

Rosa M.^a Rodríguez Sánchez.

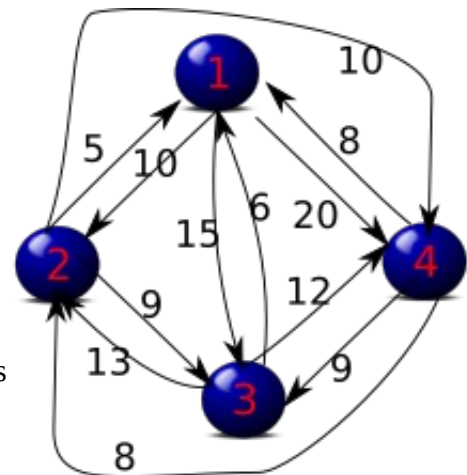
La recurrencia a seguir es:

$$f(i, P) = \begin{cases} L(i, 1) & \text{si } P = \phi \\ \infty & i \in P \\ \min_{t \in P} (L(i, t) + f(t, P - \{t\})) & \text{en otro caso} \end{cases}$$

siendo i un vértice del grafo y P una partición del conjunto de vértices. El vértice origen es 1.

Supón que el grafo tiene matriz de distancias :

L(i,j)	1	2	3	4
1	0	10	15	20
2	5	0	9	10
3	6	13	0	12
4	8	8	9	0



Debes crear una tabla T . En esta tabla T las filas son los vértices del grafo y en las columnas tienes las particiones del conjunto de vértices de tu grafo original.

La tabla T con los valores óptimos para este ejemplo sería:

Particiones/Nodos	Φ	{2}	{3}	{4}	{2,3}	{2,4}	{3,4}	{2,3,4}
1	0	inf	inf	inf	inf	inf	inf	35
2	5	inf	15	18	inf	inf	25	inf
3	6	18	inf	2inf	inf	25	inf	inf
4	8	13	15	inf	23	inf	inf	inf

NOTA: Las casillas con inf es igual a infinito.

La matriz se va rellenando por columnas y para cada columna por filas. Así empezarías rellenando la columna 0 luego la 1, y así. Para que una casilla $T(i,j)$ la consideres el vértice i no debe estar incluido en la partición j -ésima. Para el vértice origen solamente contemplas la casilla de la última columna. En el ejemplo $T(0,8)$.

La solución la tienes en la casilla $T(0,8)$. A partir de esta casilla reconstruyes la solución.

Esta matriz se ha obtenido como $T(i,P) = \min(L(i,t) + f(t, P - \{t\}))$ para todo t en P siendo P una partición del conjunto de vértices del grafo. Los casos base ocurren cuando $P = \Phi$ donde $f(t, \Phi) = L(t, 1)$ siendo 1 el vértice origen (donde parte el comerciante).

Es interesante que esta tabla también almacene otros valores como en que vértice t obtuvo el mínimo. En el ejemplo esa tabla sería:

T filas	Col	0	1	2	3	4	5	6	7
	Particiones/ Nodos	Φ	{2}	{3}	{4}	{2,3}	{2,4}	{3,4}	{2,3,4}
0	1	0/1	inf	inf	inf	inf	inf	inf	35/2
1	2	5/2	inf	15/3	18/4	inf	inf	25/4	inf
2	3	6/3	18/2	inf	2inf/4	inf	25/4	inf	inf
3	4	8/4	13/2	15/3	inf	23/2	inf	inf	inf

Así he puesto en las casillas que interesa el valor del vértice donde se obtuvo el mínimo. Por ejemplo en la casilla (3,5) tenemos $T(3,5)=25/4$ esto quiere decir que $f(3,\{2,4\})=25$ y este se obtiene como $f(3,\{2,4\})=L(3,4)+f(4,\{2\})=12+13=25$ para obtener $f(4,\{2\})$ he mirado la casilla $T(3,1)$. Recuerda que $f(3,\{2,4\})=\min(L(3,2)+f(2,\{4\}), L(3,4)+f(4,\{2\}))$

Por ejemplo como se obtiene nuestra solución que esta en la casilla $T(0,7)$ que representa $f(1,\{2,3,4\})$. Tiene un valor óptimo de 35 pero ¿qué camino lo logra?. Para ello vemos que $f(1,\{2,3,4\})$ se obtiene como $f(1,\{2,3,4\})=L(1,2)+f(2,\{3,4\})$. Ahora como se obtiene $f(2,\{3,4\})$ que está $T(1,6)$ pues $f(2,\{3,4\})=L(2,4)+f(4,\{3\})=L(2,4)+L(4,3)+f(3,\Phi)=10+9+6=25$
Luego $f(1,\{2,3,4\})=L(1,2)+f(2,\{3,4\})=10+25=35$.

Este proceso de ir hacia atrás

$f(1,\{2,3,4\})=L(1,2)+L(2,4)+L(4,3)+f(3,\Phi)=35$ te esta indicando que el camino óptimo es 1-2-4-3.