

Fondements mathématiques 110

Programme d'études de la 11e année

Mise en œuvre – septembre 2012

Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance 2015

Remerciements

Le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance du Nouveau-Brunswick est sincèrement reconnaissant du soutien apporté par les personnes et les groupes suivants dans l'élaboration du *Guide pédagogique « Le nombre, les relations et les fonctions 10 » pour le Nouveau-Brunswick :*

- le Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens de collaboration pour l'éducation, *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12*, janvier 2008, reproduction (ou adaptation) autorisée, tous droits réservés:
- le comité consultatif d'élaboration des programmes de mathématiques de niveau secondaire du Nouveau-Brunswick, composé de Bev Amos, Roddie Dugay, Suzanne Gaskin, Nicole Giberson, Karen Glynn, Beverlee Gonzales, Ron Manuel, Jane Pearson, Elaine Sherrard, Alyssa Sankey (UNB), Mahin Salmani (UNB) et de Maureen Tingley (UNB);
- l'équipe de rédaction du programme de 11^e année du Nouveau-Brunswick, composé de Brice Betts, Richard Brown, Yvonne Caverhill, Mary Clarke, Cindy Doucet, Nancy Everett, Cindy Grasse, Nancy Hodnett, Bradley Lynch, Sheridan Mawhinney, Sean Newlands, Yvan Pelletier, Parise Plourde, Tony Smith, et Jeff Taylor.
- Martha McClure, spécialiste en apprentissage des sciences et des mathématiques 9-12, ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance du Nouveau-Brunswick;
- les coordonnateurs de mathématiques, les mentors en numératie et les enseignants de mathématiques du Nouveau-Brunswick qui ont donné de précieux conseils durant toutes les phases de l'élaboration et de la mise en œuvre du présent document.

Table des matières

Survol du programme d'études de mathématiques 10–12	1
CONTEXTE ET FONDEMENT	1
CONVICTIONS À PROPOS DES ÉLÈVES ET DE L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES	2
Objectifs pour doter les élèves d'une culture mathématique	2
Occasions de réussite	
Diversité des perspectives culturelles	3
Adaptation aux besoins de tous les apprenants	4
Liens au sein du programme d'études	
LA NATURE DES MATHÉMATIQUES	5
Changement	5
Constance	
Régularités	7
Relations	
Sens spatial	7
Incertitude	
ÉVALUATION	8
CADRE CONCEPTUEL DES MATHÉMATIQUES 10-12	10
LES PROCESSUS MATHÉMATIQUES	
Communication [C]	11
Résolution de problèmes [RP]	
Liens [L]	
Calcul mental et estimation [CE]	12
Technologie [T]	
Visualisation [V]	
Raisonnement [R]	
VOIES ET SUJETS D'ÉTUDE	15
Objectifs des voies	
Contenu des voies	
Résultats d'apprentissage et INDICATEURS DE RÉUSSITE	
But pédagogique	
·	47
RÉSUMÉ FORME DU PROGRAMME D'ÉTUDES	17 18
1.77.1901 17.7.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1	10

Résultats d'apprentissage spécifiques	. 19
Raisonnement logique	. 20 e à
Géométrie	26
G3 : Résoudre des problèmes comportant la loi du cosinus et la loi des sinus, y compris le cas ambigu	. 33
RF1: Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables	. 37
Nombre	à . 49 e
réussite , du réussite global N3 : Résoudre des problèmes qui touchent les budgets personnels (facultatif)	
RÉSUMÉ DES RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE	

Survol du programme d'études en mathématiques 10–12

CONTEXTE ET FONDEMENT

La vision du programme de mathématiques est de favoriser la formation d'élèves dotés d'une culture mathématique qui sont en mesure de généraliser et d'appliquer les connaissances acquises et qui participent de façon active à la société.

Il est essentiel que le programme d'études de mathématiques reflète la recherche actuelle en matière de formation dans ce domaine. Dans ce but, le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12* du Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens a été adopté comme fondement du programme d'études révisé de mathématiques au Nouveau-Brunswick. Le Cadre commun des programmes d'études a été élaboré par les sept ministères de l'Éducation (Alberta, Colombie-Britannique, Manitoba, Territoires du Nord-Ouest, Nunavut, Saskatchewan et Yukon) en collaboration avec des enseignants, des administrateurs, des parents, des représentants du monde des affaires, des enseignants de niveau postsecondaire et d'autres personnes concernées.

Ce cadre détermine les convictions en matière d'apprentissage des mathématiques, les résultats d'apprentissage généraux et spécifiques et les INDICATEURS DE RÉUSSITE sur lesquels se sont accordés les sept provinces et territoires. Ce document repose sur la recherche à la fois nationale et internationale menée par le Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens et le National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Le programme d'études du Nouveau-Brunswick met l'accent sur des concepts clés spécifiques chaque année, qui visent à permettre à l'élève d'avoir une compréhension plus approfondie de l'élève et, par conséquent, de mieux réussir. En outre, une attention particulière est portée sur le sens du nombre et les concepts d'opérations dans les premières années pour faire en sorte que les élèves acquièrent des bases solides en numératie.

L'objectif du présent document est de communiquer avec clarté à l'ensemble des partenaires éducatifs les attentes élevées en matière de formation en mathématiques pour les élèves. Du fait de l'importance accordée aux concepts clés chaque année, il est nécessaire de prendre le temps de s'assurer de la maîtrise parfaite de ces concepts. Les élèves doivent apprendre les mathématiques par la compréhension et l'acquisition active de nouvelles connaissances à partir de leurs expériences et de leurs connaissances antérieures (NCTM Principles and Standards, 2000).

CONVICTIONS À PROPOS DES ÉLÈVES ET DE L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

Le programme de mathématiques du Nouveau-Brunswick repose sur plusieurs postulats ou convictions clés en ce qui a trait à l'apprentissage des mathématiques émanant de la recherche et de l'expérience pratique dans ce domaine. Il s'agit des convictions suivantes :

- l'apprentissage des mathématiques est un cheminement actif et constructif;
- les apprenants possèdent chacun leur bagage de connaissances et d'expérience et apprennent au moyen d'approches diverses et à des rythmes différents;
- l'apprentissage est plus susceptible de se produire lorsque la matière est présentée en contexte et au sein d'un milieu favorisant l'exploration, la prise de risques et le raisonnement critique, tout en préconisant les attitudes positives et l'effort soutenu;
- l'apprentissage est plus efficace lorsque les attentes sont clairement définies à l'aide de l'évaluation et de la rétroaction continues.

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs qui ont tous des intérêts, des habiletés et des besoins qui leur sont propres. Chacun arrive à l'école avec son propre bagage de connaissances, son vécu et ses acquis. Un élément clé de la réussite du développement de la numératie est l'établissement de liens avec ces acquis et ce vécu.

Les élèves apprennent en donnant un sens à ce qu'ils font et ont besoin d'élaborer leur propre sens des mathématiques. Ce processus de construction du sens est favorisé lorsque les apprenants sont confrontés à des expériences mathématiques allant du simple au complexe et du concret à l'abstrait. Le recours à des modèles et à une gamme variée d'approches pédagogiques peut permettre de répondre à la diversité des styles d'apprentissages et des étapes de développement des élèves, et ainsi renforcer la formation de concepts mathématiques solides et transférables. À tous les niveaux, les élèves bénéficient du travail à l'aide de divers matériaux, outils et contextes, favorisant la concrétisation, lorsqu'ils renforcent leur compréhension concernant de nouvelles idées mathématiques. Des discussions constructives peuvent leur permettre de faire des liens essentiels entre les représentations concrètes, imagées et symboliques des mathématiques.

L'environnement d'apprentissage doit valoriser et respecter les expériences et façons de penser de tous les élèves de manière à ce que les apprenants soient à l'aise pour prendre des risques intellectuels, poser des questions et établir des conjectures. Les élèves doivent pouvoir explorer des situations de résolution de problèmes afin de mettre en place des stratégies personnelles et d'acquérir une culture mathématique. Les apprenants doivent comprendre qu'il est acceptable de résoudre les problèmes de différentes façons et que les solutions peuvent varier.

Objectifs pour doter les élèves d'une culture mathématique

Les principaux objectifs de la formation en mathématiques sont de préparer les élèves à :

- utiliser les mathématiques en toute confiance pour résoudre des problèmes;
- communiquer et raisonner mathématiquement;
- reconnaître et valoriser les mathématiques;
- établir des liens entre les mathématiques et leurs applications;
- s'engager dans un apprentissage continu;
- devenir des adultes dotés d'une culture mathématique, qui utiliseront les mathématiques pour contribuer à la société.

Les élèves ayant atteint ces objectifs seront en mesure de :

- mieux comprendre et apprécier les contributions des mathématiques à titre de science, de philosophie et d'art;
- faire preuve d'une attitude positive à l'égard des mathématiques;
- s'engager et persévérer dans des activités et des projets mathématiques;
- contribuer à des discussions mathématiques;
- prendre des risques pour effectuer des tâches mathématiques;
- faire preuve de curiosité.

Afin d'aider les élèves à atteindre ces buts, les enseignants sont invités à créer un climat d'apprentissage favorisant la compréhension des concepts par :

- la prise de risques;
- la pensée et la réflexion indépendantes;
- la mise en commun et la communication de connaissances mathématiques;
- la résolution de problèmes par l'intermédiaire de projets individuels et de projets de groupe;
- la recherche d'un approfondissement de la compréhension des mathématiques;
- la reconnaissance de la valeur des mathématiques au fil de l'histoire.

Occasions de réussite

Une attitude positive a de profondes répercussions sur l'apprentissage. Les milieux favorisant un sentiment d'appartenance, incitant les élèves à prendre des risques et offrant des occasions de réussite contribuent à faire naître et à entretenir une attitude positive et une bonne confiance en soi chez l'élève. Les élèves faisant preuve d'une attitude positive envers l'apprentissage des mathématiques sont susceptibles d'être plus motivés, mieux disposés à apprendre et à participer aux activités en classe, à persévérer face aux défis et à s'investir dans des pratiques réflexives.

Les enseignants, les élèves et les parents doivent reconnaître la relation évidente entre les domaines affectif et cognitif et miser sur les aspects affectifs contribuant à cultiver les attitudes positives. Pour réussir, les élèves doivent apprendre à se fixer des objectifs réalisables et à s'autoévaluer au fur et à mesure qu'ils cheminent vers leur atteinte.

Pour cheminer vers la réussite, de même que pour devenir des apprenants autonomes et responsables, les élèves doivent s'engager dans un processus réflexif continu qui suppose le réexamen et la réévaluation de leurs objectifs personnels.

Diversité des perspectives culturelles

Les élèves sont issus de diverses cultures, ont chacun leur vécu et fréquentent des milieux scolaires situés dans différents cadres : collectivités urbaines, rurales et isolées. Afin de favoriser l'apprentissage dans un contexte de grande diversité de connaissances, de cultures, de styles de communication, de compétences, d'attitudes, d'expériences et de types d'apprentissage des élèves, l'enseignant doit recourir à diverses stratégies d'enseignement et d'évaluation en classe.

Par exemple, des études révèlent que les élèves autochtones perçoivent souvent l'environnement au sein duquel ils vivent dans sa globalité et qu'ils apprennent mieux par l'intermédiaire d'une approche holistique. Cela signifie que ces élèves sont à la recherche de liens dans leurs apprentissages et qu'ils apprennent plus efficacement lorsque les mathématiques sont contextualisées, et non enseignées sous forme de composantes distinctes. Traditionnellement, au sein de la culture autochtone, l'apprentissage passe par la participation active et la dimension écrite revêt peu d'importance. L'apprentissage et la compréhension de l'élève passent par la communication orale, de même que par des applications et des expériences pratiques.

Il importe que les enseignants comprennent les signaux non verbaux et qu'ils y réagissent afin d'optimiser l'apprentissage et la compréhension mathématique chez l'élève. Les stratégies employées ne sauraient se limiter à l'intégration occasionnelle de sujets et de thèmes propres à une culture ou à une région en particulier, mais doivent tendre vers des objectifs plus élevés en matière d'éducation multiculturelle (Banks et Banks, 1993).

Les stratégies éducatives générales destinées à différents styles d'apprentissages au sein d'un groupe en particulier, culturel ou autre pourraient ne pas convenir à tous les élèves d'un groupe. Il importe d'être conscient que les stratégies rendant l'apprentissage plus accessible à un groupe donné et qu'elles s'appliquent également à des élèves ne faisant pas partie du groupe ciblé. L'enseignement axé sur la diversité favorise une meilleure réussite de l'apprentissage des mathématiques pour tous les élèves.

Adaptation aux besoins de tous les apprenants

Non seulement l'enseignement doit-il être adapté aux différences constatées dans le développement des élèves dès leur entrée scolaire et au fil de leur cheminement, mais il doit également être exempt de toute discrimination fondée sur le sexe ou la culture. Idéalement, le cours de mathématiques devrait comporter des occasions d'apprentissage optimales pour chacun des élèves. Au moment de la prise de décisions pédagogiques, il importe de tenir compte de la réalité des différences individuelles.

L'enseignant doit également comprendre les différents styles d'apprentissages des élèves et concevoir des stratégies d'enseignement qui s'y prêtent. Le recours à différents modes d'enseignement est de mise, par exemple, pour les élèves principalement visuels par rapport à ceux que les apprentissages pratiques rejoignent mieux. La conception d'activités pédagogiques correspondant à une diversité de styles d'apprentissage doit également transparaître dans les stratégies d'évaluation.

Conception universelle de l'apprentissage

La définition portant sur l'inclusion de tous les élèves énoncée par le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance indique que tout enfant a le droit de s'attendre à ce que ses résultats d'apprentissage, l'enseignement, l'évaluation, les interventions, l'accommodation, les modifications, les appuis, les adaptations, les ressources additionnelles et l'environnement pour l'apprentissage seront conçus de façon à respecter le style d'apprentissage et les besoins et les forces de chacun.

La Conception universelle de l'apprentissage (CUA) est un [traduction] « cadre servant de guide aux pratiques éducatives qui offre de la souplesse dans la façon dont l'information est présentée, comment les élèves réagissent ou démontrent des connaissances et des habiletés et dans quelle mesure ils sont motivés. » Elle permet également « de réduire les embûches à l'enseignement et offrir une accommodation appropriée ainsi que des appuis et des défis appropriés tout en maintenant des attentes élevées par rapport à tous les élèves, y compris les élèves faisant face à des difficultés et ceux qui font face à des limites dans leur connaissance de l'anglais (ou du français, NDR). » (CAST 2011)

En vue de miser sur les pratiques établies en matière de différenciation, le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance soutient la *Conception universelle de l'apprentissage*. Au Nouveau-Brunswick, les programmes d'études sont conçus à la lumière des valeurs de la conception universelle. Les résultats d'apprentissage sont mis au point de façon à ce que les élèves puissent avoir accès à leur apprentissage et le représenter de façons variées en se servant de modes différents. Trois principes de base de la CUA ont structuré la conception du présent programme d'études et les enseignants sont invités à les incorporer à mesure qu'ils planifient et qu'ils évaluent l'apprentissage de leurs élèves :

Plusieurs outils de représentation : offrir aux élèves différentes possibilités d'apprentissage en vue d'acquérir de l'information et des connaissances.

Plusieurs outils d'action et d'expression : offrir aux élèves différentes possibilités de démontrer ce qu'ils savent.

Plusieurs outils de motivation : Ils permettent de puiser à même les intérêts des élèves et leur lancent des défis appropriés, pour accroître la motivation.

Pour des renseignements complémentaires portant sur la *Conception universelle de l'apprentissage*, veuillez consulter le site Web suivant http://www.cast.org/ (disponible en anglais seulement).

Liens au sein du programme d'études

Les enseignants doivent tabler sur les diverses occasions qui s'offrent à eux pour intégrer l'apprentissage des mathématiques à celui d'autres matières. Non seulement cette intégration permetelle de démontrer aux élèves de quelle façon les mathématiques s'utilisent au quotidien, mais elle contribue également à renforcer leur compréhension des concepts mathématiques, en plus de leur donner des occasions de mettre en pratique leurs compétences mathématiques. Il existe de nombreuses possibilités d'intégration des mathématiques à la littératie, aux sciences, aux sciences humaines, à la musique, aux arts et à l'éducation physique.

LA NATURE DES MATHÉMATIQUES

Les mathématiques sont une façon de tenter de comprendre, d'interpréter et de décrire notre monde. La définition de la nature des mathématiques inclut plusieurs éléments, qui seront présents dans l'ensemble de ce document. Il s'agit notamment du **changement**, de la **constance**, du **sens du nombre**, des **relations**, des **régularités**, du **sens spatial** et de l'**incertitude**.

Changement

Il importe que les élèves se rendent compte que les mathématiques sont en état d'évolution constante et ne sont pas statiques. Ainsi, le fait de reconnaître le changement est un élément clé de la compréhension et de l'apprentissage des mathématiques. En mathématiques, les élèves sont exposés à des modalités de changement et ils devront tenter d'en fournir des explications. Pour faire des prédictions, les élèves doivent décrire et quantifier leurs observations, y rechercher des régularités, et décrire les quantités qui restent invariables et celles qui varient. Par exemple, la suite 4, 6, 8, 10, 12, ... peut être décrite de différentes façons, y compris les suivantes :

- compter par sauts de 2, à partir de 4;
- une suite arithmétique, avec 4 comme premier terme, et une raison arithmétique de 2;
- une fonction linéaire avec un domaine discret. (Steen, 1990, p. 184)

Les élèves doivent comprendre que les nouveaux concepts de mathématiques, de même que des changements à des concepts déjà acquis résultent de la nécessité de décrire et de comprendre de nouvelles notions mathématiques. Entiers, décimales, fractions, nombres irrationnels et nombres complexes apparaissent à l'élève quand il commence à explorer de nouvelles situations ne pouvant être décrites ni analysées efficacement au moyen d'entiers positifs.

C'est par le jeu mathématique que les élèves constatent le mieux les changements qui surviennent dans leur compréhension des concepts mathématiques.

Constance

La constance peut être décrite de différentes façons, soit en termes de stabilité, de conservation, d'équilibre, d'états stationnaires et de symétrie (AAAS-Benchmarks, 1993, p. 270). Les mathématiques, comme toutes les sciences, ont pour objet des propriétés qui ne changent pas, quelles que soient les conditions extérieures. En voici quelques exemples :

- l'aire d'un rectangle demeure la même, quelle que soit la méthode adoptée pour la déterminer;
- pour tout triangle, la somme des angles intérieurs est toujours égale à 180°;
- la probabilité théorique d'obtenir le côté face après avoir lancé une pièce de monnaie est de 0,5.

La résolution de certains problèmes mathématiques exige que les élèves se concentrent sur des propriétés constantes. L'habileté des élèves à reconnaître de telles propriétés leur permet, par exemple, de résoudre des problèmes relatifs à la variation du taux de change, à la pente de droites données, à la variation directe, à la somme des angles de divers polygones, etc.

De nombreuses propriétés importantes en mathématiques demeurent inchangées en présence de conditions changeantes. Voici quelques exemples de constance :

- la conservation de l'égalité dans la résolution d'équations;
- la somme des angles intérieurs de tout triangle;
- la probabilité théorique d'un événement.

Pour résoudre certains problèmes de mathématiques, les élèves doivent se concentrer sur les propriétés qui demeurent constantes. La reconnaissance de la constance permet à l'élève de résoudre des problèmes supposant des taux de changement constants, des droites ayant une pente constante et des situations de variation directe.

Sens du nombre

Le sens du nombre, qui peut se définir comme étant une connaissance approfondie des nombres et une souplesse dans leur manipulation, est le fondement le plus important de la numératie (ministère de l'Éducation de la Colombie-Britannique. 2000.

p. 146). Il est fondamental de continuer de favoriser le sens du nombre afin de permettre l'enrichissement de la compréhension mathématique chez l'élève.

Un véritable sens du nombre transcende les simples aptitudes de calcul, de mémorisation de faits et d'application procédurale des algorithmes en situation. L'élève ayant un bon sens du nombre est apte à juger si une solution est raisonnable, à décrire les relations entre différents types de nombres, à décrire des quantités et à travailler avec différentes représentations d'un même nombre afin d'approfondir sa compréhension conceptuelle des mathématiques.

L'élève acquiert le sens du nombre en établissant des liens entre les nombres et à son vécu, de même qu'en recourant à des repères et à des référents. L'élève acquiert ainsi un raisonnement de calcul fluide, une bonne souplesse dans la manipulation des nombres et une bonne intuition des nombres. L'évolution du sens du nombre dérive habituellement de l'apprentissage plutôt que de l'enseignement direct. Cependant, l'acquisition du sens du nombre chez l'élève peut s'effectuer par l'intermédiaire de tâches mathématiques riches lui permettant d'établir des liens.

Régularités

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques. Tous les domaines mathématiques comprennent des régularités et c'est en les étudiant que les élèves établissent d'importants liens entre les concepts relevant d'un même domaine et de domaines différents.

Le fait de travailler avec des régularités permet aussi aux élèves d'établir des liens au-delà des mathématiques. La capacité d'analyser les régularités contribue à définir la façon dont les élèves comprennent leur environnement. Les régularités peuvent être représentées de façon concrète, visuelle, auditive ou symbolique. L'élève doit apprendre à passer avec aisance d'une représentation à une autre.

Les élèves doivent apprendre à reconnaître, à déployer, à créer et à utiliser des régularités mathématiques. Cette compréhension des régularités permet aux élèves de formuler des prédictions et de justifier leur raisonnement en situation de résolution de problèmes. Le fait d'apprendre à travailler avec les régularités permet aux élèves de développer leur pensée algébrique, un élément fondamental à l'apprentissage des mathématiques plus abstraites.

Relations

Les mathématiques servent à décrire et à expliquer des relations. La recherche de relations au sein des nombres, des ensembles, des figures, des objets, des variables et des concepts fait partie de l'étude des mathématiques. Cette recherche de relations possibles requiert la collecte et l'analyse de données numériques, l'analyse de régularités, de même que la description d'éventuelles relations sous forme visuelle, symbolique, verbale ou écrite.

Sens spatial

Le sens spatial a trait à la représentation et à la manipulation d'objets à trois dimensions et de figures à deux dimensions. Il permet aux élèves de procéder à des raisonnements et à des interprétations portant sur des représentations d'objets tridimensionnels et de figures bidimensionnelles.

Le sens spatial s'acquiert par l'intermédiaire d'expériences diverses réalisées à partir de modèles visuels et concrets. Il est un moyen d'interpréter l'environnement physique ainsi que les représentations bidimensionnelles et tridimensionnelles et une façon d'y réfléchir.

Certains problèmes supposent l'établissement de liens entre des nombres et des unités de mesure et les dimensions de certains objets. Le sens spatial permet à l'élève de prédire les effets qu'engendrera une modification de ces dimensions.

Le sens spatial est également essentiel à la compréhension, par l'élève, de la relation entre les équations et les graphiques de fonctions et, ultimement, de la façon dont les équations et les graphiques peuvent être utilisés pour illustrer des situations physiques.

Incertitude

En mathématiques, les interprétations de données et les prédictions effectuées à partir de données peuvent manquer de fiabilité.

Certains événements et certaines expériences donnent lieu à des ensembles de données statistiques pouvant servir à faire des prédictions. Il est important de reconnaître que les prédictions (interpolations et extrapolations) reposent sur des régularités comportant un certain degré d'incertitude. La qualité de l'interprétation est directement liée à la qualité des données. Le fait d'être conscient de la présence d'un facteur d'incertitude permet à l'élève d'évaluer la fiabilité des données et de l'interprétation qui en est faite.

La chance renvoie à la prévisibilité d'un résultat donné. Au fur et à mesure que les élèves développent leur compréhension de la probabilité, leur langage mathématique gagne en spécificité et permet de décrire le degré d'incertitude de façon plus précise. Ce langage doit être utilisé de façon efficace et correcte pour transmettre des messages judicieux.

ÉVALUATION

Une évaluation continue et interactive (évaluation formative) est essentielle à l'enseignement et l'apprentissage efficaces. Selon la recherche, les pratiques d'évaluation formative permettent des gains significatifs et souvent substantiels en matière d'apprentissage, comblent les écarts en matière de réussite et renforcent la capacité des élèves à acquérir de nouvelles compétences (Black & Wiliam, 1998; OCDE, 2006). La participation de l'élève à l'évaluation favorise l'apprentissage. L'évaluation interactive et la promotion de l'auto-évaluation permettent à l'élève de réfléchir sur sa compréhension des concepts et des idées mathématiques et de les formuler.

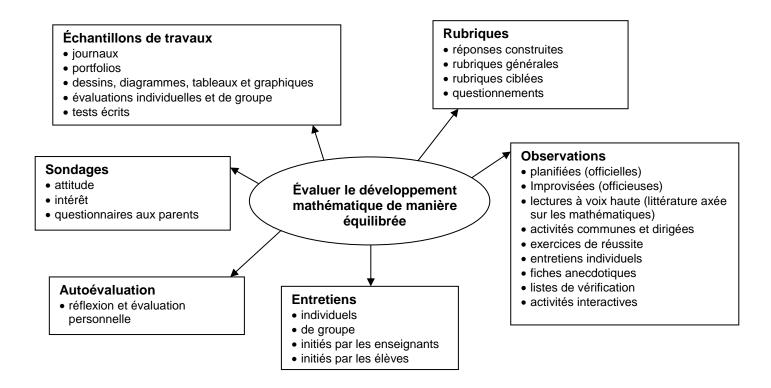
L'évaluation dans la salle de classe comprend :

- l'établissement d'objectifs, de cibles et de résultats d'apprentissage clairement définis;
- l'utilisation de références, de rubriques et de modèles pour aider à clarifier les résultats à atteindre et à définir les caractéristiques importantes du travail;
- le suivi de la progression vers l'atteinte des résultats et la rétroaction, au besoin;
- la promotion de l'auto-évaluation;
- la promotion d'un environnement dans le cadre de la salle de classe où des discussions sur l'apprentissage ont lieu et où les élèves peuvent vérifier leurs idées ainsi que leurs résultats et acquérir une compréhension plus approfondie de leur apprentissage (Davies, 2000).

Les pratiques d'évaluation formative sont un échafaudage pédagogique à partir duquel l'apprentissage peut ensuite être mesuré au moyen d'une évaluation sommative. L'évaluation sommative ou évaluation de l'apprentissage suit les progrès de l'élève, offre de l'information sur les programmes éducatifs et aide dans la prise de décision. Ces deux formes d'évaluation sont nécessaires pour guider l'enseignement, favoriser l'apprentissage et favoriser la réussite.

L'évaluation de l'élève doit :

- correspondre aux objectifs du programme d'études;
- utiliser des critères clairs et utiles;
- promouvoir l'implication de l'élève dans l'apprentissage des mathématiques pendant et après le processus d'évaluation;
- utiliser une vaste gamme de stratégies et d'outils d'évaluation;
- produire des renseignements utiles afin d'améliorer la formation.
 (Adapté de : NCTM, Mathematics Assessment : A practical handbook, 2001, p. 22)



CADRE CONCEPTUEL DES MATHÉMATIQUES 10-12

Le tableau ci-dessous présente un aperçu de l'influence des processus mathématiques et de la nature même des mathématiques sur les résultats d'apprentissage.

ANNÉE 12 10 11 MATIÈRE La matière varie selon les cours de **NATURE DES** mathématiques de la 10^e à la 12^e année. Le **MATHÉMATIQUES** cheminement comprend les éléments suivants: algèbre changement · mathématiques financières **RÉSULTATS** constance géométrie sens du nombre D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAUX · raisonnement logique régularités • projet de recherche mathématique relations RÉSULTATS mesure sens spatial D'APPRENTISSAGE nombre incertitude **SPÉCIFIQUES** • permutations, combinaisons et théorème binomial INDICATEURS DE RÉUSSITE probabilité · relations et fonctions · statistiques • trigonométrie

PROCESSUS MATHÉMATIQUES:

Communication, liens, calcul mental et estimation, résolution de problèmes, raisonnement, technologie, visualisation

LES PROCESSUS MATHÉMATIQUES

L'intégration des éléments fondamentaux suivants au programme éducatif de mathématiques est essentielle pour permettre aux élèves d'atteindre les objectifs de formation en mathématiques et de les inciter à poursuivre leur apprentissage dans ce domaine durant toute leur vie.

Les élèves devront être en mesure :

- de communiquer afin d'apprendre des concepts et d'exprimer leur compréhension des mathématiques (communication : C);
- d'établir des liens entre des idées et d'autres concepts mathématiques, leur vécu quotidien et d'autres disciplines (liens : L);
- de démontrer une habileté en calcul mental et en estimation (calcul mental et estimation : CE);
- d'acquérir et d'appliquer de nouvelles connaissances mathématiques par l'intermédiaire de la résolution de problèmes (résolution de problèmes : RP);
- de développer le raisonnement mathématique (raisonnement : R);
- de choisir et d'utiliser des outils technologiques pour apprendre et résoudre des problèmes (technologie :T)
- d'acquérir des compétences en matière de visualisation afin de faciliter le traitement de l'information, l'établissement de liens et la résolution de problèmes (visualisation : V).

Le programme du Nouveau-Brunswick intègre ces sept processus mathématiques en interrelation qui doivent s'incorporer à l'enseignement et à l'apprentissage.

Communication [C]

Les élèves ont besoin d'occasions de lire, d'illustrer, de voir, d'écrire, d'entendre et de discuter de notions mathématiques. Ces occasions leur permettent de créer des liens entre, d'une part, leur propre langue et leurs propres idées et, d'autre part, le langage normalisé et les symboles mathématiques.

La communication joue un rôle important dans l'éclaircissement, l'approfondissement et la modification d'idées, de connaissances, d'attitudes et de croyances ayant trait aux mathématiques. Les élèves doivent être incités à employer diverses formes de communication dans le cadre de leur apprentissage des mathématiques. Ils doivent également communiquer leurs apprentissages en la matière à l'aide de la terminologie mathématique.

La communication peut aider les élèves à établir des liens entre des représentations concrètes, imagées, symboliques, verbales, écrites et mentales de concepts mathématiques.

Les nouvelles technologies permettent notamment aux élèves d'élargir leurs démarches de collecte de données et de mise en commun d'idées mathématiques au-delà de la classe.

Résolution de problèmes [RP]

La résolution de problèmes est l'un des processus essentiels et fondamentaux du domaine mathématique. L'apprentissage par la résolution de problèmes doit être au cœur du programme de mathématiques, et ce, à tous les niveaux. Les élèves acquièrent une compréhension véritable des concepts et des procédures mathématiques par la résolution de problèmes dans des contextes ayant un sens pour eux. La résolution de problèmes doit être intégrée à toute la matière et à tous les volets des mathématiques. Le processus de résolution de problèmes est enclenché lorsque les élèves font face à une nouvelle situation et doivent répondre à des questions comme : Comment feriez-vous pour...? ou Comment pourriez-vous...?. Les élèves se donnent leurs propres stratégies de résolution de problèmes en écoutant, en discutant et en faisant l'essai de différentes stratégies.

Pour qu'une activité repose sur la résolution de problèmes, elle doit amener les élèves à déterminer une façon d'utiliser leurs connaissances acquises afin d'arriver à la solution recherchée. Si on a déjà donné aux élèves des façons de résoudre le problème, il ne s'agit alors plus d'un problème, mais d'un exercice. Les élèves ne doivent pas être en mesure de trouver immédiatement la réponse. Un véritable problème nécessite, de la part des élèves, l'utilisation de leurs connaissances acquises à de nouvelles fins et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes nécessite et favorise l'investissement de l'élève et l'approfondissement de la compréhension des concepts. Les élèves s'investiront dans la résolution de problèmes liés à leur vie, à leur culture, à leurs intérêts, à leur famille ou à l'actualité.

Il est essentiel que l'élève comprenne des concepts et s'investisse pour être en mesure de l'amener à persévérer dans des tâches de résolution de problèmes. Les problèmes mathématiques ne se résument pas à de simples calculs intégrés à une histoire et ne sont pas de nature artificielle. Il s'agit de tâches riches et ouvertes, pouvant comporter différentes solutions ou diverses réponses. Un bon problème devrait permettre à chaque élève de la classe de faire état de ses compétences, de ses connaissances et de sa compréhension. La résolution de problèmes peut être une activité individuelle ou un projet pouvant impliquer la participation d'une classe entière (voire d'un groupe plus vaste).

Dans le cours de mathématiques, il existe deux types distincts de résolution de problèmes : la résolution de problèmes contextuels extérieurs aux mathématiques et la résolution de problèmes mathématiques. Un exemple de problème contextuel consisterait à trouver comment optimiser les profits d'une entreprise en tenant compte des contraintes de fabrication, tandis que chercher et

développer une formule générale afin de résoudre une équation quadratique serait un problème mathématique.

La résolution de problèmes peut également être envisagée pour amener les élèves à se livrer à des stratégies de raisonnement inductif et déductif. En s'appropriant le problème, les élèves créeront des conjectures et rechercheront des régularités qu'ils pourront, par la suite, généraliser. Ce volet du processus de résolution de problème suppose souvent un raisonnement inductif. En recourant à des approches visant à résoudre un problème, les élèves migrent souvent vers un raisonnement mathématique de nature déductive. Il est essentiel d'inciter les élèves à s'investir dans les deux types de raisonnement et de leur offrir la possibilité d'envisager les approches et les stratégies employées par d'autres pour résoudre des problèmes semblables.

La résolution de problèmes est un puissant outil pédagogique puissant qui favorise la recherche de solutions multiples, créatives et novatrices. Le fait de créer un environnement où les élèves recherchent ouvertement et trouvent diverses stratégies de résolution de problèmes leur permet d'acquérir la capacité d'explorer des solutions de rechange et les rend aptes à prendre, en toute confiance, des risques mathématiques intelligents.

Liens [L]

La mise en contexte et la création de liens avec les expériences des apprenants sont des processus déterminants pour le développement de la compréhension des mathématiques. Lorsque des liens sont effectués entre des idées mathématiques ou entre de telles idées et des phénomènes concrets, les élèves peuvent commencer à percevoir les mathématiques comme étant utiles, pertinentes et intégrées.

L'apprentissage des mathématiques dans certains contextes et la création de liens pertinents pour les apprenants peuvent contribuer à valider les expériences passées et disposer davantage les élèves à participer au processus et à s'y investir activement. Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens.

« Comme l'apprenant recherche constamment des liens à divers niveaux, les enseignants doivent orchestrer des expériences permettant à l'élève de tirer une compréhension... Les recherches sur le cerveau démontrent et confirment la nécessité d'expériences multiples, complexes et concrètes aux fins d'un apprentissage et d'un enseignement constructifs. » (Caine et Caine, 1991, p. 5).

Calcul mental et estimation [CE]

Le calcul mental est une combinaison de stratégies cognitives qui favorisent la souplesse de la pensée et le sens du nombre. Il s'agit de calculer dans sa tête sans recourir à des aide-mémoire extérieurs.

Le calcul mental permet à l'élève de trouver des réponses sans papier ni crayon, ce qui favorise l'amélioration de ses aptitudes en calcul par l'acquisition d'efficacité, de précision et de souplesse d'esprit.

« Encore plus importante que la capacité d'exécuter des procédures de calcul ou d'utiliser une calculatrice est l'acquisition d'habiletés dont les élèves ont besoin, plus que jamais, en estimation et en calcul mental. » (National Council of Teachers of Mathematics, mai 2005).

Les élèves démontrant des aptitudes en calcul mental « sont libérés de toute dépendance à une calculatrice, acquièrent une confiance dans leur capacité de faire des mathématiques et une souplesse intellectuelle qui leur permet de recourir à de multiples approches en matière de résolution de problèmes. » (Rubenstein, 2001).

Le calcul mental « est la pierre angulaire de tout procédé d'estimation supposant un éventail d'algorithmes différents et de techniques non conventionnelles pour trouver des réponses. » (Hope, 1988).

L'estimation est une stratégie visant à déterminer des valeurs ou des quantités approximatives, habituellement par l'intermédiaire de points de référence ou de jalons, ou à déterminer le caractère raisonnable de résultats de calculs. Les élèves doivent connaître les circonstances et les façons de procéder à des estimations et être en mesure de choisir la stratégie d'estimation à utiliser. L'estimation sert à poser des jugements mathématiques et à élaborer des stratégies utiles et efficaces pour gérer des situations de la vie quotidienne. Les élèves doivent apprendre quelle stratégie employer et comment l'utiliser pour procéder à une estimation.

Technologie [T]

La technologie peut être utilisée efficacement pour favoriser et faciliter l'apprentissage d'une grande diversité de résultats d'apprentissage en mathématiques. Elle permet aux élèves d'explorer et de créer des modèles, d'examiner des relations, de mettre des hypothèses à l'épreuve et de résoudre des problèmes.

Les calculatrices et les ordinateurs peuvent servir à :

- explorer et à démontrer des régularités et des relations mathématiques;
- organiser et à afficher des données;
- produire et à vérifier des hypothèses inductives;
- extrapoler et à interpoler;
- faciliter les procédures de calcul dans le cadre de la résolution de problèmes;
- mettre davantage l'accent sur la compréhension conceptuelle en réduisant le temps passé à effectuer des procédures répétitives;
- renforcer l'apprentissage de connaissances fondamentales;
- acquérir des procédures personnelles d'opérations mathématiques;
- simuler des situations;
- développer le sens du nombre et le sens spatial.

La technologie favorise un milieu d'apprentissage dans lequel la curiosité croissante des élèves peut engendrer d'importantes découvertes mathématiques à tous les niveaux. L'utilisation de la technologie ne doit pas se substituer à la compréhension mathématique. La technologie doit plutôt être une approche, un outil parmi plusieurs autres, visant à favoriser la compréhension mathématique.

Visualisation [V]

La visualisation « met en jeu la capacité de penser au moyen de représentations visuelles et d'images et celle de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde spatio-visuel » (Armstrong, 1993, p. 10). Le recours à la visualisation dans l'étude des mathématiques permet à l'élève de comprendre les concepts mathématiques et de créer des liens entre eux.

Les images visuelles et le raisonnement visuel sont d'importantes composantes de la compréhension des nombres, des dimensions et des mesures. L'élève recourt à la visualisation numérique lorsqu'il crée des représentations mentales des nombres. La capacité de créer, d'interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens spatial et du raisonnement spatial.

La visualisation spatiale et le raisonnement spatial permettent à l'élève de décrire les relations entre et parmi les objets à trois dimensions et les figures à deux dimensions.

La visualisation des mesures transcende la simple acquisition de compétences spécifiques en matière de mesure. Elle suppose également la capacité de l'élève à déterminer les circonstances lors desquelles il doit mesurer et estimer, de même que connaître plusieurs stratégies d'estimation (Shaw et Cliatt, 1989, p. 150).

La visualisation est favorisée par l'utilisation de matériaux concrets, d'outils technologiques et de diverses représentations visuelles. C'est par la visualisation que l'élève arrive à comprendre concrètement des concepts abstraits. La visualisation est un fondement pour l'enrichissement de la compréhension abstraite, de la confiance et de l'aisance.

Raisonnement [R]

Le raisonnement mathématique aide l'élève à réfléchir logiquement et à trouver un sens aux mathématiques. Les élèves doivent renforcer leur confiance en leurs capacités de raisonnement et de justification de leur raisonnement mathématique.

Des questions incitant les élèves à la réflexion, à l'analyse et à la synthèse les aideront à renforcer leur compréhension des mathématiques. Il est essentiel que tous les élèves aient à répondre à des questions du type : Pourquoi est-ce vrai ou exact, selon toi? ou Qu'arriverait-il si...

Les expériences mathématiques offrent aux élèves l'occasion de se livrer à des raisonnements inductifs et déductifs. Les élèves recourent à un raisonnement inductif lorsqu'ils explorent et notent des résultats, analysent des observations et font des généralisations à partir des réalités observées, pour ensuite mettre ces généralisations à l'épreuve. Ils recourent à un raisonnement déductif lorsqu'ils arrivent à de nouvelles conclusions reposant sur l'application de ce qui est déjà connu ou supposé vrai. Les aptitudes de réflexion que l'on acquiert en mettant l'accent sur le raisonnement peuvent servir dans une grande diversité de disciplines et de contextes de la vie quotidienne.

VOIES ET SUJETS D'ÉTUDE

Le Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10–12, sur lequel s'appuie le programme de mathématiques 10–12 du Nouveau-Brunswick, régit des voies et des sujets d'étude plutôt que des domaines, comme dans le cas du Cadre commun des programmes en mathématiques M–9. Au Nouveau-Brunswick, tous les élèves de 10^e année suivent un programme commun composé de deux cours : La géométrie, la mesure et les finances 10 et Le nombre, les relations et les fonctions 10. À compter de la 11^e année, trois voies sont offertes, soit : Mathématiques pour les finances et le milieu de travail, Fondements mathématiques et Mathématiques pré-calcul.

Dans chacun des sujets d'étude, les élèves devront acquérir une compréhension des concepts de base et un ensemble de compétences qui leur seront utiles, quel que soit le cours qu'ils auront choisi. Les élèves ont la possibilité de changer de voie, au besoin, selon leurs intérêts et dans le but de disposer du plus grand nombre d'options possible. Les sujets abordés dans une voie donnée prennent appui sur les connaissances antérieures et s'accompagnent d'une évolution allant d'une compréhension élémentaire à une compréhension conceptuelle plus élaborée.

Objectifs des voies

Les objectifs des trois voies consistent à permettre à l'élève d'acquérir la compréhension, les attitudes, les connaissances et les compétences nécessaires à la poursuite de ses études dans un programme postsecondaire particulier ou à son intégration au sein du marché du travail. Les trois voies permettent aux élèves d'acquérir une compréhension mathématique et de développer une démarche de pensée critique. C'est le choix des sujets d'étude par lesquels s'acquièrent ces compétences et cette connaissance qui varie d'une voie à une autre. Au moment de choisir une voie, l'élève doit tenir compte de ses champs d'intérêt actuels et futurs. L'élève, les parents et les enseignants sont invités à vérifier les exigences d'admission des divers programmes d'études postsecondaires qui varient d'un établissement à l'autre et d'une année à l'autre.

Contenu des voies

Chacune des voies a été conçue pour permettre à l'élève d'acquérir les connaissances mathématiques, la rigueur et les aptitudes de pensée critique ciblées dans le cadre des programmes d'études postsecondaires données, de même que pour l'intégration directe au marché du travail.

Le contenu des voies repose sur le *Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC)* – Consultation d'établissements d'enseignement postsecondaire et du monde des affaires et de l'industrie concernant leurs exigences en mathématiques de niveau secondaire : Rapport final et sur des consultations effectuées auprès des enseignants de mathématiques.

Mathématiques pour les finances et le milieu de travail

Cette voie a été conçue pour permettre à l'élève d'acquérir les connaissances mathématiques et la démarche de pensée critique ciblées pour son accession à la majorité des programmes de formation professionnelle et au marché du travail. Il y étudie notamment l'algèbre, les mathématiques financières, la géométrie, la mesure, le nombre, la statistique et la probabilité.

Fondements mathématiques

Cette voie vise à permettre à l'élève d'acquérir les connaissances mathématiques et la démarche de pensée critique ciblées pour son accession à des programmes d'études postsecondaires ne nécessitant pas l'étude du calcul différentiel et intégral. Il y étudie notamment les mathématiques financières, la géométrie, la mesure, le nombre, le raisonnement logique, les relations et les fonctions, la statistique et la probabilité.

Mathématiques précalcul

Cette voie a été conçue afin de permettre à l'élève d'acquérir les connaissances mathématiques et la démarche de pensée critique ciblées pour son accession à des programmes d'études postsecondaires nécessitant l'étude du calcul différentiel et intégral. L'élève y étudie notamment l'algèbre et le nombre, la mesure, les relations et les fonctions, la trigonométrie, les permutations, les combinaisons et le théorème binomial.

Résultats d'apprentissage et INDICATEURS DE RÉUSSITE

Le programme d'études du Nouveau-Brunswick est formulé en termes de résultats d'apprentissage généraux, de résultats d'apprentissage spécifiques et d'INDICATEURS DE RÉUSSITE

Les <u>résultats d'apprentissage généraux</u> (RAG) sont les énoncés d'ordre général des principaux apprentissages attendus des élèves dans chacune des voies et des volets. Ces résultats d'apprentissage pour chaque voie et chacun de ses volets demeureront les mêmes, quel que soit le niveau scolaire dont il sera fait référence.

Les <u>résultats</u> d'apprentissage spécifiques (RAS) sont les énoncés des notions précises et des habiletés connexes soutenues par les connaissances et la compréhension que les élèves doivent avoir acquises à la fin de chaque niveau scolaire. Pour les résultats spécifiques, l'expression « y compris » signifie que tous les éléments énumérés doivent être pris en considération pouratteindre le résultat d'apprentissage visé. L'expression « tel/telle que » indique que les éléments qui suivent sont proposés à titre explicatif et ne sont pas des exigences liées à l'atteinte du résultat d'apprentissage. Le terme « et » employé dans un résultat d'apprentissage indique que les deux éléments visés doivent être abordés aux fins de l'atteinte du résultat d'apprentissage ciblé. Il n'est cependant pas nécessaire qu'ils soient abordés simultanément, ni dans la même question

Les <u>INDICATEURS DE RÉUSSITE</u> sont des exemples de façons dont les élèves peuvent démontrer dans quelle mesure ils ont atteint les objectifs d'un résultat d'apprentissage spécifique. L'étendue des exemples fournis traduit la portée du résultat d'apprentissage spécifique correspondant. Le terme « et » employé dans un indicateur de réussite indique que les deux éléments visés doivent être abordés aux fins de l'atteinte du résultat d'apprentissage ciblé. Cependant, il n'est cependant pas nécessaire qu'ils soient abordés simultanément, ni dans la même question.

But pédagogique

Chacune des voies du Cadre commun des programmes d'études de mathématiques

10–12 est organisée par sujet d'étude. Les élèves doivent établir des liens entre les concepts propres à un sujet donné et d'un sujet à l'autre pour enrichir leurs expériences d'apprentissage en mathématiques. La planification des activités d'enseignement et d'évaluation doit être effectuée en tenant compte des éléments suivants :

- Les processus mathématiques accompagnant un résultat d'apprentissage donné sont destinés à aider l'enseignant à choisir des approches pédagogiques efficaces pour l'enseignement et l'apprentissage permettant l'atteinte du résultat d'apprentissage visé.
- Les sept processus mathématiques doivent faire partie intégrante des approches d'enseignement et d'apprentissage et doivent appuyer les objectifs des résultats d'apprentissage.
- Dans la mesure du possible, l'enseignant utilisera des contextes significatifs dans les exemples, les problèmes et les projets.
- L'enseignement doit passer du simple au complexe et du concret à l'abstrait.
- La planification de l'évaluation doit traduire un équilibre entre l'évaluation au service de l'apprentissage, l'évaluation en tant qu'apprentissage et l'évaluation des apprentissages.

L'apprentissage doit être centré sur le développement de la compréhension des concepts et des procédures mathématiques. La compréhension des concepts doit être en lien direct avec les connaissances procédurales de l'élève.

Voies et cours

Le diagramme ci-dessous résume les voies et les cours offerts.

Mathématiques M-9

10^e année

- obligation de réussir 2 cours de 90 h
- peuvent être suivis durant le même semestre ou dans n'importe quel ordre

La géométrie, la mesure et les finances 10 (1069027)

Le nombre, les relations et les fonctions 10 (1069527)

11^e année

- 3 cours de 90 h offerts en 3 voies
- obligation de suivre soit « Mathématiques pour les finances et le milieu de travail 11 », soit
 « Fondements Mathématiques 11 »
- l'élève doit avoir réussi le (les) cours préalable(s) de 10^e année avant d'amorcer un cours de 11^e année

Mathématiques pour les finances et le milieu de travail 11

Préalable :

La géométrie, la mesure et les finances 10

Fondements mathématiques 11

Préalables :

La géométrie, la mesure et les finances 10

<u>ET</u> Le nombre, les relations et les fonctions 10

Mathématiques précalcul 11

<u>Cours associé ou préalable</u> : Fondements mathématiques 11

12^e année

- 4 cours de 90 h offerts en 3 voies
- l'élève doit d'abord avoir réussi le cours préalable de 11^e ou de 12^e année avant d'amorcer le cours désiré

Mathématiques pour les finances et le milieu de travail 12

<u>Préalable</u>: Mathématiques pour les finances et le milieu de travail 11

Fondements mathématiques 12

<u>Préalable</u> : Fondements mathématiques 11

Mathématiques précalcul 12A

<u>Préalable</u> : Mathématiques précalcul 11

Mathématiques précalcul 12B

<u>Préalable</u> : Mathématiques précalcul 12A

Mathématiques calcul 12

<u>Préalable</u> : Mathématiques précalcul 12B

RÉSUMÉ

Le Cadre conceptuel des mathématiques 10–12 donne une description de la nature des mathématiques, des processus mathématiques, des voies et des sujets d'étude, de même que du rôle des résultats d'apprentissage et des INDICATEURS DE RÉUSSITE liés aux mathématiques 10–12. Les activités réalisées dans le cadre des cours de mathématiques doivent faire appel à une approche de résolution de problèmes intégrant les processus mathématiques et amenant l'élève à une compréhension de la nature des mathématiques.

FORME DU PROGRAMME D'ÉTUDES

Ce guide présente le programme de mathématiques par niveau scolaire, pour que l'enseignant puisse disposer d'un aperçu de la portée des résultats d'apprentissage que doivent atteindre les élèves durant l'année. Les enseignants sont toutefois invités à examiner les éléments d'information précédents et suivants de ce document pour mieux comprendre comment les apprentissages de l'élève d'un niveau scolaire donné s'inscrivent dans un plus vaste ensemble d'acquisitions de concepts et d'habiletés.

L'ordre dans lequel figurent les éléments n'a pas pour objectif de déterminer ni de prescrire la séquence dans laquelle ils doivent être présentés en classe. Il vise plutôt à assortir les résultats d'apprentissage propres aux résultats d'apprentissage généraux (RAG) dont ils relèvent.

L'en-tête de chaque page présente le résultat d'apprentissage général (RAG) et le résultat d'apprentissage spécifique (RAS). Vient ensuite l'essentiel pour le processus mathématique, suivi d'une section intitulée <u>Portée et séquence</u>, ayant pour but de relier le résultat d'apprentissage propre aux résultats d'apprentissage de l'année précédente et de l'année suivante. Chaque RAS est assorti des rubriques suivantes : <u>Explications détaillées</u>, <u>INDICATEURS DE RÉUSSITE</u>, <u>Stratégies pédagogiques suggérées</u> et <u>Questions et activités d'enseignement et d'évaluation suggérées</u>. Les *questions d'orientation* apparaissant sous chacune des sections doivent être prises en considération.

RAG

RAS: (résultat d'apprentissage spécifique et processus mathématique)

[C] Communica

[RP] Résolution de problèmes [V] Visualisation

[L] Liens
[R] Raisonnement

[CE] Calcul mental

Portée et séquence

Mathématiques 9

Nombre, relations et fonctions 10 Géométrie, mesure et finances 10 Mathématiques pour les finances et le milieu de travail 11 (FW11) Fondements mathématiques 11 (FM 11) Mathématiques précalcul 11 (PC11)

Explications détaillées

Cette section décrit le portrait d'ensemble des apprentissages à réaliser et leurs liens avec le travail fait au cours des années précédentes Questions d'orientation:

- Qu'est-ce que je veux que mes élèves apprennent?
- Qu'est-ce que je veux que mes élèves comprennent et soient capables de faire?

INDICATEURS DE RÉUSSITE

Décrivent les indicateurs observables de l'atteinte ou de la non-atteinte des résultats spécifiques par les élèves

Questions d'orientation:

- Quel type de preuve donnée par l'élève vais-je rechercher pour savoir que l'apprentissage a eu lieu?
- Que doivent démontrer les élèves pour faire preuve de leur compréhension des concepts et des compétences mathématiques?

RAG

RAS : (résultat d'apprentissage spécifique et processus mathématique)

Stratégies pédagogiques suggérées

Approche et stratégies d'ordre général suggérées aux fins de l'enseignement de ce résultat

Questions d'orientation

- Quelles occasions d'enseignement et quelles expériences dois-je mettre en place pour favoriser les résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de démontrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies d'enseignement et quelles ressources dois-je utiliser?
- Quelles mesures devrai-je mettre en place pour tenir compte de la diversité des besoins de mes élèves en matière d'apprentissage?

<u>Questions (Q) et activités (A) d'enseignement</u> et d'évaluation suggérées

Certaines suggestions d'activités particulières et certaines questions pouvant servir à l'enseignement et à l'évaluation

Questions d'orientation

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment vais-je harmoniser mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

Questions d'orientation

- Quelles conclusions peuvent être tirées des renseignements de l'évaluation?
- Dans quelle mesure les approches d'enseignement ont-elles été efficaces?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement?

Fondements mathématiques 110	
Résultats d'apprentissage spécifiques	

RAS : RL1 : Analyser et prouver des conjectures au moyen de raisonnement logique, pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, R]

[C] Communication	[RP] Résolution de problèmes	[L] Liens	[CE] Calcul mental
[T] Technologie	[V] Visualisation	[R] Raisonnement	et estimation

Raisonnement logique

RL1 : Analyser et prouver des conjectures au moyen de raisonnement logique, pour résoudre des problèmes.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	11 ^e /12 ^e années
G1: Analyser des casse-tête et des jeux exigeant un raisonnement spatial, en utilisant diverses stratégies de résolution de problèmes. (GMF10)	RL1 : Analyser et prouver des conjectures à l'aide de raisonnement logique, pour résoudre des problèmes.	RL2: Résoudre des problèmes qui comprennent l'application de la théorie des ensembles. (FM12) RL3: Résoudre des problèmes qui comprennent des instructions conditionnelles. (FM12)

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Les élèves n'ont pas reçu d'enseignement formel sur ce sujet dans leurs cours de mathématiques précédents. Le présent résultat d'apprentissage leur présente le raisonnement inductif, par l'intermédiaire de démarches de recherches de situations géométriques et d'observation de régularités afin de formuler des conjectures. Ils devront justifier le raisonnement utilisé pour toutes les conjectures.

Les élèves devront explorer les situations présentées et formuler des conjectures, ces situations menant à une contradiction. Ils exploreront aussi le rôle joué par les **contre-exemples** pour réfuter des conjectures.

Le présent résultat d'apprentissage présente aussi aux élèves le **raisonnement déductif** et la notion de **preuve** formelle. Le raisonnement déductif et le raisonnement inductif seront comparés, et le format de la **démonstration sur deux colonnes** sera présenté.

Conjecture – fondée sur la preuve que vous avez réunie; plus elle est appuyée, plus votre conjecture est solide, mais cela ne suffit pas nécessairement à la prouver.

Raisonnement inductif – tirer une conclusion générale en observant des régularités et en déterminant des propriétés à partir d'exemples spécifiques.

Raisonnement déductif – tirer une conclusion spécifique à l'aide du raisonnement logique en commençant par une hypothèse générale déjà connue.

Preuve – un argument mathématique démontrant qu'une déclaration est valide dans tous les cas.

Preuve sur deux colonnes – une présentation d'un argument logique comportant un raisonnement déductif dans lequel les déclarations de l'argument sont rédigées dans une colonne et leurs justifications dans l'autre colonne.

Transitivité – si deux quantités sont égales à la même quantité, elles sont alors égales. Si a = b et b = c, alors a = c.

Contre-exemple – un exemple qui invalide une conjecture.

Les élèves examineront les arguments et les preuves et jugeront si le raisonnement présenté est valide ou non. Ils détermineront s'il y a une erreur dans le raisonnement utilisé et, dans l'affirmative, ils la relèveront.

RAS : RL1 : Analyser et prouver des conjectures au moyen de raisonnement logique, pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, R]

Ils résoudront les problèmes contextualisés par raisonnement inductif ou déductif.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Faire des conjectures en observant des régularités et en déterminant des propriétés, et justifier le raisonnement.
- Expliquer pourquoi un raisonnement logique peut engendrer une conjecture fausse.
- Comparer, en utilisant des exemples, le raisonnement inductif et le raisonnement déductif.
- Fournir et expliquer un contre-exemple pour réfuter une conjecture donnée.
- Prouver des relations algébriques et numériques, telles que les règles de divisibilité, les propriétés des nombres, des stratégies de calcul mental, ou des trucs algébriques impliquant des nombres.
- Démontrer une conjecture à l'aide du raisonnement déductif (non limité à des démonstrations à deux colonnes).
- Déterminer si un argument donné est valide, et justifier le raisonnement.
- Déterminer les erreurs dans une preuve donnée; p. ex., une preuve qui se termine par 2 = 1.
- Résoudre un problème contextualisé comportant le raisonnement inductif ou déductif.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Donner une copie du triangle de Pascal aux élèves et leur demander de déterminer les régularités et de formuler des conjectures.
- Leur demander d'examiner les illusions d'optique et de déceler comment elles « trompent l'œil » pour leur donner l'occasion de soulever la question des conjectures valides par rapport à celles qui sont invalides.
- Présenter des preuves fallacieuses communes aux élèves et leur demander de déterminer la ou les failles de raisonnement.
- Utiliser un stéréotype pour présenter le concept du « contre-exemple ».
- Trouver des exemples de différents types de raisonnement sur le Web (voir p. ex., les exemples de base de raisonnement inductif à http://www.basic-mathematics.com/examples-of-inductive-reasoning.htmle).

RAS : RL1 : Analyser et prouver des conjectures au moyen de raisonnement logique, pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, R]

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement et d'évaluation suggérées

- Q Joe dit que si un quadrilatère a quatre côtés de longueur égale, alors il doit être un carré. Est-ce que Joe a raison? Expliquer.

 Réponse
 - : La réponse de Joe est incorrecte parce qu'il est possible d'avoir une figure à quatre côtés de la même longueur et dont les angles intérieurs ne sont pas égals à 90°. Par exemple, un losange ou un parallélogramme.
- Q Donner un contre-exemple de la conjecture suivante :

La différence entre deux nombres positifs est toujours un nombre positif.

Réponse :
$$(+11) - (+6) = 5$$
, $(+6) - (+11) = -5$

A Demander aux élèves de construire des polygones de différentes tailles (d'un triangle jusqu'à une figure octogonale). Mesurer les angles intérieurs et trouver la somme des angles intérieurs de chaque polygone. Formuler une conjecture pour déterminer la somme des angles intérieurs d'un polygone de « n » côtés.

RAS : RL2 : Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, RP, R, V]

[C] Communication	[RP] Résolution de problèmes	[L] Liens	[CE] Calcul mental
[T] Technologie	[V] Visualisation	[R] Raisonnement	et estimation

RL2 : Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.

Portée et séguence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
G1: Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. (GMF10)	RL2: Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.	RL1: Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. (FWM12, FM12)

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Les casse-tête et les jeux permettent d'explorer des régularités et d'établir des liens entre les concepts spatiaux et numériques. En 10^e année, les élèves se concentrent à jouer avec des casse-tête et des jeux et de les analyser en utilisant un raisonnement spatial. Ils discutent de stratégies utilisées pour résoudre un casse-tête ou gagner un jeu. En 11^e année, ils approfondissent ces compétences en résolvant des jeux et des casse-tête qui demandent un raisonnement <u>numérique</u>.

Les élèves utiliseront des stratégies de résolution de problèmes qu'ils connaissent pour expliquer et vérifier une stratégie afin de résoudre un casse-tête ou gagner un jeu. Tous les casse-tête et tous les jeux doivent exiger de l'élève qu'il utilise des concepts mathématiques qu'il a appris à maîtriser lors des cours antérieurs pour que l'accent soit mis sur la compétence plus complexe du raisonnement.

Ce résultat fournit une occasion intéressante de différencier à mesure que les élèves relèvent les défis liés aux jeux ou aux casse-tête qui conviennent au niveau de capacité et de compréhension qu'ils ont atteinte. Les enseignants devraient essayer des jeux à l'avance, car le degré de difficulté et les directives liées aux jeux ou aux casse-tête ne sont pas toujours clairs.

Ce résultat devrait être intégré à l'ensemble du cours pour que les élèves participent à une activité connexe, dans la mesure du possible, sur une base hebdomadaire ou bimensuelle.

RAS : RL2 : Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, RP, R, V]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer, expliquer et vérifier une stratégie pour résoudre un casse-tête ou gagner la partie, par exemple :
 - formuler des hypothèses et les essayer;
 - rechercher une régularité;
 - établir une liste systématique;
 - dessiner ou élaborer un modèle;
 - éliminer des possibilités;
 - simplifier le problème original;
 - travailler à rebours;
 - élaborer des approches différentes.
- Élaborer des approches différentes pour la résolution de casse-tête.
- Déterminer et corriger toute erreur dans une solution d'un casse-tête ou une stratégie pour gagner une partie.
- Concevoir une variante d'un casse-tête ou d'un jeu, et décrire une stratégie pour résoudre le casse-tête ou gagner la partie.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Demander aux élèves de rechercher des régularités numériques ou d'autres régularités et d'élaborer ensuite une stratégie en fonction des régularités en question.
- Demander aux élèves de développer un jeu pour leurs camarades.
- En utilisant un jeu connu, changer une règle ou un paramètre et expliquer comment cela influence le résultat du jeu.
- Trouver un jeu en ligne et formuler une appréciation de sa qualité.
- Inscire au calendrier une « journée de jeux et de casse-tête bimensuelle. Les élèves devraient changer périodiquement de partenaires pour avoir l'occasion d'échanger de nouvelles stratégies.
- Les élèves pourraient tenir un journal de jeux et de casse-tête dans lequel ils pourront consigner des commentaires sur la « journée des jeux et des casse-tête ». Leur demander de réfléchir aux stratégies qu'ils ont utilisées pour résoudre le casse-tête ou gagner au jeu. Voici un exemple de la présentation du journal.

Journal des jeux						
Date	Jeu	Gagné ou perdu OU pointage	Explication des stratégies			

RAS : RL2 : Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, RP, R, V]

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Résoudre les casse-tête suivants :

a)		2	4	
	1			3
	4			2
	in	1	3	

h)	5	3			7			9	
b)	6			1	9	5			
		9	8					6	
	8				6				3
	4	- Û		8		3			1
	7				2				6
		6					2	8	
	0 - 28			4	1	9	Г		5
	1 17				8			7	9

	3	5-		2÷
11+		1-		t
2	3-	_	30×	
i de la composition della comp	11+	62	2÷	
8×		13+	\vdash	8+
	1	1	1	-
	2	2 3-	11+ 1-	11+ 1- 2÷

Réponse

a)

3	2	4	1
1	4	2	3
4	3	1	2
2	1	3	4

5 1 9 9 8 5 6 8 3 6 6 2 8 4 1 9 6

c)

A Internet est une bonne source de problèmes ou de jeux de raisonnement numérique. Voici quelques exemples de sites utiles :

8

7

http://nlvm.usu.edu/

http://samgine.com/free/number-puzzles/

http://www.fibonicci.com/numeracy/number-sequences-test/medium/

b)

http://www.mindjolt.com

http://education.jlab.org/nim/index.html

http://www.brocku.ca/caribou/games/game_menu.php

http://dtai.cs.kuleuven.be/projects/ALP/newsletter/archive 93 96/humour/index-num.html

www.combinationlock.com

RAS : G1 : Élaborer des preuves comportant les propriétés des angles et des triangles. [L, R, V]

[C] Communication	[RP] Résolution de problèmes	[L] Liens	[CE] Calcul mental
[T] Technologie	[V] Visualisation	[R] Raisonnement	et estimation

Géométrie

G1 : Élaborer des preuves comportant les propriétés des angles et des triangles.

Portée et séguence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
G4 : Résoudre des problèmes portant sur les relations des angles entre des droites parallèles, perpendiculaires et sécantes. (GMF10)	G1 : Élaborer des preuves comportant les propriétés des angles et des triangles.	

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

On a initié les élèves de la 6^e année aux triangles congruents (des côtés et des angles égaux et correspondants), mais ils n'ont pas exploré davantage ce sujet au cours des années subséquentes.

En 10^e année, les élèves ont été initiés aux concepts d'angles complémentaires et supplémentaires, ont étudié les angles congruents et supplémentaires et ont résolu des problèmes comportant des droites parallèles, perpendiculaires et sécantes ainsi que des paires d'angles formées entre ces droites.

En 11e année, l'accent est mis sur l'utilisation du raisonnement inductif et déductif pour généraliser les relations entre les angles et élaborer des preuves. Pour les angles formés par des droites sécantes et parallèles, les élèves feront fond sur le travail réalisé en 10^e année afin d'élaborer des généralisations pour des relations entre des paires d'angles et élaboreront des preuves des propriétés des angles, y compris la somme des angles dans un triangle.

Quelques preuves qui comprennent des droites parallèles exigeront que les élèves prouvent que les triangles sont congruents; il faudra donc leur enseigner les conditions nécessaires et suffisantes pour la congruence. Cela comprend le côté-angle-côté (CAC), l'angle-côté-angle (ACA), le côté-côté-côté (CCC) et l'angle droit-hypoténusecôté (AHC). Les triangles congruents peuvent également être définis comme des triangles similaires avec une correspondance de côtés de 1:1. Les élèves utiliseront le raisonnement déductif pour prouver les relations entre les côtés et/ou les angles à l'aide des propriétés des triangles congruents.

Les élèves utiliseront également le raisonnement inductif pour généraliser une règle pour la relation entre le nombre de côtés dans un polygone et la somme de ses angles intérieurs.

$$n = 3$$
Somme des angles
$$= 180^{\circ}$$

Somme des angles intérieurs d'un quadrilatère = $180^{\circ}(6-2)$ $= 180^{\circ} \times 4 - 360^{\circ}$ $(180^{\circ} \times 4) - (180^{\circ} \times 2)$

 $= 180^{\circ}(4-2)$ $= 360^{\circ}$

n = 6Somme des angles dans chaque triangle = 180° Somme des angles dans le centre

 $=360^{\circ}$ (rotation entière) ∴ Somme des angles intérieurs d'un hexagone $= 180^{\circ} \times 6 - 360^{\circ}$ $= (180^{\circ} \times 6) - (180^{\circ} \times 2)$

 $= 720^{\circ}$

Fondements mathématiques 110

RAS : G1 : Élaborer des preuves comportant les propriétés des angles et des triangles. [L, R, V]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

Somme des angles intérieurs d'un polygone convexe = $180^{\circ}(n-2)$

- Formuler, à l'aide du raisonnement inductif, des règles générales portant sur les relations entre des paires d'angles formés par des droites parallèles et des sécantes, avec ou sans l'aide de la technologie.
- Prouver, à l'aide du raisonnement déductif, les propriétés des angles formés par des droites parallèles et des sécantes, y compris la somme des angles d'un triangle.
- Prouver, à l'aide du raisonnement déductif, les relations entre les côtés et/ou les angles à l'aide des propriétés des triangles congruents.
- Formuler, à l'aide du raisonnement inductif, une règle générale portant sur la relation entre la somme des angles intérieurs et le nombre de côtés d'un polygone ayant n côtés, avec ou sans technologie.
- Identifier et corriger des erreurs dans une preuve quelconque d'une propriété qui comprend des angles et/ou des triangles congruents.
- Vérifier, à l'aide d'exemples, que les propriétés des angles ne s'appliquent pas si des droites ne sont pas parallèles.

Stratégies pédagogiques suggérées

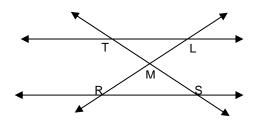
- Examiner les preuves d'autres relations entre les angles dans des polygones et corriger les erreurs (comme la preuve du théorème des triangles isocèles, la preuve du théorème des angles externes d'un polygone...).
- Utiliser Geometer's Sketchpad (licence d'utilisation sur site requise) ou GeoGebra (téléchargement gratuit) à http://www.geogebra.org/cms/en/download pour examiner les propriétés des angles.
- Les sites suivants offrent des activités interactives qui peuvent être utilisées pour examiner les propriétés des angles.
 http://math4teaching.com/wp-content/uploads/2011/05/transversal2.html

http://math4teaching.com/wp-content/uploads/2011/05/transversal-1.html

RAS : G1 : Élaborer des preuves comportant les propriétés des angles et des triangles. [L, R, V]

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Si TL||RS et M est le milieu de LR, prouver que M est aussi le milieu de T.



Réponse:
 RM = ML
 Fourni

 ∠RMS = ∠LMT
 Des angles opposé par le sommet

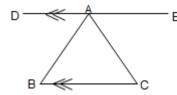
 ∠TLR = ∠LRS
 Angles alternes

 ∴
$$\triangle$$
TML \cong \triangle SMR
 ASA

 ∴ TM = MS
 \triangle congruence

 M est le milieu

Q Dans le diagramme ci-dessous, DE||BC. Prouver que la somme des mesures des angles intérieurs du triangle ABC est 180.



```
Réponse :

∠DAB = ∠ABC

∠EAC = ∠ACE

∠BAC = 180^{\circ} - ∠DAB - ∠CAE

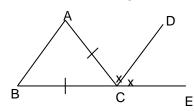
∴ ∠ABC + ∠ACB + ∠BAC = 180^{\circ}

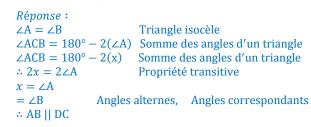
Angle alternes

Angles alternes

Angles supplémentaires
```

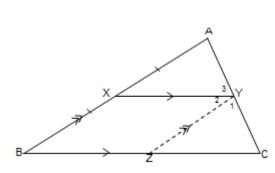
Q À partir de l'information dans le diagramme ci-dessous, prouver que $AB \parallel DC$.





Q Dans le schéma ci-dessous, YX || BC, YZ || AB et AX = BX. Prouver que Y est le milieu de AC.

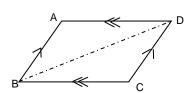
Réponse:



```
\angle XYZ = \angle YZC = \angle 2
                                              Angles alternes
\angle AXY = \angle XYZ = \angle 2
                                               Angles alternes
\angle AYX = \angle YCZ = \angle 3
                                               Angles correspondants
\angle XAY = \angle ZYC = \angle 1
= 180^{\circ} - \angle 2 - \angle 3 La somme des angles d'un triangle
\overline{\text{BX}}
= \overline{Z}\overline{Y}
                                               BXYZ est un parallélogramme
\overline{XA} = \overline{ZY}
                                               Fourni
\therefore \triangle AXY \cong \triangle YZC
                                              ACA
\div \overline{AY} = \ \overline{YC}
                                              Triangles congruents
∴ Y est le milieu de AC
```

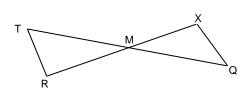
RAS : G1 : Élaborer des preuves comportant les propriétés des angles et des triangles. [L,R,V]

Q Prouver que les côtés opposés d'un parallélogramme sont égaux.



Réponse :AB || DCFourniAD || BCFourni \angle ADB = \angle CBDAngles alternes \angle ABD = \angle CDBAngles alternes $\overline{BD} = \overline{DB}$ Côté commun $\therefore \triangle$ ADB $\cong \triangle$ CBDACA $\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$ et $\overline{DA} = \overline{BC}$ Congruence

Q Dans le schéma ci-dessous QM = TM et XM = RM. Prouver que $XQ \parallel RT$.

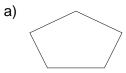


Réponse: QM = TM XM = RM $\angle TMR = \angle QMX$ $\therefore \Delta TMR \cong \Delta QMX$ $\angle TRM = \angle QXM$ $\therefore XQ \mid RT$

Fourni Fourni Angles opposés par le sommet ACA Triangles congruents

Q Trouver la somme des angles intérieurs des formes suivantes.

b)



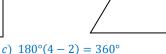
Réponse :

a) $180^{\circ}(5-2) = 540^{\circ}$



b) 540°





RAS : **G2 : Résoudre des problèmes comportant les propriétés des angles et des triangles.** [L, RP, V]

[C] Communication	[RP] Résolution de problèmes	[L] Liens	[CE] Calcul mental
[T] Technologie	[V] Visualisation	[R] Raisonnement	et estimation

G2 : Résoudre des problèmes comportant les propriétés des angles et des triangles.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
G4 : Résoudre des problèmes portant sur les relations des angles entre des droites parallèles, perpendiculaires et sécantes. <i>(GMF10)</i>	G2 : Résoudre des problèmes comportant les propriétés des angles et des triangles.	

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Dans les résultats antérieurs, les élèves ont utilisé le raisonnement déductif pour prouver les propriétés des angles qui comportent des droites parallèles, des sécantes et des triangles.

Dans ce résultat, les élèves apprendront comment construire des droites parallèles à l'aide d'un compas ou d'un protracteur seulement et expliqueront la façon dont cette méthode garantit que les droites sont parallèles.

Les élèves pratiqueront l'utilisation des propriétés des angles pour déterminer les mesures d'angle des sécantes et des triangles et inversement pour déterminer si des droites sont parallèles, compte tenu des mesures d'angles. Ils utiliseront ces relations entre les angles pour résoudre des problèmes contextuels.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer les mesures d'angle manquantes dans un schéma comportant des droites parallèles, des angles et des triangles, et justifier le raisonnement.
- Déterminer et corriger toute erreur dans une solution donnée d'un problème comportant les mesures d'angle manquantes.
- Résoudre un problème contextualisé comportant des angles ou des triangles.
- Construire des droites parallèles en n'utilisant qu'un compas ou un rapporteur et expliquer la stratégie utilisée.
- Déterminer si des droites sont parallèles en prenant en compte la mesure d'un angle à chacune des intersections des droites et de la sécante.

RAS : **G2 : Résoudre des problèmes comportant les propriétés des angles et des triangles.** [L, RP, V]

Stratégies pédagogiques suggérées

- Demander aux élèves de former des droites parallèles au moyen d'une règle et d'un compas (des instructions sont fournies dans la ressource de base aux pages 73 et 74). À l'aide des propriétés des sécantes des droites parallèles et des triangles congruents, demander aux élèves de prouver qu'ils ont dessiné des droites parallèles.
- Après qu'ils ont prouvé des propriétés d'angles dans le dernier résultat, il faudrait accorder du temps aux élèves pour pratiquer l'application de ces propriétés à divers problèmes théoriques et contextuels.
- Des sites Web comme les suivants peuvent être utiles :
 Ce site présente une excellente étude de la terminologie et des questions interactives :

http://www.mathsisfun.com/geometry/parallel-lines.html
D'autres questions interactives :

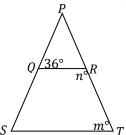
http://regentsprep.org/Regents/math/geometry/GP8/PracParallel.htm

- Lancer le défi aux élèves de créer des conceptions de mosaïque à l'aide d'un, de deux ou de trois polygones réguliers et calculer les angles pour chaque forme, afin de démontrer que la somme des angles à l'intersection est de 360° (poser plat). http://en.wikipedia.org/wiki/Tiling_by_regular_polygons.
- À titre de prolongement, demander aux élèves de rechercher et de créer des polyèdres platoniques. Avec une référence aux mesures d'angles internes de chaque polygone régulier, leur demander d'expliquer la raison pour laquelle il y a seulement cinq solides possibles.

RAS : **G2 : Résoudre des problèmes comportant les propriétés des angles et des triangles.** [L, RP, V]

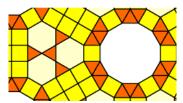
Questions (Q) et activités (A) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Calculer les valeurs de $\angle m$ et $\angle n$, si PQ = PR et $QR \parallel ST$.



Réponse : $\angle n = 144^{\circ}, \angle m = 36^{\circ}$

- **Q** La mosaïque suivante a été créée à l'aide de triangles, de carrés, d'hexagones et de dodécaèdres réguliers (tous les côtés et angles sont égaux).
 - a) Combien de combinaisons différentes de polygones réguliers se trouvent aux sommets dans la conception de la mosaïque?
 - b) Déterminer les mesures d'angle pour chaque polygone à chaque combinaison de sommet et démontrer que la somme des angles est toujours la même. Pourquoi est-ce logique?



Réponse:

- **a**) 2 triangles, 1 carré, 1 dodécaèdre **b**) $2(60^{\circ}) + 90^{\circ} + 150^{\circ} = 360^{\circ}$
- **a**) 1 triangle, 2 carrés, 1 hexagone (2 types) **b**) $60^{\circ} + 2(90^{\circ}) + 120^{\circ} = 360^{\circ}$
- **a**) 2 triangles, 2 hexagones **b**) $2(60^{\circ}) + 2(120^{\circ}) = 360^{\circ}$
- **a**) 3 triangles, 2 carrés **b**) $3(60^{\circ}) + 2(90^{\circ}) = 360^{\circ}$
- **a**) $4 \ carr\'{e}s$ **b**) $4(90^\circ) = 360^\circ$

La somme doit être 360° pour que les mosaïques se touchent et restent plate.

[C] Communication	[RP] Résolution de problèmes	[L] Liens	[CE] Calcul mental
[T] Technologie	[V] Visualisation	[R] Raisonnement	et estimation

G3 : Résoudre des problèmes comportant la loi du cosinus et la loi des sinus, y compris le cas ambigu.

Portée et séguence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
A1 : Résoudre des problèmes qui exigent la manipulation et l'application de formules sur le périmètre, l'aire, le volume, la capacité, le théorème de Pythagore, les fonctions trigonométriques primaires et le revenu, la conversion de devises, les frais d'intérêt et de finance.	G3 : Résoudre des problèmes comportant la loi du cosinus et la loi des sinus, y compris le	
G2 : Démontrer une compréhension du théorème de Pythagore en déterminant les situations décrites par des triangles droits, en vérifiant la formule, en appliquant la formule et en résolvant les problèmes. (GMF10)	cas ambigu.	
G3: Démontrer une compréhension des fonctions trigonométriques de base(sinus, cosinus, tangente) en appliquant le concept de similarité aux triangles rectangulaires, en généralisant des modèles à partir de triangles rectangulaires similaires, en appliquant les fonctions trigonométriques de base et en résolvant des problèmes. (GMF10)		

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

En 10^e année, les élèves ont étudié les fonctions trigonométriques de base et résolu des problèmes comportant des triangles rectangles. En 11^e année, les angles et les longueurs de côtés des **triangles obliques** seront explorés. Cela comprendra à la fois les triangles **acutangles** et les triangles **obtusangles**.

Pour les triangles acutangles et rectangles, les élèves exploreront la relation entre chaque côté et le sinus de ses angles opposés par le sommet pour découvrir et ensuite prouver la **loi des sinus** :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ (plus pratique lorsqu'on détermine les longueurs des côtés)}$$

$$\text{ou } \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} \text{ (plus pratique lorsqu'on détermine les angles).}$$

Des lettres majuscules sont utilisées pour les angles et des lettres minuscules pour le côté opposé de l'angle nommé. Les élèves appliqueront ensuite la loi des sinus pour calculer les longueurs de côté inconnues et les mesures d'angle et expliqueront leur raisonnement. Ils utiliseront la loi des sinus pour résoudre divers problèmes contextuels. Dans leurs explorations, ils devraient pouvoir réaliser que la loi des sinus est utile seulement lorsque trois des quatre mesures des deux côtés et leurs angles opposés par le sommet sont connus.

Lorsqu'il y a deux éléments inconnus dans chaque paire des fonctions équivalentes pour un triangle acutangle, la loi des sinus ne peut pas être appliquée et une autre relation est requise. La loi du cosinus peut être utilisée pour résoudre un triangle acutangle lorsque deux côtés et l'angle contenu ou lorsque tous les trois côtés sont connus. Les élèves utiliseront le théorème de Pythagore pour dériver et prouver la **loi du cosinus** :

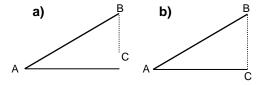
$$a^{2} = b^{2} + c^{2} - 2bc \cos A$$

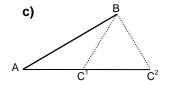
 $b^{2} = a^{2} + c^{2} - 2ac \cos B$
 $c^{2} = a^{2} + b^{2} - 2ab \cos C$.

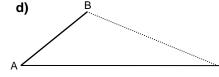
Les élèves appliqueront la loi du cosinus pour calculer les longueurs des côtés et les mesures d'angle inconnues, tout en expliquant leur raisonnement, et utiliseront la loi du cosinus pour résoudre des problèmes contextuels.

Les élèves exploreront la relation entre les fonctions trigonométriques de base des angles aigus et obtus et la façon dont elles ont trait aux lois des sinus et du cosinus pour les triangles obtusangles : $\sin\theta = \sin(180^\circ - \theta)$; $\cos\theta = -\cos(180^\circ - \theta)$; $\tan\theta = -\tan(180^\circ - \theta)$.

Lorsque la loi des sinus est utilisée pour déterminer la mesure d'un angle, il y a toujours deux possibilités parce que les angles qui fournissent des ratios égaux de sinus sont supplémentaires. Le cas ambigu de la loi des sinus peut se produire lorsque deux longueurs de côtés et la mesure d'un angle qui est au bord opposé d'un de ces côtés sont fournies (CCA). Dans des situations non contextuelles, lorsqu'on leur fournit CCA, les élèves détermineront si zéro, un ou deux triangles existent et expliqueront leur raisonnement de diverses façons. Par exemple, lorsqu'on fournit CCA, BC(C), AB(C), $\angle A(A)$, pour le triangle ABC;







- a) Si BC est trop court pour atteindre AC, aucun triangle ne sera possible.
- b) Si BC est juste assez long pour atteindre AC à 90° , ce triangle à angle droit sera le seul triangle possible.
- c) Si BC est plus long que dans b) mais plus court que AB, ce sera le cas ambigu dans lequel il y a deux triangles possibles, un dans lequel $\angle C$ est aigu et un dans lequel $\angle C$ est obtus.
- d) Si BC est plus long que AB, il n'y aura qu'un triangle possible.

Dans des problèmes contextualisés où les renseignements fournis mènent à deux triangles possibles, les élèves doivent décider si la situation aiguë ou obtuse s'applique et ils doivent justifier leur décision. Le schéma ou le problème doit être pris en considération afin de déterminer lequel des angles est correct, l'angle aigu θ , ou l'angle obtus $(180^{\circ} - \theta)$.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Tracer un schéma pour représenter un problème comportant la loi du cosinus ou la loi des sinus.
- Expliquer les étapes dans une preuve de la loi des sinus ou de la loi du cosinus.
- Résoudre un problème comportant la loi du cosinus qui nécessite la transformation de la formule.
- Expliquer, de façon concrète, illustrée ou symbolique, s'il existe aucun, un ou deux triangles, étant donné la situation CCA (côté, côté, angle).
- Résoudre un problème comportant la loi des sinus qui nécessite la transformation de la formule.
- Résoudre un problème contextualisé comportant la loi du cosinus ou la loi des sinus.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Math Warehouse est un site Web bien conçu qui contient de nombreuses ressources utiles. Le site interactif suivant utilise la loi des cosinus permet aux élèves de résoudre un problème et de vérifier ensuite leur solution. http://www.mathwarehouse.com/trigonometry/law-of-cosines-formula-examples.php
- Site Web bien conçu permet de dériver la loi des sinus et des cosinus.
 http://www.regentsprep.org/Regents/math/algtrig/ATT12/derivelawofsines.htm
- Site qui offre une feuille de travail fort utile et de qualité pour travailler sur la notion du cas ambigu. http://www.mathworksheetsgo.com/sheets/trigonometry/advanced/law-of-sines-ambiguous-case.php
- Demander aux élèves de créer un problème dans lequel une longueur de côté peut être déterminée à l'aide de la loi des sinus et ensuite un problème dans lequel une mesure d'angle peut être déterminée à l'aide de la loi des sinus. Leur demander de présenter la solution.

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement et d'évaluation suggérées

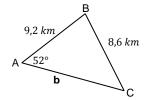
Q Mathieu aime se baigner dans l'océan. Un jour, Mathieu décide de nager *9,2 km* de l'île *A* à l'île *B*; puis, après s'être reposé un peu, il nage *8,6 km* jusqu'à l'île *C*. Si le parcours de l'île *C* jusqu'à l'île *A* jusqu'à l'île *B* forme un angle de 52°, déterminer la distance additionnelle franchie par Mathieu en nageant jusqu'à l'île *B* en premier, plutôt que de nager simplement directement de l'île *A* à l'île *C*.

 $\angle B = 70.5^{\circ}$

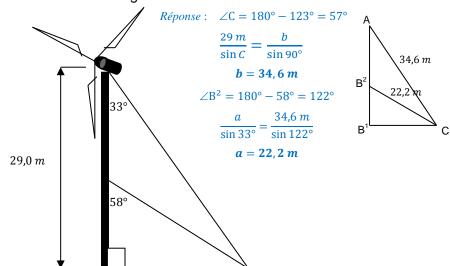
$$\frac{\sin C}{9,2 \ km} = \frac{\sin 52^{\circ}}{8,6 \ km}$$
$$\sin C = 0,8430$$

 $\angle C = 57,5^{\circ}$

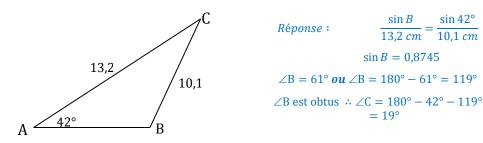
$$\frac{b}{\sin 70.5^{\circ}} = \frac{8.6 \text{ km}}{\sin 52^{\circ}}$$
$$b = 10.3 \text{ km}$$



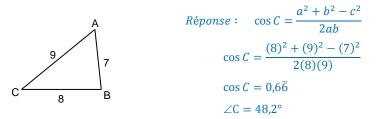
Q Un moulin à vent sur une ferme est retenu en place par deux haubans, comme dans l'illustration ci-dessous. Déterminer la longueur des deux haubans.



Q Un ingénieur doit construire un cadre-support pour une aile d'aéroplane avec $\angle A = 42^{\circ}$ et avec des côtés b = 13,2 cm et a = 10,1 cm respectivement. Sur la base de la présente illustration, fournie à l'ingénieur, quelle est la mesure de C?



Q Pour le triangle ABC, pour lequel a=8, b=9 et c=7, quelle est la mesure de l'angle C?



RAG : Relations et fonctions (RF) : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

RAS: RF1: Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables. [L, RP, T, V]

[C] Communication [T] Technologie	[RP] Résolution de problèmes [V] Visualisation	[L] Liens [R] Raisonnement	[CE] Calcul mental et estimation
-----------------------------------	--	-------------------------------	----------------------------------

Relations et fonctions

RF1 : Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	11 ^e /12 ^e années
RF1: Interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations. (NRF10) RF6: Relier les relations linéaires exprimées sous la forme explicite (y = mx + b), la forme générale (Ax + By + C = 0), et sous la forme pente-point (y - y ₁) = m(x - x ₁), à leurs graphiques. (NRF10) RF9: Représenter une fonction linéaire sous la forme de la notation fonctionnelle. (NRF10) RF10: Résoudre graphiquement et algébriquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires à deux variables. (NRF10)	RF1 : Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables.	RF7: Résoudre des problèmes comportant des inéquations linéaires et quadratiques à deux variables. (PC11) RF8: Résoudre des problèmes comportant des inéquations quadratiques dans une variable. (PC11)

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

En 10^e année, les élèves ont exprimé des problèmes à l'écrit comme des systèmes d'équations linéaires et ont résolu le système. Pour résoudre les systèmes à l'aide de graphiques, la méthode de l'équation de la droite sous sa forme explicite, la méthode de l'équation de la droite sous la forme pente-point et la méthode des coordonnées à l'origine ont été utilisées, et on a déterminé que la solution est la coordonnée où les deux lignes se croisent. Pour résoudre des systèmes d'équations linéaires algébriquement, les élèves ont utilisé des méthodes de substitution et d'élimination.

Pour ce résultat, les élèves feront fond sur leur travail de la 10^e année. Ils seront initiés aux systèmes d'inégalité linéaire à deux variables, tout en étendant le modèle graphique d'une inégalité linéaire sur une droite numérique, abordé en 9^e année, au plan cartésien. L'ensemble-solution est prolongé de points sur une droite numérique à une région solution dans un plan cartésien.

Des termes comme supérieure à, inférieure à, supérieure à ou égale à, inférieure à ou égale à, au plus, pas plus de, pas moins de, au moins, plus de, moins de, maximum, minimum et optimale sont utilisés par rapport aux inégalités.

Les élèves auront besoin de beaucoup de pratique pour acquérir une compréhension de la représentation graphique des ensembles-solution pour les inégalités linéaires, avant de procéder à la résolution de **systèmes d'inégalités linéaires**. Ils apprendront quand utiliser une ligne solide ou pointillée et utiliseront des points d'essai pour confirmer l'ensemble-solution.

Le résultat se terminera avec des applications de ces compétences à représenter graphiquement une inéquation à des problèmes simples d'optimisation linéaire, également connue sous le nom de programmation linéaire. Il s'agit d'une méthode

RAS: RF1: Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables. [L, RP, T, V]

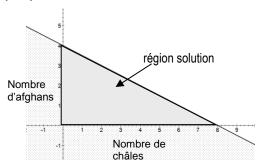
mathématique couramment utilisée qui aide à maximiser l'utilisation efficace des ressources limitées – telles que l'argent, le temps, le matériel et les machineries.

Il est important de réaliser que l'intention de ce résultat est d'introduire des problèmes d'optimisation linéaire comme un exemple d'une application pour les compétences récemment acquises des élèves liées à la résolution de systèmes d'inégalités linéaires. Les problèmes devraient rester à un niveau approprié et être axés sur les applications et la compréhension conceptuelle.

Les facteurs qui limitent les ressources requises pour la production sont appelés **contraintes**. Ces contraintes peuvent être exprimées comme des inégalités et représentées graphiquement pour illustrer un ensemble-solutions. Par exemple, dans la question suivante, le temps disponible pour faire la filature est limité à 8 heures, donc le temps est une contrainte dans la production de châles.

Un châle exige une heure de filature; un afghan deux heures de filature. Si la toupie est disponible seulement pendant huit heures, quel est le nombre maximum de châles et d'afghans qui peuvent être moulinés?

Cela peut être exprimé comme l'inégalité : $1s + 2a \le 8$. Le graphique de 1s + 2a = 8 fournira la ligne de partage et tout ce qui est en dessous de cette ligne solide, y compris cette ligne, est l'ensemble-solution à l'inégalité, aussi connu sous le nom de **région solution** Les élèves peuvent vérifier la région possible à l'aide de la technologie de mise en graphique.



Les contraintes sous-entendues, que le nombre de châles ou d'afghans ne peut pas être négatif, $s \ge 0$, et $a \ge 0$, doit aussi être pris en considération, tout en limitant la solution de ces valeurs égales ou supérieures à zéro.

La région solution comprend toutes les valeurs qui se trouvent dans les contraintes d'un problème. Autrement dit, toute combinaison d'un certain nombre de châles et d'afghans qui se trouvent dans cette région solution serait possible en huit heures. Les élèves vérifieront leur solution en testant des points sur la limite, aux sommets, à partir de la région solution et à l'extérieur de celle-ci, afin de déterminer si une coordonnée quelconque satisfait à l'inégalité. Ils devraient pouvoir expliquer ce que chacun signifie pour ce qui est de la faisabilité de mouliner divers nombres de châles et d'afghans au cours d'une journée de huit heures. Il leur serait peut-être utile d'organiser leurs idées dans un tableau semblable à ce qui suit :

RAS: RF1: Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables. [L, RP, T, V]

Nombre de châles	Nombre d'afghans	Nombre total d'heures (châles 1 heure, afghans 2 heures)	Dans la région solution?	Total en heures > ou ≤ 8?
1	3	7	oui	≤ 8
8	0	8	oui	≤ 8
4	3	10	non	> 8
2	3	8	oui	≤ 8
0	5	10	non	> 8

Dans leurs explorations, les élèves devraient essayer un éventail de points pour trouver à quel moment il y a optimisation des profits. Par exemple, si les profits pour mouliner un châle sont de 20 \$, et de 30 \$ pour un afghan, le profit à (2,3) serait de 100 \$, à (8,0) serait de 160 \$, et à (1,3) serait de 110 \$. Ils découvriront que les valeurs optimales se trouvent aux sommets, bien que ce ne soit pas tous les sommets qui offrent des valeurs optimales.

Le nombre de contraintes peut être augmenté une fois que les élèves auront maîtrisé des questions plus simples. Cela changera la position et le nombre de sommets ainsi que le profit correspondant à chaque point. Par exemple, ce qui suit ajoute la contrainte de temps limité disponible pour le tissage au problème des châles et des afghans, tout en changeant la région solution. L'enseignant peut donner le tableau aux élèves pour qu'ils puissent mettre l'accent sur la résolution du problème d'optimisation.

Les artisans Carmella et William moulinent du fil, puis le tissent pour produire des châles et des afghans. Un châle requiert une heure de moulinage et une heure de tissage; un afghan deux heures de moulinage et quatre heures de tissage. La toupie est disponible seulement pendant huit heures et la machine à tissage seulement pendant 14 heures. Le profit pour chaque châle est de 20 \$, et de 30 \$ pour chaque afghan.

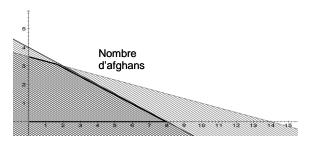
Représenter cette situation sous la forme d'un système d'inégalités. Mettre en forme graphique le système d'inégalités et déterminer combien de châles et d'afghans devraient être produits afin de maximiser les profits.

	TISSAGE	FILAGE
Châle	1 heure	1 heure
Afghan	2 heures	4 heures
TOTAL en heures	8 heures	14 heures

Réponse : $1s + 2a \le 8$ (moulinage) et $1s + 4a \le 14$ (tissage).

RAS: RF1: Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables. [L, RP, T, V]

Les sommets pour la nouvelle région solution sont à (0,3,5), à (2,3) et à (8,0), ce qui rapporte un profit de 115 \$, de 130 \$ et de 160 \$, respectivement. À ce niveau de profits, le fabricant devrait seulement produire des châles, un total de huit en huit heures.



Nombre de châles

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Dessiner le graphique, tout en justifiant le choix d'une ligne solide ou pointillée, et expliquer la région solution qui satisfait à une inégalité linéaire, à l'aide d'un point d'essai lorsqu'on vous fournit une ligne de partage.
- Modéliser un problème à l'aide d'un système d'inéquations linéaires à deux variables.
- Tracer la ligne de partage du plan cartésien de chacune des inéquations d'un système d'inéquations linéaires.
- Déterminer graphiquement la région solution d'un système d'inéquations linéaires et vérifier la solution.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, la signification de la région ombrée dans la solution graphique d'un système d'inéquations linéaires.
- Après une démonstration en classe, résoudre des problèmes d'optimisation linéaire.

RAS: RF1: Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables. [L, RP, T, V]

Stratégies pédagogiques suggérées

- Pour les élèves qui ont des miniportatifs ou accès aux laboratoires informatiques, utiliser ces sites Internet pour faire les exercices :
 http://teachers.henrico.k12.va.us/math/hcpsalgebra2/3-4.htm qui propose une leçon en format PowerPoint sur la manière de résoudre des systèmes d'inégalités.
 http://www.algebra-class.com/systems-of-inequalities.html qui contient un bon exemple d'une question d'inégalité et sa solution illustrée. Au bas de la page, vous trouverez un lien qui mène à des exercices de systèmes d'inégalités.
- Dessiner le graphique, tout en justifiant le choix d'une ligne solide ou pointillée, et expliquer la région solution qui satisfait à une inégalité linéaire, à l'aide d'un point d'essai lorsqu'on vous fournit une ligne de partage. http://www.purplemath.com/modules/ineqgrph.htm
- Déterminer les habiletés nécessaires pour dessiner les graphiques des systèmes d'inégalité linéaire de façon graduelle, en commençant par la mise en graphique de chaque inégalité linéaire séparément, avant de les représenter sur le même graphique afin d'indiquer la région solution.
- Commencer par des problèmes dans lesquels les élèves peuvent élaborer une seule inégalité d'un problème, et leur présenter par la suite des exemples plus compliqués qui introduisent plus d'une contrainte unique, tel qu'illustré précédemment dans les Élaborations.

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Dessiner le graphique de l'ensemble-solution pour chaque inégalité :

a)
$$y > 2x + 3$$

b)
$$5y + 2 > x$$

c)
$$2x + 4y \ge -10$$

$$d) -2y \le 5x + 12$$

e)
$$y < 5x$$

$$f)$$
 $y \ge 3$

$$(a)$$
 $-6 < -2x + 2$

h)
$$10x - 5 < -y$$

i)
$$4x + 4 > y$$

Q Esquisser les ensembles-solution pour les systèmes d'inégalités linéaires suivants.

a)
$$y \le 6 - x$$
 et $y \ge x - 2$

b)
$$3x - y < 4$$
 et $x - 2y > 3$

c)
$$y > 1 - 2x$$
 et $y \le x + 3$

d)
$$2x + y > 3$$
 et $x - y \le 4$

Q Pour y < 3x + 5, lesquels des points suivants font partie de l'ensemble-solution?

$$(-1,-3), (-1,2), (-4,3), (-2,-3), (3,1), (1,5), (0,5), (-1,3)$$

Réponse :
$$(-1, -3), (-2, -3), (3,1), (1,5), (-1,3)$$

RAG : Relations et fonctions (RF) : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

RAS: RF1: Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables. [L, RP, T, V]

Q Le tableau suivant indique combien de temps de fabrication pour produire chaque unité d'assiettes et/ou de tasses en plastique. Chaque machine est exploitée 15 heures par jour au plus.

	Machine A	Machine B
Assiettes	1 heure	2 heures
Tasses	3 heures	1 heure
Nombre maximum d'heures	15 heures	15 heures

À partir de ce tableau, élaborer deux inégalités et les résoudre sous forme de système d'inégalités pour déterminer le nombre maximum d'assiettes et de tasses que l'entreprise peut produire chaque jour.

```
Réponse : 1a + 3t \le 15 et 2a + 1t \le 15

Sommets:

(a,t) = (6,3)

point d'intersection avec l'axe y (a,t) = (0,5)

point d'intersection avec l'axe x (a,t) = (7,5,0)

Nombre maximum = A + T = 6 assiettes + 3 tasses = 9
```

Q L'entreprise de John répare des chaussures de tennis et de jogging. Il faut 16 minutes pour défaire des chaussures de tennis et 12 minutes pour les coudre de nouveau. Il faut 8 minutes pour défaire des chaussures de jogging et 16 minutes pour les coudre de nouveau. Chaque machine est disponible pendant 8 heures par jour.

Le profit pour une réparation de chaussures de tennis est de 3 \$ et de 5 \$ pour une chaussure de jogging. Combien de chaque type de chaussures devrait être réparé quotidiennement pour maximiser les profits?

Réponse :

$$8 \ heures = 480 \ minutes$$

 $16j + 12t \le 480 \ et \ 8j + 16t \le 480$
 $sommets \ \grave{a} \ (t,j) = (30,0), (0,30), (24,12)$

3 \$ Tennis	5 \$ Jogging	Profit
30	0	90 \$
0	30	150 \$
24	12	132 \$

∴ Il devrait seulement réparer des chaussures de jogging — 30 par jour pour un profit de \$150.

RAG : Relations et fonctions (RF) : Développer le raisonnement algébrique et graphique à l'aide de l'étude des relations.

RAS : RF2 : Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. [L, RP, V, T]

[C] Communication	[RP] Résolution de problèmes	[L] Liens	[CE] Calcul mental
[T] Technologie	[V] Visualisation	[R] Raisonnement	et estimation

RF2 : Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	11 ^e année
RF2: Démontrer une compréhension des relations et des fonctions. (NRF10) RF4: Décrire et représenter des relations linéaires à l'aide de mots, d'ensembles de coordonnées, de tableaux de valeurs, de graphiques et d'équations. (NRF10) RF5: Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image. (NRF10) RF6: Relier les relations linéaires exprimées sous la forme explicite (y = mx + b), la forme générale (Ax + By + C = 0), et la forme pente-point (y - y1) = m(x - x1), à leurs graphiques. (NRF10) AN1: Démontrer une compréhension des facteurs de nombres entiers en déterminant les facteurs premiers, le plus grand facteur commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée et la racine cubique. (NRF10) AN5: Démontrer une compréhension des facteurs communs et de la factorisation de trinômes de façon concrète, illustrée et symbolique. (NRF10)	RF2: Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie.	RF3: Analyser les fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine. (PC11) RF4: Analyser les fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, les coordonnées à l'origine, de même que pour résoudre des problèmes. (PC11) RF5: Résoudre des problèmes faisant appel à des équations quadratiques. (PC11)

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Ce résultat fera fond sur un grand nombre des résultats abordés en 10^e année lorsque les élèves auront examiné des relations linéaires et leurs graphiques, y compris des coordonnées, des tableaux de valeurs, les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image. Ils ont également examiné l'équation linéaire sous sa forme explicite, sa forme générale et sa forme pente-point et la façon dont chacune a trait aux graphiques.

De plus, en 10^e année, les élèves ont été initiés à la factorisation d'expressions. Les élèves ont utilisé des tuiles algébriques, des schémas et des symboles pour multiplier des binômes et factoriser des trinômes. Les trinômes étaient factorisés comme l'inverse de la multiplication et d'autres méthodes telles que les facteurs communs, les carrés parfaits et la différence des carrés ont également été utilisées.

Dans *Fondements mathématiques 110*, les élèves accroîtront leur compréhension des fonctions pour inclure des fonctions quadratiques et la façon dont ces fonctions peuvent modéliser des situations de la vie réelle.

RAG : Relations et fonctions (RF) : Développer le raisonnement algébrique et graphique à l'aide de l'étude des relations.

RAS : RF2 : Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. [L, RP, V, T]

Il est important de noter que ce résultat est une introduction aux fonctions quadratiques et ne devrait pas inclure des concepts qui seront abordés dans des cours ultérieurs. Dans ce cours, les explorations des élèves devraient être limitées aux formes générales et factorisées et aux méthodes de factorisation qui ont été abordées pour la première fois en 10^e année (avec l'exception de la factorisation partielle qui sera un thème nouveau) ainsi que la formule quadratique.

Dans *Mathématiques pré-calcul 110*, les élèves feront fond sur ce qui est appris dans ce cours pour analyser les fonctions quadratiques et pour résoudre des équations quadratiques. Ils exploreront ensuite l'utilisation de la forme canonique et résoudront des équations quadratiques qui exigent l'utilisation de la substitution et la factorisation par la décomposition et la complétion du carré. **Ces sujets sont au-delà de la portée de** *Fondements mathématiques 110*.

Pour ce résultat, les élèves commenceront par tracer le graphique des fonctions quadratiques de la forme générale $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec ou sans la technologie, afin de déterminer le **sommet**, **l'axe de symétrie**, les valeurs **maximum** et **minimum** ainsi que le **domaine** et l'**image**. À mesure que les élèves varient les valeurs de a, b, et c, ils découvriront la façon dont la forme et l'orientation du graphique sont touchées. Si a > 0, la parabole s'ouvre vers le haut, si a < 0 la parabole s'ouvre vers le bas. La valeur c donne l'ordonnée à l'origine de la parabole.

Les élèves devraient comprendre que l'axe de symétrie passe verticalement par le sommet et cette valeur x est la coordonnée x du sommet. Par substitution, ils peuvent ensuite déterminer la coordonnée y du sommet, qui est la valeur maximum (si $a \le 0$) ou minimum (si $a \ge 0$) de la fonction. En examinant l'emplacement du sommet et de l'orientation de l'ouverture de la parabole, ils seront ensuite en mesure de déterminer si une parabole a 0,1 ou 2 abscisses à l'origine.

Il est possible de déterminer l'équation de l'axe de symétrie en prenant la moyenne des coordonnées x de deux points qui ont la même coordonnée y selon la compréhension que deux points avec la même coordonnée y sur une parabole sont équidistants de l'axe de symétrie.

Une fois que les élèves démontreront une compréhension de la relation entre les équations quadratiques et leurs graphiques, ils utiliseront des graphiques pour trouver des solutions aux équations quadratiques (avec et sans la technologie). Ces solutions ou **racines** sont les valeurs des variables qui font qu'une équation en forme standard soit égale à zéro. Ces valeurs sont également les **zéros** de la fonction correspondante et les **abscisses à l'origine** de la parabole.

Les élèves devraient examiner les avantages et les inconvénients de l'utilisation d'une approche graphique et en discuter. Un des inconvénients réside dans le fait que les solutions peuvent seulement être estimées. En factorisant la forme générale à la forme factorisée, f(x) = a(x - r)(x - s), il est également possible d'utiliser une approche algébrique pour calculer des solutions exactes.

Pour la forme factorisée, chaque élément (a, r, s) s'associe de façon particulière au graphique de la fonction. Les zéros de la fonction peuvent être déterminés en configurant

chaque facteur pour qu'il soit égal à zéro et en résolvant l'équation. Les abscisses à l'origine de la fonction sont x=r et x=s. L'équation linéaire de l'axe de symétrie est $x=\frac{r+s}{2}$. L'ordonnée à l'origine est $c=a\times r\times s$.

Les élèves ont maintenant l'occasion de pratiquer des méthodes de factorisation introduites en $10^{\rm e}$ année dans le contexte de la résolution de fonctions quadratiques. Quelques questions où $a \neq 1$ peuvent être incluses pourvu qu'il soit possible de déterminer les solutions à l'aide d'une des méthodes énumérées.

À l'aide d'un graphique pour commencer, l'équation de la parabole peut être écrite en forme factorisée à l'aide des abscisses à l'origine et les coordonnées d'un autre point sur la parabole. Cependant, les fonctions quadratiques sans zéro ne peuvent pas être écrites en forme factorisée.

Pour factoriser $f(x) = ax^2 + bx + c$, des méthodes pourraient inclure l'enlèvement du facteur commun, par l'inspection (trouver deux chiffres dont la somme est b et le produit est c), la modélisation avec des tuiles algébriques, la détermination des carrés parfaits ou la détermination de la différence de carrés.

Si les racines ne sont pas des nombres entiers et que l'expression ne peut pas être factorisée avec les méthodes ci-dessus, **la factorisation partielle** peut être utilisée pour esquisser le graphique d'une fonction quadratique. Par exemple :

$$f(x) = -x^2 + 4x + 8$$

Utilisation de la factorisation partielle : f(x) = -x(x-4) + 8

Si un des autres facteurs est égal à 0, f(x) = 8.

$$-x = 0$$
 $x - 4 = 0$ $x = 4$ $f(0) = 8$ $f(4) = 8$

Par conséquent, deux points de la fonction sont (0,8) et (4,8). Si les élèves comprennent que les points qui partagent une valeur y doivent être équidistant de l'axe de symétrie, cela signifie que l'axe de symétrie est exprimé par $x = \frac{0+4}{2} = 2$. Substituant, f(2) = 12, donc le sommet est (2,12).

La **formule quadratique**, $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, qui peut être utilisée pour toute fonction quadratique, devrait également être présentée aux élèves dans ce résultat. Les élèves devraient savoir comment utiliser la formule, mais ils n'ont pas à la dériver eux-mêmes ou la mémoriser.

À la fin de ce résultat, les élèves démontreront leur compréhension en esquissant le graphique d'une fonction quadratique et en utilisant les méthodes algébriques pour résoudre un problème contextuel qui comprend les caractéristiques d'une fonction quadratique. Ils choisiront la méthode la plus convenable pour résoudre une situation et justifieront l'approche qu'ils auront utilisée. Quelques problèmes simples d'optimisation devraient être examinés où la fonction est fournie dans la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ comme partie du problème.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer, avec ou sans l'aide de la technologie, les coordonnées à l'origine du graphique d'une fonction quadratique.
- Déterminer les racines d'une équation quadratique en décomposant en facteurs et vérifier par substitution. Limiter les méthodes de factorisation à : supprimer le facteur commun, la factorisation par inspection, la modélisation à l'aide de tuiles algébriques, la détermination de carrés parfaits, la détermination de la différence des carrés et la factorisation partielle.
- Déterminer les racines d'une équation quadratique à l'aide de la formule quadratique.
- Expliquer les relations entre les racines d'une équation, les zéros de la fonction correspondante et les abscisses à l'origine du graphique d'une fonction.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, pourquoi le graphique d'une fonction quadratique peut avoir aucune, une ou deux abscisses à l'origine.
- Représenter une équation quadratique sous la forme d'un produit de facteurs à partir des zéros d'une fonction correspondante ou des abscisses à l'origine de son graphique.
- Déterminer, avec ou sans l'aide de la technologie, les coordonnées du sommet du graphique d'une fonction quadratique.
- Déterminer l'équation de l'axe de symétrie du graphique d'une fonction quadratique à partir de ses abscisses à l'origine.
- Déterminer les coordonnées du sommet du graphique d'une fonction quadratique à partir de son équation et de celle de son axe de symétrie, et déterminer si l'ordonnée du sommet est un maximum ou un minimum.
- Déterminer le domaine et l'image d'une fonction quadratique.
- Esquisser le graphique d'une fonction quadratique.
- Résoudre un problème contextualisé comportant les caractéristiques d'une fonction quadratique.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Les élèves devraient avoir la possibilité d'explorer l'ensemble des fonctions quadratiques de manière graphique et algébrique par la factorisation et la formule quadratique ainsi que l'utilisation de la technologie de graphiques.
- Si la technologie le permet, les sites Web suivants contiennent des exercices pour les élèves.

Le site Web http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html permet aux élèves de revoir la factorisation à l'aide de tuiles algébriques.

<u>http://www.algebra-class.com/quadratic-equation.html</u> Ce site contient des exemples pertinents de résolution d'équations quadratiques à l'aide de méthodes différentes. Le site Web

http://my.hrw.com/math06_07/nsmedia/tools/Graph_Calculator/graphCalc.html contient une calculatrice graphique en ligne.

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Écrire la fonction quadratique suivante sous la forme $y = ax^2 + bx + c$ algébriquement, en montrant le cheminement qui mène à votre solution.

$$y = 5(x - 1)^{2} - 8$$
Réponse: $y = 5(x - 1)(x - 1) - 8$

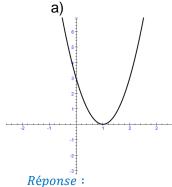
$$y = 5(x^{2} - 2x + 1) - 8$$

$$y = 5x^{2} - 10x - 3$$

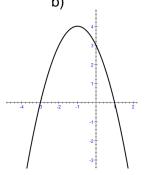
Q Énumérer cinq caractéristiques de la fonction : $f(x) = -3x^2 + 24x - 60$.

Réponse :

- 1) s'ouvre vers le bas
- 2) L'ordonnée à l'origine est (0, -60)
- 3) a des racines imaginaires
- 4) n'a aucune abscisse à l'origine
- 6) $\frac{0+8}{2}$ = 4, x = 4 est l'axe de symétrie
- 7) $\tilde{f}(4) = -12$, le sommet est (4, -12)
- 8) Le sommet est un maxium
- 9) Domaine $\{x \in R\}$, Image $\{y \le -12, y \in R\}$
- 5) 2 points sur le graphique (0,-60) et (8,-60) (factorisation partielle)
- **Q** Énoncer cinq caractéristiques de chaque fonction :



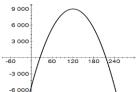
- a) 1) s'ouvre vers le haut
 - 2) x = 1 est l'axe de symétrie
 - 3) L'ordonnée à l'origine est (0,3)
 - 4) une racine égale et réelle (1,0)
 - 5) a une abscisse
 - 6) Le sommet (1,0) est un minimum
 - 7) Domaine $\{x \in R\}$, Image $\{y \ge 0, y \in R\}$



- **b**) 1) s'ouvre vers le bas
 - 2) x = -1 est l'axe de symétrie
 - 3) L'ordonnée à l'origine est (0,3)
 - 4) deux racines distinctes et réelles (-3,0), (1,0)
 - 5) a deux abscissesaxex
 - 6) Le sommet (-1,4) est un maximum
 - 7) Domaine $\{x \in R\}$, Image $\{y \le 4, y \in R\}$

- **Q** Le profit quotidien, P (dollars), d'une entreprise qui fabrique des raquettes de tennis est donné par $P = -n^2 + 240n 5400$ où n est le nombre de raquettes fabriquées par jour.
 - a) Combien faut-il fabriquer de raquettes de tennis par jour pour réaliser un profit maximum?
 - b) Quel est le profit maximum?
 - c) Quel est le profit réalisé quand 75 raquettes sont produites par jour?
 - d) Combien faut-il fabriquer de raquettes de tennis par jour pour atteindre le seuil de rentabilité?

Réponse : Sommet (120 900) (factorisation partielle)
a) 120 b) 9000 \$ c) P(75) = 6975 \$
d) Formule quadratique x = 25,13 ou x = 214,87 \therefore l'entreprise doit fabriquer au moins 26 raquettes par jour pour atteindre le seuil d'équilibre



Q Créer une équation quadratique qui possède les racines x=-2 et x=3. Créer une deuxième équation avec les mêmes racines.

Réponse :
$$y = (x + 2)(x - 3)$$

 $y = (3x + 6)(x - 3)$
 $y = 2x^2 - 2x - 12$

Q Quelle est la valeur minimum de $y = x^2 - 8x - 9$?

Réponse :
$$y = (x - 9)(x + 1)$$

 $x = \frac{+9-1}{2} = 4$, $y = 4^2 - 8(4) - 9 = -25$ sommet (4, -25)
∴ le minimum est - 25

- **Q** Pour $y = x^2 2x 35$.
 - a) Déterminer les racines de la fonction.
 - b) Trouver le sommet de la fonction.
 - c) Indiquer la valeur de l'ordonnée à l'origine.
 - d) Esquisser un graphique de la fonction sur papier quadrillé. Tout annoter en indiquant clairement toutes les coordonnées, le sommet, l'axe de symétrie et les échelles des axes.
 - e) Indiquer le domaine et l'image.

Réponse: a)
$$x = 7$$
 ou $x = -5$
b) $x = \frac{7 + (-5)}{2} = 1$, $y = (1)^2 - 2(1) - 35 = -36$, sommet $(1, -36)$
c) $y = (0)^2 - 2(0) - 35 = -35$, ord. à l'origine $(0, -35)$
e) $\{x | x \in R\}$ $\{y | y \ge 36, y \in R\}$

[C] Communication	[RP] Résolution de problèmes	[L] Liens	[CE] Calcul mental
[T] Technologie	[V] Visualisation	[R] Raisonnement	et estimation

Nombre

N1 : Analyser des coûts et des avantages associés à la location, au crédit-bail et à l'achat.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
 A1: Résoudre des problèmes qui exigent la manipulation et l'application de formules sur le périmètre, la superficie, le volume, la capacité, le théorème de Pythagore, les fonctions trigonométriques de base et le revenu. (GFM10) N1: Résoudre des problèmes portant sur la fixation du prix unitaire et la conversion de devises, à l'aide de raisonnement proportionnel. (GMF10) 	N1 : Analyser des coûts et des avantages associés à la location, au crédit-bail et à l'achat.	
N2 : Démontrer une compréhension du revenu, y compris le traitement, le salaire, les contrats, les commissions et le salaire à la pièce pour calculer la paie brute et la paie nette. (GFM10)		
N3 : Démontrer une compréhension des services offerts par les institutions financières pour accéder aux finances et les gérer. (GFM10)		
N4 : Démontrer une compréhension des intérêts composés. (GFM10)		
N5 : Démontrer une compréhension des options de crédit, y compris les cartes de crédit et les prêts. (GFM10)		

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

En 10^e année, les élèves résolvaient des problèmes qui comprenaient les intérêts simples et composés ainsi que le calcul des frais financiers. Dans ce résultat, ils utiliseront ces connaissances pour explorer les coûts associés à la location, au crédit-bail et à l'achat.

Des **actifs** ou des biens sont des articles qui ont un propriétaire ou des propriétaires partiels. Par exemple : véhicules, iPhones, ordinateurs portatifs ou biens immobiliers.

Le terme **appréciation** signifie une augmentation de la valeur d'un actif au fil du temps. Cette augmentation peut se produire pour diverses raisons, notamment l'augmentation de la demande ou la diminution de l'offre, ou encore de changements des taux d'inflation ou d'intérêt. La **dépréciation** est la diminution de la valeur d'un actif au fil du temps.

La **location** et le **crédit-bail** sont semblables, mais ont une durée différente. Une **location** est une entente à court terme ou un contrat en vertu duquel le bien en immobilisation est loué par une personne d'une autre personne selon un terme horaire, quotidien, hebdomadaire ou mensuel à un tarif de location qui a tendance à décroître lorsque la durée de la location s'allonge. Pour sa part, un **crédit-bail** est une entente ou un contrat à long terme, en vertu duquel le bien en immobilisation est loué par une personne d'une autre personne pendant une période fixe (habituellement un an ou plus) à un tarif spécifié. Cependant, ces termes sont souvent utilisés de façon interchangeable.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer et décrire des exemples d'actifs dont la valeur s'accroît ou diminue.
- Comparer, à l'aide d'exemples, la location, le crédit-bail et l'achat.
- Justifier, en fonction d'un ensemble de circonstances particulières, si l'achat, la location ou le crédit-bail serait avantageux.
- Résoudre un problème comportant la location, l'achat ou le crédit-bail et qui nécessite la transformation d'une formule.
- Résoudre, à l'aide de la technologie, un problème contextualisé visant à effectuer une analyse coûts-avantages.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Inviter un directeur de concession d'automobiles ou un agent de banque à venir parler à la classe des avantages et des inconvénients de la location, du crédit-bail et de l'achat.
- Demander aux élèves d'examiner les petites annonces et de prédire les biens dont la valeur pourrait augmenter ou diminuer le plus au cours des prochaines années. Discuter des raisons de ces prédictions.
- En parlant de la dépréciation, choisir des exemples pertinents pour les adolescents.
 Demander aux élèves de choisir leur véhicule préféré et de faire une recherche pour obtenir le taux de dépréciation de cette auto. Utiliser un site Web comme www.ehow.com/list_6923399_depreciation-rules-canada.html, ou www.canadianblackbook.com pour faire des recherches sur la dépréciation.
- À l'aide d'une calculatrice graphique, présenter aux élèves la courbe de décroissance qui représente la dépréciation d'une automobile.
- Utiliser le site Web <u>www.smbtn.com/books/gb79.pdf</u> comme référence pour comparer les avantages et les inconvénients de la location, du crédit-bail et de l'achat.
- Le site Web http://www.handsonbanking.org/en/ contient des ressources gratuites de programme de cours pour divers sujets sur les mathématiques financières.

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement et d'évaluation suggérées

- Q Choisir trois véhicules différents que vous pourriez vouloir acheter un jour. Rechercher la dépréciation pour chaque modèle de voiture à l'aide d'un site Web tel que www.ehow.com/list-6923399 depreciation-rules-canada.html ou www.canadianblackbook.com.
 - a) Quel modèle de voiture se déprécie le plus rapidement?
 - b) Quel modèle de voiture se déprécie le plus lentement?
 - c) Pour chaque modèle de voiture, déterminer le taux de dépréciation après un, deux et trois ans.
 - d) Quels facteurs influent sur le taux de dépréciation d'une voiture?
- Q Sara envisage d'acheter un nouveau téléviseur. Elle se rend dans un magasin, et trouve une bonne affaire pour le crédit-bail d'un appareil Toshiba 32 po ACL HDTV. Le versement hebdomadaire pour le crédit-bail est de 12 \$/semaine, plus les frais uniques de 10,93 \$ pour le produit et les frais uniques de protection totale d'assurances de 1,07 \$. Après avoir pris note des conseils de son frère, Sara est allée vérifier dans un autre magasin et a trouvé le même téléviseur en solde pour 349,99 \$.
 - a) Si Sara décide de louer le téléviseur du premier magasin au lieu d'acheter celui de l'autre magasin, combien de mois s'écouleront avant que les versements du crédit-bail dépassent le prix d'achat?

- b) Croyez-vous que ce serait le bon choix? Si oui, dites pourquoi. Si non, dites pourquoi.
- Q Rhonda vient d'obtenir son diplôme du collège communautaire et souhaite maintenant quitter la maison de ses parents. Elle a travaillé à temps partiel au cours de ses études et a pu mettre de côté 5 000 \$ au cours des trois dernières années. Elle a trouvé un bel appartement à louer pour 380 \$ par mois avec un dépôt en cas de dommages de 400 \$. À l'aide de l'argent qu'elle a mis de côté, pendant combien de temps Rhonda pourra-t-elle louer son appartement?

Réponse : Elle pourra louer pendant 9 mois.

Q Joanne va à l'université. Elle a mis un peu d'argent de côté en travaillant à temps partiel et veut acheter ou louer un nouveau véhicule. Elle a trouvé une voiture compacte qui est à son goût et elle veut déterminer si elle devrait faire une demande au crédit-bail ou acheter, en fonction des renseignements suivants du site Web du concessionnaire :

Détail du prix	Financement (60 mois)	Location (60 mois)	Espèces
	13 995 \$	13 995 \$	13 995 \$
Sélection d'économies et d'offres spéciales	- 750 \$	- 750 \$	- 750 \$
Sélection d'accessoires	0,00\$	0,00 \$	0,00 \$
	Paiement mensuel	Paiement mensuel	Prix au comptant
	276,92 \$	218,75 \$	13 245 \$
		<u>Valeur à la fin du</u>	
		contrat 4 618,35 \$	

- a) Quel est le prix total de chaque option?
- b) Quels sont les avantages et les inconvénients de chaque option?
- c) Si vous étiez Joanne, quelle option choisiriez-vous et pourquoi?

Réponse:

Option	Prix total	Avantages	Inconvénients
Financement	16 615,20 \$	Ne pas payer les kilomètres supplémentaires Être propriétaire du véhicule après 60 mois	Paiements mensuels plus élevés Coût final plus élevé avec l'intérêt
Crédit-bail	13 125,00 \$	Paiement mensuel le moins coûteux	Frais de distance Vous devez toujours 4 618,35 \$ si vous voulez l'acheter après 60 mois
Espèces	13 295,00 \$	Vous en êtes le propriétaire dès le début Option moins coûteuse	Vous devez avoir l'argent à l'avance

[C] Communication	[RP] Résolution de problèmes	[L] Liens	[CE] Calcul mental
[T] Technologie	[V] Visualisation	[R] Raisonnement	et estimation

N2 : Analyser un portefeuille de placement en termes du taux d'intérêt, du taux de réussite , du réussite global.

Portée et séguence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
 N3: Démontrer une compréhension des services offerts par des institutions financières en matière d'accès et de gestion des finances. (GMF10) N4: Démontrer une compréhension de l'intérêt composé. (GMF10) N5: Démontrer une compréhension des options de crédit, y compris les cartes de crédit et les prêts. (GMF10) 	N2 : Analyser un portefeuille de placements en fonction du taux d'intérêt, du taux de réussite , du réussite global.	

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

En 10^e année, les élèves ont étudié les services offerts par les institutions financières et ont été initiés à l'intérêt simple et composé, en mettant l'accent sur les options de crédit. Pour ce résultat, les élèves appliqueront ces connaissances aux possibilités de placement.

Pour ce résultat, l'accent est mis sur la compréhension et la comparaison des effets de l'intérêt simple et composé sur les valeurs futures des placements et sur l'analyse, la comparaison et la conception des **portefeuilles de placement** afin d'atteindre des buts financiers précis.

Un portefeuille de placement a trait à l'ensemble des divers placements qu'un particulier ou un organisme investit. Les types de placements sont entre autres **l'action**, **l'obligation** et le **certificat de placement**.

Lorsque vous achetez des actions (également connues sous le nom de valeurs ou passifs), vous devenez un propriétaire partiel d'une entreprise. Cela vous donne droit à une partie des acquisitions de l'entreprise et pourrait vous donner le droit de vote aux réunions des actionnaires. Comparativement à d'autres types de placement, les actions peuvent comporter plus de risques, mais peuvent aussi offrir un réussite accru. La valeur des actions dépend du succès de l'entreprise.

Lorsque vous achetez une obligation, vous prêtez de l'argent à un gouvernement ou à une entreprise pour une certaine période de temps. En retour, vous recevez un taux fixe d'intérêt et votre argent vous revient à la fin de la période. Les obligations des entreprises offrent de meilleurs taux de réussite que ceux de placements comme les certificats de placement garantis. Ce type de placement offre un meilleur réussite financier, mais si l'entreprise fait faillite, vous pourriez ne pas récupérer tout l'argent que vous avez investi initialement, le niveau de risque est donc plus élevé. Les obligations d'État comme les obligations d'épargne du Canada sont plus sécuritaires. Les fonds communs de placement sont un mélange de valeurs et d'obligations.

Des **certificats de placement** sont offerts aux banques à un taux d'intérêt plus élevé qu'un compte de chèques et il est plus facile d'y accéder que des valeurs ou des obligations.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer et comparer les forces et les faiblesses d'au moins deux portefeuilles.
- Déterminer, à l'aide de la technologie, la valeur totale d'un placement lorsque le principal est augmenté régulièrement.
- Représenter graphiquement et comparer la valeur totale d'un placement avec et sans contributions régulières.
- Appliquer la règle de 72 pour résoudre des problèmes de placements et expliquer les limites de la règle.
- Déterminer, à l'aide de la technologie, des stratégies de placement possibles en vue d'atteindre un objectif financier.
- Expliquer les avantages et les inconvénients des options de placement à court et à long terme.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, pourquoi des petits placements à long terme peuvent être plus avantageux que des placements plus importants placés à court terme.
- Résoudre un problème comportant des placements.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Visiter le site Web de la Commission des valeurs mobilières du Nouveau-Brunswick http://investinknowingmore.ca/educationprograms.html pour consulter ces liens :
 - télécharger le PDF de Faites que ça compte : Guide de l'instructeur en gestion financière pour les jeunes (avec une application connexe d'établissement de budgets, Guide parental, site Web Faites que ça compte) http://csa-acvm.ca/investortools.aspx?id=87
 - Réseau d'éducation financière du N.-B.
 http://investissezentouteconnaissance.ca/reseaudeducationfinanciere.html qui énumère d'autres ressources de groupes à l'échelle du N.-B.
- Le Site Web des Autorités canadiennes en valeurs mobilières http://www.autorites-valeurs-mobilieres.ca/outils_de_linvestisseur.aspx?ID=1005&LangType=1036 offre une mine de renseignements (en français et en anglais) sur les placements, y compris des brochures gratuites téléchargeables en format PDF sur les placements: L'ABC du placement Faire ses premiers pas.
- Faire un concours en classe. Regrouper les élèves et donner à chaque groupe un montant établi qui sera placé dans un portefeuille. Chaque jour, permettre aux élèves de vérifier, d'acheter et de vendre leurs actions. Le groupe avec le portefeuille qui présente la meilleure valeur à la fin d'une période déterminée gagne. Nous vous recommandons d'utiliser le site Web www.wallstreetsurvivor.com pour cette activité.
- Apporter régulièrement en classe un journal qui comprend une section sur les marchés mondiaux (p. ex., le Globe and Mail) et demander aux élèves de faire un rapport sur ce qu'ils lisent.
- Consulter <u>www.getsmarteraboutmoney.ca</u>, un site Web canadien, pour obtenir des plans de leçon, des vidéos pour les élèves et des documents de référence qui appuient ce programme de cours.
- Inviter des courtiers en valeurs mobilières, ou des gestionnaires de patrimoine, ou les deux. à s'adresser à la classe.
- À l'aide d'une calculatrice graphique T1-83, demander aux élèves d'explorer l'application de solveur numérique TVM concernant divers taux d'intérêt, des périodes d'amortissement, des montants en principal, etc.

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Il reste deux ans à Thomas avant d'aller au collège communautaire. Il a estimé que les frais de scolarité pour le collège seront d'environ 10 000 \$. Il investit dans un certificat de placement garanti (CPG) qui génère 6 % d'intérêt par année. Il dépose 360 \$ par mois pendant deux ans. Déterminer si Thomas aura suffisamment d'argent pour aller au collège ou s'il devra trouver une façon de compléter ses économies en vue de ses études.

```
Réponse : 1re année : (360 \times 12) \times 1,06 = 4579,20 \$

2e année : [4579,20 \$ + (360 \times 12)] \times 1,06 = 9433,15 \$

1l manguera 566,85 \$, donc il devra compléter son revenu.
```

Q Richard a investi 500 \$ à un taux d'intérêt de 4 % par année. Combien de temps faudrat-il pour que le placement de 500 \$ ait une valeur d'approximativement 1 000 \$?

```
Réponse : A = P + Prt

1000 = 500 + 500(0,04)t

t = 25

\therefore Il faudra 25 ans avant que le placement n'augmente à une valeur de 1 000 $
```

A Présenter le scénario suivant à la classe et en discuter en groupe :

Samantha et Rick sont de vieux amis du secondaire qui se retrouvent après vingt ans. Au bout d'un moment de discussion, ils s'aperçoivent qu'ils ont tous deux créé les portefeuilles de placement ci-dessous. Après les avoir analysés, donner deux forces et deux faiblesses de chaque portefeuille. Ne pas oublier de tenir compte des taux d'intérêt, du taux de réussite et du réussite global dans l'analyse.

Samantha : En 1984, Samantha était une étudiante de 18 ans. Même si elle avait le temps pour faire fructifier ses épargnes, elle ne voulait pas prendre beaucoup de risques. Samantha a adopté un profil de placement modéré comprenant 50 % d'actions canadiennes (risque modéré), 40 % d'obligations (faible risque) et 10 % en liquidités.

Rick: En 1984, Rick était un joueur de hockey professionnel de 19 ans. Il adorait le risque. Il savait aussi qu'il ne jouerait pas au hockey pour toujours et que son revenu pourrait diminuer après sa retraite comme joueur de hockey. Rick a adopté pour un profil de placement modérément agressif comprenant 70 % d'actions canadiennes (risque modéré), 20 % d'obligations (faible risque) et 10 % en liquidités.

Les résultats: Ce tableau présente les réussite s obtenus par Samantha et Rick, d'après les données des 20 dernières années.

Investisseur	Montant au départ (janv. 1984)	Après 5 ans (janvier 1989)	Après 10 ans (janvier 1994)	Après 20 ans (janvier 2004)	Taux annuel moyen
Samantha	100 000 \$	154 330 \$	236 103 \$	424 785 \$	7,5 %
Rick	100 000 \$	129 503 \$	236 736 \$	560 441 \$	9,0 %

De nombreux éléments ont influencé les résultats obtenus par les deux investisseurs pendant cette période de 20 ans :

- Les taux d'intérêt ont monté en flèche à la fin des années 1980. Le marché boursier, pour sa part, a connu une chute importante en 1987 et une lente remontée. Pendant cette période, les placements de Rick ont pris du retard. Les placements de Samantha ont connu une croissance plus rapide et ont continué d'offrir un bon réussite pendant les hausses et les baisses du début des années 1990.
- En 2000, la situation a changé. Les taux d'intérêt ont chuté et le marché boursier a atteint un nouveau sommet. Les placements de Samantha se sont retrouvés en fin de liste.
- Au cours des cinq dernières années, les taux d'intérêt sont restés bas alors que le marché boursier a connu un autre cycle de hausses et de baisses. Les placements de Rick ont continué à croître le plus rapidement, alors que ceux de Samantha se retrouvent encore plus loin derrière.

Leçon apprise: Dans la plupart des cas, les portefeuilles très prudents auront une croissance plus lente et plus stable. C'est le prix à payer pour que le placement soit stable et sûr. Pour obtenir un potentiel de croissance plus élevé, il faut choisir un mélange d'actifs plus agressif, dont le niveau de risque est plus élevé.

Les pertes sont plus probables lorsque le risque est plus élevé et il est important de s'assurer qu'il reste assez de temps et d'argent pour récupérer ces pertes. Les conseillers agréés peuvent déterminer le bon mélange d'actifs pour une situation donnée. (adapté de http://www.getsmarteraboutmoney.ca/managing-your-money/planning/investing-basics/Pages/the-power-of-asset-mix-joan-michel-and-miriams-stories.aspx)

RAS: N3: Résoudre des problèmes qui touchent les budgets personnels. [CN, PS, R, T]

N3: Résoudre des problèmes qui touchent les budgets personnels (facultatif).

Portée et séquence des résultats

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
N1: Résoudre des problèmes portant sur la fixation du prix unitaire et la conversion de devises, à l'aide de raisonnement proportionnel. (GMF10)	N3 : Résoudre des problèmes relatifs aux budgets personnels (facultatif).	
N2 : Démontrer une compréhension du revenu, y compris le traitement, le salaire, les contrats, les commissions et le salaire à la pièce pour calculer la paie brute et la paie nette. (GMF10)		
N3 : Démontrer une compréhension des services des institutions financières utilisés pour obtenir du financement et gérer les finances. (GMF10)		
N4 : Démontrer une compréhension des intérêts composés. (GMF10)		
N5 : Démontrer une compréhension des options de crédit, y compris les cartes de crédit et les prêts. (GMF10)		

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

En 10^e année, les élèves ont acquis une compréhension du revenu et ont calculé la paie brute et nette, y compris divers impôts et d'autres retenues sur la paie. Ils ont également exploré en détail les services offerts par les institutions financières et l'incidence de l'intérêt composé dans la mesure où il est lié à diverses options de crédit. Dans ce cours (N1, N2), ils ont pris en considération les options relatives à la location, au crédit-bail et à l'achat ainsi que les options de placement.

Ce résultat, N3, est facultatif. Cependant, s'il y a du temps en classe où un projet à l'intention des élèves pourrait être réalisé, ce résultat leur donnera l'occasion de mettre à profit toutes les connaissances financières qu'ils ont acquises et d'explorer la façon dont cette situation pourrait s'appliquer dans diverses circonstances de leur vie.

À mesure qu'ils élaborent des budgets, les élèves devraient explorer divers scénarios relatifs aux buts à court et à long terme, aux dépenses ordinaires et aux petites ou de grandes dépenses imprévues comme la perte d'un colocataire, une maladie, un incendie ou la perte d'un emploi.

Un **budget équilibré** est celui qui présente un revenu total égal à la somme des dépenses. Les **coûts fixes** sont des coûts qui ne changeront probablement pas d'un mois à l'autre, tandis que les **coûts variables** sont des coûts qui changeront probablement d'une semaine à l'autre ou d'un mois à l'autre.

RAS: N3: Résoudre des problèmes qui touchent les budgets personnels. [CN, PS, R, T]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer le revenu et les dépenses qui devraient être inclus dans un budget personnel.
- Expliquer les facteurs qui devraient être pris en compte lors de l'élaboration d'un budget, comme les dépenses prioritaires, les dépenses ordinaires et les dépenses imprévues.
- Créer un budget personnel fondé sur un revenu et des dépenses donnés.
- Recueillir de l'information sur le revenu et les dépenses et créer un budget.
- Modifier un budget pour atteindre un ensemble d'objectifs personnels.
- Faire une étude et une analyse, avec ou sans la technologie, en répondant aux questions « et si... » portant sur les budgets personnels.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Demander aux élèves d'explorer divers scénarios et d'élaborer des budgets personnels à partir de ces scénarios.
- Utiliser certaines ressources en ligne, offertes gratuitement, sur la littératie financière, comme :

www.getsmarteraboutmoney.ca

http://www.rbcroyalbank.com/products/personalloans/budget/budget-calculator.html (une ressource offerte par RBC pour explorer les implications financières des situations « et si... », comme la perte d'un emploi, le départ d'un colocataire, la maladie, etc.)
www.gailvazoxlade.com/articles.html

RAS: N3: Résoudre des problèmes qui touchent les budgets personnels. [CN, PS, R, T]

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement et d'évaluation suggérées

A Demander aux élèves d'utiliser un tableau similaire au tableau ci-dessous comme guide pour faire la liste de toutes les dépenses qu'ils pensent qu'ils pourraient avoir s'ils vivaient seuls ou avec un ou plusieurs colocataires (cette activité peut être utilisée comme activité de groupe).

Dépense	Montant (\$)
Coûts d'installation : Coûts uniques comme l'installation du téléphone, du câble ou de l'Internet; l'achat de meubles, de vaisselle, d'électroménagers.	
Loyer ou hypothèque	
Services publics : Électricité, téléphone, chauffage, câble.	
Alimentation : Denrées comme la farine, les épices, les condiments, les conserves, les aliments courants. Les mets préparés à la maison sont moins chers et généralement plus sains que les mets pris au restaurant.	
Transport : Transport public, vélo ou auto. Si vous avez une auto, vous devez prévoir les assurances, l'essence, l'entretien et le stationnement dans votre budget.	
Frais médicaux et dentaires: Les primes des programmes de soins de santé ou les coûts des lunettes, des verres de contact, des médicaments d'ordonnance et des soins dentaires qui ne sont pas couverts par un régime d'assurance-maladie provincial ou par un programme privé de soins de santé.	
Vêtements : Tenir compte des vêtements de travail et des vêtements saisonniers comme les bottes ou un manteau d'hiver.	
Divers : Cette catégorie peut comprendre le lavage, les divertissements, les articles de toilette et les articles de nettoyage. Tenir compte, également, des cadeaux achetés pour les anniversaires et les fêtes.	
Autre : Cette catégorie comprend tout ce qui n'est pas inclus dans les autres catégories comme le remboursement d'un prêt, les vacances, les abonnements ou les frais de formation.	
TOTAL DE TOUS LES COÛTS ESTIMÉS	

A Présenter divers scénarios aux élèves : vivre seul et travailler, vivre comme parent célibataire avec un enfant en bas âge ou un enfant d'âge scolaire, poursuivre des études tout en travaillant à temps partiel, travailler à temps plein, vivre comme famille à deux revenus avec deux enfants, entre autres. Demander aux élèves d'élaborer leur propre budget, qui comprend toutes leurs dépenses ou de remplir une grille de budget, comme celle de

http://moneyandyouth.cfee.org/en/resources/pdf/moneyyouth_chap9.pdf.

Cet exercice pourrait aussi être l'occasion pour les élèves de faire une entrevue avec une personne vivant dans une des situations énumérées ci-dessus pour obtenir un portrait réaliste des dépenses, et plus particulièrement des dépenses cachées.

RÉSUMÉ DES RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Fondements mathématiques 11.

[C] Communication [RP] Résolution de problèmes [L] Liens [R] Raisonnement [CE] Calcul mental et estimation [T] Technologie [V] Visualisation

Raisonnement logique 15 h

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement logique.

Résultats d'apprentissage spécifiques

- **RL1.** Analyser et prouver des conjectures à l'aide de raisonnement logique, pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, R]
- **RL2.** Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, RP, R, V]

Géométrie 30 h

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Résultats d'apprentissage spécifiques

- G1. Élaborer des preuves comportant les propriétés des angles et des triangles. [L, R, V]
- G2. Résoudre des problèmes comportant les propriétés des angles et des triangles. [L. RP. V]
- **G3.** Résoudre des problèmes comportant la loi du cosinus et la loi des sinus, y compris le cas ambigu. [L, RP, R]

Relations et fonctions 30 h

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement numérique et algébrique à l'aide de l'étude des relations.

Résultats d'apprentissage spécifiques

- **RF1.** Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables. [L, RP, T, V]
- **RF2.** Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. [L, RP, T, V]

Nombre 15 h

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens des chiffres dans les applications financières. Résultats d'apprentissage spécifiques

- N1. Analyser des coûts et des avantages associés à la location, au crédit-bail et à l'achat. [L, RP, R, T]
- **N2.** Analyser un portefeuille en termes du taux d'intérêt, du taux de réussite , du réussite global. [CE, RP. R. Tl
- N3. Résoudre des problèmes qui touchent les budgets personnels (facultatif). [L, RP, R, T]

RÉFÉRENCES

- Alberta Education, System Improvement Group. Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC), Consultation d'établissements d'enseignement postsecondaire, du monde des affaires et de l'industrie concernant leurs exigences en mathématiques de niveau secondaire : rapport final. Edmonton (Alberta), 2005. Disponible à http://www.wncp.ca/math/report_2006.pdf (consulté le 20 septembre 2007).
- Armstrong, Thomas. 7 Kinds of Smart: Identifying and Developing Your Many Intelligences. New York (NY), Plume, 1993.
- Banks, J. A. and C. A. M. Banks. *Multicultural Education: Issues and Perspectives*. 2^e éd., Boston (MA), Allyn and Bacon, 1993.
- British Columbia Ministry of Education. *The Primary Program: A Framework for Teaching*. Victoria (BC), ministère de l'Éducation de la Colombie-Britannique, 2000.
- Caine, Renate Nummela et Geoffrey Caine. *Making Connections: Teaching and the Human Brain*. Alexandria (VA), Association for Supervision and Curriculum Development, 1991.
- Hope, Jack A. et coll. *Mental Math in the Primary Grades*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications, 1988.
- McAskill, B. et al. WNCP Mathematics Research Project: Final Report. Victoria (BC), Holdfast Consultants Inc., 2004. Disponible à http://www.wncp.ca/math/Final_Report.pdf (consulté le 20 septembre 2007).
- National Council of Teachers of Mathematics. Computation, Calculators, and Common Sense: A Position of the National Council of Teachers of Mathematics, mai 2005. http://www.nctm.org/uploadedFiles/About_NCTM/Position_Statements/computation.pdf (consulté le 20 septembre 2007).
- Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens de collaboration concernant l'éducation (M-12). Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M-9, Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens, mai 2006. http://www.wncp.ca/math/ccfkto9.pdf (consulté le 4 décembre 2007). Alberta Education. LearnAlberta.ca: Planning Guides K, 1, 4, and 7, 2005-2008.
- Rubenstein, Rheta N. « Mental Mathematics beyond the Middle School: Why? What? How? » *Mathematics Teacher*, vol. 94, n° 6 (septembre 2001), p. 442–446.
- Shaw, J. M. et M. J. P. Cliatt. « Developing Measurement Sense ». P. R. Trafton (dir.), *New Directions for Elementary School Mathematics: 1989 Yearbook*, Reston (VA): National Council of Teachers of Mathematics, 1989, p. 149–155.
- Steen, L. A. On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy, Washington (DC), Mathematical Sciences Education Board, National Research Council, 1990.