

ECOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ADMINISTRATION ÉCONOMIQUE



PROJET DE STATISTIQUES APPLIQUÉES N°36

Introduction d'anticipations dans le modèle macroéconométrique de l'économie française Mésange

Etudiants :

Kessang FLAMAND
Louise BONHOMME
Pablo BARRIO

Encadrants :

Charlotte NUDELMANN
Pierre-Louise GIRARD

2021-2022

1 Introduction

Le but de ce projet est de modéliser et d'intégrer les anticipations des ménages dans l'équation de consommation du modèle macroéconométrique Mésange.

La Direction Générale du Trésor et l'INSEE ont conjointement développé le modèle macroéconométrique français Mésange (Modèle Economique de Simulation et d'ANalyse Générale de l'Economie) qui modélise les comportements des acteurs de l'économie française à travers six relations. Il s'agit, en fait, de caractériser les comportements de consommation, d'investissement, de détermination des prix et des salaires ainsi que des relations avec le reste du monde à travers les exportations et les importations. Le modèle Mésange est particulièrement utilisé pour tester la réponse de l'économie française à certains chocs économiques : chocs internes, comme un changement de politique économique ou un choc démographique, et chocs externes, comme un choc de prix. La réaction de l'économie se fait à travers des agrégats macroéconomiques clés (chômage, PIB, taux d'intérêt, etc.), à des horizons court terme (proche du choc) et long terme (éloigné du choc).

Néanmoins, ce modèle fait face à certaines limites, notamment l'absence de prise en compte des anticipations des ménages qui fait partie intégrante de leur réponse à un choc. Nous nous appliquerons donc à développer une méthodologie permettant d'améliorer le modèle en prenant en compte ces anticipations dans l'équation de consommation agrégée des ménages pour, ensuite, en interpréter les résultats. En effet, les agents essaient d'anticiper les réactions de l'économie afin de les internaliser dans la détermination de leurs choix a priori. Ces anticipations, bien que souvent faussées, ont pour objectif de se protéger des effets d'un choc potentiel ou d'en tirer un bénéfice, et interfèrent avec la réponse de l'économie suite à ce choc.

Premièrement, nous nous familiariserons avec le modèle Mésange en estimant l'équation de consommation agrégée des ménages dans sa forme actuelle (c'est à dire sans anticipations). Cette équation relie la consommation au revenu disponible, au taux de chômage et au taux d'intérêt, et s'estime à travers une partie de long terme (reflétant la tendance commune des séries de revenu et de consommation) et une partie dynamique. Dans un second temps, nous nous appliquerons à modéliser les anticipations des agents à l'aide d'un VAR Structurel. Nous obtiendrons grâce à cette modélisation les dynamiques des variables anticipées par les agents à la suite d'un choc, sous la forme de fonctions de réponse impulsionnelle. Nous nous concentrerons alors sur la variable de taux d'intérêt, qui servira de canal à travers lequel nous intégrerons les anticipations des agents dans l'équation de consommation. En effet, le taux d'intérêt est la variable qui s'ajuste le plus aux chocs, c'est-à-dire celle qui réagit le plus aux chocs sur les autres variables. Finalement, l'intégration des anticipations dans le modèle se fera à travers la création d'une nouvelle variable qui sera la somme pondérée du taux d'intérêt prévisionnel entièrement déterministe et du taux d'intérêt issus des anticipations des agents suite à un choc de PIB. Une telle modélisation nous permettra de comparer la réaction des deux modèles (avec et sans anticipations) suite à un choc d'un point de PIB sur la croissance.

2 Revue de littérature

Nous nous intéressons à l'introduction d'anticipations adaptatives dans une des équations de demande du modèle Mésange, à savoir l'équation de consommation totale des ménages. Un exercice de prise en compte d'anticipations dans les équations de demande a déjà été réalisé et documenté, notamment dans les modèles FRB/US de la FED puis FR-BDF de la Banque de France. Nous nous appuyerons donc sur ce travail de recherche relatif à la modélisation et l'introduction des anticipations des ménages dans les équations du modèle, documenté dans les articles *The Role of Expectations in the FRB/US Macroeconomic Model* [FB97] et *The FR-BDF Model and an Assessment of Monetary Policy Transmission in France* [ML19].

Les modèles FR-BDF et FRB/US correspondent à deux manières de représenter les anticipations des agents. La première approche conduit à un modèle simplifié : l'agent n'a pas toutes les informations sur la dynamique des variables économiques et est donc supposé détenir une connaissance détournée de la réalité. Ce modèle d'anticipation est basé sur le passé (rétrospectif) et repose sur un modèle VAR. Les agents forment alors leurs anticipations à partir des valeurs passées d'un ensemble de variables et d'un modèle simplifié de la réalité. La seconde approche conduit à un modèle plus complet : l'agent est supposé prospectif. Il détient une connaissance parfaite des dynamiques des variables et ses anticipations coïncident exactement avec celles du modèle (FRB/US dans notre cas). Ainsi, ce modèle est prospectif. Ces modélisations sont développées de manière similaire dans les papiers FR-BDF et FRB/US (la méthodologie FR-BDF étant fortement inspirée de celle FRB/US), et nous présenterons donc l'idée commune à ces deux méthodologies tout en prenant soin de relever les quelques différences.

Les anticipations **rétrospectives** (appelées adaptatives dans le modèle FRB/US) reposent sur l'hypothèse selon laquelle les agents ont une connaissance limitée, et forment donc leurs anticipations sur des modèles simplifiés et contenant un nombre très restreint de variables. Ces modèles simplifiés s'expriment sous une forme vectorielle auto-régressive (VAR), et sont appelés Forecasting Model for VAR Expectations dans le modèle FRB/US et Expectation Satellite Model (E-SAT) dans FR-BDF.

Dans le cas du modèle FRB/US, les anticipations sont formées à partir des connaissances des agents sur 3 variables : les taux des fonds fédéraux, le taux d'inflation et l'output gap. Les anticipations prennent donc la forme d'un système de 3 équations dans lequel chacune des 3 variables explicatives est mise en relation avec les autres variables du système retardées et différenciées, et avec la déviation des variables du système par rapport à leur valeur de long terme :

$$\begin{pmatrix} \Delta r_t \\ \Delta \pi_t \\ \Delta \tilde{x}_t \end{pmatrix} = A_\infty^e \begin{pmatrix} \pi - \pi_\infty^e \\ \tilde{x} - 0 \\ r - r_\infty^e \end{pmatrix}_{t-1} + \sum_{i=1}^3 A_i \begin{pmatrix} \Delta r_{t-i} \\ \Delta \pi_{t-i} \\ \Delta \tilde{x}_{t-i} \end{pmatrix}$$

Avec

$$\left\{ \begin{array}{l} r = \text{taux des fonds fédéraux} \\ \pi = \text{taux d'inflation (indice des prix à la consommation)} \\ \tilde{x} = \text{output gap : écart en pourcentage entre la production réelle et potentielle} \\ \pi_\infty^e = \text{taux d'inflation espéré à long terme} \\ r_\infty^e = \text{taux des fonds fédéraux espéré à long terme} \end{array} \right.$$

La méthodologie FR-BDF repose aussi sur la mise en relation des variables d'output gap, de taux

directeur et de taux d'inflation, mais elle a la spécificité de faire appel à la théorie économique. En effet, l'approche choisie par la Banque de France consiste à estimer un modèle néokeynésien IS-MP-PC, c'est à dire la relation IS, la courbe de Philips et la règle de Taylor. De plus, le modèle prend en compte les interactions des variables avec celles de la zone euro. Il prend donc la forme d'un système à huit équations et 5 variables explicatives (le taux d'inflation et l'output gap apparaissant pour la France et pour la zone Euro). On y retrouve l'expression des courbe IS et Philips pour chacun des deux blocs, une règle de Taylor mettant en relation le taux directeur avec le taux d'inflation et l'output gap en zone euro, et 3 équations reliant les variables de taux d'intérêt et de taux d'inflation à leur niveau de long terme.

Les méthodologies FR-BDF et FRB/US ont fait le choix d'une modélisation à l'aide d'un VAR structurel, particulièrement adapté à l'étude de chocs de politique économique. Les systèmes évoqués précédemment permettent de modéliser les liens que feront les agents entre les trois principales variables d'intérêt, la manière dont ils prédiront leurs évolutions conjointes, et la réponse de l'économie à un choc. C'est en réalité ce dernier point qui nous intéresse particulièrement, dans la mesure où les anticipations des ménages interagissent avec l'évolution d'une économie suite à un choc et peuvent fortement amplifier ou amortir certains impacts. C'est dans cette optique que se justifie le choix méthodologique d'un VAR Structurel. En effet, les innovations canoniques issues de l'estimation d'un VAR ont, à priori, seulement un sens économétrique (innovation linéaire) dans la mesure où elles ne permettent pas d'identifier l'effet direct d'un choc sur les variables du système. L'idée derrière le VAR Structurel est de réexprimer la corrélation des innovations dans une base orthogonale, sous certaines contraintes reflétant des réalités économiques. De cette manière là, il est possible de suivre la propagation d'un choc sur le modèle et d'isoler l'effet d'une impulsion structurelle sur chacune des variables du système. Une telle méthode permet d'obtenir les fonctions de réponse impulsionnelle associées à chacune de ces variables, c'est à dire une expression littérale de leur réaction à une variation impulsionnelle non prévisible. Dans le contexte de la modélisation d'anticipations, il s'agit finalement d'obtenir une expression de la réponse anticipée par les ménages à un choc (de politique monétaire par exemple) qui guidera leur comportement économique suite à cette perturbation.

Les anticipations **prospectives** des agents (appelées anticipations rationnelles dans le modèle FRB/US) sont quant à elles formées à partir du modèle complet (elles coïncident exactement avec les prédictions du modèle). Elles supposent donc une connaissance parfaite des agents concernant la dynamique des variables et l'état futur de l'économie. Les agents savent quels seront leurs choix optimaux futurs (compte tenu du choc), et adaptent donc leur comportement économique actuel à ces prévisions. Cette modélisation des anticipations repose donc sur des hypothèses très fortes et n'est évidemment pas adaptée à n'importe quel type de chocs et/ou d'agents. Une telle modélisation est utilisée par la Banque de France pour prévoir l'impact d'une politique de forward guidante menée par une Banque Centrale. Dans ce cas là, le choc de politique monétaire est anticipé par les agents grâce à la politique de communication des Banques Centrales. Un autre exemple d'application (développés par la Banque de France et la FED) est celui d'un modèle mixte d'anticipation, dans lequel les agents financiers (les plus informés) forment des anticipations prospectives tandis que les autres agents restent sur des anticipations adaptatives. Une telle modélisation permet de rendre compte des différences entre les agents concernant leur connaissance des dynamiques des variables économiques.

Pour des raisons de simplicité et de temps, nous ne développerons pas le modèle d'anticipations

prospectives dans ce rapport, et nous nous concentrerons sur les anticipations sous leur forme rétrospective. De plus, nous estimerons un modèle athéorique (comme dans le cas du modèle FRB/US), et appliqué au seul cas Français. Nous nous appliquerons donc à estimer une relation entre les variables de taux directeur, de taux d'inflation et d'output gap à l'aide d'un modèle VAR Structurel.

L'intégration d'anticipations dans un modèle général a été développé dans les modèles FRB/US de la FED, FR-BDF de la Banque de France et ThreeME de l'OFCE [FR21], et repose sur la notion de coûts d'ajustements relatifs au rapprochement d'une cible de long terme. En effet, dans ces trois premiers modèles, les dynamiques macroéconomiques de court terme des variables sont supposées microfondées et reposent sur la volonté des agents de réduire la distance entre la valeur de long terme d'une variable (valeur cible) et sa valeur actuelle sous contrainte de coûts d'ajustements (linéaires dans le cas de ThreeME et polynomiaux dans celui de FRB/US et FR-BDF). Dans ce cadre là, les anticipations jouent un rôle à travers la valeur anticipée des variations futures des cibles, la valeur actualisée de la cible étant alors décomposée en anticipations sur les composantes de la cible.

Le modèle Mésange dans lequel nous visons l'intégration des anticipations ne repose pas sur cette notion de coût d'ajustements, ce qui ne nous permet pas de suivre la méthodologie décrite précédemment. Nous avons donc tenté, en suivant les conseils de nos encadrants, d'intégrer les anticipations des agents via la construction de nouvelles variables prenant en compte les anticipations des agents, et à partir desquelles ils prendront leurs décisions économiques. Cette méthodologie sera développée en section 5.3.

3 Estimation de l'équation de consommation classique

Cette section a pour but d'estimer l'équation de consommation agrégée des ménages du modèle Mésange que nous allons, par la suite, améliorer grâce à l'introduction d'anticipations. Cela nous permet de comprendre les déterminants de cette équation, sa spécification ainsi que les méthodes et hypothèses associées. Conformément à la méthodologie développée dans le document *Le modèle macroéconométrique Mésange : réestimation et nouveautés* [ASD], l'équation de consommation est estimée avec un Modèle à Correction d'Erreur univarié et comportera donc une partie long terme et une partie dynamique. Elle sera spécifiée de la manière suivante :

$$\begin{cases} \Delta c_t = \Gamma(L) \times \Delta \text{revenu}_t + \Psi(L) \times \epsilon_t + \Phi(L) \times \Delta X_t + \xi_t \\ c_t = a + b \times \text{revenu}_t + \epsilon_t \end{cases}$$

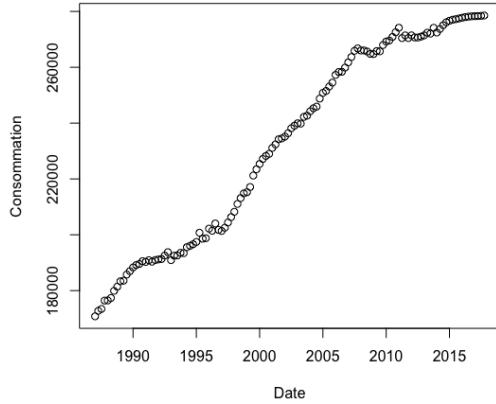
X_t est le vecteur de variables explicatives exogènes.

$\Gamma(L)$, $\Psi(L)$ (vetcoriel) et $\Phi(L)$ sont des polynômes en L , opérateur de retard.

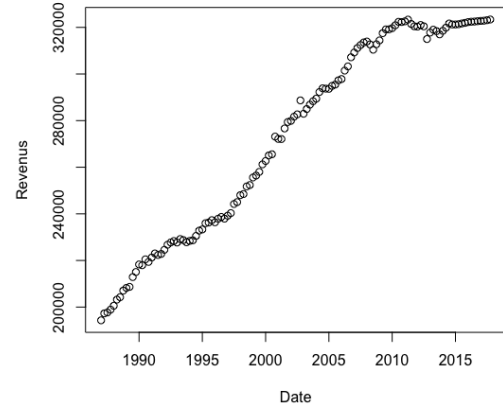
3.1 Données : présentation et nettoyage

Pour cette partie, nous avons utilisé différentes séries disponibles sur la période 1980-2017. La fréquence des données est trimestrielle, c'est-à-dire que nous avons 152 valeurs pour chaque attribut. La variable temporelle est donc discrète et notée t . Les données que nous utilisons dans cette partie sont : la consommation nationale exprimée en milliers d'euros en volume au prix de l'année précédente chaînée et utilisée en $\log(c_t)$, le revenu national exprimé en milliers d'euros en volume au prix de l'année précédente chaînée et utilisé en $\log(\text{revenu}_t)$, le taux de chômage (U_t),

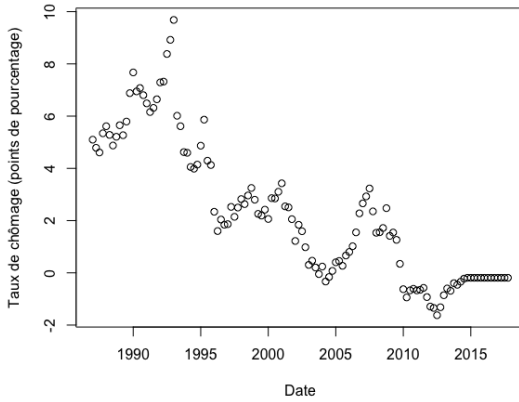
le taux d'intérêt Euribor 3 mois (i_t) et une variable coudée $libfin_t$ nulle à partir de 1987 et relative à la libéralisation financière (rupture de tendance). La consommation est la variable expliquée tandis que les autres variables sont les variables explicatives. Visuellement, nous remarquons une tendance, particulièrement pour la consommation et les revenus. Les séries en niveau sont tracées en Figure 1.



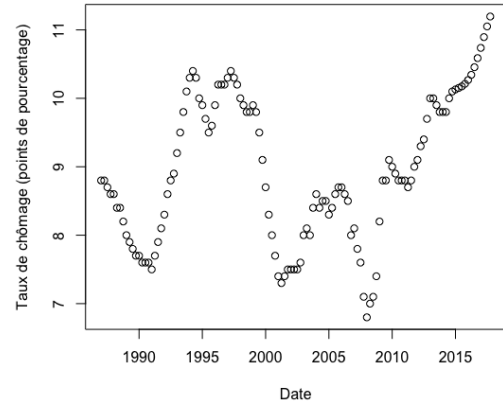
(a) Evolution de la consommation



(b) Evolution des revenus nationaux



(c) Evolution du taux d'intérêt réel (en %)



(d) Evolution du taux de chômage (en %)

FIGURE 1 – Evolution des variables d'intérêt sur la période 1987-2017

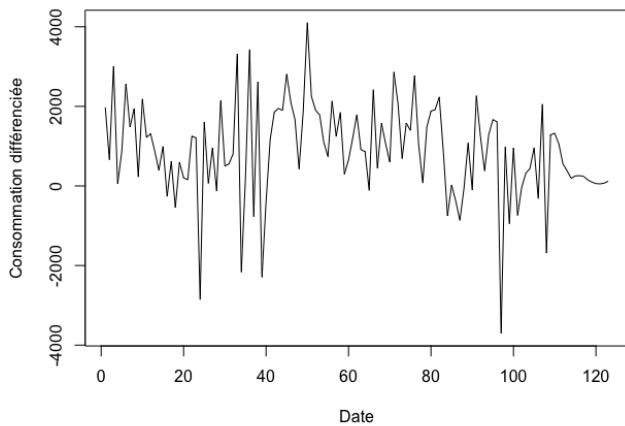
Les séries ne semblent pas stationnaires sur l'ensemble de la période considérée : les séries de consommation et de revenu présentent une tendance tandis que les séries de taux d'intérêt et de taux de chômage semblent dévier sur d'assez longues périodes ce qui peut évoquer le comportement d'une série de type marche aléatoire. Par la suite, nous montrerons que les séries de consommation et de revenus ne sont pas stationnaires autour de leur tendance, mais qu'elles possèdent une racine unitaire et sont même cointégrées.

3.2 Préliminaire : hypothèses et tests

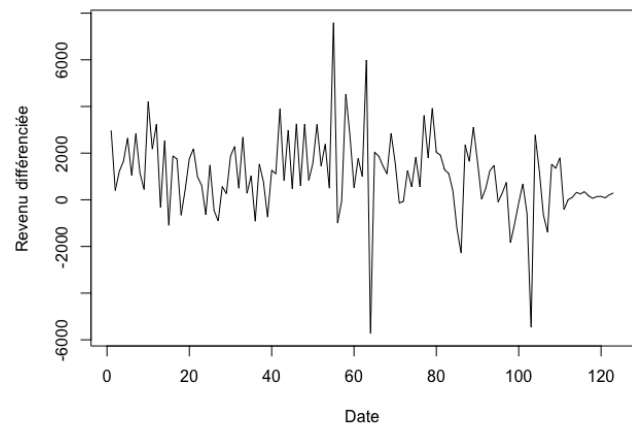
L'estimation de l'équation de consommation se fait sur la base d'un modèle à Correction d'Erreur et se décompose donc selon une partie long terme, mettant en relation la consommation et le revenu, et une partie dynamique de court terme (faisant apparaître d'autres variables explicatives). Une telle modélisation repose sur l'hypothèse de **coïntégration** des séries de revenu et de consommation, c'est à dire :

1. Les séries doivent être stationnaires en différenciées, c'est-à-dire $I(1)$ pour la partie dynamique de court terme.
2. Il doit exister une relation linéaire entre la consommation et le revenu intégrée d'ordre 0 (donc stationnaire). Dans notre cas, il faut que le résidu de la régression de la consommation sur le revenu soit stationnaire.

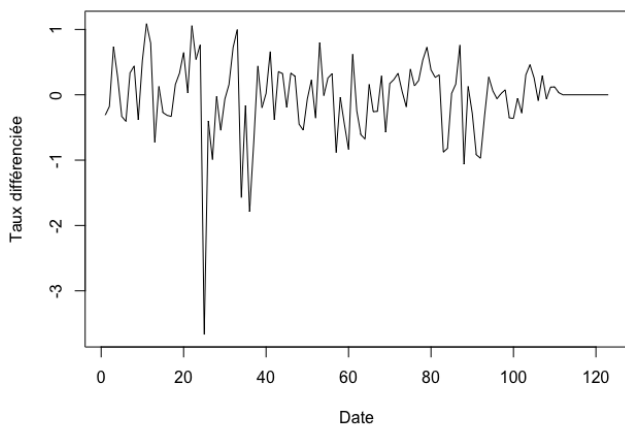
Nous visualisons les séries en niveau 1, en différencié 2 ainsi que l'évolution conjointe des séries de revenu et de consommation.



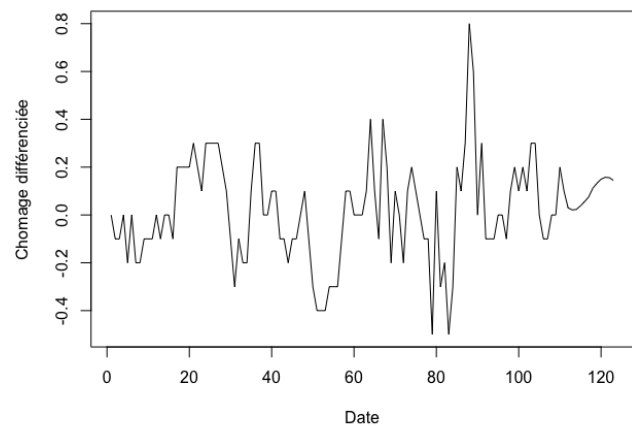
(a) Evolution de la consommation différencié



(b) Evolution des revenus nationaux différenciés

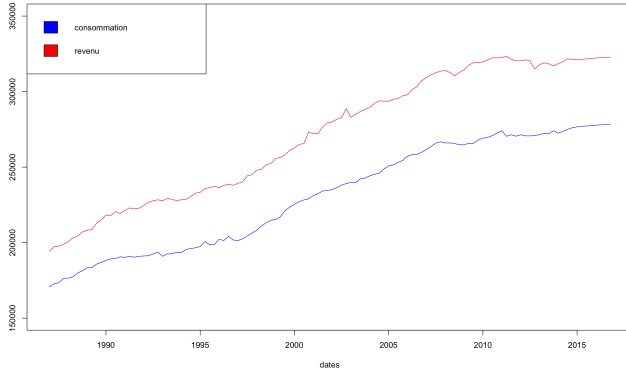


(c) Evolution du taux d'intérêt réel différencié

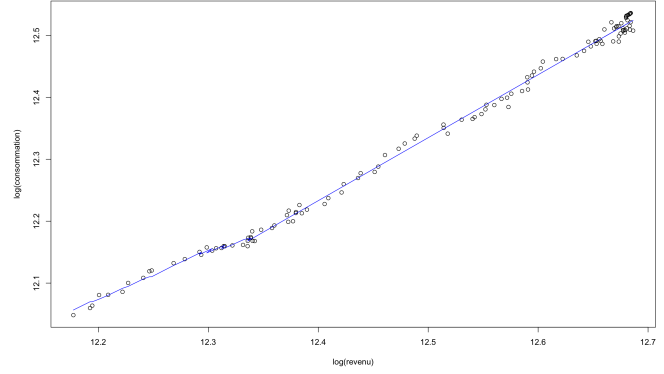


(d) Evolution du taux de chômage différencié

FIGURE 2 – Evolution des variables d'intérêt en différencié sur la période 1987-2017



(a) Evolution conjointe des séries de revenu et de consommation (en log)



(b) Evolution de la consommation en fonction du revenu (en log) et droite de régression

FIGURE 3 – Evolution et co-évolution des séries de consommation et de revenu (en log) sur la période 1987-2017

En différencié (cf Figure 2), on n'observe pas d'hétéroscédasticité, ni de tendance : l'hypothèse de stationnarité des séries différenciées paraît crédible à ce stade. D'autre part, les séries de consommation et de revenu semblent varier simultanément et avoir une tendance commune de long terme. Le graphique b) de la Figure 3 confirme une forte corrélation positive entre les 2 séries et on peut donc soupçonner une relation de cointégration.

Nous allons désormais mener une série de test visant à confirmer les hypothèses que nous avons émises à partir des graphiques précédents. Nous testerons l'hypothèse de racine unitaire sur les séries en niveau et en différencié, ainsi que l'hypothèse de stationnarité sur les séries en niveau. Les différents tests de stationnarité que nous utilisons sont définis de la manière suivante :

1. **Test KPSS** : les hypothèses sont définies comme :

$$\begin{cases} H_0 : \text{la série est stationnaire} \\ H_1 : \text{la série n'est pas stationnaire} \end{cases}$$

La principale limite de ce test est que le non rejet de l'hypothèse nulle ne nous assure pas formellement de la stationnarité de la série. Nous utiliserons ce test sur les séries en niveau.

2. **Test de Dickey Fuller Augmented** : les hypothèses de ce test sont définies comme :

$$\begin{cases} H_0 : \text{la série présente une racine unitaire } (I(1)) \\ H_1 : \text{la série n'est pas } I(1) \end{cases}$$

Le test de Dickey Fuller Augmenté repose sur l'estimation d'un AR et nécessite donc de fortes hypothèses sur les résidus de l'AR qui doit être un bruit blanc. On regarde les autocorrélogrammes partiels afin de bien spécifier le test (lag à intégrer dans l'AR) ainsi que le type : avec constante, sans constante ou avec tendance et constante. On prend comme l'hypothèse alternative lors du rejet de l'hypothèse nulle : "la série est stationnaire", ce qui constitue une hypothèse restrictive sur la forme de la série considérée. Nous mènerons ce test sur les séries en niveau et différenciées.

série	consommation (log)	revenu (log)	taux d'intérêt	Chômage
lags	1	1	1	2
type	"ct"	"ct"	"c"	"c"
p-valeur	0.99	0.99	0.57	0.53

TABLE 1 – Spécification et résultats des tests ADF sur les séries en niveau

3. **Test de Philipps-Perron** : les hypothèses de ce test sont définis comme :

$$\begin{cases} H_0 : \text{la série présente une racine unitaire } (I(1)) \\ H_1 : \text{la série n'est pas } I(1) \end{cases}$$

Ce test est proche du test ADF bien que ses hypothèses soient moins restrictives.

Les résultats obtenus avec les tests ADF sur les séries en niveau sont présentés dans le tableau suivant 1. Les tests ADF sur les séries en différencié ainsi que les tests KPSS et Philip Perron sont présentés en Annexe.

Pour s'assurer de la validité des tests, nous traçons les autocorrélogrammes des résidus des AR associés aux tests ADF. Les résultats sont présentés en annexe et ne permettent pas de rejeter l'hypothèse de non corrélation des résidus jusqu'au lag 20.

Finalement, à partir de ces tests, nous pouvons affirmer qu'aucune des séries n'est stationnaire en niveau au seuil de 1% pour la consommation, le revenu et le taux d'intérêt et au seuil de 10% pour le chômage. De plus, les tests ADF sur les séries en niveau ne permettent pas de rejeter l'hypothèse de racine unitaire et les tests sur les séries différenciées ne rejettent pas la stationnarité. Nous pouvons donc supposer pour la suite que nos séries d'intérêt sont $I(1)$, et pourrons donc utiliser les MCO sur les séries différenciées (qui sont donc $I(0)$).

Etant donné que nos séries d'intérêt sont $I(1)$, et puisque nous supposons une relation de cointégration entre nos variables, nous utilisons un Modèle à Correction d'Erreur (ECM) conformément à la méthodologie suivie dans le modèle Mésange. Notre équation présentera donc une partie dite 'dynamique' avec des variables différenciées et une partie dite 'long-terme' en niveau et retardée. Néanmoins, il faudra vérifier que le résidu de l'équation de long terme soit bien stationnaire afin d'obtenir un ECM sans biais et de confirmer la relation de cointégration des variables. Nous préférons aussi utiliser les données sur la période 1987-2017 car le breakpoint dû à la libéralisation financière en 1987 ne nous intéresse pas.

3.3 Estimation de l'équation de long terme

L'équation de long terme est la relation de cointégration qui lie la consommation en niveau et le revenu en niveau. Cette spécification est tirée de la spécification mise en place par la Direction Générale du Trésor et l'INSEE sur la base d'hypothèses économiques. L'équation à estimer est de la forme :

$$c_t = a + b \times \text{revenu}_t + c \times \text{libfin}_t + \epsilon_t$$

avec c_t : la consommation nationale en log, revenu_t : le revenu national en log, libfin_t : la libéralisation financière et ϵ_t : le résidu. On fixe la constante $a = 0$ pour se rapprocher du modèle

Mésange tel qu'il a été construit par la DG du Trésor et l'INSEE. Il n'y a donc que les coefficients b et c à estimer par MCO.

L'estimation par MCO nous donne, en premier, les résultats suivants : $c_t = 0.99 \times \text{revenu}_t - 0.032 \times \text{libfin}_t + \epsilon_t$. Les résultats sont significatifs à un seuil inférieur à 0.1%. Le test de Breusch-Pagan permet, par la suite, de tester l'homoscédasticité des résidus. Il est défini par les hypothèses :

$$\begin{cases} H_0 : \text{homosédasticité des résidus} \\ H_1 : \text{hétéroscédasticité des résidus} \end{cases}$$

Ce test renvoie une p-valeur de 6%, nous pouvons affirmer la présence d'hétéroscédasticité des résidus au seuil de 10%. Ceci nous amène donc à estimer l'équation de long terme de manière robuste. L'estimation de l'équation que nous retenons est, finalement, la suivante :

$$c_t = 0.99 \times \text{revenu}_t - 0.03 \times \text{libfin}_t + \epsilon_t$$

La prochaine étape intégrera les résidus de l'équation de long terme dans l'équation dynamique. Cette équation est un modèle à correction d'erreur et nécessite donc la stationnarité des résidus. Nous menons alors les tests KPSS et Dickey Fuller Augmented sur les résidus. KPSS ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle de stationnarité des résidus : la statistique de test est de 0.16 et la valeur au seuil de 10% est de 0.35. Le test ADF rejette l'hypothèse nulle de racine unitaire au seuil inférieur de 1%. Finalement, cela nous amène à affirmer que les résidus de long terme sont stationnaires et que nous pourrions les intégrer au modèle ECM.

3.4 Estimation de l'équation dynamique : court et long terme

L'équation dynamique est l'équation finale qui intègre une partie court terme et une partie long terme. La partie court terme est composée des variables explicatives différenciées : Δrevenu , ΔU , Δi . La partie long terme est composée de l'erreur de long terme ϵ_t . Pour bien spécifier cette équation, il nous faut intégrer le "bon" nombre de lags. Pour cela nous utilisons une fonction du logiciel R qui renvoie le nombre optimal de lags grâce au critère d'information Akaike (AIC) qui compare les différents modèles. Finalement, nous avons un AIC minimal pour un lag 2, c'est-à-dire que nous retardons chacune de nos variables de $i \in \{0, 1, 2\}$. Nous régressons donc la consommation en log sur : $(\Delta \text{revenu}_t, \Delta \text{revenu}_{t-1}, \text{revenu}_{t-2}, \Delta U_t, \Delta U_{t-1}, \Delta U_{t-2}, \Delta i_t, \Delta i_{t-1}, \Delta i_{t-2}, \epsilon_t, \epsilon_{t-1}, \epsilon_{t-2})$. A partir des résultats, nous pouvons éliminer les variables non significatives de la régression comme cela est fait dans Mésange. Ceci nous permet de simplifier la relation aux variables d'intérêt suivantes : $(\Delta \text{revenu}_t, \Delta U_t, \Delta i_{t-2}, \epsilon_{t-1})$ et, finalement, l'équation de consommation estimée est la suivante :

$$\begin{aligned} \Delta c_t = & \underset{(0.0006)}{0.003} + \underset{(0.08)}{0.24} \times \Delta \text{revenu}_t - \underset{(0.002)}{0.008} \times \Delta U_t - \underset{(0.0008)}{0.0016} \times \Delta i_{t-2} \\ & - \underset{(0.06)}{0.28} \times \{c - 0.99 \times \text{revenu} + 0.03 \times \text{libfin}\}_{t-1} + \xi_t \end{aligned}$$

Le coefficient devant le résidu de long terme représente la dynamique de long terme dans la variation de la consommation à travers l'effet de l'écart de la consommation à sa relation de long terme avec le revenu. On remarque que ce coefficient de long terme est négatif : l'écart de la consommation à sa relation de long terme avec le revenu a un effet de force de rappel sur Δc_t qui fait revenir la consommation vers sa trajectoire de long terme. Ainsi, un écart à la tendance de long terme est nécessairement transitoire et la valeur du coefficient représente l'intensité de cette force de rappel.

Pour valider le modèle, nous vérifions quelques propriétés classiques des résidus pour connaître leur comportement :

1. **Résidus centrés** : la moyenne empirique est de $3.6 \times 10^{-19} \approx 0$. À noter que la précision de R doit être limitée à 10^{-19} , ce qui explique cette valeur. On pourrait construire un intervalle de confiance en connaissant la loi des résidus, mais nous verrons après qu'ils ne sont pas gaussiens. Néanmoins, en les supposant gaussiens, l'intervalle de confiance contient bien zéro. Les résidus sont bien centrés.
2. **Test d'autocorrélation** : test de Durbin-Watson qui présente l'hypothèse nulle H_0 : *absence d'autocorrélations des résidus*. La p-valeur est de 0,505, on ne rejette pas H_0 , on peut donc penser qu'il n'y a pas d'autocorrélation des résidus.
3. **Test d'homoscédasticité** : test de Breusch-Pagan. La p-valeur renvoyée est 0.529, on ne rejette pas l'hypothèse nulle et on accepte donc l'homoscedasticité des résidus.
4. **Test de normalité** : test de Jarque-Bera qui présente l'hypothèse nulle H_0 : *la série vérifie les propriétés classiques d'une loi normale*. La p-valeur est de 2.6%, les résidus ne sont donc pas gaussiens. En traçant l'histogramme des résidus, il semblerait que la distribution ne soit pas une distribution normale.

Les résidus de l'équation de consommation sont donc un bruit blanc faible.

L'équation de consommation estimée dans cette partie constitue notre objet d'intérêt, dans lequel nous allons tenter d'introduire les anticipations des agents. Il s'agit donc tout d'abord de construire un modèle permettant de modéliser la formation de ces anticipations, puis d'introduire nos résultats dans l'équation dynamique de consommation.

4 Estimation du modèle d'inspiration néo-keynésienne : Structural VAR

Le but de cette partie est de développer les différentes méthodes de modélisation d'anticipations adaptatives des agents. Comme expliqué dans la partie 2, il s'agit d'estimer un modèle s'inspirant du modèle néo-keynésien caractérisé par les relations macroéconomiques suivantes : la règle de Taylor, la courbe IS et la courbe de Phillips. Néanmoins, contrairement à la spécification du modèle FR-BDF basé sur ce modèle néo-keynésien qui contraint les relations à une certaine forme, nous choisissons de la laisser libre et de ne garder que les variables d'intérêt. Nous suivons donc une méthodologie plus proche de celle adoptée dans le modèle FRB/US, en mettant en relation les variables d'output gap, de taux d'inflation et de taux d'intérêt via un VAR Structurel non-contraint. Par ailleurs, nous utiliserons le taux de croissance du PIB à la place de l'output gap, la méthode de modèle espace-état pour l'estimation de l'output gap n'ayant finalement pas abouti. Le taux d'inflation est en fonction des prix à la consommation et le taux d'intérêt correspond au taux d'intervention au jour le jour de la Banque de France avant 1998 et au taux de dépôt de la BCE après 1998.

In fine, on veut obtenir des fonctions de réponse impulsionnelle (IRF), c'est à dire la réponse des variables de notre modèle à un choc exogène. Ces IRF représenteront les dynamiques anticipées des variables par les agents à la suite de ce choc. La modélisation VAR Structurelle est particulièrement bien adaptée à cette problématique car elle permet de distinguer les chocs canoniques (issus de l'estimation du VAR) des chocs économiques, et donc de quantifier l'effet dynamique d'un tel choc sur chacune des séries du système. La méthodologie VAR Structurelle est très présente dans la littérature économique et nous nous appuyerons largement sur les travaux antérieurs *La modélisation VAR structurel : application à la politique monétaire en France* [eODB98], *Dissecting Taylor Rules*

in a *Structural VAR* [eYW] et sur l'article *Christopher A.Sims and Vector Autoregressions* [Chr12].

4.1 Estimation du modèle VAR

L'estimation d'un SVAR requiert l'estimation préalable d'un modèle VAR sur les séries considérées. On notera désormais $X_t = \begin{pmatrix} \text{taux croissance PIB}_t \\ \text{taux inflation}_t \\ \text{taux directeur}_t \end{pmatrix}$

Les séries contenues dans le vecteur X_t doivent être stationnaires (à constante et tendance près), c'est pourquoi nous menons un test de Dickey Fuller augmenté sur chacune des trois séries considérées. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau suivant :

série	taux de croissance PIB	taux d'inflation	taux d'intérêt
lags	5	5	3
type	"c"	"c"	"ct"
p-valeur	0.056	0.096	0.058

où la ligne "lags" indique le nombre de lag introduits dans l'AR utilisé pour le test (déterminé à partir des fonctions d'autocorrélation partielle des séries), et les types "c" et "ct" indiquent si une constante (resp. une trend) a été intégrée dans l'estimation de l'AR.

Les résultats des tests nous permettent de rejeter l'hypothèse de racine unitaire : les séries sont supposées stationnaires (avec constante et/ou tendance).¹

Le nombre de retards à intégrer dans le modèle VAR est déterminé à l'aide du critère AIC, minimisé pour lags=6. Nous estimons donc le modèle suivant :

$$X_t = \sum_{i=1}^6 A_i X_{t-i} + B + tC + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \Sigma)$$

Pour vérifier la validité du modèle (ie que les résidus sont assimilables à un bruit blanc), nous réalisons des tests PortManteau sur les résidus. Les résultats de ces tests, ainsi que ceux de l'estimation du modèle sont présentés en annexe.

4.2 SVAR : Formalisation et Hypothèses

L'estimation du modèle VAR développé en section 5.1 permet l'extraction de chocs canoniques $(\epsilon_t)_t$, c'est à dire les composantes de nos séries au temps t qui ne sont pas prévisibles au vue de l'information passée et disponible. Sous cette forme là, ces informations ont cependant un intérêt limité car les chocs identifiés sur les différentes variables sont corrélés instantanément, ce qui ne permet pas de mesurer la contribution de chaque impulsion à la dynamique des différentes séries. Le VAR Structurel permet alors de passer des chocs canoniques à des chocs dits « structurels » pouvant être interprétés sur le plan économique. Une telle identification est possible sous certaines hypothèses que nous rappelons ici :

1. Nous avons conscience que ces tests ne sont pas menés de la manière la plus rigoureuse qui soit et que les résultats ne sont pas parfaitement satisfaisant. En effet, il s'agit ici de séries réelles dont la structure est sûrement beaucoup plus compliqué qu'une simple réalisation de processus stationnaire.

1. Le vecteur de variables considéré à un instant t est le résultat de chocs structurels passés $\omega_{1s}, \dots, \omega_{ns}$ pour $s \leq t$. Formellement, on suppose qu'il existe $(\omega_{1s}, \dots, \omega_{ns})_{s \leq t}$ tel que $X_t = D(w^t)$ avec w^t l'ensemble des chocs structurels antérieurs à t et $D(\cdot)$ la fonction de réponse de l'économie à ces chocs.
2. Le VAR estimé précédemment est canonique, c'est à dire que le polynôme de la partie régressive est inversible et que les innovations en t sont orthogonales à l'espace des valeurs passées (ces innovations sont alors assimilables à des chocs imprévisibles sur l'économie).
3. A tout instant t , les innovations canoniques ϵ_t sont le résultat d'une transformation linéaire des chocs structurels ω_t :

$$\epsilon_t = B\omega_t, \text{ avec } B \in M_3(\mathbb{R})$$

Le VAR de la partie 5.1 s'écrit alors sous la forme structurelle suivante :

$$X_t = \sum_{i=1}^9 A_i X_{t-i} + B + tC + B\omega_t$$

En introduisant l'identité (numéro) dans le modèle VAR développé en 5.1, on obtient que

$$\text{Var}(\epsilon_t) = \Sigma = \text{Var}(B\omega_t) = B\text{Var}(\omega_t)B'$$

Tel quel, ce système est sous déterminé et la matrice B n'est pas identifiable. Il s'agit donc désormais d'imposer des contraintes sur la matrice B , c'est à dire sur les distributions jointes des chocs structurels. Tout d'abord, les chocs structurels $(\omega_t)_t$ sont supposés non corrélés et d'origine différente, et on suppose de plus que ces chocs sont distribués avec variance unitaire (sans perte de généralité, c'est une normalisation). La matrice de variance/covariance des w_t est donc la matrice identité, et on obtient alors :

$$\Sigma = BB'$$

D'un point de vue formel, cette dernière hypothèse revient à imposer $\frac{3*(3+1)}{2} = 6$ contraintes d'orthogonalisation sur les éléments de B . Puisque la matrice B contient 9 coefficients à estimer, il faut encore imposer $\frac{3*(3-1)}{2} = 3$ contraintes sur les coefficients de B . Ces contraintes peuvent être purement "techniques" (dans le cas d'une factorisation de Cholesky par exemple), ou bien être imposées afin de refléter certaines réalités économiques. Nous avons choisi de spécifier notre SVAR grâce à la méthode de Cholesky, que nous développons dans le paragraphe suivant.

4.3 Spécification du modèle VAR Structurel

4.3.1 Méthode de Cholesky

La méthode de Cholesky consiste à réaliser une factorisation de Cholesky de la matrice Σ de variance-covariance des résidus du VAR. En effet, par propriété des matrices de variance-covariance et puisqu'il n'existe pas de relation de colinéarité parfaite entre les résidus sur les différentes variables, Σ est symétrique définie positive. Sous ces conditions, le théorème de factorisation de Cholesky assure qu'il existe une matrice B triangulaire inférieure qui satisfait l'identité $\Sigma = BB'$. Notons que les 3 contraintes sur les coefficients de B nécessaires à l'identifiabilité de B sont alors imposées via le fait que B soit triangulaire.

Dans la pratique, l'estimation avec R du VAR de la partie 5.1 nous donne la matrice estimée de variance-covariance des résidus, sur laquelle nous avons ensuite calculé la factorisation de Cholesky

et finalement obtenu une matrice B satisfaisante.

Cette méthode d'estimation a été développée par Christopher Sims (1980) sous le nom de VAR semi-structurel. Une telle méthode est correcte d'un point de vue théorique mais relativement dépourvue d'intérêt économique dans la mesure où les contraintes imposées pour l'identification de B (c'est à dire B triangulaire inférieur) ne reposent pas sur la théorie économique. Cependant, une telle décomposition laisse tout de même un certain degré de liberté à l'interprétation économique via

l'ordre des variables du vecteur X_t . En effet, en se rappelant que $X_t = \begin{pmatrix} \text{taux croissance PIB}_t \\ \text{taux inflation}_t \\ \text{taux directeur}_t \end{pmatrix}$,

l'écriture VAR structurelle avec B triangulaire inférieur assure que

1. seul ω_{1t} peut affecter le taux de croissance du PIB en simultané
2. ω_{1t} et ω_{2t} peuvent affecter l'inflation en simultané
3. ω_{1t} , ω_{2t} et ω_{3t} peuvent affecter le taux directeur en simultané.

Ainsi, les variables apparaissent dans X_t par ordre d'exogénéité, de la "plus exogène" à la "plus endogène". Une telle modélisation permet par exemple de refléter le fait que le taux d'intérêt est un instrument de politique monétaire dont la variation (décidée par la BCE) reflète l'information disponible et les anticipations des institutions sur l'ensemble des autres variables macroéconomiques.

Nous obtenons ainsi la matrice B d'orthogonalisation des chocs et pouvons exprimer le VAR dans sa forme structurelle :

$$X_t = \sum_{i=1}^9 A_i X_{t-i} + B + tC + B\omega_t,$$

forme à partir de laquelle nous pouvons extraire les fonctions de réponse impulsionnelle.

4.4 IRF

Les Impulse Function Response ou IRF, sont des fonctions qui représentent l'évolution d'une variable d'un système en réponse à un choc impulsionnel (dirac). Dans notre cas, elles correspondent aux évolutions de nos trois variables d'intérêt (taux de croissance du PIB, taux d'inflation et taux d'intérêt) face à un choc structurel sur l'une d'entre elle.

Formellement, la réponse impulsionnelle à la date t de la variable i à un choc structurel à la date $s \leq t$ de la variable j est donnée par $\frac{\partial X_{it}}{\partial \omega_{js}}$. Pour obtenir les IRF, nous avons donc besoin d'exprimer les variables contenues dans X_t en fonction des chocs structurels antérieurs à t, c'est à dire d'exprimer notre VAR sous sa forme moyenne mobile :

$$\begin{aligned} VAR : \quad X_t &= \sum_{i=1}^p A_i X_{t-i} + \epsilon_t \\ SVAR : \quad &\sum_{i=1}^p A_i X_{t-i} + B\omega_t \\ MA : \quad X_t &= \sum_{i=0}^{\infty} C_i \epsilon_{t-i} = \sum_{i=0}^{\infty} (C_i B^{-1})(B\epsilon_{t-i}) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i B^{-1} \omega_{t-i} \end{aligned}$$

Ce qui donne donc immédiatement :

$$\frac{\partial X_{it}}{\partial \omega_{js}} = C_{ij,t-s} B^{-1}$$

Les IRF ainsi obtenues permettront de modéliser les anticipations des agents suite à un choc exogène sur l'économie, et à les intégrer dans l'équation de consommation du modèle Mésange. Par exemple, suite à un choc exogène du taux de croissance du PIB, l'agent économique va anticiper des variations sur le taux de croissance du PIB, le taux d'inflation et le taux d'intérêt qui coïncideront exactement avec les réponses impulsionnelles à un tel choc de notre SVAR.

Les fonctions de réponse impulsionnelles obtenues suite à l'estimation du modèle VAR Structurel sont présentées et analysées ci dessous.

Choc sur le taux de croissance du PIB

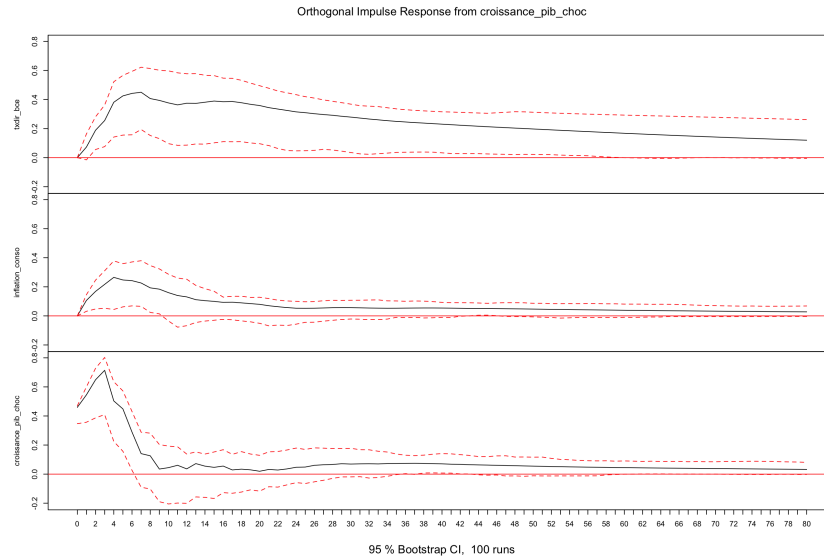


FIGURE 4 – IRF choc taux de croissance du PIB : réponse du taux de croissance du PIB

Une impulsion positive sur le taux de croissance a un effet positif sur les trois variables. Naturellement, un tel choc augmente le taux de croissance du PIB à court terme, qui revient à son niveau pré-choc après 8 trimestres. Le taux de croissance du PIB étant une variable stationnaire, l'effet d'une impulsion n'est que temporaire (la variable ne peut pas changer de trajectoire de long terme suite à une impulsion). Le taux d'inflation est en hausse pendant les quatre premiers trimestres puis une baisse progressive vers son niveau pré-choc. A cause du choc, la croissance augmente, et donc la demande augmente, ce qui se traduit par une hausse du niveau général des prix. Un choc positif sur le taux de croissance du PIB a un effet positif et permanent sur le taux d'intérêt. L'augmentation du revenu par le choc de croissance fait augmenter l'activité, en particulier la demande de Biens et Services et de monnaie. Pour contrôler la demande de monnaie et l'inflation, la Banque centrale peut alors augmenter le taux directeur. Ces trois premières IRF semblent donc être en accord avec la théorie économique.

Choc sur le taux d'inflation

Suite à un choc sur le taux d'inflation, le taux de croissance du PIB augmente légèrement pendant les 2 premiers semestres puis diminue progressivement jusqu'à rejoindre son niveau pré-choc 16

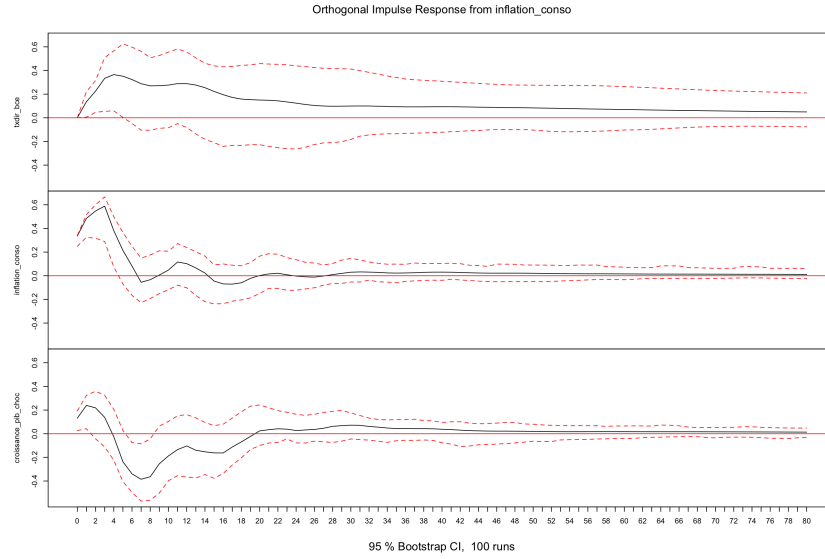


FIGURE 5 – IRF choc taux de croissance du PIB : réponse du taux d’inflation

trimestres suivants. On ne peut pas expliquer la hausse de la croissance pour les deux premiers semestres. En effet, une augmentation du taux d’inflation a en général pour conséquence un ralentissement de la croissance. En effet, l’inflation a un effet sur les prix à la consommation avant les salaires. Jusqu’à l’augmentation des salaires (si ceux-ci augmentent), les agents vont donc diminuer leur demande ce qui provoque un ralentissement de la croissance. On pourrait expliquer le retour de la croissance à son niveau pré-choc 16 semestres après par le fait que l’inflation est elle aussi déjà revenue à son niveau pré-choc. La réponse du taux d’intérêt nous paraît plus cohérente avec la théorie économique : un choc sur le taux d’inflation serait suivi d’une augmentation du taux directeur, réponse de la Banque Centrale à une surchauffe de l’économie (inflation en hausse).

Choc sur le taux directeur

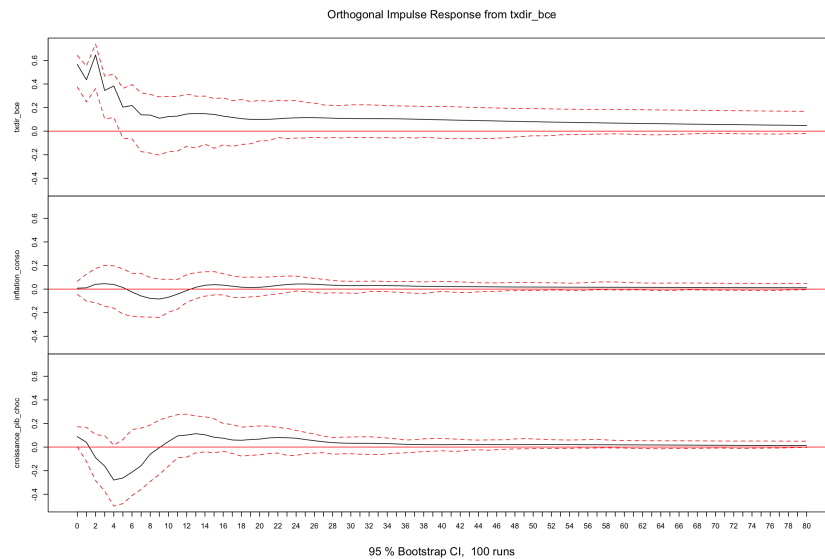


FIGURE 6 – IRF choc taux de croissance du PIB : réponse du taux d’intérêt directeur

Le taux d'inflation répond avec une très faible amplitude à un choc sur le taux directeur : il semble diminuer légèrement après le 6ème semestre puis rejoindre son niveau pré-choc après 16 semestres. Une telle réponse n'est pas incohérente avec la théorie économique, même si on aurait pu s'attendre à un effet négatif plus fort sur le taux d'inflation, puisque le taux d'intérêt est le principal outil de la Banque Centrale pour contrôler l'inflation. L'effet du choc sur le taux de croissance du PIB est plus marqué : effet négatif sur les 5 premiers trimestres puis retour au niveau pré-choc après 14 semestres. Une telle réponse semble en accord avec la théorie économique puisqu'une augmentation du taux d'intérêt dé motive l'emprunt et donc ralentit l'activité, ce qui se traduirait par une baisse de la croissance.

5 Prévision et intégration des anticipations sur Tresthor

5.1 Introduction

Cette section a pour but de déterminer l'effet des chocs sur le modèle amélioré avec anticipations ainsi que sur le modèle classique. Cela nous permet finalement de comparer les deux modèles pour en extraire l'influence des anticipations. Pour cela, nous utilisons le package d'outils économétriques Tresthor sur R qui a été développé par la DG du trésor. Les données de prévisions de la consommation, du taux d'intérêt directeur, ainsi que du chômage nous sont fournies jusqu'au quatrième trimestre 2200 (données basées sur les prévisions de l'INSEE). Ce package nécessite certaines étapes qui lui sont spécifiques, particulièrement la caractérisation des variables endogènes et exogènes ainsi que de l'équation de consommation qui permet la création du modèle et les simulations. Une variable *cal* est ajoutée pour simuler un choc permanent à partir de 2014 de 1 point de PIB.

En séries temporelles, la meilleure prévision se définit par l'espérance conditionnelle à l'information disponible. Comme les résidus sont des bruits blancs faibles, la prévision optimale du modèle de consommation classique s'écrit comme suit, I_t étant l'information connue en t :

$$\begin{aligned}\tilde{\Delta c}_t = \mathbb{E} [\Delta c_t | I_t] = & 0.003 + 0.2 \times \Delta \text{revenu}_t - 0.007 \times \Delta U_t - 0.0016 \times \Delta i_{t-2} + \Delta \text{cale}_t \\ & - 0.2 \times \{c - 0.99 \times \text{revenu} + 0.03 \times \text{libfin} + \text{cale}\}_{t-1}\end{aligned}$$

5.2 Résultats du modèle classique

Nous appliquons un point de PIB comme choc permanent de consommation au premier trimestre 2014 (qui se situe en niveau dans la dynamique de court terme et en différencié dans la dynamique de long terme) au modèle de prévision classique. Le graphique suivant (Figure 7) montre l'évolution de l'écart relatif entre la prévision avec choc et la prévision sans choc. Nous remarquons un pic positif à très court terme, puis une chute pour se stabiliser à 1.5%. Il n'y a donc pas de retour à la tendance passée, mais l'écart relatif de long terme est constant. Cela concorde avec la théorie économique : un choc permanent a un effet immédiat à court terme puis entraîne un écart à la tendance qui est croissant (en valeur absolue) en niveau mais constant en relatif.

5.3 Intégration des anticipations au modèle

Comme expliqué dans la revue de littérature, l'intégration des anticipations dans les modèles FRB/US et FR-BDF se fait à travers la méthode des coûts d'ajustement polynomiaux. Néanmoins, pour modéliser les anticipations, nous choisissons une méthode différente, sûrement simplifiée, qui repose principalement sur les hypothèses suivantes :

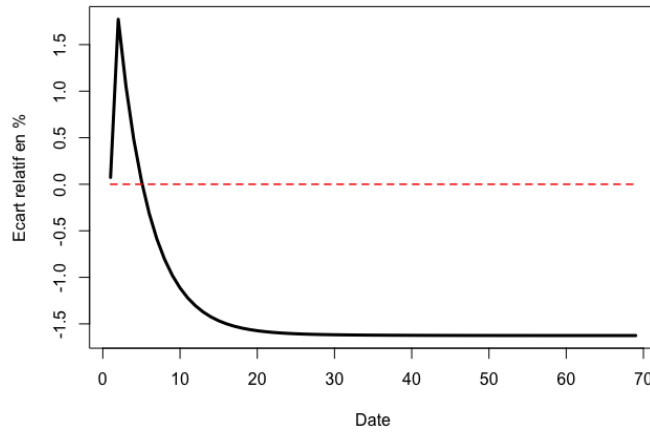


FIGURE 7 – Ecart relatif de la prévision de consommation avec vs. sans choc (choc à la Date=0)

1. Les agents sont entièrement informés sans coûts supplémentaires d'accès à l'information. Tous les agents peuvent former leurs décisions de la même manière. Il n'y a donc pas de coût d'ajustement.
2. Les agents ont connaissance du choc à la période le précédant. Ils savent en $T - 1$ s'il y aura ou non un choc de PIB en T . Dans le cas du choc de PIB en 2020, les agents économiques savent au quatrième trimestre 2019 qu'un choc survient au premier trimestre 2020.
3. Lorsque le choc survient, les agents ne connaissent plus avec certitude le taux d'intérêt futur dont ils ont besoin pour former leurs décisions. L'anticipation adaptative des agents se caractérise alors par un taux d'intérêt "imaginé". Connaissant les réactions de l'économie à un choc de PIB à travers la règle de Taylor, les agents anticipent un taux d'intérêt futur. Les anticipations s'extraient des IRF par la réaction du taux directeur au choc de PIB.

Le taux d'intérêt utilisé dans la prévision est donc en partie formé par les anticipations et va s'ajuster en réponse au choc. Nous allons donc créer une nouvelle variable de taux d'intérêt pondérée qui prend en compte le taux d'intérêt directeur prévisionnel (tiré des simulations du modèle Mésange) à l'horizon 2200, mais aussi la réponse du taux d'intérêt face au choc de PIB (IRF) caractérisant les anticipations. Autrement dit, nous regardons la réaction de notre modèle de consommation à un choc de PIB à l'aide d'une nouvelle variable :

$$\hat{i}_{t,\alpha} = \alpha \times i_t + (1 - \alpha) \times \tilde{i}_t,$$

où i_t est la variable prévisionnelle issue du modèle Mésange en compte central, \tilde{i}_t est la réponse impulsionnelle au choc de PIB et α le coefficient de pondération pour la partie prévisionnelle.

La formation de ce taux dépend fortement du choix de α , or ce choix est arbitraire puisqu'il n'existe pas de revue de littérature nous l'indiquant. Nous allons donc créer ce taux d'intérêt directeur pour différentes spécifications et en comparer les résultats. Particulièrement, nous considérons les valeurs de $\alpha \in \{1, 0.75, 0.5, 0.25, 0\}$. Le graphique suivant (Figure 16) montre les différents taux d'intérêt pour ces spécifications. L'intégration des anticipations rationnelles des agents dans le taux d'intérêt semble accentuer la valeur du taux d'intérêt à la suite du choc. En effet, cela s'explique par la réponse positive du taux directeur à un choc positif sur le PIB comme précédemment observé sur les IRF.

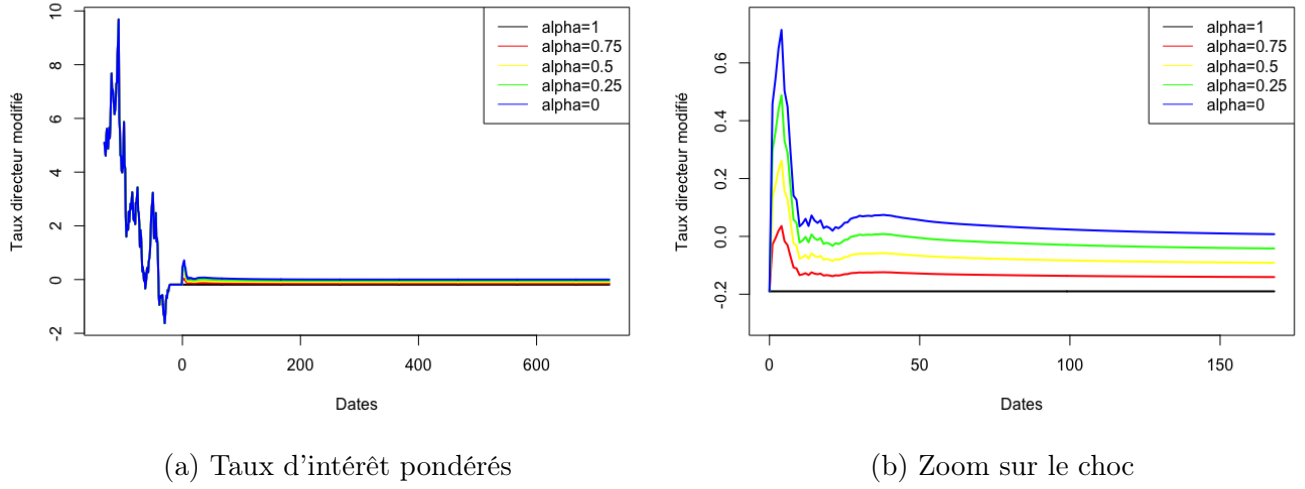


FIGURE 8 – Taux directeurs pondérés pour différentes valeurs de alpha avec choc en Date=0

5.4 Résultats du modèle avec anticipations

Nous reprenons les résultats précédemment établis qui ont permis l'intégration des anticipations dans le modèle, c'est-à-dire à partir de l'intégration de la réaction du taux directeur face à un choc de croissance de PIB (1 point). Rappelons que ce taux directeur représente en partie le taux directeur anticipé par les agents, c'est-à-dire un taux directeur "imaginé". Nous montrerons les résultats pour différentes pondérations du taux directeur modifié. La meilleure prévision de la consommation avec anticipations s'établit à partir de l'espérance conditionnelle à l'information avec le taux d'intérêt nouvellement modifié, ie. :

$$\begin{aligned} \Delta \hat{c}_{t,\alpha} = \mathbb{E} [\Delta c_t | I_t] = & 0.003 + 0.2 \times \Delta \text{revenu}_t - 0.007 \times \Delta U_t - 0.0016 \times \Delta \hat{i}_{t-2} + \Delta \text{cale}_t \\ & - 0.2 \times \{c - 0.99 \times \text{revenu} + 0.03 \times \text{libfin} + \text{cale}\}_{t-1} \end{aligned}$$

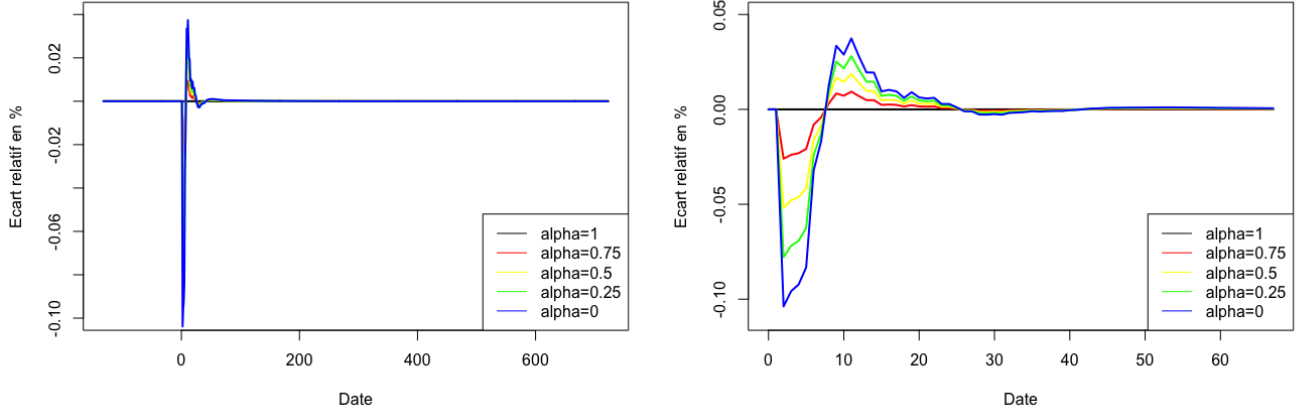
Les graphiques de la Figure 9 rendent compte des écarts relatifs entre le modèle de consommation classique et le modèle de consommation avec anticipations lors d'un choc pour différentes spécifications du taux d'intérêt pondéré. L'écart relatif est défini dans le sens suivant :

$$ER_t = \frac{\Delta \hat{c}_{t,\alpha} - \Delta \tilde{c}_t}{\Delta \tilde{c}_t}$$

Nous pouvons souligner trois points sur l'effet de l'intégration des anticipations, mis en évidence sur les graphiques (Figure 9) :

1. A court terme, l'intégration des anticipations fait baisser la consommation relativement à la prévision classique. Cet effet est d'autant plus grand que le coefficient de pondération baisse. Plus les anticipations adaptatives sont prises en compte dans les décisions, plus les agents baisseront leur consommation à court terme à la suite d'un choc de PIB. En effet, l'externalité qui est le choc est alors internalisée dans la formation des décisions des ménages. Les agents baissent leur consommation aujourd'hui pour l'augmenter demain car ils anticipent la hausse du taux d'intérêt sur une certaine durée. Dans le cas extrême de $\alpha = 0$, l'écart relatif s'élève à -0.1% .

2. Un changement positif brusque est remarquable. Les anticipations vont faire augmenter la consommation sur un temps très court car les ménages vont anticiper la baisse du taux d'intérêt au bout d'un certain temps. Cela les incite alors à consommer aujourd'hui plus que demain. L'écart relatif atteint, dans le cas extrême de $\alpha = 0$, une valeur d'environ 0.04%
3. La consommation baisse ensuite assez lentement jusqu'à se confondre avec la prévision classique. Les agents anticipent le retour à la tendance passée du taux d'intérêt.



(a) Ecart relatif des prévisions sur la période entière

(b) Zoom autour du choc

FIGURE 9 – Ecarts relatifs entre les prévisions classique et avec anticipations pour différentes valeurs de α

Finalement, l'intégration des anticipations ne modifie que temporairement le comportement des ménages vis-à-vis de la consommation. Les anticipations vont permettre aux ménages d'adapter leur comportement en amont du choc. De plus, la prise en compte plus ou moins forte de ces anticipations modifie relativement au modèle classique le choix de consommation autour du choc.

6 Conclusion

6.1 Principaux résultats

L'objectif de ce projet était d'aboutir à l'intégration des anticipations des ménages dans l'équation de consommation du modèle macroéconométrique Mésange. Nous avons procédé en trois étapes majeures qui ont donné les résultats ci-après :

1. **Estimation de l'équation de consommation classique** : c'est l'étape qui permet l'estimation d'un Modèle à Correction d'Erreur liant la variable de consommation aux variables de revenu, de taux de chômage et de taux d'intérêt. Ce modèle à Correction d'erreur se justifie par l'intégration d'ordre 1 des variables et par la relation de cointégration linéaire de la consommation et du revenu. Après validation des propriétés usuelles, le modèle s'écrit finalement :

$$\begin{aligned} \Delta c_t = & \underset{(0.0006)}{0.003} + \underset{(0.08)}{0.24} \times \Delta \text{revenu}_t - \underset{(0.002)}{0.008} \times \Delta U_t - \underset{(0.0008)}{0.0016} \times \Delta i_{t-2} \\ & - \underset{(0.06)}{0.28} \times \{c - 0.99 \times \text{revenu} + 0.03 \times \text{libfin}\}_{t-1} + \xi_t \end{aligned}$$

2. **Estimation du modèle d'inspiration néo-keynésienne avec SVAR** : cette étape avait pour objectif de récupérer les réponses impulsionnelles des variables de croissance du PIB, de l'inflation et du taux d'intérêt directeur. La spécification du modèle SVAR a permis, par la méthode de Cholesky, de caractériser le taux d'intérêt comme la variable la plus "endogène", c'est-à-dire celle qui réagit le plus aux chocs des autres. La réponse du taux directeur aux chocs des autres variables (particulièrement au PIB)

6.2 Limites et améliorations

6.2.1 Estimation de l'output gap : modèle espace état

Les méthodologies relatives à la modélisation des anticipations des agents avec un VAR Structurel consistent en la mise en relation des variables d'output gap, de taux directeur et de taux d'inflation. L'output gap est une valeur abstraite et non mesurable que nous avons tenté d'estimer selon une méthodologie développée dans le document de travail *Croissance potentielle en France et en zone euro : un tour d'horizon des méthodes d'estimation* [eAM14]. Cette méthode a la spécificité de reposer sur des hypothèses relatives à la théorie économique, et consiste en l'estimation de modèles espaces états. L'idée générale est de considérer les valeurs potentielles comme des valeurs "d'état" que l'on observe avec un bruit (l'erreur de mesure selon le lexique relatif à la modélisation espace état). Nous ne sommes cependant pas parvenus à obtenir des résultats satisfaisants, principalement à causes de problèmes liés à la spécification du modèle. Notre développement est présenté en Annexe 7.1

6.2.2 SVAR : méthode de sign restriction

Comme évoqué en partie 4, la modélisation VAR Structurel permet d'imposer certaines contraintes cohérentes avec la théorie économique à la matrice B d'orthogonalisation des résidus, ce qui constitue son principal intérêt. Pour ce travail, nous avons choisi une méthode de spécification du SVAR reposant sur la décomposition de Cholesky, méthode limitée quant à son interprétation en termes économiques. Une autre méthode de spécification, appelée méthode de sign restriction consiste à sélectionner la matrice B en imposant des contraintes de signe sur les IRF du SVAR associé.

L'idée de cette méthode est de générer un grand nombre de matrices B qui vont satisfaire l'identité $\Sigma = BB'$, pour ensuite sélectionner les matrices dont les IRF du SVAR associé respecteraient potentiellement les contraintes de signes imposées (reflétant certaines réalités économiques).

Selon cette méthode, la construction des matrices B repose sur la factorisation de Cholesky (comme pour la première méthode) et sur la transformation de Householder. Les matrices B doivent être de la forme suivante $B = JQ'$, où J est la matrice triangulaire inférieure de la factorisation de Cholesky de Σ , et Q est une matrice orthogonale quelconque. Ainsi, par orthogonalité de la matrice Q , on a

$$BB' = JQ'QJ' = JJ' = \Sigma$$

Il s'agit donc de générer plusieurs matrices Q orthogonales afin de construire des matrices B satisfaisant l'orthogonalité des chocs. De telles matrices sont obtenues grâce à la transformation de Householder : on simule des matrices W d'éléments i.i.d. selon une loi normale centrée réduite sur lesquelles on applique une factorisation QR de manière à obtenir $W = QR$ où Q est notre matrice orthogonale d'intérêt. On obtient alors un grand nombre de matrices $B = JQ'$ candidates et on sélectionne celles qui donnent des IRF de signes cohérents avec la théorie économique.

Dans la pratique, nous avons utilisé le package VARSignR et plus spécifiquement la fonction `rwz.reject` qui implémente la méthode utilisée par Rubio-Ramirez et al's (2010)[JFRR] (semblable à la méthodologie développée plus haut). Nous avons cherché à imposer les contraintes de signes suivantes :

Sign restrictions			
Variable\shock	Demand	Cost-push	Interest rate
y_t	+	-	-
π_t	+	+	-
i_t	+	+	+

FIGURE 10 – Contraintes de signes - SVAR

Cependant, la fonction utilisée ne permet pas d'établir des contraintes simultanées pour les 3 chocs que nous cherchons à orthogonaliser, mais seulement pour un choc à la fois. Nous obtenons donc seulement une identification partielle du modèle : les contraintes qui en résultent sont déterminées en ignorant les contraintes sur les autres chocs, ce qui pourrait donc fausser les IRF et les spécifications qui en découlent.

7 Annexes

7.1 Estimation de l'output gap : modèle espace état

Les méthodologies relatives à la modélisation des anticipations des agents avec un VAR Structural consistent en la mise en relation des variables d'output gap, de taux directeur et de taux d'inflation. L'output gap est une valeur abstraite et non mesurable que nous avons donc tenté

d'estimer. De nombreuses méthodes sont décrites dans la littérature et nous avons choisi de retenir une méthode reposant sur une estimation structurelle du PIB potentiel (duquel on déduira immédiatement l'output gap). Notre méthodologie suit celle développée dans le document de travail *Croissance potentielle en France et en zone euro : un tour d'horizon des méthodes d'estimation* [eAM14]. Cette méthode a la spécificité de reposer sur des hypothèses relatives à la théorie économique : le niveau d'offre de l'économie est donné par une fonction de production de type Cobb-Douglas à deux facteurs, le capital et le travail :

$$Y = PGF \times L^\alpha \times K^{1-\alpha}$$

Avec α la part de la rémunération du facteur travail dans la valeur ajoutée, K le capital, L le travail et PGF la productivité globale des facteurs, le facteur travail s'écrit : $L = POP_{15-64} \times TX_{act} \times (1 - U) \times NBH$ où POP_{15-64} désigne la population en âge de travailler, TX_{act} le taux d'activité, U le taux de chômage et NBH la durée de travail en heures.

On suppose que la population en âge de travailler et le facteur capital sont entièrement structurels (hypothèse réaliste sachant que l'on s'intéresse aux variations à court terme). Ainsi, les variables chômage, PGF , taux d'activité et durée de travail comportent une composante conjoncturelle et une composante structurelle. Il s'agit d'estimer les composantes structurelles de ces facteurs, et le PIB potentiel pourra alors s'écrire :

$$Y^* = PGF^* \times (POP_{15-64} \times TX_{act}^* \times (1 - U^*) \times NBH^*)^\alpha \times K^{1-\alpha}$$

où les variables avec étoiles représentent les niveaux structurels.

Nous présentons ici l'estimation du taux de chômage potentiel. L'estimation des autres facteurs se fait selon une méthodologie similaire. Le taux de chômage potentiel U^* est estimé à l'aide d'un modèle espace état, dans lequel U est supposé I(2) et le taux d'utilisation des capacités de production (TUC) est considéré comme une variable exogène dans l'équation de mesure.

$$\begin{cases} U_t = U_t^* + \beta(TUC_t - 85, 6) + e_{1,t} \\ \Delta U_t^* = \Delta U_{t-1}^* + e_{2,t} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_t = U_t^* + \beta(TUC_t - 85, 6) + e_{1,t} & (1) \\ U_{t+1}^* = 2U_t^* - U_{t-1}^* + e_{2,t} & (2) \end{cases}$$

L'équation (1) est l'équation de mesure tandis que l'équation (2) est l'équation d'état. On cherche donc à estimer d'une part les valeurs de taux de chômage potentiel ainsi que les valeurs moyennes et de variances des termes d'erreurs, et d'autre part le paramètre β . L'estimation du modèle est obtenue grâce à un filtrage de Kalman, combiné à une estimation par maximum de vraisemblance pour les paramètres du modèle. Il s'agit in fine de faire tourner un algorithme EM dans lequel l'étape E correspond au passage du filtre de Kalman (permettant d'estimer la variable d'état et les paramètres des résidus), et l'étape M à la recherche du paramètre β maximisant la vraisemblance calculée à l'étape E.

Dans la pratique, nous avons cherché à faire tourner un tel algorithme EM sur le logiciel R avec 4 méthodes différentes, conformément à l'article *Kalman Filtering in R* [Tus11]. Cet article compare différentes bibliothèques en R pour le filtrage de Kalman et méthodes associées. Il s'agit tout d'abord d'écrire le système sous sa forme matricielle :

$$\begin{cases} U_t &= Z\theta_t + \beta(TUC_t - 85, 6) + e_{1,t} \\ \theta_{t+1} &= B\theta_t + \epsilon_t \end{cases}$$

Avec

$$\theta_t = \begin{pmatrix} U_t^* \\ U_{t-1}^* \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad e_{1,t} = h_t v_t \sim \mathcal{N}(0, h_t), \quad \epsilon_t = G_t w_t \sim \mathcal{N}(0, G_t)$$

L'initialisation du filtre de Kalman nécessite de fixer l'espérance et la variance du vecteur d'état en $t=0$. Nous avons choisi de fixer

$$\theta_1 = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_0 \end{pmatrix}, \quad G_1 = \begin{pmatrix} 1.46 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

où la variance G_1 du vecteur d'état est issue d'un filtrage Holdrick Prescott sur les données. La question de la spécification du modèle (ie l'initialisation et les contraintes sur les variances d'erreur de mesure et d'état) a été notre principal obstacle à l'estimation d'un tel modèle espace état. Les résultats que nous obtenons ne sont pas satisfaisants (la série obtenue par filtrage est très similaire à notre série d'origine), malgré le fait que nous ayons essayé quatre différents packages pour le filtrage et de nombreuses spécifications différentes.

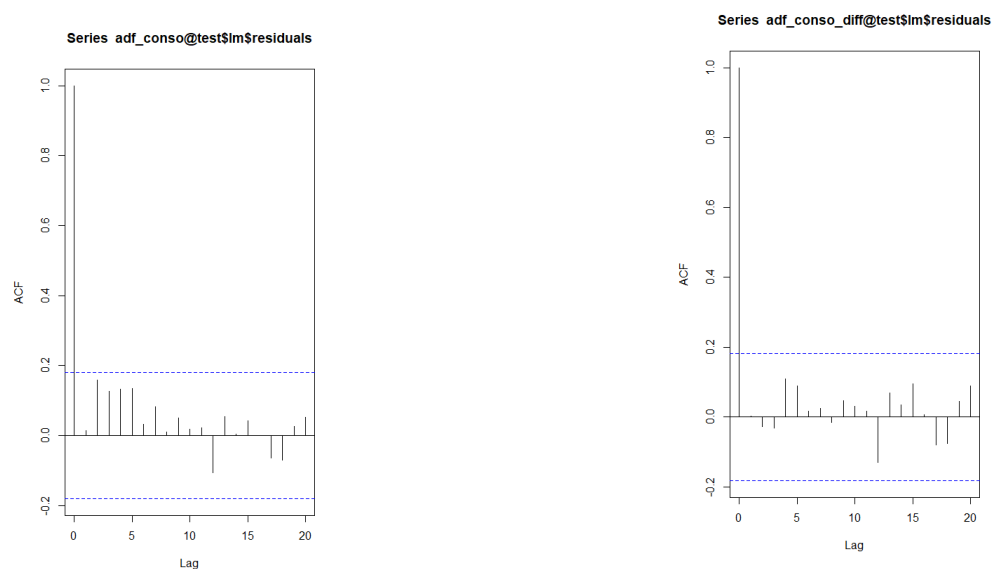
7.2 Etude de la stationnarité des variables de l'équation de consommation

série	consommation diff (log)	revenu diff (log)	taux d'intérêt diff	Chômage diff
lags	2	4	1	4
type	"ct"	"ct"	"nc"	"nc"
p-valeur	0.01	0.04	0.01	0.01

TABLE 2 – Spécification et résultats des tests ADF sur les séries différenciées

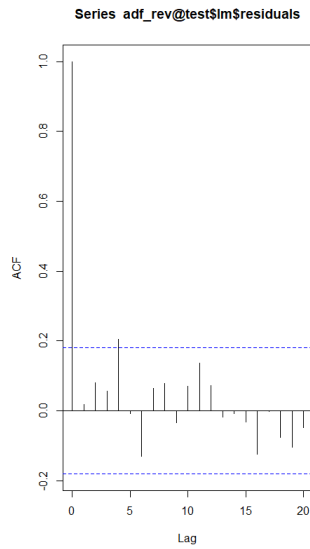
série	consommation diff (log)	revenu diff (log)	taux d'intérêt diff	Chômage diff
KPSS	0.02	0.01	0.1	0.1
PP-test	0.01	0.01	0.01	0.01

TABLE 3 – P-valeurs des tests KPSS et PP sur les séries différenciées à l'ordre 1

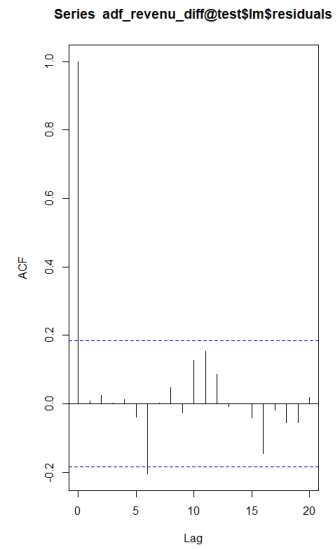


(a) ACF des résidus AR(1) de la log-consommation (b) ACF des résidus AR(2) de la log-consommation différenciée

FIGURE 11 – Autocorrélogrammes des résidus des AR associés aux tests ADF de la série de la log-consommation en niveau et en différenciée

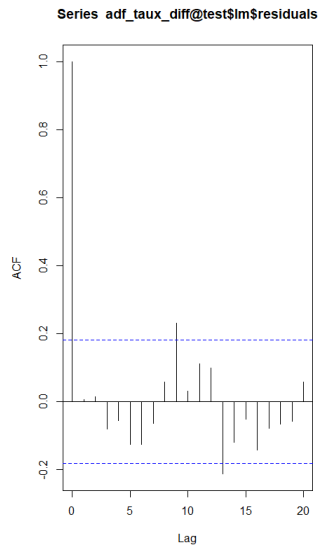


(a) ACF des residus AR(1) du log-revenu

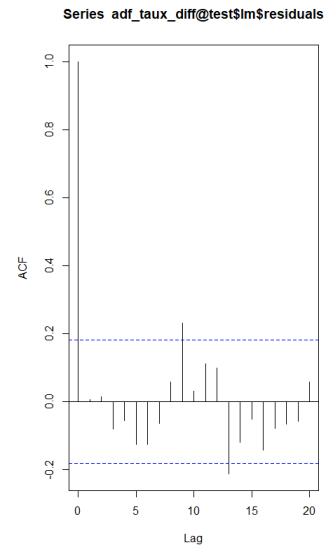


(b) ACF des residus AR(4) du log-revenu différencié

FIGURE 12 – Autocorrélogrammes des résidus des AR associés aux tests ADF de la série du log-revenu en niveau et en différenciée

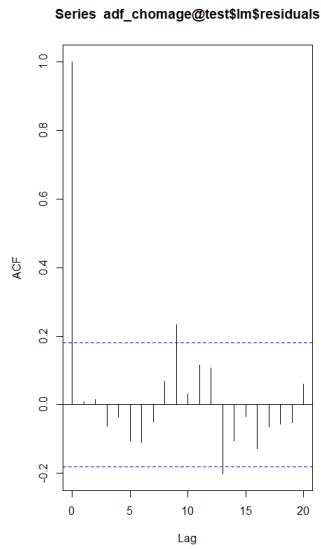


(a) ACF des residus AR(1) du taux d'intérêt différencié

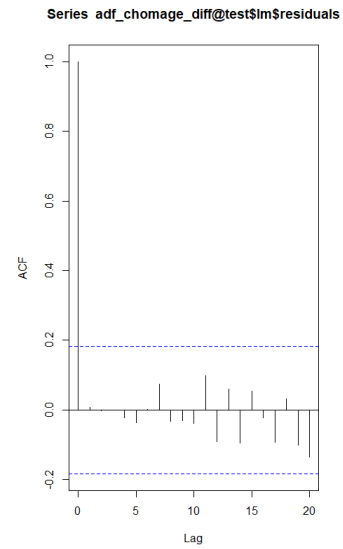


(b) ACF des residus AR(1) du taux d'intérêt différencié

FIGURE 13 – Autocorrélogrammes des résidus des AR associés aux tests ADF de la série du taux d'intérêt en niveau et en différenciée



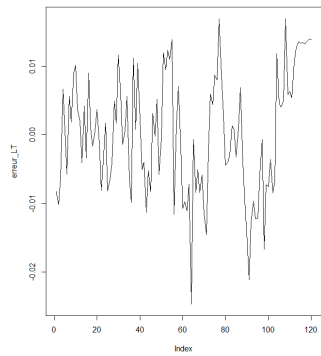
(a) ACF des residus AR(2) du chômage



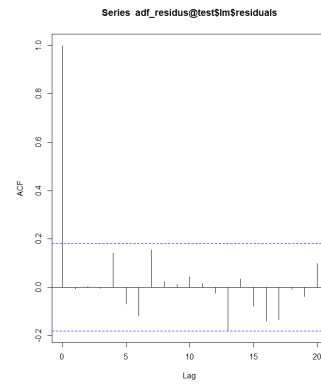
(b) ACF des residus AR(4) du chômage différencié

FIGURE 14 – Autocorrélogrammes des résidus des AR associés aux tests ADF de la série du chômage en niveau et en différenciée

7.3 Etude des résidus de l'équation de long terme



(a) Résidus de l'équation de long terme



(b) ACF des residus AR(2) des résidus de l'équation de long terme

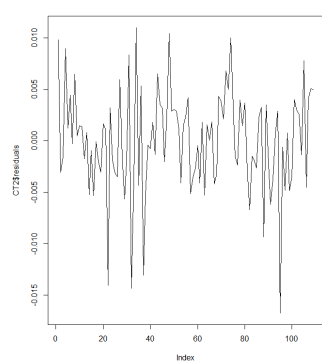
FIGURE 15 – Représentation des résidus de l'équation de long terme et autocorrélogramme des résidus associés à son AR(2) pour ADF

7.4 Résultats de l'estimation de l'équation dynamique (ECM)

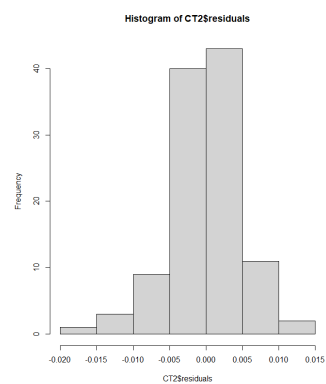
Coefficients :

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.003	0.0006	5.2	9.31e-07
$\Delta revenue_t$	0.24	0.08	2.944	0.004
$\Delta chmage_t$	-0.008	0.0024	-3.395	0.000971
$\Delta taux_{t-2}$	-0.0016	0.0008	-1.95	0.054
$rsidus_{t-1}$	-0.28	0.0064	-4.35	3.11e-05

TABLE 4 – Résultats de l'estimation de l'équation dynamique



(a) Représentation des résidus



(b) Histogramme des résidus

FIGURE 16 – Représentation et histogramme des résidus de l'équation dynamique

Références

- [ASD] Pierre LEBLANC Emmanuelle MASSON Harry PARTOUCHE José BARDAJI Benoît CAMPAGNE Marie-Baïanne KHDER Quentin LAFFÉTER Olivier SIMON Anne-Sophie DUFERNEZ, Claire ELEZAAR. *Le modèle macroéconométrique Mésange : ré-estimation et nouveautés*.
- [Chr12] Lawrence J. Christiano. Christopher a.sims and vector autoregressions. *J. of Economics*, 2012.
- [eAM14] Matthieu LEQUIEN et Alexis MONTAUT. *Croissance potentielle en France et en zone euro : un tour d’horizon des méthodes d’estimation*. INSEE, Juillet 2014.
- [eODB98] Catherine Bruneau et Olivier De Bandt. *La modélisation VAR structurel : application à la politique monétaire en France*. Banque de France, Janvier 1998.
- [eYW] Woon Gyu Choi et Yi Wen. *Dissecting Taylor Rules in a Structural VAR*. FMI.
- [FB97] David Reifschneider Peter Tinsley John Williams Flint Brayton, Eileen Mauskopf. The role of expectations in the frb/us macroeconomic model. *Federal Reserve Bulletin*, 1997.
- [FR21] Aurélien Saussay Gissela Landa Paul Malliet Adeline Gueret Jinxue Hu Meriem Hamdi-Cherif Hervé Gouëdard Frederic Reynes, Gael Callonnec. *ThreeME Version 3 Multi-sector Macroeconomic Model for the Evaluation of Environmental and Energy policy*, 2021.
- [JFRR] Tao Zha Juan F. Rubio-Ramírez, Daniel F. Waggoner. Rstructural vector autoregressions : Theory of identification and algorithms for inference.
- [ML19] Mohammed Chahad Antoine Lepetit Anastasia Zhutova Pierre Aldama Pierrick Clerc Jean-Pierre Laffargue Matthieu Lemoine, Harri Turunen. *The FR-BDF Model and an Assessment of Monetary Policy Transmission in France*. Banque de France, 2019.
- [Tus11] Fernando Tusell. Kalman filtering in r. *Journal of Statistical Software*, 39, 2011.