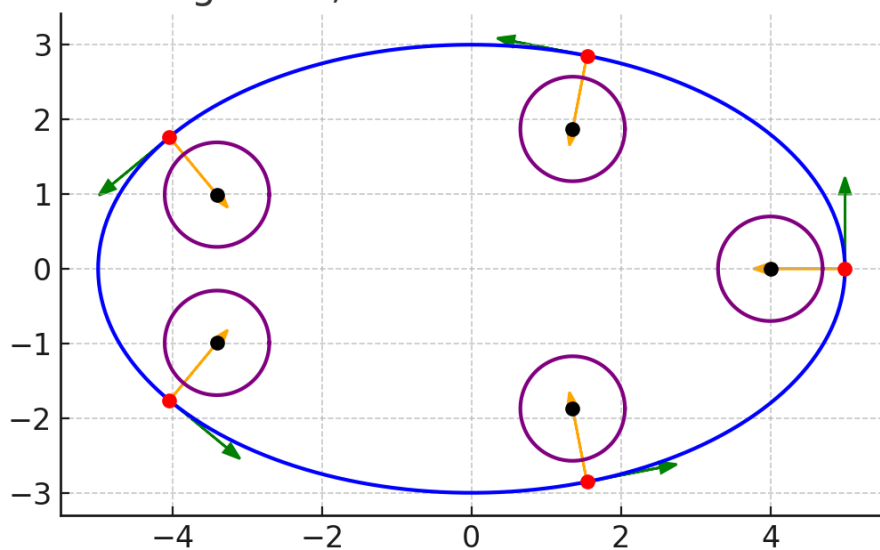


# Ellipse mit abrollendem Kreis – Vollständige Erklärung

## 1) Ellipse mit Tangenten, Normalen und abrollenden Kreisen

Ellipse mit Tangenten, Normalen und abrollenden Kreis



In der ersten Grafik siehst du eine Ellipse (blau) mit mehreren Punkten. An jedem Punkt ist die **Tangente** (grün) eingezeichnet, die die momentane Fahrtrichtung auf der Ellipse angibt. Die **Normale** (orange) steht senkrecht auf der Tangente und zeigt die Richtung, in der der Kreismittelpunkt (schwarz) verschoben wird. Die lila Kreise sind die abrollenden Kreise (Radius  $R_1$ ).

### Formeln:

*Ellipse (Parameterform)*

$$x(\varphi) = A \cos(\varphi), \quad y(\varphi) = B \sin(\varphi)$$

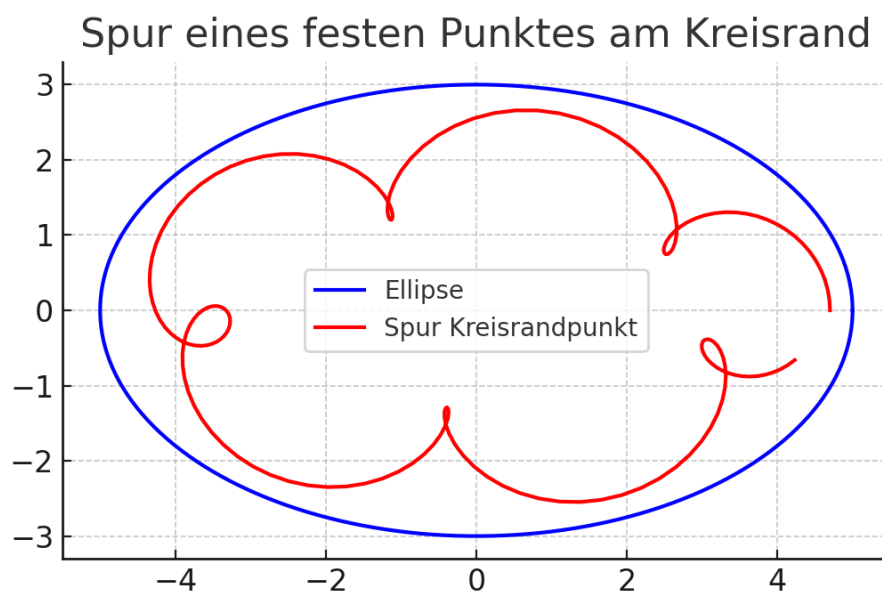
### Tangentenrichtung (Ableitungen)

$$\frac{dx}{d\varphi} = -A\sin(\varphi), \quad \frac{dy}{d\varphi} = B\cos(\varphi)$$

### Steigung der Tangente

$$m = \frac{dy/d\varphi}{dx/d\varphi} = \frac{B\cos(\varphi)}{-A\sin(\varphi)}$$

## 2) Spur eines festen Punktes am Kreisrand



In der zweiten Grafik siehst du die Ellipse (blau) und die rote Kurve. Diese rote Kurve ist die Spur eines bestimmten Punktes am Rand des abrollenden Kreises. Während der Kreis entlang der Ellipse rollt, zeichnet dieser Punkt eine komplexe Bahn – ähnlich einer Trochoide, jedoch auf einer Ellipse statt auf einer Linie oder einem Kreis.

### Formeln:

***Bogenlänge entlang der Ellipse***

$$s = \int \sqrt{\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\varphi}\right)^2} d\varphi$$

***Drehwinkel des Kreises***

$$F = \frac{s}{R_1}$$

***Koordinaten eines Punktes am Kreisrand***

$$X = M_x + R_1 \cos(F), \quad Y = M_y + R_1 \sin(F)$$

## Übersicht aller Formeln mit Beschriftung

*Ellipse (Parameterform)*

$$x(\varphi) = A \cos(\varphi), \quad y(\varphi) = B \sin(\varphi)$$

*Tangentenrichtung (Ableitungen)*

$$\frac{dx}{d\varphi} = -A \sin(\varphi), \quad \frac{dy}{d\varphi} = B \cos(\varphi)$$

*Steigung der Tangente*

$$m = \frac{dy/d\varphi}{dx/d\varphi} = \frac{B \cos(\varphi)}{-A \sin(\varphi)}$$

*Bogenlänge entlang der Ellipse*

$$s = \int \sqrt{\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\varphi}\right)^2} d\varphi$$

*Drehwinkel des Kreises*

$$F = \frac{s}{R_1}$$

*Koordinaten eines Punktes am Kreisrand*

$$X = M_x + R_1 \cos(F), \quad Y = M_y + R_1 \sin(F)$$

