę w zerowym położeniu — w sposób odpowiednio szybki.

Na podstawie wyników symulacji modelu nieliniowego oraz niektórych eksperymentów można wy ciągnąć wniosek, że w pewnych sytuacjach może wystąpić uchyb statyczny regulacji — głównie na skutek obecności tarcia statycznego kulki lub nieregularności w jej budowie (np. szwy) — co oznacza, że rozsądnym byłoby rozbudowanie regulatora nadzawanego o akcję całkującą, mającą za zadanie zminimalizować wspomniany uchyb.

Należy również wspomnieć o przydatności wykorzystanych do budowy układu sterowania narzędzi inżynierijnych oferowanych przez pakiet MATLAB/SIMULINK. Bardzo dużym uproszczeniem w stosunku do „klasycznych” metod modelowania (np. równań Eulera-Lagrange'a) było wykorzystanie przybornika narzędziowego SIMSCAPE MULTIBODY, który umożliwił zbudowanie wirtualnego obiektu regulacji na podstawie fizycznych parametrów rzeczywistego układu, istniejących w nim połączeń i mas poszczególnych elementów. Spośród użytych narzędzi, funkcja `looptune` jako jedyna zaprezentowała mieszane wyniki; z jednej strony, regulator pozycji belki zbudowany przy jej użyciu działał bardzo dobrze, z drugiej strony nie poradziła sobie z syntezą regulatora nadzawanego (rozdział 6.4; wymagane było zmienienie dwóch wzmacnień). Należy mieć na uwadze, że funkcja `looptune` ma charakter optymalizacyjny, a więc być może jej wartości początkowe były nieodpowiednie; być może jednak problem stanowiły zaszumione sygnały z czujników położenia kulki, co skutkowało dużymi skokami wartości prędkości kulki. Dodatkowy negatywny wpływ na działanie regulatora obliczonego przez wspomnianą funkcję mógł mieć błąd wynikający z obliczania prędkości kulki i belki na zasadzie równań różnicowych z określonym okresem.



## 10.2. Potencjalne ścieżki rozwoju pracy

Wykorzystany w pracy obiekt regulacji typu kulka i belka stanowi interesujący problem z dziedziny sterowania cyfrowego, a zadanie stabilizacji położenia kulki w wybranym miejscu jest jednym z wielu możliwych zagadnień, jakie można poruszyć w trakcie pracy z tym obiektem. Jednocześnie można wykazać kilka punktów, których analiza lub poprawa przyniosłaby korzyści.

W kwestiach mechanicznych obiekt regulacji powinien być wyposażony w czujnik kąta obrotu belki, gdyż nawet pomimo dość prostej zależności między nim a kątem obrotu motoreduktora, dużo wygodniejszym byłoby operowanie na zmiennej stanu, która odczytana jest bezpośrednio z fizycznego układu. Ponadto wskazanym byłoby przebudowanie struktury nośnej obiektu np. na profile aluminiowe, gdyż przy dużych wartościach sterowania silnika zapobiegłoby to odcięciom. I wreszcie sporym ułatwieniem z punktu widzenia modelu obiektu byłaby rezygnacja z nieliniowego mechanizmu przeniesienia napędu i zastąpienia go na przykład układem opartym o przekładnię pasową (zob. dodatek A).

Wymiana czujników odległości na sensory przemysłowe (zob. dodatek B) na pewno zredukowałaby szумy przy odczycie pozycji kulki, ale alternatywnym (i być może tańszym) rozwiązaniem byłaby implementacja dodatkowego filtra, np. Kalmana.

Wreszcie identyfikacji można poddać tarcia występujące w łożyskach wykorzystywanych przez belkę, czy pomiędzy kulką a belką w trakcie toczenia; ich wpływ na postać modelu matematycznego obecnie jest nieznany, a mógłby być uwzględniony przy projektowaniu regulatora.

Dzięki wykorzystaniu dokładniejszych czujników położenia kulki oraz belki zasadnym stałoby się próbowanie odczytania momentu bezwładności kulki w prostych eksperymentach i tym samym identyfikacja kulek o niejednorodnym rozkładzie masy (na przykład „wydmuszek”).

Kolejnym rozszerzeniem identyfikacji może być pomiar przełożenia mechanizmu korbowego, polegający na wyznaczeniu przyspieszenia kulki (a więc kąta pochylenia belki) staczącej się z obróconej o pewien kąt belki.



## A. Warianty zespołu napędowego

Cechą charakterystyczną obiektu regulacji typu kulka i belka jest pewna dowolność w wyborze układu napędowego, sprawiającego belkę w ruch obrotowy. W niniejszym dodatku przeglądnięto kilka alternatywnych sposobów, które były brane pod uwagę przy projektowaniu układu.

### A.1. Napędy

#### A.1.1. Siłownik liniowy

Oddziałujący na koniec belki siłownik musiałby zostać zamontowany pionowo; spręgnięcie go z belką również nie byłoby trywialne, gdyż punkt na końcu belki zakreśla w przestrzeni łuk, a nie odcinek (tak jak na przykład tłołk w klasycznym mechanizmie korbowym). Kolejną wadą napędu jest wysoka cena i prawdopodobne konieczne użycie specjalistycznego sterownika.

#### A.1.2. Serwomechanizm modelarski

Rozwiązanie stosowane w niektórych układach typu kulka i belka. Cechuje je przystępna cena, ale również brak możliwości ingerencji w wewnętrzny układ regulacji położenia wału.

#### A.1.3. Silnik tarczowy (*pancake*) z wirnikiem PCB

Silnik tarczowy DC z wirnikiem wykonanym w technologii obwodów drukowanych jest propozycją wymagającą zasilacza dużej mocy oraz oddzielnie zamontowanego enkodera; ma też wysoką cenę.

#### A.1.4. Silnik krokowy dużej mocy

Silniki krokowe mają z reguły bardziej skomplikowany układ sterowania niż silniki prądu stałego, dlatego taka pozycja wymagałaby, poza zasilaczem dużej mocy, drogi sterownik. Sam silnik również jest droższy od silnika prądu stałego DC-niepracującego krokowo.

#### A.1.5. Znacznie przewymiarowany silnik prądu stałego

Przykładem znacznie przewymiarowanego silnika w stosunku do skali sterowania obiektem jest np. silnik elektryczny do skutera bądź roweru. Wadami takiego silnika jest jego wielkość (w stosunku do całości

obiektu sterowania), duże prądy, wygórowana cena (kilukrotnie wyższa od zastosowanego rozwiązania). 

## A.2. Mechanizm przeniesienia napędu

### A.2.1. Przekładnia śrubowa lub ślimakowa

Problem z tego typu przekładnią jest ściśle konstrukcyjny, zbliżony do problemu związanego z montażem siłownika liniowego. Następuje tutaj przeniesienie ruchu obrotowego na wzdłużny (śruba), który to następnie musi z powrotem zostać zamieniony na ruch obrotowy (obrót belki). W przypadku montażu mechanizmu na końcu belki, który zakreśla w przestrzeni łuk, wymusza to rusztem całą przekładnię, a więc umieszczenie jednego jej końca na dodatkowej osi. Jest to więc dużo większe skomplikowanie układu mechanicznego, niż ma miejsce w zastosowanej w obiekcie przekładni korbowej.

### A.2.2. Przekładnia pasowa

Przekładnia pasowa stanowi dość dobrą alternatywę do zastosowanej przekładni korbowej. Pozwala również łatwo zmieniać przełożenie, a jej montaż nie powinien przysporzyć kłopotów. Wadą jest trudność w uzyskaniu części; w przypadku przekładni korbowej, korbę i korbowód można zbudować w warunkach domowych, co nie jest takie proste w przypadku kół lub pasa przekładni pasowej.

## B. Alternatywne czujniki pozycji kulki

W systemach typu kula i belka, poza dowolnością w wyborze mechanizmu napędu, istnieje kilka różnych alternatywnych czujników mierzących położenie kulki na belce.

### B.1. Listwa rezystancyjna

Czujnik zastosowany na zaprezentowanym urządzeniu komercyjnym (rys. 2.2). ~~Idea działania jest oznaczona tajemnicą.~~ 

Wadami takiego rozwiązania jest ograniczenie do wąskiego zakresu rozmiarów kulek oraz wyłącznie do kulek przewodzących prąd elektryczny.

### B.2. System wizyjny

Użycie kamery do śledzenia pozycji kulki jest możliwe, ale w celu uproszczenia algorytmów kamera powinna być umieszczona w tym samym układzie odniesienia, co belka. Oznacza to, że wraz z ruchem obrotowym belki, również kamera powinna się obracać, co stanowi ~~sposób~~ wyzwanie konstrukcyjne.

Dodatkowo zastosowanie taniej kamery (nieprzemysłowej) wymaga osobnego komputera kontrolującego algorytmy wizyjne; jest to zatem droga pozycja.

### B.3. Laserowy czujnik odległości

Przemysłowe czujniki odległości są głównie czujnikami laserowymi. Zapewniają doskonałą dokładność, jest to jednak okupione dużą ceną i koniecznością dobrego wycelowania punktu lasera w przedmiot, do którego odległość jest mierzona. W przypadku metalicznej kulki, trafienie laserem niecentralnie w kulkę może powodować problem z prawidłowym odczytem odległości.

### B.4. Ultradźwiękowy czujnik odległości

 W przypadku rozwiązań hobbyistycznych, ultradźwiękowe czujniki odległości potrafią być bardzo tanie, ale niedostatecznie wydajne lub dokładne. Istnieją czujniki przemysłowe tego typu, ale ich cena

jest duża. Dodatkowym problemem jest niewielka powierzchnia celu (kulki), w który fale dźwiękowe muszą trafić. Mogłoby to skutkować fałszowaniem pomiaru, np. w przypadku odbijania się fal od ścian belki.



## Bibliografia

- [1] Wei Wang. *Control of a Ball and Beam System*. 5 czer. 2007. URL: [http://data.mecheng.adelaide.edu.au/robotics/projects/2007/BallBeam/Wei\\_Final\\_Thesis.pdf](http://data.mecheng.adelaide.edu.au/robotics/projects/2007/BallBeam/Wei_Final_Thesis.pdf).
- [2] Marta Virseda. *Modeling and Control of the Ball and Beam Process*. Mar. 2004. URL: <http://www.control.lth.se/documents/2004/5736.pdf>.
- [3] Krzysztof Nowopolski. „Implementation of ball-and-beam control system as an instance of simulink to 32-bit microcontroller interface”. W: *Poznan University of Technology Academic Journals* (2013).
- [4] Siemens. *SIMATIC S7-1200 Easy Book*. Sty. 2015.
- [5] Pololu. *19:1 Metal Gearmotor 37Dx68L mm with 64 CPR Encoder*. URL: <https://www.pololu.com/product/2822>.
- [6] Pololu. *BD65496MUV Single Brushed DC Motor Driver Carrier*. URL: <https://www.pololu.com/product/2960/specs>.
- [7] Sharp. *Analog Output Type Distance Measuring Sensor GP2Y0A41SK0F Specification*. 25 kw. 2005. URL: [https://cdn.sharpsde.com/fileadmin/products/Optoelectronics/Sensors/Specs/GP2Y0A41SK0F\\_25Apr05\\_Spec\\_ED05G101.pdf](https://cdn.sharpsde.com/fileadmin/products/Optoelectronics/Sensors/Specs/GP2Y0A41SK0F_25Apr05_Spec_ED05G101.pdf).
- [8] Vishay Semiconductors. *Transmissive Optical Sensor with Phototransistor Output*. 17 sierp. 2009. URL: <http://www.vishay.com/docs/83764/tcst1103.pdf>.
- [9] Grzegorz Sieklucki et al. *Modele i zasady sterowania napędami elektrycznymi*. Kraków: Wydawnictwa AGH, 2014.
- [10] Tadeusz Kaczorek et al. *Podstawy teorii sterowania*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2013.
- [11] Jerzy Baranowski et al. *Teoria sterowania. Materiały pomocnicze do ćwiczeń laboratoryjnych*. Kraków: Wydawnictwa AGH, 2007.
- [12] Janusz Kwaśniewski. *Język tekstu strukturalnego w sterownikach SIMATIC S7-1200 i S7-1500*. Legionowo: Wydawnictwo BTC, 2014.
- [13] Tadeusz Legierski et al. *Programowanie sterowników PLC*. Gliwice: Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, 1998.

- [14] Bogdan Broel-Plater. *Układy wykorzystujące sterowniki PLC*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2010.
- [15] Tadeusz Mikulczyński. *Automatyzacja procesów produkcyjnych*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2006.
- [16] Janusz Kowal. *Podstawy automatyki*. Kraków: Wydawnictwa AGH, 2006.
- [17] Vance VanDoren. „Relay Method Automates PID Loop Tuning”. W: *Control Engineering* () .
- [18] Tore Hägglund, Carl Johan Åström. *PID Controller: Theory, Design and Tuning*. USA: Instrument Society of America, 1995.
- [19] Siemens. *Library of General Functions (LGF) for S7-1200/1500*. Mar. 2017. URL: <https://support.industry.siemens.com/cs/ww/en/view/109479728>.
- [20] Siemens. *How many measuring points are stored during trace recordings with the S7-1200 and S7-1500?* URL: <https://support.industry.siemens.com/cs/document/102781176/how-many-measuring-points-are-stored-during-trace-recordings-with-the-s7-1200-and-s7-1500-?dti=0&lc=en-WW>.



## Spis rysunków



2.1	Uproszczony schemat systemu typu kulka i belka. . . . .	11
2.2	Zdjęcie produktu <i>Ball and Beam</i> firmy Quanser. Źródło: <a href="http://www.quanser.com/Products/ball_beam">http://www.quanser.com/Products/ball_beam</a> . . . . .	12
2.3	Render projektu CAD. . . . .	12
2.4	Zdjęcie obiektu regulacji z zaznaczonymi poszczególnymi elementami konstrukcji; w środku obiektu opakowanie zapałek dla perspektywy. . . . .	13
2.5	Schemat napędu opartego o mechanizm korbowy. . . . .	14
2.6	Schemat przekroju belki z zaznaczonymi ceownikiem aluminiowym A) i kątownikiem aluminiowym B). . . . .	15
2.7	Schemat uchwytu na czujnik odległości w rzucie od przodu i z boku. Zastosowanie mocowania na śrubie pozwala pochylić czujnik względem belki. . . . .	15
2.8	Zdjęcie kulki. . . . .	16
3.1	Schemat układu sterowania i instrumentacji wraz z zaznaczonymi połączeniami. . . . .	17
3.2	Zdjęcie użytego sterownika z zaznaczoną płytą sygnałową. . . . .	19

3.3	Zdjęcie silnika w rzucie od góry z zaznaczoną przekładnią oraz enkoderem. . . . .	19
3.4	Zdjęcie układu mostka H (Pololu BD65496MUV). Źródło: <a href="https://www.pololu.com/product/2960">https://www.pololu.com/product/2960</a> . . . . .	21
3.5	Zdjęcie płytki PCB z zamontowanym układem mostka H (Pololu BD65496MUV). . . . .	22
3.6	Zdjęcie czujnika Sharp GP2Y0A41SK0F. . . . .	22
3.7	Charakterystyka czujników odległości. . . . .	23
3.8	Położenie kulki względem środka belki i czujników. . . . .	24
3.9	Schemat podłączenia układu transoptora. . . . .	24
3.10	Zdjęcie płytki PCB z zamontowanym układem z rys. 3.9. . . . .	25
4.1	Podstawowe bloki budujące schemat SIMMECHANICS. . . . .	30
4.2	Wizualizacja układu kulki i belki zamodelowanego przy pomocy SIMMECHANICS (por. z obiektem rzeczywistym przedstawionym na rys. 2.4). . . . .	31
4.3	Schemat SIMMECHANICS układu kulki i belki. . . . .	32
4.4	Schemat subsystemu <i>Shaft</i> odpowiadającego za umocowanie wału obrotu belki w danym układzie odniesienia. . . . .	33
4.5	Schemat subsystemu <i>Crank</i> odpowiadającego za umocowanie korby na wale motoreduktora. . . . .	33
4.6	Schemat subsystemu <i>Ball mechanics</i> odpowiadającego za zachowanie kulki na belce. . . . .	34
4.7	Schemat subsystemu <i>Electric Motor</i> odpowiadającego za model silnika prądu stałego. . . . .	35
4.8	Zależność kąta obrotu wału belki od kąta obrotu wału motoreduktora. . . . .	36
5.1	Wykres przedstawiający aproksymację charakterystyki czujnika lewego. . . . .	41
5.2	Wykres przedstawiający aproksymację charakterystyki czujnika prawego. . . . .	41
5.3	Wykres odpowiedzi silnika na skok jednostkowy (maksymalne napięcie) z zaznaczoną prostą, której nachylenie odpowiada prędkości kątowej wału motoreduktora. . . . .	43
5.4	Wykres ustalonych prędkości kątowych silnika w zależności od podanego sterowania. . . . .	46
5.5	Schemat modelu silnika prądu stałego użytego do identyfikacji parametrów. . . . .	47
5.6	Zrzut ekranu wykresów danych wejściowych (dół) i wyjściowych dla procesu optymalizacji oraz odpowiedź obiektu po przeprowadzonej optymalizacji parametrów (góra). . . . .	48
5.7	Zrzut ekranu wykresów danych wejściowych (dół) i wyjściowych dla procesu weryfikacji oraz odpowiedź obiektu ze zoptymalizowanymi parametrami (góra). . . . .	49
5.8	Zrzut ekranu wykresów danych wejściowych (dół) i wyjściowych dla procesu weryfikacji przy kolejnym eksperymencie. . . . .	50
6.1	Reprezentacja głównych zmiennych stanu w obiekcie. . . . .	51

6.2	Model układu przeznaczony do przeprowadzenia liniaryzacji. . . . .	52
6.3	Schemat ilustrujący ideę kaskadowego układu regulacji obiektu typu kulka i belka. . . . .	55
6.4	Ilustracja toczenia się kulki w przeciwną stronę niż kierunek spadku. . . . .	56
6.5	Wykresy amplitudowo-fazowe systemów opisanych macierzami (6.7) oraz (6.8). Przedstawiona charakterystyka dla pierwszej zmiennej stanu (położenia liniowego kulki). . . . .	59
6.6	Schemat blokowy sterowania zlinearyzowanego systemu odpowiadającego za zachowanie belki. . . . .	60
6.7	Schemat blokowy układu optymalizowanego przez funkcję <code>looptune</code> ; $G(s)$ to obiekt regulacji, $C(s)$ to regulator. . . . .	60
6.8	Schemat sterowania zlinearyzowanego systemu odpowiadającego za zachowanie belki oraz kulki. . . . .	61
7.1	Schemat pętli głównej programu. . . . .	65
7.2	Odpowiedź czujników odległości, gdy pomiędzy nimi nie ma żadnej przeszkody. . . . .	67
7.3	Schemat sterowania sekwencyjnego zaimplementowanego w sterowniku PLC. . . . .	68
7.4	Schemat blokowy algorytmu bazowania licznika enkodera. . . . .	70
7.5	Zrzut ekranu z programu SIEMENS TIA PORTAL z widocznym blokiem Calculate i przykładowym równaniem, które ten blok może obliczyć. . . . .	71
8.1	Wykres odpowiedzi skokowej obiektu inercyjnego pierwszego rzędu. . . . .	74
8.2	Przykład aproksymacji odpowiedzi skokowej prędkości obrotowej wału motoreduktora. .	75
8.3	Schemat sekwencji samostrojenia regulatora belki. . . . .	77
8.4	Schemat sił działających na kulkę znajdującej się na pochylonej pod kątem $\theta$ belce. . . .	77
9.1	Odpowiedzi modeli obiektu regulacji typu kulka i belka. . . . .	82
9.2	Stabilizacja położenia kulki w modelu nieliniowym. . . . .	83
9.3	Stabilizacja położenia kulki w modelu liniowym. . . . .	83
9.4	Stabilizacja położenia pierwszej kulki opisanej w rozdziale 2.6. . . . .	85
9.5	Stabilizacja położenia drugiej, dodatkowej kulki. . . . .	85
9.6	Regulacja pozycji belki na oryginalnych nastawach. . . . .	87
9.7	Regulacja pozycji belki na nowych, automatycznie dobranych nastawach. . . . .	87
9.8	Stabilizacja położenia pierwszej kulki przy użyciu nastrojonego regulatora belki. . . .	88
9.9	Stabilizacja położenia drugiej kulki przy użyciu nastrojonego regulatora belki. . . .	88

# Spis tablic

3.1	Podstawowe parametry sterownika PLC Siemens S7-1211C i płytka sygnałowej Siemens SB 1223. . . . .	18
3.2	Parametry producenta silnika, enkodera i przekładni. . . . .	20
3.3	Najważniejsze parametry mostka H. . . . .	20
3.4	Opis złącz mostka H. . . . .	21
3.5	Podstawowe parametry czujników pozycji kulki. . . . .	23
3.6	Podstawowe parametry transoptora szczelinowego. . . . .	25
3.7	Podział modułów elektronicznych ze względu na wykorzystywany poziom napięcia. . . . .	26
5.1	Uzyskane wyniki pomiarów charakterystyk każdego z czujników. . . . .	40
5.2	Funkcje aproksymujące charakterystyki czujników. . . . .	41
5.3	Prędkość kątowa silnika dla różnych sterowań. . . . .	45
5.4	Parametry regresji liniowych i współczynniki tarcia. . . . .	46
5.5	Parametry silnika przed i po optymalizacji. . . . .	48