

Técnicas de los Sistemas Inteligentes

Práctica 2: Satisfacción de restricciones con MiniZinc

Curso 2021-2022

Pedro Bedmar López - 75935296Z

pedrobedmar@correo.ugr.es

Grado en Ingeniería Informática

1. Problema de las monedas

En este ejercicio se pretende resolver el problema de que dada una cantidad de dinero, se devuelve en monedas de 1, 2, 5, 10, 20 y 50 céntimos y en monedas de 1 y 2 euros.

1.1. Apartado a)

En este apartado calculamos cualquier solución válida, o sea, cualquier combinación de esas monedas que sume exactamente el importe introducido. Al no existir ninguna restricción aparte del uso de esas monedas específicas, el número de soluciones es muy alto y crece exponencialmente (como también lo hace el tiempo de ejecución). Las soluciones no se pueden encontrar en tiempo polinomial. De hecho, nos encontramos ante un problema perteneciente a la clase de problemas NP-duros, existiendo una reducción .

En la siguiente tabla se muestran los resultados de ejecución en 4 situaciones. La solución encontrada se expresa como un vector $[c1, c2, c5, c10, c20, c50, e1, e2]$, donde c_x representa la cantidad de monedas de x céntimos y e_x la cantidad de monedas de x euros.

Importe	Primera solución encontrada y número de monedas de la misma	Número total de soluciones	Runtime (en segundos)
0.17€	$[17, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] \rightarrow 17$ monedas	28	0.286
1.43€	$[143, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] \rightarrow 143$ monedas	17952	2.692
2.35€	$[235, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] \rightarrow 235$ monedas	150824	25.764
4.99€	$[499, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] \rightarrow 499$ monedas	6224452	2002

Tabla 1: Resultados del apartado a) del problema de las monedas.

1.2. Apartado b)

En este caso, añadimos restricciones extra que impiden que con monedas de céntimo podamos representar un euro o más. Debido a esto el espacio de búsqueda se va a reducir y el tiempo de ejecución por tanto también disminuye.

Importe	Primera solución encontrada y número de monedas de la misma	Número total de soluciones	Runtime (en segundos)
0.17€	[17,0,0,0,0,0,0] → 17 monedas	28	0.342
1.43€	[43,0,0,0,0,0,1,0] → 143 monedas	284	0.311
2.35€	[35,0,0,0,0,0,2,0] → 235 monedas	324	0.412
4.99€	[99,0,0,0,0,0,4,0] → 499 monedas	13098	2.200

Tabla 2: Resultados del apartado b) del problema de las monedas

1.3. Apartado c)

En este caso observamos que los tiempos de ejecución son menores o iguales que en el caso anterior. Esto se debe a que para problemas de optimización, MiniZinc no recorre todo el espacio de búsqueda, sino aquellas áreas donde es más probable encontrar la solución primero.

Importe	Solución óptima y número de monedas de la misma	Runtime (en segundos)
0.17€	[0,1,1,1,0,0,0,0] → 3 monedas	0.283
1.43€	[1,1,0,0,2,0,1,0] → 5 monedas	0.327
2.35€	[0,0,1,1,1,0,0,1] → 4 monedas	0.338
4.99€	[0,2,1,0,2,1,0,2] → 8 monedas	0.376

Tabla 3: Resultados del apartado c) del problema de las monedas

1.4. Apartado d)

¿Qué ocurriría si, usando la codificación (a) para encontrar todas las soluciones, el importe buscado es mucho mayor?

Ocurre que el espacio de búsqueda crece exponencialmente, y de la misma forma lo hace el tiempo de ejecución, por lo tanto llega un punto en el que el problema es inabarcable.

¿Se podría encontrar alguna solución (usando la codificación de (a) o cualquier otra) de este problema con un importe del orden de los millones de euros? En caso afirmativo, ¿cuál podría ser una estrategia prometedora?

Sí, una codificación donde únicamente existan monedas de un céntimo sería más eficiente y podría resolver el problema con tiempos de ejecución menores. Su coste computacional sería $O(n)$.

Otra estrategia prometedora podría utilizar monedas de dos euros, dividiendo la cantidad millonaria entre esta cifra de forma iterativa, hasta llegar a un punto donde no pudiéramos dividir más por ser el cociente de la división menor a 1. En ese punto, completaríamos con el resto de monedas disponibles. De esta forma, la complejidad de tratar la cantidad millonaria se reduce en gran medida.

2. Problema de los horarios

Como se puede observar en las tablas inferiores, existen dos soluciones para este problema. La única diferencia entre ellas es el intercambio de las asignaturas en color rojo.

	L	M	X	J	V
8-9	A4	A4	A8	A5	A5
9-10	A4	A4	A8	A5	A5
10-11	A9	A7	A6	A2	A6
11-12	NA	NA	NA	NA	NA
12-13	A1	A1	A3	A3	A2
13-14	A1	A1	A3	A3	A7

Tabla 4: Solución 1 al problema de los horarios

	L	M	X	J	V
8-9	A4	A4	A8	A5	A5
9-10	A4	A4	A8	A5	A5
10-11	A9	A7	A6	A2	A6
11-12	NA	NA	NA	NA	NA
12-13	A1	A1	A3	A3	A7
13-14	A1	A1	A3	A3	A2

Tabla 5: Solución 2 al problema de los horarios

En mi caso, por cómo he representado el problema y por las restricciones que he empleado, no he obtenido soluciones simétricas. Un caso donde se me ocurre que podrían aparecer es utilizando identificadores distintos para cada recreo. En mi caso, los recreos siempre los fuerzo a tomar valor 0, pero si pudieran tomar valores diferentes para cada día (-1, -2, -3, -4 y -5, por ejemplo) aquí encontraríamos simetrías, soluciones que semánticamente significan lo mismo, pero que poseen valores diferentes. El recreo del lunes podría tomar valor -1 y el del martes -2, pero también podría ocurrir al revés, siendo las soluciones semánticamente idénticas.

Otra simetría aparecería si nuestra codificación diferenciara cada uno de los bloques lectivos de una misma asignatura. En ese caso, por ejemplo, las dos primeras horas del lunes y del martes se podrían intercambiar, dando lugar a dos soluciones semánticamente idénticas.

Como podemos observar, la estrategia para evitar simetrías consiste en hacer coincidir el dominio de las variables con su dominio semántico, de forma que la cardinalidad de ambos sea la misma.

3. Problema lógico

En este ejercicio solo existe una solución posible: el andaluz bebe agua y la cebra está en la casa verde.

4. Problema de la asignación de tareas

Utilizando la primera versión del ejercicio, sin el cuarto trabajador de apoyo, el tiempo mínimo requerido para completar la construcción es de 12 días.

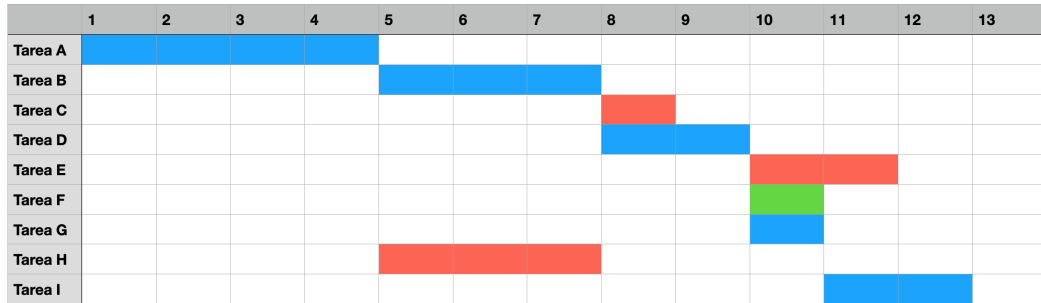


Figura 1: Diagrama de Gantt de la solución sin el cuarto trabajador

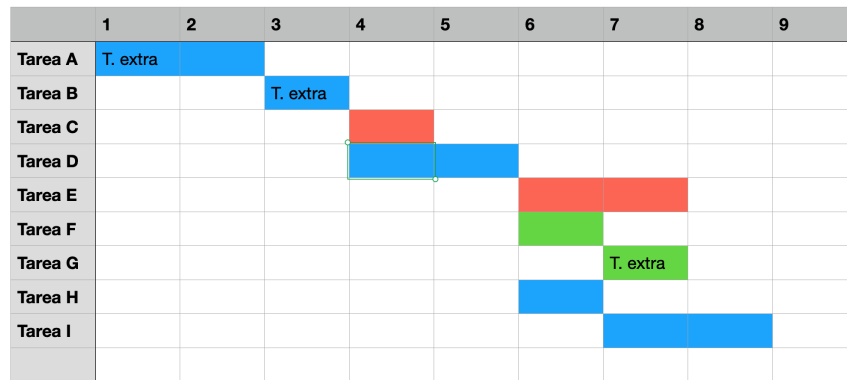


Figura 2: Diagrama de Gantt de la solución utilizando el trabajador adicional

5. Problema del coloreado de grafos

Al igual que ocurre en el problema 1a), este también crece de forma exponencial y se hace inabarcable. Se puede comprobar observando los tiempos de ejecución en la tabla inferior.

Tamaño del grafo	Número de colores mínimo	Runtime (en segundos)
N=4, M=6	3 3 2	0.595 0.598 0.328
N=6, M=15	5 5 4	0.522 0.533 0.606
N=8, M=28	6 6 7	0.399 0.310 0.342
N=10, M=45	8 8 8	0.942 0.853 0.678
N=12, M=66	10 8 9	38.7 1.106 3.840
N=14, M=91	11 11 12	1365 410 5216

Tabla 6: Valores medios de ejecución del problema de coloreado de grafos