

Mathématiques précalcul 110

Programme d'études de la 11^e année

Mise en œuvre – septembre 2012

Remerciements

Le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance du Nouveau-Brunswick est sincèrement reconnaissant du soutien apporté par les personnes et les groupes suivants dans l'élaboration du *Guide pédagogique « Le nombre, les relations et les fonctions 10 » pour le Nouveau-Brunswick* :

- le Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens de collaboration pour l'éducation, *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12*, janvier 2008, reproduction (ou adaptation) autorisée, tous droits réservés;
- le comité consultatif d'élaboration des programmes de mathématiques de niveau secondaire du Nouveau-Brunswick, composé de Bev Amos, Roddie Dugay, Suzanne Gaskin, Nicole Giberson, Karen Glynn, Beverlee Gonzales, Ron Manuel, Jane Pearson, Elaine Sherrard, Alyssa Sankey (UNB), Mahin Salmani (UNB) et Maureen Tingley (UNB);
- l'équipe de rédaction du programme de 11^e année du Nouveau-Brunswick, composée de Brice Betts, Richard Brown, Yvonne Caverhill, Mary Clarke, Cindy Doucet, Nancy Everett, Cindy Grasse, Nancy Hodnett, Bradley Lynch, Sheridan Mawhinney, Sean Newlands, Yvan Pelletier, Parise Plourde, Tony Smith et Jeff Taylor.
- Martha McClure, spécialiste en apprentissage des sciences et des mathématiques 9-12, ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance du Nouveau-Brunswick;
- les coordonnateurs de mathématiques, les mentors en numératie et les enseignants de mathématiques du Nouveau-Brunswick qui ont donné de précieux conseils durant toutes les phases de l'élaboration et de la mise en œuvre du présent document.

Table des matières

Survol du programme d'études de mathématiques 10–12	1
CONTEXTE ET FONDEMENT	1
CONVICTIONS À PROPOS DES ÉLÈVES ET DE L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES.....	2
<i>Objectifs pour doter les élèves d'une culture mathématique</i>	2
<i>Occasions de réussite</i>	3
<i>Diversité des perspectives culturelles</i>	3
<i>Adaptation aux besoins de tous les apprenants</i>	4
<i>Liens au sein du programme d'études</i>	5
LA NATURE DES MATHÉMATIQUES	5
<i>Changement</i>	5
<i>Constance</i>	6
<i>Régularités</i>	7
<i>Relations</i>	7
<i>Sens spatial</i>	7
<i>Incertitude</i>	7
ÉVALUATION	8
CADRE CONCEPTUEL DES MATHÉMATIQUES 10-12	10
LES PROCESSUS MATHÉMATIQUES	10
<i>Communication [C]</i>	11
<i>Résolution de problèmes [RP]</i>	11
<i>Liens [L]</i>	12
<i>Calcul mental et estimation [CE]</i>	12
<i>Technologie [T]</i>	13
<i>Visualisation [V]</i>	13
<i>Raisonnement [R]</i>	14
VOIES ET SUJETS D'ÉTUDE	15
<i>Objectifs des voies</i>	15
<i>Contenu des voies</i>	15
<i>Résultats d'apprentissage et INDICATEURS DE RÉUSSITE</i>	16
<i>But pédagogique</i>	16
RÉSUMÉ	17
FORME DU PROGRAMME D'ÉTUDES	18

<i>Résultats d'apprentissage spécifiques</i>	19
<i>L'algèbre et le nombre</i>	20
AN1 : Démontrer une compréhension de la valeur absolue de nombres réels.	20
AN2 : Résoudre des problèmes portant sur des radicaux et des expressions radicales et comportant des radicandes numériques et algébriques.	22
AN3 : Résoudre des problèmes renfermant des équations radicales (se limitant aux racines carrées).....	26
AN5 : Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).	32
AN6 : Résoudre des problèmes portant sur des équations rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).....	35
<i>Trigonométrie</i>	38
T1 : Démontrer une compréhension des angles en position standard [0° à 360°]..	38
T2 : Résoudre des problèmes comportant les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus et tangente) pour des angles de 0° à 360° en position standard.	41
<i>Les relations et les fonctions</i>	45
RF2 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limitées aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes.	50
RF3 : Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, de même que les coordonnées à l'origine.	54
RF4. Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, les coordonnées à l'origine, pour résoudre des problèmes.....	59
RF5 : Résoudre des problèmes faisant appel à des équations quadratiques.	63
RF6 : Résoudre algébriquement et graphiquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques à deux variables.....	67
RF7 : Résoudre des problèmes comportant des inéquations linéaires et quadratiques à deux variables.	70
RF8 : Résoudre des problèmes comportant des inéquations quadratiques dans une variable.....	72
<i>RÉSUMÉ DES RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE</i>	75
<i>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</i>	77

Survol du programme d'études de mathématiques 10–12

CONTEXTE ET FONDAMENT

La vision du programme de mathématiques est de favoriser la formation d'élèves dotés d'une culture mathématique qui sont en mesure de généraliser et d'appliquer les connaissances acquises et qui participent de façon active à la société.

Il est essentiel que le programme d'études de mathématiques reflète la recherche actuelle en matière de formation dans ce domaine. Dans ce but, le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12* du Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens a été adopté comme fondement du programme d'études révisé de mathématiques au Nouveau-Brunswick. Le Cadre commun des programmes d'études a été élaboré par les sept ministères de l'Éducation (Alberta, Colombie-Britannique, Manitoba, Territoires du Nord-Ouest, Nunavut, Saskatchewan et Yukon) en collaboration avec des enseignants, des administrateurs, des parents, des représentants du monde des affaires, des enseignants de niveau postsecondaire et d'autres personnes concernées.

Ce cadre détermine les convictions en matière d'apprentissage des mathématiques, les résultats d'apprentissage généraux et spécifiques et les INDICATEURS DE RÉUSSITE sur lesquels se sont accordés les sept provinces et territoires. Ce document repose sur la recherche à la fois nationale et internationale menée par le Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens et le National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Le programme d'études du Nouveau-Brunswick met l'accent sur des concepts clés spécifiques à chaque année qui visent à permettre à l'élève d'avoir une compréhension plus approfondie et, par conséquent, de mieux réussir. En outre, une attention particulière est portée sur le sens du nombre et les concepts d'opérations dans les premières années pour faire en sorte que les élèves acquièrent des bases solides en numératie.

L'objectif du présent document est de communiquer avec clarté à l'ensemble des partenaires éducatifs les attentes élevées en matière de formation en mathématiques pour les élèves. Du fait de l'importance accordée aux concepts clés chaque année, il est nécessaire de prendre le temps de s'assurer de la maîtrise parfaite de ces concepts. Les élèves doivent apprendre les mathématiques par la compréhension et l'acquisition active de nouvelles connaissances à partir de leurs expériences et de leurs connaissances antérieures (NCTM Principles and Standards, 2000).

CONVICTIONS À PROPOS DES ÉLÈVES ET DE L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

Le programme de mathématiques du Nouveau-Brunswick repose sur plusieurs postulats ou convictions clés en ce qui a trait à l'apprentissage des mathématiques émanant de la recherche et de l'expérience pratique dans ce domaine. Il s'agit des convictions suivantes :

- l'apprentissage des mathématiques est un cheminement actif et constructif;
- les apprenants possèdent chacun leur bagage de connaissances et d'expérience et apprennent au moyen d'approches diverses et à des rythmes différents;
- l'apprentissage est plus susceptible de se produire lorsque la matière est présentée en contexte et au sein d'un milieu favorisant l'exploration, la prise de risques et le raisonnement critique, tout en préconisant les attitudes positives et l'effort soutenu;
- l'apprentissage est plus efficace lorsque les attentes sont clairement définies à l'aide de l'évaluation et de la rétroaction continue.

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs qui ont tous des intérêts, des habiletés et des besoins qui leur sont propres. Chacun arrive à l'école avec son propre bagage de connaissances, son vécu et ses acquis. Un élément clé de la réussite du développement de la numératie est l'établissement de liens avec ces acquis et ce vécu.

Les élèves apprennent en donnant un sens à ce qu'ils font et ont besoin d'élaborer leur propre sens des mathématiques. Ce processus de construction du sens est favorisé lorsque les apprenants sont confrontés à des expériences mathématiques allant du simple au complexe et du concret à l'abstrait. Le recours à des modèles et à une gamme variée d'approches pédagogiques peut permettre de répondre à la diversité des styles d'apprentissage et des étapes de développement des élèves, et ainsi renforcer la formation de concepts mathématiques solides et transférables. À tous les niveaux, les élèves bénéficient du travail à l'aide de divers matériaux, outils et contextes, favorisant la concrétisation, lorsqu'ils renforcent leur compréhension de nouvelles idées mathématiques. Des discussions constructives peuvent leur permettre de faire des liens essentiels entre les représentations concrètes, imagées et symboliques des mathématiques.

L'environnement d'apprentissage doit valoriser et respecter les expériences et façons de penser de tous les élèves de manière à ce que les apprenants soient à l'aise pour prendre des risques intellectuels, poser des questions et établir des conjectures. Les élèves doivent pouvoir explorer des situations de résolution de problèmes afin de mettre en place des stratégies personnelles et d'acquérir une culture mathématique. Les apprenants doivent comprendre qu'il est acceptable de résoudre les problèmes de différentes façons et que les solutions peuvent varier.

Objectifs pour doter les élèves d'une culture mathématique

Les principaux objectifs de la formation en mathématiques sont de préparer les élèves à :

- utiliser les mathématiques en toute confiance pour résoudre des problèmes;
- communiquer et raisonner mathématiquement;
- reconnaître et valoriser les mathématiques;
- établir des liens entre les mathématiques et leurs applications;
- s'engager dans un apprentissage continu;
- devenir des adultes dotés d'une culture mathématique qui utiliseront les mathématiques pour contribuer à la société.

Les élèves ayant atteint ces objectifs seront en mesure de :

- mieux comprendre et apprécier les contributions des mathématiques à titre de science, de philosophie et d'art;
- faire preuve d'une attitude positive à l'égard des mathématiques;
- s'engager et persévérer dans des activités et des projets mathématiques;
- contribuer à des discussions mathématiques;
- prendre des risques pour effectuer des tâches mathématiques;
- faire preuve de curiosité.

Afin d'aider les élèves à atteindre ces buts, les enseignants sont invités à créer un climat d'apprentissage favorisant la compréhension des concepts par :

- la prise de risques;
- la pensée et la réflexion indépendantes;
- la mise en commun et la communication de connaissances mathématiques;
- la résolution de problèmes par l'intermédiaire de projets individuels et de projets de groupe;
- la recherche d'un approfondissement de la compréhension des mathématiques;
- la reconnaissance de la valeur des mathématiques au fil de l'histoire.

Occasions de réussite

Une attitude positive a de profondes répercussions sur l'apprentissage. Les milieux favorisant un sentiment d'appartenance, incitant les élèves à prendre des risques et offrant des occasions de réussite contribuent à faire naître et à entretenir une attitude positive et une bonne confiance en soi chez l'élève. Les élèves faisant preuve d'une attitude positive envers l'apprentissage des mathématiques sont susceptibles d'être plus motivés, mieux disposés à apprendre et à participer aux activités en classe, à persévérer face aux défis et de s'investir dans des pratiques réflexives.

Les enseignants, les élèves et les parents doivent reconnaître la relation évidente entre les domaines affectif et cognitif et miser sur les aspects affectifs contribuant à cultiver les attitudes positives. Pour réussir, les élèves doivent apprendre à se fixer des objectifs réalisables et à s'autoévaluer au fur et à mesure qu'ils cheminent vers leur atteinte.

Pour cheminer vers la réussite, de même que pour devenir des apprenants autonomes et responsables, les élèves doivent s'engager dans un processus réflexif continu qui suppose le réexamen et la réévaluation de leurs objectifs personnels.

Diversité des perspectives culturelles

Les élèves sont issus de diverses cultures, ont chacun leur vécu et fréquentent des milieux scolaires situés dans différents cadres : collectivités urbaines, rurales et isolées. Afin de favoriser l'apprentissage dans un contexte de grande diversité de connaissances, de cultures, de styles de communication, de compétences, d'attitudes, d'expériences et de types d'apprentissage des élèves, l'enseignant doit recourir à diverses stratégies d'enseignement et d'évaluation en classe.

Par exemple, des études révèlent que les élèves autochtones perçoivent souvent l'environnement au sein duquel ils vivent dans sa globalité et qu'ils apprennent mieux par l'intermédiaire d'une approche holistique. Cela signifie que ces élèves sont à la recherche de liens dans leurs apprentissages et qu'ils apprennent plus efficacement lorsque les mathématiques sont contextualisées, et non enseignées sous forme de composantes distinctes. Traditionnellement, au sein de la culture autochtone, l'apprentissage passe par la participation active et la dimension écrite revêt peu d'importance. L'apprentissage et la compréhension de l'élève passent par la communication orale, de même que par des applications et des expériences pratiques.

Il importe que les enseignants comprennent les signaux non verbaux et qu'ils y réagissent afin d'optimiser l'apprentissage et la compréhension mathématique chez l'élève. Les stratégies employées ne sauraient se limiter à l'intégration occasionnelle de sujets et de thèmes propres à une culture ou à une région en particulier, mais doivent tendre vers des objectifs plus élevés en matière d'éducation multiculturelle (Banks et Banks, 1993).

Les stratégies éducatives générales destinées à différents styles d'apprentissage au sein d'un groupe en particulier, culturel ou autre, pourraient ne pas convenir à tous les élèves d'un groupe. Il importe d'être conscient que les stratégies rendant l'apprentissage plus accessible à un groupe donné et s'appliquent également à des élèves ne faisant pas partie du groupe ciblé. L'enseignement axé sur la diversité favorise une meilleure réussite de l'apprentissage des mathématiques pour tous les élèves.

Adaptation aux besoins de tous les apprenants

Non seulement l'enseignement doit-il être adapté aux différences constatées dans le développement des élèves dès leur entrée scolaire et au fil de leur cheminement, mais il doit également être exempt de toute discrimination fondée sur le sexe ou la culture. Idéalement, le cours de mathématiques devrait comporter des occasions d'apprentissage optimales pour chacun des élèves. Au moment de la prise de décisions pédagogiques, il importe de tenir compte de la réalité des différences individuelles.

L'enseignant doit également comprendre les différents styles d'apprentissage des élèves et concevoir des stratégies d'enseignement qui s'y prêtent. Le recours à différents modes d'enseignement est de mise, par exemple, pour les élèves principalement visuels par rapport à ceux que les apprentissages pratiques rejoignent mieux. La conception d'activités pédagogiques correspondant à une diversité de styles d'apprentissage doit également transparaître dans les stratégies d'évaluation.

Conception universelle de l'apprentissage

La définition portant sur l'inclusion de tous les élèves énoncée par le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance indique que tout enfant a le droit de s'attendre à ce que ses résultats d'apprentissage, l'enseignement, l'évaluation, les interventions, l'accommodation, les modifications, les appuis, les adaptations, les ressources additionnelles et l'environnement pour l'apprentissage seront conçus afin de respecter le style d'apprentissage et les besoins et les forces de chacun.

La Conception universelle de l'apprentissage (CUA) est un [traduction] « cadre servant de guide aux pratiques éducatives qui offre de la souplesse dans la façon dont l'information est présentée, la façon dont les élèves réagissent ou démontrent des connaissances et des habiletés et la façon dont ils sont motivés. » Elle permet également « de réduire les embûches à l'enseignement, offre une accommodation appropriée ainsi que des appuis et des défis appropriés tout en maintenant des attentes élevées par rapport à tous les élèves, y compris les élèves faisant face à des difficultés et ceux qui font face à des limites dans leur connaissance de l'anglais (*ou du français*, NDR). » (CAST 2011)

En vue de miser sur les pratiques établies en matière de différenciation, le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance soutient la *Conception universelle de l'apprentissage*. Au Nouveau-Brunswick, les programmes d'études sont conçus à la lumière des valeurs de la conception universelle. Les résultats d'apprentissage sont mis au point de façon à ce que les élèves puissent avoir accès à leur apprentissage et le représenter de façons variées en se servant de modes différents. Trois principes de base de la CUA ont structuré la conception du présent programme d'études et les enseignants sont invités à les incorporer à mesure qu'ils planifient et qu'ils évaluent l'apprentissage de leurs élèves :

Plusieurs outils de représentation : offrir aux élèves différentes possibilités d'apprentissage en vue d'acquérir de l'information et des connaissances.

Plusieurs outils d'action et d'expression : offrir aux élèves différentes possibilités de démontrer ce qu'ils savent.

Plusieurs outils de motivation : Ils permettent de puiser à même les intérêts des élèves et leur lancent des défis appropriés, pour accroître la motivation.

Pour des renseignements complémentaires portant sur la *Conception universelle de l'apprentissage*, veuillez consulter le site Web suivant <http://www.cast.org/> (disponible en anglais seulement).

Liens au sein du programme d'études

Les enseignants doivent tabler sur les diverses occasions qui s'offrent à eux pour intégrer l'apprentissage des mathématiques à celui d'autres matières. Non seulement cette intégration permet-elle de démontrer aux élèves de quelle façon les mathématiques s'utilisent au quotidien, mais elle contribue également à renforcer leur compréhension des concepts mathématiques, en plus de leur donner des occasions de mettre en pratique leurs compétences mathématiques. Il existe de nombreuses possibilités d'intégration des mathématiques à la littérature, aux sciences, aux sciences humaines, à la musique, aux arts et à l'éducation physique.

LA NATURE DES MATHÉMATIQUES

Les mathématiques sont une façon de tenter de comprendre, d'interpréter et de décrire notre monde. La définition de la nature des mathématiques inclut plusieurs éléments, qui seront présents dans l'ensemble de ce document. Il s'agit notamment du **changement**, de la **constance**, du **sens du nombre**, des **relations**, des **régularités**, du **sens spatial** et de l'**incertitude**.

Changement

Il importe que les élèves se rendent compte que les mathématiques sont en état d'évolution constante et ne sont pas statiques. Ainsi, reconnaître le changement est un élément clé de la compréhension et de l'apprentissage des mathématiques. En mathématiques, les élèves sont exposés à des modalités de changement et ils devront tenter d'en fournir des explications. Pour faire des prédictions, les élèves doivent décrire et quantifier leurs observations, y rechercher des régularités, et décrire les quantités qui restent invariables et celles qui varient. Par exemple, la suite 4, 6, 8, 10, 12, ... peut être décrite de différentes façons, y compris les suivantes :

- compter par sauts de 2, à partir de 4;
- une suite arithmétique, avec 4 comme premier terme, et une raison arithmétique de 2;
- une fonction linéaire avec un domaine discret. (Steen, 1990, p. 184)

Les élèves doivent comprendre que les nouveaux concepts de mathématiques, de même que des changements à des concepts déjà acquis résultent de la nécessité de décrire et de comprendre de nouvelles notions mathématiques. Entiers, décimales, fractions, nombres irrationnels et nombres complexes apparaissent à l'élève quand il commence à explorer de nouvelles situations ne pouvant être décrites ni analysées efficacement au moyen d'entiers positifs.

C'est par le jeu mathématique que les élèves constatent le mieux les changements qui surviennent dans leur compréhension des concepts mathématiques.

Constance

La constance peut être décrite de différentes façons, soit en termes de stabilité, de conservation, d'équilibre, d'états stationnaires et de symétrie (AAAS–Benchmarks, 1993, p. 270). Les mathématiques, comme toutes les sciences, ont pour objet des propriétés qui ne changent pas, quelles que soient les conditions extérieures. En voici quelques exemples :

- l'aire d'un rectangle demeure la même, quelle que soit la méthode adoptée pour la déterminer;
- pour tout triangle, la somme des angles intérieurs est toujours égale à 180° ;
- la probabilité théorique d'obtenir le côté face après avoir lancé une pièce de monnaie est de 0,5.

La résolution de certains problèmes mathématiques exige que les élèves se concentrent sur des propriétés constantes. L'habileté des élèves à reconnaître de telles propriétés leur permet, par exemple, de résoudre des problèmes relatifs à la variation du taux de change, à la pente de droites données, à la variation directe, à la somme des angles de divers polygones, etc.

De nombreuses propriétés importantes en mathématiques demeurent inchangées en présence de conditions changeantes. Voici quelques exemples de constance :

- la conservation de l'égalité dans la résolution d'équations;
- la somme des angles intérieurs de tout triangle;
- la probabilité théorique d'un événement.

Pour résoudre certains problèmes de mathématiques, les élèves doivent se concentrer sur les propriétés qui demeurent constantes. La reconnaissance de la constance permet à l'élève de résoudre des problèmes supposant des taux de changement constants, des droites ayant une pente constante et des situations de variation directe.

Sens du nombre

Le sens du nombre, qui peut se définir comme étant une connaissance approfondie des nombres et une souplesse dans leur manipulation, est le fondement le plus important de la numératie (ministère de l'Éducation de la Colombie-Britannique, 2000, p. 146). Il est fondamental de continuer de favoriser le sens du nombre afin de permettre l'enrichissement de la compréhension mathématique chez l'élève.

Un véritable sens du nombre transcende les simples aptitudes de calcul, de mémorisation de faits et d'application procédurale des algorithmes en situation. L'élève ayant un bon sens du nombre est apte à juger si une solution est raisonnable, à décrire les relations entre différents types de nombres, à décrire des quantités et à travailler avec différentes représentations d'un même nombre afin d'approfondir sa compréhension conceptuelle des mathématiques.

L'élève acquiert le sens du nombre en établissant des liens entre les nombres et son vécu, de même qu'en recourant à des repères et à des référents. L'élève acquiert ainsi un raisonnement de calcul fluide, une bonne souplesse dans la manipulation des nombres et une bonne intuition des nombres. L'évolution du sens du nombre dérive habituellement de l'apprentissage plutôt que de l'enseignement direct. Cependant, l'acquisition du sens du nombre chez l'élève peut s'effectuer par l'intermédiaire de tâches mathématiques riches lui permettant d'établir des liens.

Régularités

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques. Tous les domaines mathématiques comprennent des régularités et c'est en les étudiant que les élèves établissent d'importants liens entre les concepts relevant d'un même domaine et de domaines différents.

Le fait de travailler avec des régularités permet aussi aux élèves d'établir des liens au-delà des mathématiques. La capacité d'analyser les régularités contribue à définir la façon dont les élèves comprennent leur environnement. Les régularités peuvent être représentées de façon concrète, visuelle, auditive ou symbolique. L'élève doit apprendre à passer avec aisance d'une représentation à une autre.

Les élèves doivent apprendre à reconnaître, à déployer, à créer et à utiliser des régularités mathématiques. Cette compréhension des régularités permet aux élèves de formuler des prédictions et de justifier leur raisonnement en situation de résolution de problèmes. Le fait d'apprendre à travailler avec les régularités permet aux élèves de développer leur pensée algébrique, un élément fondamental à l'apprentissage des mathématiques plus abstraites.

Relations

Les mathématiques servent à décrire et à expliquer des relations. La recherche de relations au sein des nombres, des ensembles, des figures, des objets, des variables et des concepts fait partie de l'étude des mathématiques. Cette recherche de relations possibles requiert la collecte et l'analyse de données numériques, l'analyse de régularités, de même que la description d'éventuelles relations sous forme visuelle, symbolique, verbale ou écrite.

Sens spatial

Le sens spatial a trait à la représentation et à la manipulation d'objets à trois dimensions et de figures à deux dimensions. Il permet aux élèves de procéder à des raisonnements et à des interprétations portant sur des représentations d'objets tridimensionnels et de figures bidimensionnelles.

Le sens spatial s'acquiert par l'intermédiaire d'expériences diverses réalisées à partir de modèles visuels et concrets. Il est un moyen d'interpréter l'environnement physique ainsi que les représentations bidimensionnelles et tridimensionnelles et une façon d'y réfléchir.

Certains problèmes supposent l'établissement de liens entre des nombres et des unités de mesure et les dimensions de certains objets. Le sens spatial permet à l'élève de prédire les effets qu'engendrera une modification de ces dimensions.

Le sens spatial est également essentiel à la compréhension, par l'élève, de la relation entre les équations et les graphiques de fonctions et, ultimement, de la façon dont les équations et les graphiques peuvent être utilisés pour illustrer des situations physiques.

Incertitude

En mathématiques, les interprétations de données et les prédictions effectuées à partir de données peuvent manquer de fiabilité.

Certains événements et certaines expériences donnent lieu à des ensembles de données statistiques pouvant servir à faire des prédictions. Il est important de reconnaître que les prédictions (interpolations et extrapolations) reposent sur des régularités comportant un certain degré d'incertitude. La qualité de l'interprétation est directement liée à la qualité des données. Le fait d'être conscient de la présence d'un facteur d'incertitude permet à l'élève d'évaluer la fiabilité des données et de l'interprétation qui en est faite.

La chance renvoie à la prévisibilité d'un résultat donné. Au fur et à mesure que les élèves développent leur compréhension de la probabilité, leur langage mathématique gagne en spécificité et permet de décrire le degré d'incertitude de façon plus précise. Ce langage doit être utilisé de façon efficace et correcte pour transmettre des messages judicieux.

ÉVALUATION

Une évaluation continue et interactive (*évaluation formative*) est essentielle à l'enseignement et l'apprentissage efficaces. Selon la recherche, les pratiques d'évaluation formative permettent des gains significatifs et souvent substantiels en matière d'apprentissage, comblent les écarts en matière de réussite et renforcent la capacité des élèves à acquérir de nouvelles compétences (Black & Wiliam, 1998; OCDE, 2006). La participation de l'élève à l'évaluation favorise l'apprentissage. L'évaluation interactive et la promotion de l'auto-évaluation permettent à l'élève de réfléchir sur sa compréhension des concepts et des idées mathématiques et de les formuler.

L'évaluation dans la salle de classe comprend :

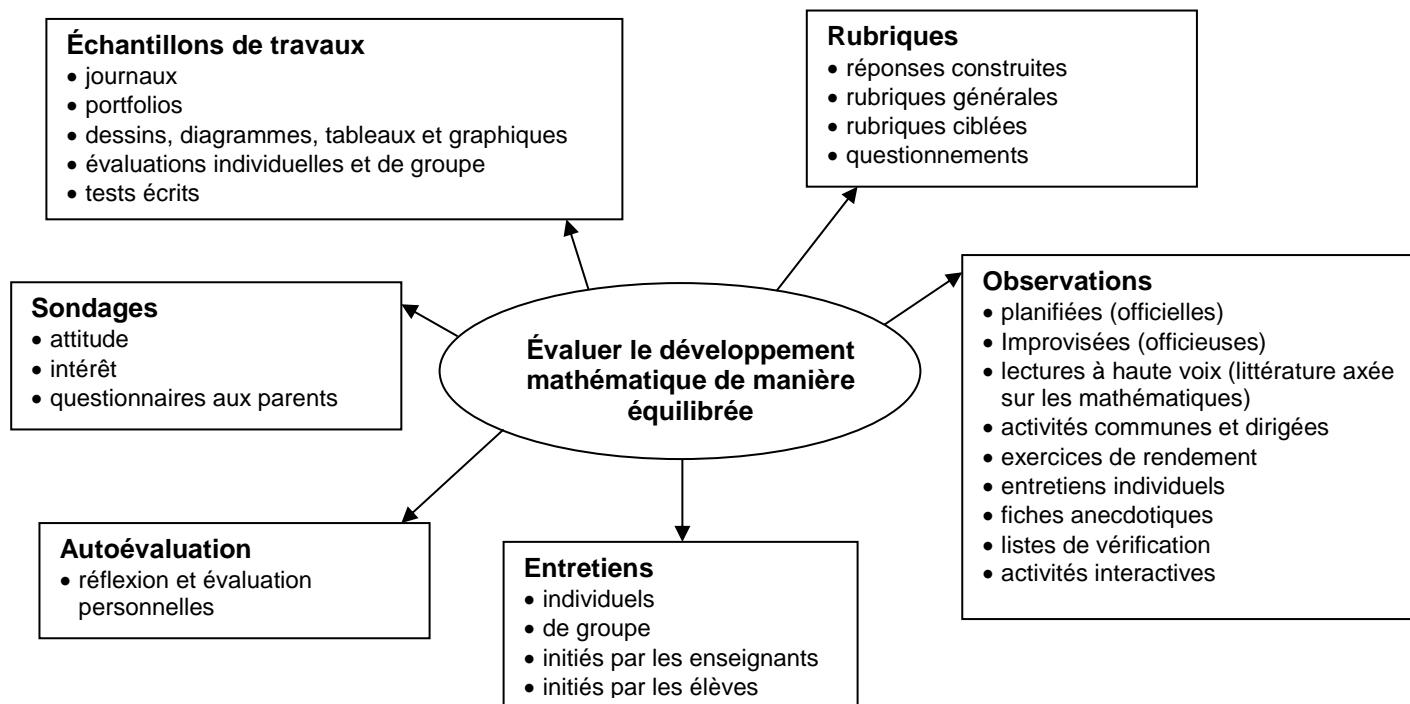
- l'établissement d'objectifs, de cibles et de résultats d'apprentissage clairement définis;
- l'utilisation de références, de rubriques et de modèles pour aider à clarifier les résultats à atteindre et à définir les caractéristiques importantes du travail;
- le suivi de la progression vers l'atteinte des résultats et la rétroaction, au besoin;
- la promotion de l'auto-évaluation;
- la promotion d'un environnement dans le cadre de la salle de classe où des discussions sur l'apprentissage ont lieu et où les élèves peuvent vérifier leurs idées ainsi que leurs résultats et acquérir une compréhension plus approfondie de leur apprentissage (Davies, 2000).

Les pratiques d'évaluation formative sont un échafaudage pédagogique à partir duquel l'apprentissage peut ensuite être mesuré au moyen d'une évaluation sommative. *L'évaluation sommative* ou évaluation de l'apprentissage suit les progrès de l'élève, offre de l'information sur les programmes éducatifs et aide dans la prise de décision. Ces deux formes d'évaluation sont nécessaires pour guider l'enseignement, favoriser l'apprentissage et favoriser la réussite.

L'évaluation de l'élève doit :

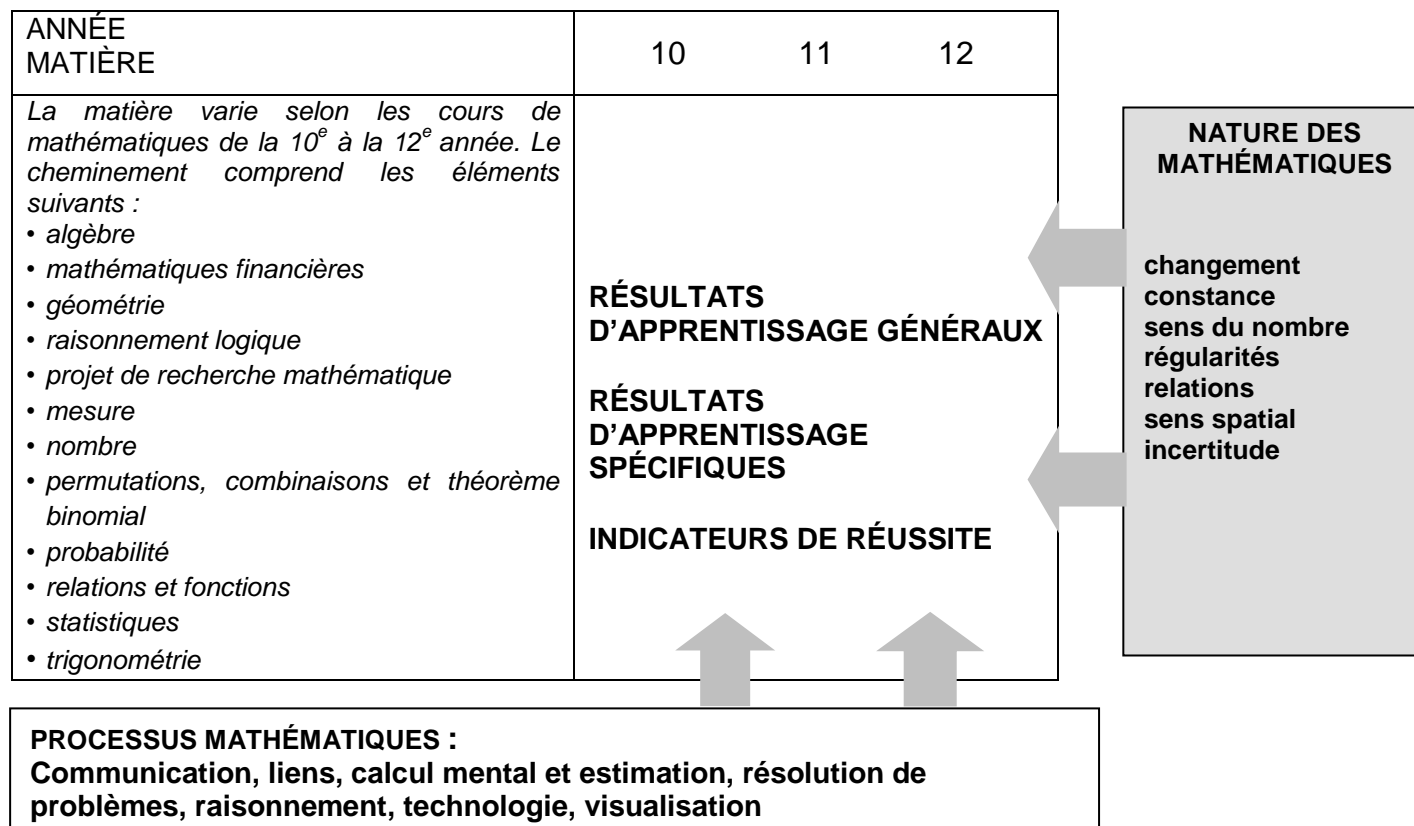
- correspondre aux objectifs du programme d'études;
- utiliser des critères clairs et utiles;
- promouvoir l'implication de l'élève dans l'apprentissage des mathématiques pendant et après le processus d'évaluation;
- utiliser une vaste gamme de stratégies et d'outils d'évaluation;
- produire des renseignements utiles afin d'améliorer la formation.

(Adapté de : NCTM, Mathematics Assessment : A practical handbook, 2001, p. 22)



CADRE CONCEPTUEL DES MATHÉMATIQUES 10-12

Le tableau ci-dessous présente un aperçu de l'influence des processus mathématiques et de la nature même des mathématiques sur les résultats d'apprentissage.



LES PROCESSUS MATHÉMATIQUES

L'intégration des éléments fondamentaux suivants au programme éducatif de mathématiques est essentielle pour permettre aux élèves d'atteindre les objectifs de formation en mathématiques et de les inciter à poursuivre leur apprentissage dans ce domaine durant toute leur vie.

Les élèves devront être en mesure :

- de communiquer afin d'apprendre des concepts et d'exprimer leur compréhension des mathématiques (communication : C);
- d'établir des liens entre des idées et d'autres concepts mathématiques, leur vécu quotidien et d'autres disciplines (liens : L);
- de démontrer une habileté en calcul mental et en estimation (calcul mental et estimation : CE);
- d'acquérir et d'appliquer de nouvelles connaissances mathématiques par l'intermédiaire de la résolution de problèmes (résolution de problèmes : RP);
- de développer le raisonnement mathématique (raisonnement : R);
- de choisir et d'utiliser des outils technologiques pour apprendre et résoudre des problèmes (technologie : T);
- d'acquérir des compétences en matière de visualisation afin de faciliter le traitement de l'information, l'établissement de liens et la résolution de problèmes (visualisation : V).

Le programme du Nouveau-Brunswick intègre ces sept processus mathématiques en interrelation qui doivent s'incorporer à l'enseignement et à l'apprentissage.

Communication [C]

Les élèves ont besoin d'occasions de lire, d'illustrer, de voir, d'écrire, d'entendre et de discuter de notions mathématiques. Ces occasions leur permettent de créer des liens entre, d'une part, leur propre langue et leurs propres idées et, d'autre part, le langage normalisé et les symboles mathématiques.

La communication joue un rôle important dans l'éclaircissement, l'approfondissement et la modification d'idées, de connaissances, d'attitudes et de croyances ayant trait aux mathématiques. Les élèves doivent être incités à employer diverses formes de communication dans le cadre de leur apprentissage des mathématiques. Ils doivent également communiquer leurs apprentissages en la matière à l'aide de la terminologie mathématique.

La communication peut aider les élèves à établir des liens entre des représentations concrètes, imagées, symboliques, verbales, écrites et mentales de concepts mathématiques.

Les nouvelles technologies permettent notamment aux élèves d'élargir leurs démarches de collecte de données et de mise en commun d'idées mathématiques au-delà de la classe.

Résolution de problèmes [RP]

La résolution de problèmes est l'un des processus essentiels et fondamentaux du domaine mathématique. L'apprentissage par la résolution de problèmes doit être au cœur du programme de mathématiques, et ce, à tous les niveaux. Les élèves acquièrent une compréhension véritable des concepts et des procédures mathématiques par la résolution de problèmes dans des contextes ayant un sens pour eux. La résolution de problèmes doit être intégrée à toute la matière et à tous les volets des mathématiques. Le processus de résolution de problème est enclenché lorsque les élèves font face à une nouvelle situation et doivent répondre à des questions comme : *Comment feriez-vous pour...?* ou *Comment pourriez-vous...?*. Les élèves se donnent leurs propres stratégies de résolution de problèmes en écoutant, en discutant et en faisant l'essai de différentes stratégies.

Pour qu'une activité repose sur la résolution de problèmes, elle doit amener les élèves à déterminer une façon d'utiliser leurs connaissances acquises afin d'arriver à la solution recherchée. Si on a déjà donné aux élèves des façons de résoudre le problème, il ne s'agit alors plus d'un problème, mais d'un exercice. Les élèves ne doivent pas être en mesure de trouver immédiatement la réponse. Un véritable problème nécessite, de la part des élèves, l'utilisation de leurs connaissances acquises à de nouvelles fins et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes nécessite et favorise l'investissement de l'élève et l'approfondissement de la compréhension des concepts. Les élèves s'investiront dans la résolution de problèmes liés à leur vie, à leur culture, à leurs intérêts, à leur famille ou à l'actualité.

Il est essentiel que l'élève comprenne des concepts et s'investisse pour être en mesure de l'amener à persévérer dans des tâches de résolution de problèmes. Les problèmes mathématiques ne se résument pas à de simples calculs intégrés à une histoire et ne sont pas de nature artificielle. Il s'agit de tâches riches et ouvertes, pouvant comporter différentes solutions ou diverses réponses. Un bon problème devrait permettre à chaque élève de la classe de faire état de ses compétences, de ses connaissances et de sa compréhension. La résolution de problèmes peut être une activité individuelle ou un projet pouvant impliquer la participation d'une classe entière (voire d'un groupe plus vaste).

Dans le cours de mathématiques, il existe deux types distincts de résolution de problèmes : la résolution de problèmes contextuels extérieurs aux mathématiques et la résolution de problèmes mathématiques. Un exemple de problème contextuel consisterait à trouver comment optimiser les profits d'une entreprise en tenant compte des contraintes de fabrication, tandis que chercher et développer une formule générale afin de résoudre une équation quadratique serait un problème mathématique.

La résolution de problèmes peut également être envisagée pour amener les élèves à se livrer à des stratégies de raisonnement inductif et déductif. En s'appropriant le problème, les élèves créeront des conjectures et rechercheront des régularités qu'ils pourront, par la suite, généraliser. Ce volet du processus de résolution de problème suppose souvent un raisonnement inductif. En recourant à des approches visant à résoudre un problème, les élèves migrent souvent vers un raisonnement mathématique de nature déductive. Il est essentiel d'inciter les élèves à s'investir dans les deux types de raisonnement et de leur offrir la possibilité d'envisager les approches et les stratégies employées par d'autres pour résoudre des problèmes semblables.

La résolution de problèmes est un outil pédagogique puissant qui favorise la recherche de solutions multiples, créatives et novatrices. Le fait de créer un environnement où les élèves recherchent ouvertement et trouvent diverses stratégies de résolution de problèmes leur permet d'acquérir la capacité d'explorer des solutions de rechange et les rend aptes à prendre, en toute confiance, des risques mathématiques intelligents.

Liens [L]

La mise en contexte et la création de liens avec les expériences des apprenants sont des processus déterminants pour le développement de la compréhension des mathématiques. Lorsque des liens sont effectués entre des idées mathématiques ou entre de telles idées et des phénomènes concrets, les élèves peuvent commencer à percevoir les mathématiques comme étant utiles, pertinentes et intégrées.

L'apprentissage des mathématiques dans certains contextes et la création de liens pertinents pour les apprenants peuvent contribuer à valider les expériences passées et disposer davantage les élèves à participer au processus et à s'y investir activement. Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens.

« Comme l'apprenant recherche constamment des liens à divers niveaux, les enseignants doivent orchestrer des expériences permettant à l'élève de tirer une compréhension... Les recherches sur le cerveau démontrent et confirment la nécessité d'expériences multiples, complexes et concrètes aux fins d'un apprentissage et d'un enseignement constructifs. » (Caine et Caine, 1991, p. 5).

Calcul mental et estimation [CE]

Le calcul mental est une combinaison de stratégies cognitives qui favorisent la souplesse de la pensée et le sens du nombre. Il s'agit de calculer dans sa tête sans recourir à des aide-mémoire extérieurs.

Le calcul mental permet à l'élève de trouver des réponses sans papier ni crayon, ce qui favorise l'amélioration de ses aptitudes en calcul par l'acquisition d'efficacité, de précision et de souplesse d'esprit.

« Encore plus importante que la capacité d'exécuter des procédures de calcul ou d'utiliser une calculatrice est l'acquisition d'habiletés dont les élèves ont besoin, plus que jamais, en estimation et en calcul mental. » (National Council of Teachers of Mathematics, mai 2005).

Les élèves démontrant des aptitudes en calcul mental *« sont libérés de toute dépendance à une calculatrice, acquièrent une confiance dans leur capacité de faire des mathématiques et une souplesse intellectuelle qui leur permet de recourir à de multiples approches en matière de résolution de problèmes. »* (Rubenstein, 2001).

Le calcul mental « *est la pierre angulaire de tout procédé d'estimation supposant un éventail d'algorithmes différents et de techniques non conventionnelles pour trouver des réponses.* » (Hope, 1988).

L'estimation est une stratégie visant à déterminer des valeurs ou des quantités approximatives, habituellement par l'intermédiaire de points de référence ou de jalons, ou à déterminer le caractère raisonnable de résultats de calculs. Les élèves doivent connaître les circonstances et les façons de procéder à des estimations et être en mesure de choisir la stratégie d'estimation à utiliser. L'estimation sert à poser des jugements mathématiques et à élaborer des stratégies utiles et efficaces pour gérer des situations de la vie quotidienne. Les élèves doivent apprendre quelle stratégie employer et comment l'utiliser pour procéder à une estimation.

Technologie [T]

La technologie peut être utilisée efficacement pour favoriser et faciliter l'apprentissage d'une grande diversité de résultats d'apprentissage en mathématiques. Elle permet aux élèves d'explorer et de créer des modèles, d'examiner des relations, de mettre des hypothèses à l'épreuve et de résoudre des problèmes.

Les calculatrices et les ordinateurs peuvent servir à :

- explorer et à démontrer des régularités et des relations mathématiques;
- organiser et à afficher des données;
- produire et à vérifier des hypothèses inductives;
- extrapoler et à interpoler;
- faciliter les procédures de calcul dans le cadre de la résolution de problèmes;
- mettre davantage l'accent sur la compréhension conceptuelle en réduisant le temps passé à effectuer des procédures répétitives;
- renforcer l'apprentissage de connaissances fondamentales;
- acquérir des procédures personnelles d'opérations mathématiques;
- simuler des situations;
- développer le sens du nombre et le sens spatial.

La technologie favorise un milieu d'apprentissage dans lequel la curiosité croissante des élèves peut engendrer d'importantes découvertes mathématiques à tous les niveaux. L'utilisation de la technologie ne doit pas se substituer à la compréhension mathématique. La technologie doit plutôt être une approche, un outil parmi plusieurs autres, visant à favoriser la compréhension mathématique.

Visualisation [V]

La visualisation « *met en jeu la capacité de penser au moyen de représentations visuelles et d'images et celle de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde spatio-visuel* » (Armstrong, 1993, p. 10). Le recours à la visualisation dans l'étude des mathématiques permet à l'élève de comprendre les concepts mathématiques et de créer des liens entre eux.

Les images visuelles et le raisonnement visuel sont d'importantes composantes de la compréhension des nombres, des dimensions et des mesures. L'élève recourt à la visualisation numérique lorsqu'il crée des représentations mentales des nombres. La capacité de créer, d'interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens spatial et du raisonnement spatial.

La visualisation spatiale et le raisonnement spatial permettent à l'élève de décrire les relations entre et parmi les objets à trois dimensions et les figures à deux dimensions.

La visualisation des mesures transcende la simple acquisition de compétences spécifiques en matière de mesure. Elle suppose également la capacité de l'élève à déterminer les circonstances lors desquelles il doit mesurer et estimer, de même que connaître plusieurs stratégies d'estimation (Shaw et Cliatt, 1989, p. 150).

La visualisation est favorisée par l'utilisation de matériaux concrets, d'outils technologiques et de diverses représentations visuelles. C'est par la visualisation que l'élève arrive à comprendre concrètement des concepts abstraits. La visualisation est un fondement pour l'enrichissement de la compréhension abstraite, de la confiance et de l'aisance.

Raisonnement [R]

Le raisonnement mathématique aide l'élève à réfléchir logiquement et à trouver un sens aux mathématiques. Les élèves doivent renforcer leur confiance en leurs capacités de raisonnement et de justification de leur raisonnement mathématique.

Des questions incitant les élèves à la réflexion, à l'analyse et à la synthèse les aideront à renforcer leur compréhension des mathématiques. Il est essentiel que tous les élèves aient à répondre à des questions du type : *Pourquoi est-ce vrai ou exact, selon toi?* ou *Qu'arriverait-il si...*

Les expériences mathématiques offrent aux élèves l'occasion de se livrer à des raisonnements inductifs et déductifs. Ils recourent à un raisonnement inductif lorsqu'ils explorent et notent des résultats, analysent des observations et font des généralisations à partir des réalités observées, pour ensuite mettre ces généralisations à l'épreuve. Ils ont recours à un raisonnement déductif lorsqu'ils arrivent à de nouvelles conclusions reposant sur l'application de ce qui est déjà connu ou supposé vrai. Les aptitudes de réflexion que l'on acquiert en mettant l'accent sur le raisonnement peuvent servir dans un riche éventail de disciplines et de contextes de la vie quotidienne.

VOIES ET SUJETS D'ÉTUDE

Le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10–12*, sur lequel s'appuie le programme de mathématiques 10–12 du Nouveau-Brunswick, régit des voies et des sujets d'étude plutôt que des domaines, comme dans le cas du *Cadre commun des programmes en mathématiques M–9*. Au Nouveau-Brunswick, tous les élèves de 10^e année suivent un programme commun composé de deux cours : *La géométrie, la mesure et les finances 10* et *Le nombre, les relations et les fonctions 10*. À compter de la 11^e année, trois voies sont offertes, soit : *Mathématiques pour les finances et le milieu de travail*, *Fondements mathématiques* et *Mathématiques précalcul*.

Dans chacun des sujets d'étude, les élèves devront acquérir une compréhension des concepts de base et un ensemble de compétences qui leur seront utiles, quel que soit le cours qu'ils auront choisi. Les élèves ont la possibilité de changer de voie, au besoin, selon leurs intérêts et dans le but de disposer du plus grand nombre d'options possible. Les sujets abordés dans une voie donnée prennent appui sur les connaissances antérieures et s'accompagnent d'une évolution allant d'une compréhension élémentaire à une compréhension conceptuelle plus élaborée.

Objectifs des voies

Les objectifs des trois voies consistent à permettre à l'élève d'acquérir la compréhension, les attitudes, les connaissances et les compétences nécessaires à la poursuite de ses études dans un programme postsecondaire particulier ou à son intégration au sein du marché du travail. Les trois voies permettent aux élèves d'acquérir une compréhension mathématique et de développer une démarche de pensée critique. C'est le choix des sujets d'étude par lesquels s'acquièrent ces compétences et cette connaissance qui varie d'une voie à une autre. Au moment de choisir une voie, l'élève doit tenir compte de ses champs d'intérêt actuels et futurs. L'élève, les parents et les enseignants sont invités à vérifier les exigences d'admission des divers programmes d'études postsecondaires qui varient d'un établissement à l'autre et d'une année à l'autre.

Contenu des voies

Chacune des voies a été conçue pour permettre à l'élève d'acquérir les connaissances mathématiques, la rigueur et les aptitudes de pensée critique ciblées dans le cadre de programmes d'études postsecondaires données, de même que pour l'intégration directe au marché du travail.

Le contenu des voies repose sur le *Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC) – Consultation d'établissements d'enseignement postsecondaire et du monde des affaires et de l'industrie concernant leurs exigences en mathématiques de niveau secondaire : Rapport final* et sur des consultations effectuées auprès des enseignants de mathématiques.

Mathématiques pour les finances et le milieu de travail

Cette voie a été conçue pour permettre à l'élève d'acquérir les connaissances mathématiques et la démarche de pensée critique ciblées pour son accession à la majorité des programmes de formation professionnelle et au marché du travail. Il y étudie notamment l'algèbre, les mathématiques financières, la géométrie, la mesure, le nombre, la statistique et la probabilité.

Fondements mathématiques

Cette voie vise à permettre à l'élève d'acquérir les connaissances mathématiques et la démarche de pensée critique ciblées pour son accession à des programmes d'études postsecondaires ne nécessitant pas l'étude du calcul différentiel et intégral. Il y étudie notamment les mathématiques financières, la géométrie, la mesure, le nombre, le raisonnement logique, les relations et les fonctions, la statistique et la probabilité.

Mathématiques précalcu

Cette voie a été conçue afin de permettre à l'élève d'acquérir les connaissances mathématiques et la démarche de pensée critique ciblées pour son accession à des programmes d'études postsecondaires nécessitant l'étude du calcul différentiel et intégral. L'élève y étudie notamment l'algèbre et le nombre, la mesure, les relations et les fonctions, la trigonométrie, les permutations, les combinaisons et le théorème binomial.

Résultats d'apprentissage et INDICATEURS DE RÉUSSITE

Le programme d'études du Nouveau-Brunswick est formulé en termes de résultats d'apprentissage généraux, de résultats d'apprentissage spécifiques et d'**INDICATEURS DE RÉUSSITE**

Les résultats d'apprentissage généraux (RAG) sont les énoncés d'ordre général des principaux apprentissages attendus des élèves dans chacune des voies et des volets. Ces résultats d'apprentissage pour chaque voie et chacun de ses volets demeureront les mêmes, quel que soit le niveau scolaire dont il sera fait référence.

Les résultats d'apprentissage spécifiques (RAS) sont les énoncés des notions précises et des habiletés connexes soutenues par les connaissances et la compréhension que les élèves doivent avoir acquises à la fin de chaque niveau scolaire. Pour les résultats spécifiques, l'expression « y compris » signifie que tous les éléments énumérés doivent être pris en considération pour atteindre le résultat d'apprentissage visé. L'expression « tel/telle que » indique que les éléments qui suivent sont proposés à titre explicatif et ne sont pas des exigences liées à l'atteinte du résultat d'apprentissage. Le terme « et » employé dans un résultat d'apprentissage indique que les deux éléments visés doivent être abordés aux fins de l'atteinte du résultat d'apprentissage ciblé. Il n'est cependant pas nécessaire qu'ils soient abordés simultanément, ni dans la même question

Les INDICATEURS DE RÉUSSITE sont des exemples de façons dont les élèves peuvent démontrer dans quelle mesure ils ont atteint les objectifs d'un résultat d'apprentissage spécifique. L'étendue des exemples fournis traduit la portée du résultat d'apprentissage spécifique correspondant. Le terme « et » employé dans un indicateur de réussite indique que les deux éléments visés doivent être abordés aux fins de l'atteinte du résultat d'apprentissage ciblé. Cependant, il n'est pas nécessaire qu'ils soient abordés simultanément, ni dans la même question.

But pédagogique

Chacune des voies du *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques*

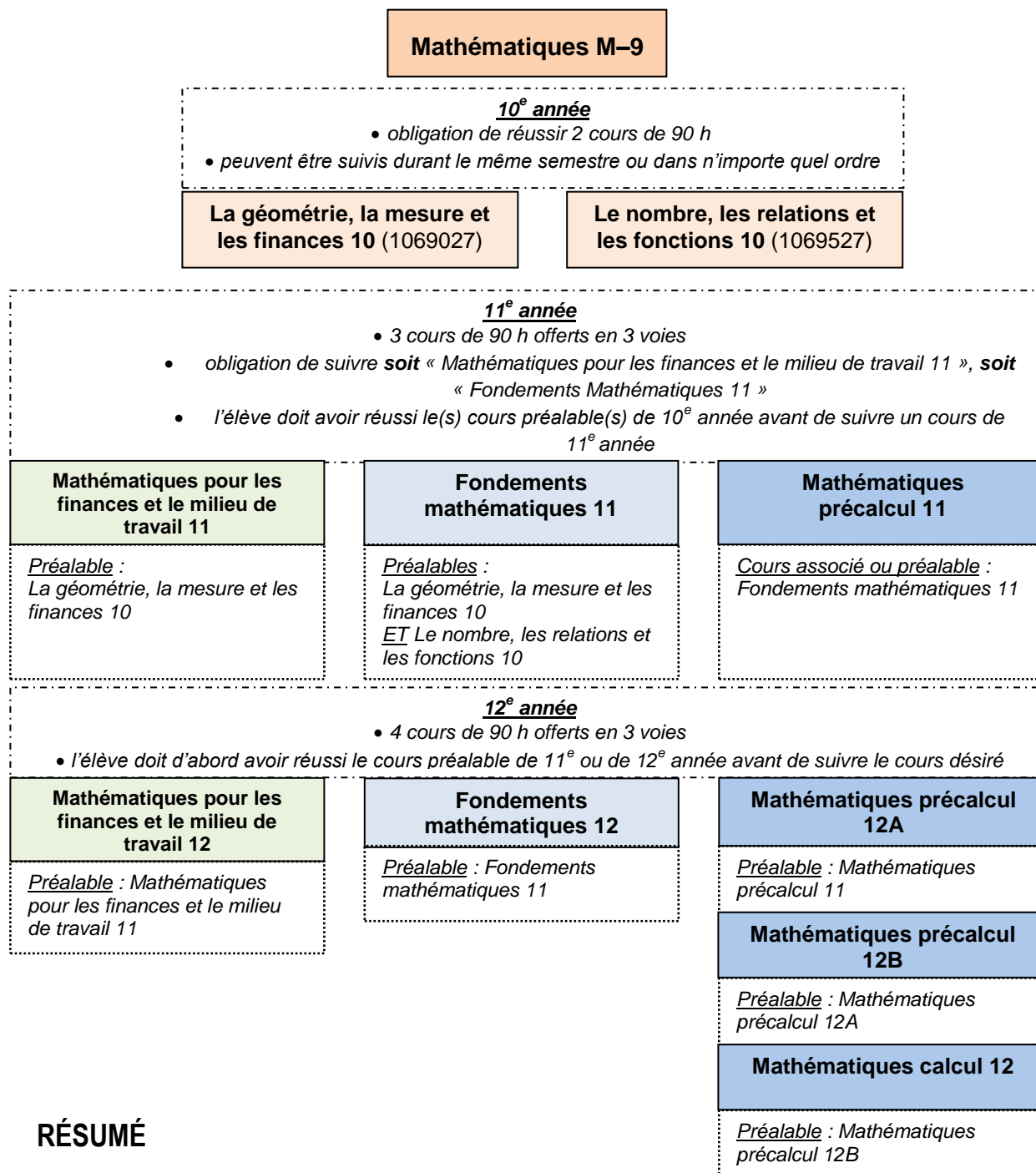
10–12 est organisée par sujet d'étude. Les élèves doivent établir des liens entre les concepts propres à un sujet donné et d'un sujet à l'autre pour enrichir leurs expériences d'apprentissage en mathématiques. La planification des activités d'enseignement et d'évaluation doit être effectuée en tenant compte des éléments suivants :

- Les processus mathématiques accompagnant un résultat d'apprentissage donné sont destinés à aider l'enseignant à choisir des approches pédagogiques efficaces pour l'enseignement et l'apprentissage permettant l'atteinte du résultat d'apprentissage visé.
- Les sept processus mathématiques doivent faire partie intégrante des approches d'enseignement et d'apprentissage et doivent appuyer les objectifs des résultats d'apprentissage.
- Dans la mesure du possible, l'enseignant utilisera des contextes significatifs dans les exemples, les problèmes et les projets.
- L'enseignement doit passer du simple au complexe et du concret à l'abstrait.
- La planification de l'évaluation doit traduire un équilibre entre l'évaluation au service de l'apprentissage, l'évaluation en tant qu'apprentissage et l'évaluation des apprentissages.

L'apprentissage doit être centré sur le développement de la compréhension des concepts et des procédures mathématiques. La compréhension des concepts doit être en lien direct avec les connaissances procédurales de l'élève.

Voies et cours

Le diagramme ci-dessous résume les voies et les cours offerts.



RÉSUMÉ

Le Cadre conceptuel des mathématiques 10–12 donne une description de la nature des mathématiques, des processus mathématiques, des voies et des sujets d'étude, de même que du rôle des résultats d'apprentissage et des INDICATEURS DE RÉUSSITE liés aux mathématiques 10–12. Les activités réalisées dans le cadre des cours de mathématiques doivent faire appel à une approche de résolution de problèmes intégrant les processus mathématiques et amenant l'élève à une compréhension de la nature des mathématiques.

FORME DU PROGRAMME D'ÉTUDES

Ce guide présente le programme de mathématiques par niveau scolaire pour que l'enseignant puisse disposer d'un aperçu de la portée des résultats d'apprentissage que doivent atteindre les élèves durant l'année. Les enseignants sont toutefois invités à examiner les éléments d'information précédents et suivants de ce document pour mieux comprendre comment les apprentissages de l'élève d'un niveau scolaire donné s'inscrivent dans un plus vaste ensemble d'acquisitions de concepts et d'habiletés.

L'ordre dans lequel figurent les éléments n'a pas pour objectif de déterminer ni de prescrire la séquence dans laquelle ils doivent être présentés en classe. Il vise plutôt à assortir les résultats d'apprentissage propres aux résultats d'apprentissage généraux (RAG) dont ils relèvent.

L'en-tête de chaque page présente le résultat d'apprentissage général (RAG) et le résultat d'apprentissage spécifique (RAS). Vient ensuite l'essentiel pour le processus mathématique, suivi d'une section intitulée Portée et séquence, ayant pour but de relier le résultat d'apprentissage propre aux résultats d'apprentissage de l'année précédente et de l'année suivante. Chaque RAS est assorti des rubriques suivantes : Explications détaillées, INDICATEURS DE RÉUSSITE, Stratégies pédagogiques suggérées et Questions et activités d'enseignement et d'évaluation suggérées. Les questions d'orientation apparaissant sous chacune des sections doivent être prises en considération.

RAG RAS : (résultat d'apprentissage spécifique et processus mathématique)		
[C] Communication [T] Technologie	[RP] Résolution de problèmes [V] Visualisation	[L] Liens [R] Raisonnement [CE] Calcul mental et estimation
<u>Portée et séquence</u>		
Mathématiques 9	Nombre, relations et fonctions 10 Géométrie, mesure et finances 10	Mathématiques pour les finances et le milieu de travail 11 (FW11) Fondements mathématiques 11 (FM 11) Mathématiques précalcul 11 (PC11)
<u>Explications détaillées</u> Cette section décrit le portrait d'ensemble des apprentissages à réaliser et leurs liens avec le travail fait au cours des années précédentes <u>Questions d'orientation :</u> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Qu'est-ce que je veux que mes élèves apprennent?</i> • <i>Qu'est-ce que je veux que mes élèves comprennent et soient capables de faire?</i> 		
<u>INDICATEURS DE RENDEMENT</u> Décrivent les indicateurs observables de l'atteinte ou de la non-atteinte des résultats spécifiques par les élèves <u>Questions d'orientation :</u> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Quel type de preuve donnée par l'élève vais-je rechercher pour savoir que l'apprentissage a eu lieu?</i> • <i>Que doivent démontrer les élèves pour démontrer leur compréhension des concepts et des compétences mathématiques?</i> 		

RAG RAS : (résultat d'apprentissage spécifique et processus mathématique)
<u>Stratégies pédagogiques suggérées</u> Approche et stratégies d'ordre général suggérées aux fins de l'enseignement de ce résultat <u>Questions d'orientation</u> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Quelles occasions d'enseignement et quelles expériences dois-je mettre en place pour favoriser les résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de démontrer ce qu'ils ont appris?</i> • <i>Quelles stratégies d'enseignement et quelles ressources dois-je utiliser?</i> • <i>Quelles mesures devrai-je mettre en place pour tenir compte de la diversité des besoins de mes élèves en matière d'apprentissage?</i>
<u>Questions (Q) et activités (A) d'enseignement et d'évaluation suggérées</u> Certaines suggestions d'activités particulières et certaines questions pouvant servir à l'enseignement et à l'évaluation <u>Questions d'orientation</u> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?</i> • <i>Comment vais-je harmoniser mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?</i> <u>Questions d'orientation</u> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Quelles conclusions peuvent être tirées des renseignements de l'évaluation?</i> • <i>Dans quelle mesure les approches d'enseignement ont-elles été efficaces?</i> • <i>Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement?</i>

Mathématiques précalcul 110

Résultats d'apprentissage spécifiques

RAS : AN1 : Démontrer une compréhension de la valeur absolue de nombres réels. [V, R]

[C] Communication
[T] Technologie

[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation

[L] Liens
[R] Raisonnement

[CE] Calcul mental et estimation

L'algèbre et le nombre

AN1 : Démontrer une compréhension de la valeur absolue de nombres réels.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
AN2 : Démontrer une compréhension des nombres irrationnels en représentant, en identifiant et en simplifiant des nombres irrationnels et en ordonnant des nombres irrationnels. (NRF10)	AN1 : Démontrer une compréhension de la valeur absolue de nombres réels.	RF8 : Monter une trousse d'outils pour l'analyse des fonctions. (PCB 120)

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Les élèves aborderont ici la notion de **valeur absolue** pour la première fois. Ils devront se familiariser avec le concept d'après lequel la valeur absolue représente la distance de tout nombre réel à partir de 0 sur une droite numérique. La valeur absolue est également désignée par le nom de magnitude du nombre.

Pour les cas généraux, tant $-a$ (a négatif) et $+a$ (a positif) sont des unités à partir de zéro et ont donc une valeur absolue de, représentée par les symboles. $|-a| = |a| = a$, where $a \in R$. Par exemple : (-5) représente 5 unités à partir de 0, tout comme $(+5)$, la valeur absolue de ces deux nombres est donc 5. Elle est symboliquement représentée par $|-5| = |5| = 5$. La racine carrée d'un nombre réel positif est toujours positive $\sqrt{x^2} = |x|$, on l'appelle racine carrée principale. La distance entre deux points sur une droite numérique et peut être déterminée à partir de la valeur absolue de la différence entre a et b , où $|a - b| = |b - a|$ et a and $b \in R$.

Les signes de valeur absolue sont considérés comme des parenthèses pour la priorité des opérations.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer la distance de deux nombres réels de la forme $\pm a$, $a \in R$ à partir de 0 sur une droite numérique et en établir le lien avec la valeur absolue de a ($|a|$).
- Déterminer la valeur absolue d'un nombre réel positif ou négatif.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, comment la distance entre deux points sur une droite numérique peut être exprimée en termes de valeur absolue.
- Déterminer la valeur absolue d'une expression numérique.
- Comparer et ordonner les valeurs absolues des nombres réels d'un ensemble donné.

RAS : AN1 : Démontrer une compréhension de la valeur absolue de nombres réels. [V, R]

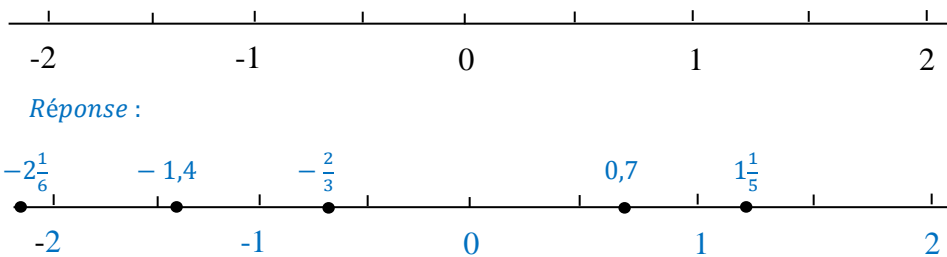
Stratégies pédagogiques suggérées

- Demander aux élèves de placer des nombres positifs et négatifs sur une droite numérique et de déterminer la distance de chaque nombre par rapport à 0.
- Demander aux élèves d'ordonner des nombres réels de formes diverses (décimales, fractions, entiers, nombres mixtes), y compris des valeurs absolues.
- Les élèves pourraient suivre un titre particulier (p. ex. le prix de l'or) et en observer la volatilité (le degré d'activité). Ils trouveront les prix des titres en ligne sur le site de la Bourse de Toronto.

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

Q Placer les nombres suivants sur la droite numérique ci-dessous :

a) $A(0,7)$, $B(-1,4)$, $C(-\frac{2}{3})$, $D(-2\frac{1}{6})$, $E(1\frac{1}{5})$



b) Déterminer la valeur absolue de chaque nombre. Réponse : $0,7$, $1,4$, $\frac{2}{3}$, $2\frac{1}{6}$, $1\frac{1}{5}$

c) Déterminer la distance entre B et E. Réponse : $|B - E| = |-1,4 - 1\frac{1}{5}| = 2,6$

d) Déterminer la distance entre C et D. Réponse : $|\frac{2}{3} - (-2\frac{1}{6})| = 1\frac{1}{2}$

Q Déterminez la valeur de $7|0,4 - 5| + |(-2)^3|$ Réponse : $40,2$

Q Placer les nombres suivants par ordre croissant :

$-2,5$, $|\frac{-16}{7}|$, -2 , $|-2\frac{6}{9}|$, $|-2,09|$, $-2\frac{3}{5}$ Réponse : $-2\frac{3}{5}$, $-2,5$, -2 , $|-2,09|$, $|\frac{-16}{7}|$, $|-2\frac{6}{9}|$

RAS : AN2 : Résoudre des problèmes portant sur des radicaux et des expressions radicales et comportant des radicandes numériques et algébriques. [L, CE, RP, R, T]

[C] Communication
[T] Technologie

[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation

[L] Liens
[R] Raisonnement

[CE] Calcul mental et estimation

AN2 : Résoudre des problèmes portant sur des radicaux et des expressions radicales et comportant des radicandes numériques et algébriques.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>AN2 : Démontrer une compréhension des nombres irrationnels en représentant, en identifiant et en simplifiant des nombres irrationnels et en ordonnant des nombres irrationnels. (NRF10)</p> <p>AN3 : Démontrer une compréhension des puissances ayant des exposants entiers et rationnels. (NRF10)</p>	<p>AN2 : Résoudre des problèmes portant sur des radicaux et des expressions radicales et comportant des radicandes numériques et algébriques.</p>	<p>RF5 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions radicales (se limitant aux fonctions comportant un radical). (PCB 120)</p>

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

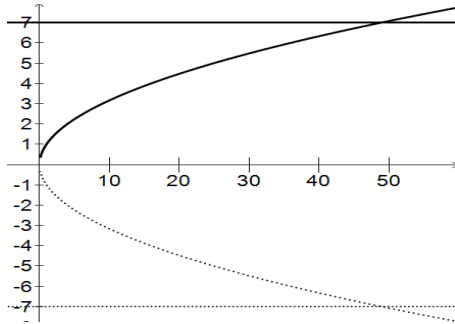
En 10^e année, les élèves ont représenté, relevé, simplifié et ordonné des expressions radicales, de même qu'ils ont exprimé des radicaux entiers sous forme de radicaux composés et inversement. Dans le présent résultat, les élèves devront définir la **racine carrée principale** et les radicandes comme ≥ 0 , et se familiariseront avec l'exécution d'opérations arithmétiques (additions, soustractions, multiplications et divisions) sur des expressions radicales. Cela comprendra les **radicaux numériques** et les **radicaux algébriques**. Ils apprendront également à **rationaliser un dénominateur**.

Si l'on simplifie des expressions radicales, l'addition ou la soustraction des radicaux ne peuvent être effectuées que lorsque les termes possèdent un même radicande. Par exemple, pour des radicaux numériques : $\sqrt{3} - 2\sqrt{5} + 4\sqrt{3} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{3} + \sqrt{5}$. Par exemple, pour des radicaux algébriques : $3\sqrt{x^5} - 2x^2\sqrt{x} = 3x^2\sqrt{x} - 2x^2\sqrt{x} = x^2\sqrt{x}$.

La racine carrée des nombres réels est positive; elle est désignée par le nom de **racine carrée principale**. Elle est exprimée symboliquement par $\sqrt{x^2} = |x|$. Si le symbole du radical est présent dans l'équation, alors la réponse est seulement la racine carrée principale. Toutefois, lorsqu'on résout $x^2 = 49$, on doit considérer les deux solutions possibles, soit $+7$ ou -7 .

En guise d'illustration de ce point, $y = \sqrt{x}$ est montré ci-dessous en tant que courbe pleine ne comprenant que des valeurs positives. Il s'agit pour les élèves de la première représentation graphique de $y = \sqrt{x}$. Le point (49,7) est représenté en tant qu'intersection de l'axe $y = \sqrt{x}$ et $y = 7$. Si des points négatifs, comme (49,-7), étaient inclus, montrés ci-dessous comme l'intersection de $y = -\sqrt{x}$ et $y = -7$, le graphique ne correspondrait plus à une fonction (il ne réussirait plus l'essai de ligne verticale).

RAS : AN2 : Résoudre des problèmes portant sur des radicaux et des expressions radicales et comportant des radicandes numériques et algébriques. [L, CE, RP, R, T]



En ce qui concerne les expressions radicales qui sont rationnelles, le radicande doit être supérieur ou égal à zéro. Lorsque le radicande comporte des variables, celles-ci doivent être définies pour vérifier la véracité. Par exemple, pour $\sqrt{x-2}$, le radicande, $x-2$, doit être égal ou supérieur à zéro; par conséquent, les solutions se limitent à $x \geq 2$. Pour $x + 2\sqrt{x^2(x-1)} = 9$, les solutions se limitent à $x \geq 1$.

Si le dénominateur contient un radical, l'expression doit être rationalisée pour produire un dénominateur rationnel. Cette opération s'effectue en multipliant tant le numérateur que le dénominateur par le radical du dénominateur. Dans les faits, on multiplie l'expression par 1 et, par conséquent, la valeur de l'expression demeure inchangée. Par exemple, l'expression ci-dessous, dont le dénominateur est un monôme, est rationalisée de la façon

$$\text{suivante : } \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Si le dénominateur est un binôme, il faut utiliser le **conjugué** du binôme pour rationaliser le dénominateur. Le conjugué d'un binôme comprend l'opération opposée, soustraction ou addition, entre les termes. Par exemple, le conjugué de $(2a-3)$ est $(2a+3)$. Les élèves ont vu les conjugués en 10^e année dans l'étude de la différence des carrés. Pour rationaliser un dénominateur binôme, le numérateur et le dénominateur sont tous deux multipliés par le conjugué du dénominateur, multipliant par l'équivalent de 1 et ne modifiant pas la valeur de l'expression. Par exemple : $\frac{3}{\sqrt{5}-1} = \frac{3}{\sqrt{5}-1} \left(\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}\right) = \frac{3\sqrt{5}+3}{4}$

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Comparer et ordonner les expressions radicales comportant des radicandes numériques dans un ensemble donné.
- Exprimer, sous forme composée (mixte), un radical donné sous forme entière.
- Exprimer, sous forme entière, un radical donné sous forme composée (mixte).
- Effectuer une ou plusieurs opérations pour simplifier des expressions contenant des radicaux numériques ou algébriques.
- Rationaliser le dénominateur d'une expression rationnelle comportant des dénominateurs qui sont des monômes ou des binômes.
- Décrire la relation entre la rationalisation du dénominateur d'une expression rationnelle dont le dénominateur comprend un binôme et le produit des facteurs d'une expression comportant la différence de deux carrés.

RAS : AN2 : Résoudre des problèmes portant sur des radicaux et des expressions radicales et comportant des radicandes numériques et algébriques. [L, CE, RP, R, T]

- Expliquez, à l'aide d'exemples, que $(-x)^2 = x^2$, $\sqrt{x^2} = |x|$, et $\sqrt{x^2} \neq \pm x$ (e.g., $\sqrt{9} \neq \pm 3$).
- Indiquer les valeurs de la variable pour lesquelles une expression radicale donnée est définie.
- Résoudre des problèmes comportant des équations de même que des inéquations qui comprennent des expressions radicales.
- Résoudre un problème comportant des expressions radicales.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Donner à chaque élève une expression radicale inscrite sur une carte et leur demander de l'ordonner sur une droite en fonction de la valeur.
- Donner aux élèves des cartes vierges et une liste de radicaux entiers. Leur demander d'écrire le radical entier sur une carte et le radical composé sur une autre carte. Utiliser ces cartes dans des jeux d'association comme « Mémoire », le jeu des familles et des jeux d'assemblages.
- Lorsqu'ils relèvent les valeurs possibles d'une variable dans une expression radicale donnée, demander aux élèves de se servir de la technologie graphique pour représenter graphiquement l'expression et rechercher où la fonction correspondante est définie.

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

Q Placer en ordre croissant : $\sqrt{5}$, $2\sqrt{3}$, $-\sqrt{3}$, $\sqrt{2^2}$, $\frac{\sqrt{9}}{3}$

Q Associer les expressions équivalentes suivantes :

- | | | |
|--------------------------|---------------------------|--|
| A. $\sqrt{a^9}$ | i. $\sqrt{98}$ | <i>Réponse : A = iv, B = ii, C = i, D = v, E = iii</i> |
| B. $\sqrt{32t^7}$ | ii. $4t^3\sqrt{2t}$ | |
| C. $7\sqrt{2}$ | iii. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ | |
| D. $\sqrt{300}$ | iv. $a^4\sqrt{a}$ | |
| E. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ | v. $10\sqrt{3}$ | |

Q Donner l'autre forme des expressions suivantes : s'il s'agit d'un radical entier, l'écrire dans sa forme composée; s'il s'agit d'un radical composé, l'écrire dans sa forme entière.

- a) $2\sqrt{a+1}$ b) $\sqrt{2d^2}$ c) $\sqrt{90t^5}$ d) $5x\sqrt{6x}$ e) $3^3\sqrt{y^2-2}$

Réponse : a) $\sqrt{4a+4}$ b) $d\sqrt{2}, d \geq 0$ c) $3t^2\sqrt{10t}$ d) $\sqrt{150x^3}$ e) $\sqrt[3]{27y^2-54}$

Q Simplifier les expressions suivantes :

- a) $\sqrt[3]{54x^5y^{12}}$ b) $\sqrt[4]{50\,000}$ c) $\sqrt{32t^2d^4}$ d) $\sqrt{1125x^9y^5}$

Réponse : a) $3xy^4\sqrt[3]{2x^2}$ b) $10\sqrt[4]{5}$ c) $4td^2\sqrt{2}, t \geq 0$ d) $15x^4y^2\sqrt{5xy}$

RAS : AN2 : Résoudre des problèmes portant sur des radicaux et des expressions radicales et comportant des radicandes numériques et algébriques. [L, CE, RP, R, T]

Q Simplifier les expressions suivantes :

a) $\sqrt{3}(2\sqrt{6} - 4\sqrt{5})$ b) $\frac{-12\sqrt{22}}{4\sqrt{11}}$ c) $5\sqrt{12} - 2\sqrt{3} + \sqrt{20} - 2\sqrt{125}$ d) $(4\sqrt{2} + 3)(\sqrt{7} - 5\sqrt{14})$

Réponse : a) $6\sqrt{2} - 4\sqrt{15}$ b) $-3\sqrt{2}$ c) $8\sqrt{3} - 8\sqrt{5}$ d) $-11\sqrt{14} - 37\sqrt{7}$

Q Déterminer les restrictions des valeurs de x dans les expressions radicales suivantes.

a) $\sqrt{2x+1}$ b) $\frac{3}{\sqrt{x-9}}$ c) $\frac{4-\sqrt{6x}}{8}$ Réponse : a) $x \geq -\frac{1}{2}$ b) $x > 9$ c) $x \geq 0$

Q Philippe détermine les valeurs de x dans l'expression radicale $\sqrt{3-7x}$ ainsi :

$$\begin{aligned} 3-7x &> 0 \\ -7x &> -3 \\ x &> \frac{3}{7} \end{aligned}$$

- a) Relever, expliquer et corriger les erreurs, s'il y a lieu.
b) Expliquer pourquoi il existe des restrictions pour les expressions radicales comportant un radicande algébrique.

Réponses : a) 1) doit être \geq puisque $\sqrt{0}$ est permis 2) la division par $-$ inverse le signe \leq
b) le radicande ne peut pas être un nombre négatif (dans le système des nombres réels)

Simplifiez chaque expression :

a) $\frac{\sqrt{12x^2}}{\sqrt{3x+2}}$ b) $\frac{4\sqrt{5}}{3\sqrt{2n}}$ c) $\frac{11}{\sqrt{5}+3}$ Réponses : a) $\frac{6x\sqrt{x}-4x\sqrt{3}}{3x-4}, x \geq 0$ b) $\frac{4\sqrt{10n}}{6n}$ c) $\frac{33-11\sqrt{5}}{4}$

RAS : **AN3 : Résoudre des problèmes renfermant des équations radicales (se limitant aux racines carrées).** [C, RP, R]

[C] Communication [RP] Résolution de problèmes [L] Liens [CE] Calcul mental et estimation
[T] Technologie [V] Visualisation [R] Raisonnement

AN3 : Résoudre des problèmes renfermant des équations radicales (se limitant aux racines carrées).

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>AN2 : Démontrer une compréhension des nombres irrationnels en représentant, en identifiant et en simplifiant des nombres irrationnels et en ordonnant des nombres irrationnels. (NRF10)</p> <p>AN3 : Démontrer une compréhension des puissances ayant des exposants entiers et rationnels. (NRF10)</p> <p>AN4 : Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, à des binômes et à des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique. (NRF10)</p>	<p>AN3 : Résoudre des problèmes renfermant des équations radicales (se limitant aux racines carrées).</p>	<p>RF5 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions radicales (se limitant aux fonctions comportant un radical). (PCB 120)</p>

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Dans le résultat précédent, les élèves ont travaillé avec les expressions radicales. Dans le présent résultat, ils utiliseront ces aptitudes pour résoudre des problèmes comprenant des équations radicales en veillant bien à ce que les solutions aux équations radicales soient restreintes à celles qui satisfont l'équation d'origine : le radicande doit être ≥ 0 , et la ou les solutions doivent être vérifiées par rapport à l'équation d'origine.

Pour résoudre une équation radicale, si un radical est déjà présent, il doit être isolé d'un côté en premier avant de mettre les deux côtés au carré. Si cela entraîne une équation quadratique, elle peut être résolue au moyen de techniques de factorisation ou au moyen de la formule quadratique étudiée dans le cours *Fondements mathématiques 110*.

Toutes les solutions doivent répondre à la fois à la restriction que le radicande corresponde à ≥ 0 , et **également** satisfaire à l'équation d'origine, ce qui est vérifié en substituant la solution dans l'équation d'origine. En mettant les deux côtés au carré pour résoudre une équation, les racines négatives et positives seront obtenues comme solutions. Toutefois, seule la solution positive ou la racine carrée principale est valide, comme le démontre la vérification par substitution. Si les racines ne satisfont pas à l'équation d'origine, elles sont des solutions non valides et se nomment **racines étrangères**.

Calcul de x

$$x + 2\sqrt{x-1} = 9 \text{ (restriction } x \geq 1)$$

$$2\sqrt{x-1} = 9 - x$$

$$(2\sqrt{x-1})^2 = (9-x)^2$$

$$4x - 4 = 81 - 18x + x^2$$

$$0 = (x-5)(x-17)$$

$$x = \{5, 17\}$$

Vérification $x = 5$

$$x + 2\sqrt{x-1} = 9$$

Côté gauche

$$5 + 2\sqrt{5-1}$$

$$= 5 + 2(2)$$

$$= 9$$

Côté droit

Vérification $x = 17$

$$x + 2\sqrt{x-1} =$$

Côté gauche

$$17 + 2\sqrt{17-1}$$

$$= 17 + 2(4)$$

$$= 25$$

Côté droit

RAS : AN3 : Résoudre des problèmes renfermant des équations radicales (se limitant aux racines carrées). [C, RP, R]

Tant 5 que 17 ≥ 1 , donc $= 9$ $= 9$
 les deux racines satisfont la restriction. $\text{Côté gauche} = \text{Côté droit}$ $\text{Côté gauche} \neq \text{Côté droit}$
 $\therefore 5$ est une solution valide $\therefore 17$ est une racine étrangère

Il ne faut pas confondre les racines étrangères avec les réponses qui n'ont pas de sens dans le contexte d'un problème donné sous forme d'énoncé. Par exemple :

La profondeur d'un sous-marin en particulier peut être exprimée comme une fonction de temps. La formule est $d = t^2 + 9t - 36$. Quand le sous-marin refera-t-il surface? Calcul de t alors que $d = 0$ (la profondeur est de 0 à la surface) :

$$\begin{aligned} 0 &= t^2 + 9t - 36 \\ 0 &= (t - 3)(t + 12) \\ t &= \{3, -12\} \end{aligned}$$

Même si la vérification montre que -12 est valide, un temps négatif de 12 secondes n'a pas de réalité; cette réponse est donc incorrecte.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

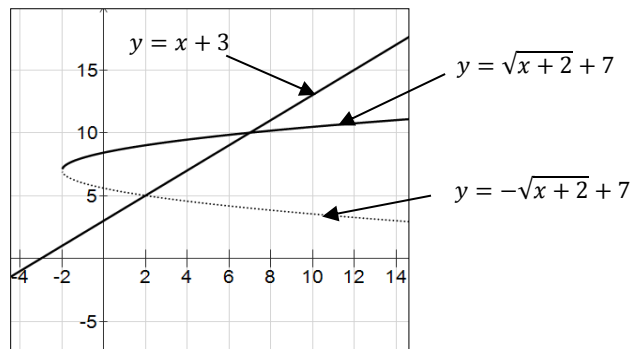
- Déterminer toute restriction sur les valeurs de la variable dans une équation contenant des radicaux.
- Déterminer algébriquement les racines d'une équation contenant des radicaux et expliquer le processus utilisé pour résoudre l'équation.
- Vérifier, par substitution, que chaque résultat de la résolution algébrique d'une équation contenant des radicaux est une racine de l'équation.
- Expliquer pourquoi certaines des racines qui résultent de la résolution algébrique d'une équation contenant des radicaux sont étrangères.
- Résoudre des problèmes en modélisant une situation comportant une équation contenant des radicaux.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Lors de la présentation de la restriction qui indique que le radicande ne peut pas être négatif dans les expressions radicales, passer d'expressions algébriques plus simples à plus complexes. Par exemple :
 pour $\sqrt{x}, x \geq 0$ pour $\sqrt{x-2}, x \geq 2$ pour $\sqrt{5x+17}, x \geq -3\frac{2}{5}$ pour $\sqrt{(-2x-19)}, x \leq -9\frac{1}{2}$
- Inciter les élèves à réfléchir en leur présentant un éventail de questions comprenant le calcul d'une variable dans une équation comportant un seul radical, le calcul d'une variable dans une équation comportant deux radicaux, et la résolution de problèmes sous forme d'énoncés comportant un radical.
- À titre d'aide, utiliser une calculatrice graphique (ou une table de valeurs) pour représenter graphiquement des racines étrangères. Par exemple, pour $x + 3 = \sqrt{x+2} + 7$, deux racines sont trouvées $x = \{2, 7\}$, mais la validation démontre que 2 correspond à une racine étrangère. Pour illustrer que la solution $x = 7$ correspond à la solution correcte, effectuer le graphique de $y = x + 3$ et $y = \sqrt{x+2} + 7$ pour montrer leur intersection à $x = 7$. La racine

RAS : AN3 : Résoudre des problèmes renfermant des équations radicales (se limitant aux racines carrées). [C, RP, R]

étrangère à $x = 2$ n'intersecte pas $y = \sqrt{x+2} + 7$, mais se trouve seulement à l'intersection de $y = x + 3$ et $y = -\sqrt{x+2} + 7$.



Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

Q Calculer la valeur de x

a) $4\sqrt{x+1} - 5 = 7$ b) $\sqrt{3x} + 4 = \sqrt{2x+1} + 5$

Réponses :

a) restriction $x \geq -1$, $x = 8$ répond à la restriction substituer : $CG = CD = 7 \therefore x = 8$ est une solution valide

b) restrictions $x \geq 0$, $x \geq -\frac{1}{2}$

résoudre x , $x = 0$, $x = 12$

Lorsque $x = 0$, $CG = 4$ et $CD = 6$, $CG \neq CD \therefore x = 0$ est une racine étrangère

Lorsque $x = 12$, $CG = CD = 10$, $\therefore 12$ est une solution valide

Q La période (T) d'un pendule peut être exprimée par la formule $T \sim 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, dans laquelle

l représente la longueur du pendule et g représente la constante de gravitation. Quelle est la constante de gravitation sur la lune, sachant qu'un pendule de 2 mètres a une période de 7,02 secondes?

Réponse: $7,02 \text{ sec} \cong 2\pi \sqrt{\frac{2\text{m}}{g}} \therefore g \cong 1.6 \text{ m/sec} \therefore \text{La const. grav. de la lune} \cong 1.6 \text{ m/sec}$

(Remarque destinée à l'enseignant : Vous calculez la valeur de « g ». Dans le cas présent, il n'y a pas lieu de se préoccuper de la restriction concernant un radicande négatif, mais il faudra tenir compte de la restriction où g n'est pas égal à zéro parce qu'il est un dénominateur.

RAS : AN4 : Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). [C, CE, R]

[C] Communication	[RP] Résolution de problèmes	[L] Liens	[CE] Calcul mental et estimation
[T] Technologie	[V] Visualisation	[R] Raisonnement	

AN4 : Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>AN4 : Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, à des binômes et à des trinômes) de façon concrète, illustrée et symbolique. (<i>NRF10</i>)</p> <p>AN5 : Démontrer une compréhension des facteurs (diviseurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes de façon concrète, illustrée et symbolique. (<i>NRF10</i>)</p>	<p>AN4 : Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).</p>	<p>RF7 : Reproduire graphiquement et analyser des fonctions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). (<i>PCB 120</i>)</p>

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Pour quelques-uns des prochains résultats, les élèves s'appuieront sur de nombreuses aptitudes acquises lors de cours précédents pour exprimer des expressions rationnelles en formes équivalentes. Ils approfondiront leurs connaissances des opérations sur les polynômes et feront appel à leurs aptitudes en factorisation des polynômes pour simplifier les expressions rationnelles.

Le présent résultat est axé sur le développement et la comparaison de stratégies de création de formes équivalentes d'expressions rationnelles qui comprennent celles avec des variables dans le numérateur ou le dénominateur.

Les valeurs des expressions rationnelles qui font en sorte que le dénominateur est égal à zéro ou à des valeurs non permises seront démontrées. Les valeurs non permises sont des valeurs spécifiques auxquelles la solution ne doit pas correspondre pour être valide.

RAS : AN4 : Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). [C, CE, R]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Comparer les stratégies de représentation d'expressions rationnelles sous une forme équivalente aux stratégies employées dans le cas de nombres rationnels.
- Expliquer pourquoi une valeur donnée de la variable n'est pas permise dans une expression rationnelle.
- Déterminer les valeurs non permises de la variable dans une expression rationnelle.
- Déterminer une expression rationnelle équivalente à une expression rationnelle donnée en multipliant le numérateur et le dénominateur par un même facteur (limité à un monôme ou à un binôme), et indiquer les valeurs non permises de la variable de l'expression rationnelle équivalente.
- Simplifier une expression rationnelle.
- Expliquer pourquoi les valeurs non permises de la variable d'une expression rationnelle et de sa forme irréductible sont les mêmes.
- Repérer et corriger toute erreur dans une simplification d'une expression rationnelle et expliquer le raisonnement.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Revoir les fractions équivalentes et établir le lien entre ces aptitudes et la formulation d'expressions rationnelles équivalentes. Commencer par multiplier le numérateur et le dénominateur par un même facteur, puis passer graduellement à la multiplication du numérateur et du dénominateur par une même expression algébrique.
Par exemple : $\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{2}\right) = \frac{2}{6}$ à $\frac{x+3}{5} \times \left(\frac{3}{3}\right) = \frac{3x+9}{15}$ à $\frac{x}{2x-5} \times \frac{(x+1)}{(x+1)} = \frac{x^2+x}{2x^2-3x-5}$
- Revoir la factorisation de polynômes en tant que base d'apprentissage de la simplification d'expressions rationnelles et de détermination des valeurs non permises pour les variables pour que le dénominateur n'égale pas zéro.

Par exemple :

$$\text{Factoriser } \frac{4x+12}{2x^2+7x+3} = \frac{4(x+3)}{(2x+1)(x+3)} = \frac{4}{2x+1} \quad x \neq -\frac{1}{2}, -3$$

et se servir de la factorisation pour simplifier et déterminer les valeurs non permises

Remarque : tant $-\frac{1}{2}$ que -3 sont des valeurs non permises,

même si -3 mène à une réponse rationnelle dans l'expression simplifiée $\frac{4}{2x+1}$.

RAS : AN4 : Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). [C, CE, R]

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

Q Énoncer l'opération et la quantité à appliquer au numérateur et au dénominateur de la première expression pour obtenir la deuxième expression équivalente.

a) $\frac{3s}{2q}, \frac{3s^2q}{2sq^2}$ b) $\frac{-3(x+3)}{x^2-9}, \frac{-3}{(x-3)}, x \neq 3$ c) $\frac{2x-2}{x^2+1}, \frac{2(x^2-x)}{x^3+x}$ d) $\frac{1}{s^2-1}, \frac{s^2+1}{s^4-1}$

Réponses : a) $\times \frac{sq}{sq}$ b) $\div \frac{(x+3)}{(x+3)}$ c) $\times \frac{x}{x}$ d) $\times \frac{s^2+1}{s^2+1}$

Q Indiquer les valeurs non permises et simplifier les expressions rationnelles suivantes :

a) $\frac{-2m^3n}{6m^2n^4}$ b) $\frac{2x^2+5x-7}{x^2-2x-3}$ c) $\frac{12x^2-54x+24}{3x^2-3x-36}$
 d) $\frac{5x-20}{12-3x}$ e) $\frac{x^2-36}{3x^2-16x-12}$

Réponses : a) $\frac{-1m}{3n^3} m \neq 0, n \neq 0$ b) $\frac{(2x+7)(x-1)}{(x-3)(x+1)} x \neq 3, -1$ c) $\frac{2(2x-1)}{x+3} x \neq 4, -3$
 d) $\frac{-5}{3} x \neq 4$ e) $\frac{x+6}{3x+2} x \neq -\frac{2}{3}, 6$

Q Diane s'est trompée lors de la simplification de l'expression rationnelle suivante. Identifier la ou les erreurs et donner la réponse correcte :

$$\frac{4x^2 + 8x - 140}{25 - x^2} = \frac{4(x^2 + 2x - 35)}{25 - x^2} = \frac{4(x + 7)(x - 5)}{(5 + x)(5 - x)} = \frac{4(x + 7)}{5 + x}$$

Réponse : $\frac{4x^2+8x-140}{25-x^2} = \frac{4(x+7)(x-5)}{-1(x+5)(x-5)} = \frac{-4(x+7)}{x+5}$

Remarque : Même en simplifiant incorrectement, on obtient des valeurs non permises correctes, $x \neq \pm 5$

Activité : À mesure que les élèves entrent en classe, leur donner une expression rationnelle inscrite sur une carte et leur demander de trouver un camarade qui a en main une expression rationnelle dont au moins une valeur non permise est identique.

RAS : **AN5 : Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).** [C, CE, R]

[C] Communication
[T] Technologie

[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation

[L] Liens
[R] Raisonnement

[CE] Calcul mental et estimation

AN5 : Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>AN4 : Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, à des binômes et à des trinômes) de façon concrète, illustrée et symbolique. (NRF10)</p> <p>AN5 : Démontrer une compréhension des facteurs (diviseurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes de façon concrète, illustrée et symbolique. (NRF10)</p>	<p>AN5 : Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).</p>	<p>RF7 : Reproduire graphiquement et analyser des fonctions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). (PCB 120)</p>

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Pour ce résultat d'apprentissage, les élèves appliqueront des aptitudes acquises au cours des années précédentes, liées aux opérations sur des nombres rationnels et jusqu'à des expressions rationnelles. Ce résultat comprendra la somme ou la différence d'expressions rationnelles comportant ou non un dénominateur identique, et le produit et quotient d'expressions rationnelles. Les élèves simplifieront des expressions qui exigent au moins deux opérations.

La compréhension qu'ont les élèves du plus petit commun multiple (PPCM), qui a été vu dans le cours *Le nombre, les relations et les fonctions 10*, sera étendue aux polynômes pour trouver des dénominateurs communs dans le but d'additionner et de soustraire des expressions rationnelles.

Il faudra déterminer les valeurs non permises pour les dénominateurs des expressions rationnelles pour s'assurer que ces dénominateurs ne sont pas égaux à zéro. Pour les divisions, il est nécessaire de tenir compte de toutes les expressions contenues dans le diviseur lorsque l'on indique les valeurs non permises. Par exemple :

$$\frac{2x-4}{x^2+9x+20} \div \frac{x^2+x-6}{x^2+7x+12} = \frac{2(x-2)}{(x+5)(x+4)} \times \frac{(x+4)(x+3)}{(x+3)(x-2)} = \frac{2}{x+5} \quad x \neq -5, -4, -3, 2$$

RAS : **AN5 : Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).** [C, CE, R]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Comparer les stratégies pour effectuer une opération sur des expressions rationnelles à celles utilisées pour effectuer la même opération sur des nombres rationnels.
- Déterminer les valeurs non permises dans les opérations sur des expressions rationnelles.
- Déterminer, sous forme irréductible, la somme ou la différence d'expressions rationnelles de même dénominateur.
- Déterminer, sous forme irréductible, la somme ou la différence d'expressions rationnelles dont les dénominateurs ne sont pas les mêmes et qui peuvent ou non comprendre des facteurs communs.
- Déterminer, sous forme irréductible, le produit ou quotient d'expressions rationnelles.
- Simplifier une expression qui comporte deux ou plusieurs opérations sur des expressions rationnelles.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Revoir les opérations comportant des fractions et la factorisation de polynômes pour favoriser chez les élèves l'acquisition de nouvelles connaissances sur des fondements solides à mesure qu'ils développent leurs aptitudes à simplifier des expressions rationnelles.
- Explorer avec les élèves le lien entre la recherche d'un dénominateur commun de nombres rationnels et d'expressions rationnelles.

Exemple 1 : Les deux dénominateurs n'ont aucun facteur commun; par conséquent, le PPCM sera le produit des deux.

Nombres rationnels

$$\begin{aligned}\frac{4}{5} + \frac{3}{2} \\&= \frac{8}{10} + \frac{15}{10} \\&= \frac{23}{10}\end{aligned}$$

Expressions rationnelles

$$\begin{aligned}\frac{5}{x+1} + \frac{3}{x+4} \\&= \frac{5}{(x+1)(x+4)} + \frac{3}{(x+4)(x+1)} \\&= \frac{(5x+20)+(3x+3)}{(x+1)(x+4)} \\&= \frac{8x+23}{(x+1)(x+4)}\end{aligned}$$

RAS : **AN5 : Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).** [C, CE, R]

Exemple 2 : Les deux dénominateurs ont un facteur commun; le PPCM ne sera donc pas le produit des deux dénominateurs, mais le produit du facteur commun et des facteurs différents restants.

Nombres rationnels

$$\begin{aligned} \text{PPCM} &= 2 \times (3 \times 5) \\ \frac{5}{6} + \frac{3}{10} \\ &= \frac{5}{3 \times 2} + \frac{3}{5 \times 2} \\ &= \frac{5}{3 \times 2} \times \frac{5}{5} + \frac{3}{5 \times 2} \times \frac{3}{3} \\ &= \frac{25}{30} + \frac{9}{30} \\ &= \frac{34}{30} \end{aligned}$$

Expressions rationnelles

$$\begin{aligned} \text{PPCM} &= (x+2) \times [(x-1)(x-2)] \\ \frac{5}{x^2+x-2} + \frac{2}{x^2-4} \\ &= \frac{5}{(x+2)(x-1)} + \frac{2}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{5}{(x+2)(x-1)} \frac{(x-2)}{(x-2)} + \frac{2}{(x+2)(x-2)} \frac{(x-1)}{(x-1)} \\ &= \frac{(5x-10)+(2x-2)}{(x+2)(x-1)(x-2)} \\ &= \frac{7x-12}{(x+2)(x-1)(x-2)} \end{aligned}$$

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

Q Simplifier les expressions rationnelles suivantes et déterminer les valeurs non permises.

a) $\frac{5}{4m} + \frac{1}{3m}$

b) $\frac{6}{x+5} + \frac{x}{x+5}$

c) $\frac{2}{(x-2)(x+3)} - \frac{5}{x+3}$

d) $\frac{x-1}{x^2-x-2} - \frac{2x+4}{x^2-7x+10}$

e) $\frac{3t^2}{-2y} \div \frac{6t^3}{4y^2}$

f) $\frac{x^2+7x}{x^2-1} \times \frac{x^2+3x+2}{x^2+14x+49}$

g) $\frac{x^2+4x+4}{4-x^2} \times \frac{2x-4}{x^2-3x-10} \div \frac{4x+16}{x^2-25}$

h) $\frac{x-3}{x+2} + \frac{8x+4}{x^2+2x-35} \times \frac{x^2+4x-21}{2x^2-5x-3}$

Réponses :

a) $\frac{19}{12m} \quad m \neq 0$

b) $\frac{6+x}{x+5} \quad x \neq -5$

c) $\frac{-5x+12}{(x-2)(x+3)} \quad x \neq -3, 2$

d) $\frac{-x^2-12x+1}{(x-2)(x+1)(x-5)} \quad x \neq -1, 2, 5$

e) $\frac{-y}{t} \quad t, y \neq 0$

f) $\frac{x(x+2)}{(x-1)(x+7)} \quad x \neq \pm 1, -7$

g) $\frac{-(x+5)}{2(x-4)} \quad x \neq \pm 2, \pm 5, 4$

h) $\frac{x^2-4x+23}{(x+2)(x-5)} \quad x \neq -2, -7, 5, 3, -\frac{1}{2}$

RAS : **AN6. Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes, des binômes et des trinômes).**
[C, RP, R]

[C] Communication
[T] Technologie

[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation

[L] Liens
[R] Raisonnement

[CE] Calcul mental et estimation

AN6 : Résoudre des problèmes portant sur des équations rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>AN4 : Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, à des binômes et à des trinômes) de façon concrète, illustrée et symbolique. (NRF10)</p> <p>AN5 : Démontrer une compréhension des facteurs (diviseurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes de façon concrète, illustrée et symbolique. (NRF10)</p>	<p>AN6 : Résoudre des problèmes portant sur des équations rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).</p>	<p>RF7 : Reproduire graphiquement et analyser des fonctions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). (PCB 120)</p>

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Le présent résultat démontre une continuité du travail avec des expressions rationnelles d'AN5 aux opérations sur des équations rationnelles. Il est prévu que les équations rationnelles soient limitées à celles qui peuvent être simplifiées à des équations linéaires et quadratiques.

Pour résoudre des équations rationnelles, il faut premièrement déterminer les valeurs non permises. Le dénominateur est ensuite éliminé en multipliant tous les termes par le plus petit dénominateur commun. L'équation linéaire ou quadratique qui en résulte peut ensuite être résolue.

Par exemple, résoudre : $\frac{m}{m+1} - \frac{3m}{m^2-1} = 4$

Étape 1 : Factoriser au besoin, et dresser la liste des valeurs non permises.

$$\frac{m}{m+1} - \frac{3m}{(m+1)(m-1)} = 4 \quad m \neq -1, 1 \text{ (valeurs non permises)}$$

Étape 2 : Déterminer le plus petit dénominateur commun et multiplier chaque terme.

$$\frac{m}{m+1}(m+1)(m-1) - \frac{3m}{(m+1)(m-1)}(m+1)(m-1) = 4(m+1)(m-1)$$

RAS : **AN6. Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes, des binômes et des trinômes).**
[C, RP, R]

Étape 3 : Simplifier et calculer la valeur de la variable.

$$m(m - 1) - 3m = 4(m + 1)(m - 1)$$

$$m^2 - 1 - 3m = 4m^2 - 4$$

$$3m^2 + 4m - 4 = 0$$

$$(3m - 2)(m + 2) = 0$$

$$\therefore m = \frac{2}{3} \text{ or } m = -2$$

Aucune des deux solutions n'est non permise, tel qu'il est déterminé précédemment; les deux solutions sont donc valides.

Dans le cas de certains problèmes écrits, les élèves devront connaître la relation entre la distance, la vitesse et le temps ($d = vt$).

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer les valeurs non permises de la variable dans une équation rationnelle.
- Déterminer algébriquement la solution d'une équation rationnelle et expliquer le processus utilisé pour résoudre l'équation.
- Expliquer pourquoi une valeur obtenue lors de la résolution d'une équation rationnelle n'est pas nécessairement une solution de l'équation.
- Résoudre des problèmes en modélisant une situation comportant une équation rationnelle.

Stratégies pédagogiques suggérées

- De nombreux problèmes écrits exigeant l'utilisation d'équations rationnelles traiteront de questions comme le mouvement : dans le sens du courant ou à contre-courant, le mouvement avec ou contre le vent, avec augmentation ou réduction de la vitesse. On peut conceptualiser ces situations au moyen de clips vidéo offerts sur des sites comme YouTube (p. ex. Dan Meyer qui monte et descend sur un escalier mécanique [en anglais seulement] <http://blog.mrmeyer.com/?p=7649>).

RAS : **AN6. Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes, des binômes et des trinômes).**
[C, RP, R]

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

Q Résoudre les équations rationnelles suivantes :

a) $\frac{3}{a+5} = \frac{2}{a+4}$

b) $y - \frac{3}{2} = \frac{7}{y}$

c) $\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x-4} = \frac{2}{x^2-6x+8}$

Réponses : a) $a = -2$ ($a \neq -5, -4$) b) $y = -2$ ou $\frac{7}{2}$ ($y \neq 0$)

c) $x = 4$ or -1 , mais $x \neq 4, 2 \therefore$ réponse est $x = -1$

Q Une famille en vacances part d'Edmundston, au Nouveau-Brunswick, et parcourt 286 km pour se rendre à Fredericton. Elle fait une pause rapide pour le dîner et continue sur 133 km sur la route panoramique jusqu'à Sussex en roulant à une vitesse inférieure de 15 km/h à celle qui a été maintenue durant la première partie du voyage. Si le déplacement dans son entier a duré 4 heures, à quelle vitesse la famille a-t-elle parcouru la portion sur la route panoramique?

Réponses : $t = \frac{d}{v}$ Edm - F' ton (t_1) = $\frac{286 \text{ km}}{x}$, F' ton - Sussex (t_2) = $\frac{133 \text{ km}}{x - 15 \text{ km}}$

$t_1 + t_2 = 4 \text{ heures} \therefore \frac{286}{x} + \frac{133}{x - 15} = 4, x \neq 0, x \neq 15$

Cela permet de simplifier à $4x^2 - 479x + 4290 = 0$ en utilisant la formule quadratique $x = 110$ ou $9,75$

Puisque x correspond à la vitesse supérieure des deux, et que la deuxième vitesse correspond à 15 km/h en moins, $x \neq 9,75$.

Donc, $x = 100 \text{ km/h}$ et la vitesse de la route touristique correspond à $110 - 15 = 95 \text{ km/h}$.

RAS : T1. Démontrer une compréhension des angles en position standard [0° à 360°]. [R, V]

[C] Communication
[T] Technologie[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation[L] Liens
[R] Raisonnement[CE] Calcul mental et
estimation

Trigonométrie

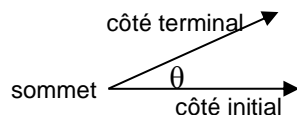
T1 : Démontrer une compréhension des angles en position standard [0° à 360°].

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
G5 : Démontrer sa compréhension des angles, y compris les angles aigus, droits, obtus, plats et réflexes en dessinant, répliquant et construisant, divisant en deux parties égales et en résolvant des problèmes. (GMF 10)	T1 : Démontrer une compréhension des angles en position standard [0° à 360°].	T1 : Démontrer sa compréhension des angles dans une position standard exprimés en degrés et radians. (PC 12A)

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

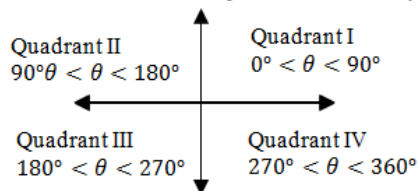
Un **angle de rotation** est formé par la rotation du côté **initial** d'un angle θ autour d'un point fixe appelé sommet, jusqu'à une position finale appelée côté **terminal**.



En ce qui concerne les axes de coordonnées, un angle de rotation est dans une **position standard** si la droite initiale est située sur l'axe des x positif et si le sommet est au point d'origine. Un angle positif est le résultat d'une rotation contraire aux aiguilles d'une montre, et un angle négatif est le produit d'une rotation dans le sens des aiguilles d'une montre.

L'**angle de référence** est l'angle aigu positif qui peut représenter un angle de n'importe quelle mesure. Tout angle sur l'axe des coordonnées possède un angle de référence se situant entre 0° et 90°. L'angle de référence est toujours le plus petit angle qu'il est possible de former à partir de la droite terminale et l'axe des x.

L'axe des x et l'axe des y divisent un plan en quatre **quadrants**.



On devrait accorder aux élèves suffisamment de temps afin qu'ils soient à l'aise pour utiliser des axes de coordonnées, déterminer des angles de référence, dessiner des angles dans une position standard et localiser le quadrant qui contient la droite terminale. Ils devraient également pouvoir utiliser facilement et efficacement la terminologie relative aux axes des coordonnées.

Tout angle sur un axe de coordonnées entre 90° et 360° reflète un angle de référence sur l'axe des x ou des y, ou sur les deux. Les élèves devraient être en mesure d'illustrer cela sur un axe de coordonnées et déterminer l'angle de référence. Par exemple, l'angle de référence pour 210° est de 30°, qui se reflète tant sur l'axe des x que sur l'axe des y. Ce concept peut être étendu à n'importe quelle coordonnée (x, y) et sa réflexion sur l'axe des x ou l'axe des y, ou sur les deux.

RAS : T1. Démontrer une compréhension des angles en position standard $[0^\circ \text{ à } 360^\circ]$. [R, V]**INDICATEURS DE RÉUSSITE**

- Esquisser un angle en position standard d'après la mesure donnée pour cet angle.
- Déterminer l'angle de référence pour un angle en position standard.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, comment déterminer les angles de 0° à 360° qui ont le même angle de référence qu'un angle donné.
- Illustrer, à l'aide d'exemples, que tout angle de 90° à 360° représente la réflexion de son angle de référence (situé dans le premier quadrant) dans l'axe des x ou des y , ou des deux.
- Déterminer dans quel quadrant se situe le côté terminal d'un angle donné en position standard.
- Dessiner un angle dans une position standard à partir de n'importe quel point $P(x, y)$ sur le côté terminal de l'angle.
- Illustrer, à l'aide d'exemples, que les points $P(x, y)$; $P(-x, y)$; $P(-x, -y)$; $P(x, -y)$ sont des points sur les côtés terminaux d'angles en position standard ayant le même angle de référence.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Afin de déterminer l'angle de référence à l'aide des réflexions sur l'axe des x et des y , demander aux élèves de dessiner avec précision un angle entre 90° et 360° sur un plan cartésien. Leur demander ensuite de plier la feuille de papier sur l'axe des x ou des y (ou sur les deux) jusqu'à ce qu'ils puissent déterminer l'angle de référence à l'aide d'un rapporteur. Les élèves devraient utiliser un crayon pour réaliser cette activité de manière à ce que le trait à la mine de plomb se transfère à chaque repli.
- Les élèves peuvent se servir de ce même processus (pliage d'une feuille de papier) pour illustrer la réflexion d'un point (x, y) dans tous les quadrants afin de déterminer que l'angle de référence formé en tant que réflexion de ce point sur un côté terminal est identique.

RAS : T1. Démontrer une compréhension des angles en position standard [0° à 360°]. [R, V]**Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées****Q** Tracer un angle de 310°.

- a) Déterminer dans quel quadrant se trouve le côté terminal.
- b) Trouver son angle de référence.
- c) Repérer deux autres angles qui ont le même angle de référence.

Réponse : a) quadrant IV b) 50° c) 230°, 130°

Q Inscrire le point (-5,-2) sur un plan cartésien.

- a) Indiquer dans quel quadrant se trouve ce point.
- b) Trouver l'angle de référence pour l'angle formé en reliant ce point à l'origine.
- c) Trouver deux autres points qui ont ce même angle de référence.

Réponses : a) Quadrant III b) $\tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right) = 22^\circ$ c) (-5,2), (5,-2), (5,2)

Activité : Demander aux élèves d'explorer des angles et leurs angles de référence en réalisant l'activité suivante.

Étape 1 : Tracer un axe des x et un axe des y sur une feuille mobile à l'aide d'une règle.

Étape 2 : Dessiner un angle doté d'un côté terminal à 135°.

Étape 3 : À l'aide d'un crayon, ombrer à partir de la droite terminale jusqu'à l'axe des x.

Étape 4 : Plier la feuille mobile sur l'axe des y et appuyer fermement pour transférer la mine de plomb.

Étape 5 : Déplier la feuille et mesurer l'angle entre le côté initial et le côté terminal pour déterminer l'angle de référence (arrondir au degré le plus près).

Prolongement : Demander aux élèves de refaire cet exercice avec d'autres angles entre 90° et 360° pour déterminer l'angle de référence. Les élèves devraient s'efforcer de trouver des régularités qui les aideraient à déterminer l'angle de référence sans dessiner.

Remarque : Cette même activité peut être répétée pour la réflexion de n'importe quel point (x, y).

RAS : T2 : Résoudre des problèmes comportant les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus et tangente) pour des angles de 0° à 360° en position standard. [C, CE, RP, R, T, V]

[C] Communication
[T] Technologie

[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation

[L] Liens
[R] Raisonnement
[CE] Calcul mental et estimation

T2 : Résoudre des problèmes comportant les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus et tangente) pour des angles de 0° à 360° en position standard.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>G2 : Démontrer la compréhension du théorème de Pythagore en déterminant les situations décrites par des triangles droits, en vérifiant la formule, en appliquant la formule et en résolvant les problèmes. (GMF10)</p> <p>G3 : Démontrer sa compréhension des fonctions trigonométriques de base (sinus, cosinus, tangente) en appliquant le concept de similarité aux triangles rectangulaires, en généralisant des modèles à partir de triangles rectangulaires similaires, en appliquant les fonctions trigonométriques de base et en résolvant des problèmes. (GMF10)</p> <p>RF8 : Résoudre des problèmes liés à la distance entre deux points et le milieu d'un segment de droite. (NRF10)</p>	<p>T2 : Résoudre des problèmes comportant les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus et tangente) pour des angles de 0° à 360° en position standard.</p>	<p>T2 : Concevoir et appliquer l'équation du cercle unitaire. (PCA 120)</p> <p>T3 : Résoudre des problèmes à l'aide des six rapports trigonométriques pour des angles exprimés en radians et en degrés. (PCA 120)</p>

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

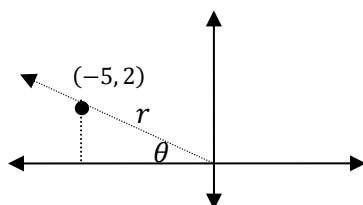
En 10^e année, les élèves ont résolu des problèmes en se servant du théorème de Pythagore, des trois rapports trigonométriques de base et de la formule de calcul de la distance. Le présent résultat élargit les connaissances préalables qu'ont les élèves des rapports trigonométriques à des points situés sur le plan des coordonnées. Ils résoudront des problèmes portant sur des angles de 0° à 360°. Les angles supérieurs à 360° seront abordés dans un cours ultérieur.

Les élèves repéreront des coordonnées x et y d'un point sur le côté terminal de l'angle θ , de même que la longueur des côtés adjacents et des côtés opposés à l'angle θ dans un triangle donné. Ils se serviront du théorème de Pythagore ou de la formule de calcul de la distance ainsi que des coordonnées x et y pour déterminer r , la longueur du côté terminal jusqu'à ce point. À l'aide des valeurs x et y , les élèves seront alors en mesure de déterminer la valeur exacte du sinus, du cosinus ou de la tangente pour un angle θ donné. Par exemple :

$$(x, y) = (-5, 2)$$

$$\sqrt{(-5)^2 + (2)^2} = \sqrt{29} = r$$

$$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{29}} \left(\text{ou } \frac{2\sqrt{29}}{29} \right) \quad \cos \theta = \frac{-5}{\sqrt{29}} \left(\text{ou } -\frac{5\sqrt{29}}{29} \right) \quad \tan \theta = \frac{2}{-5}$$



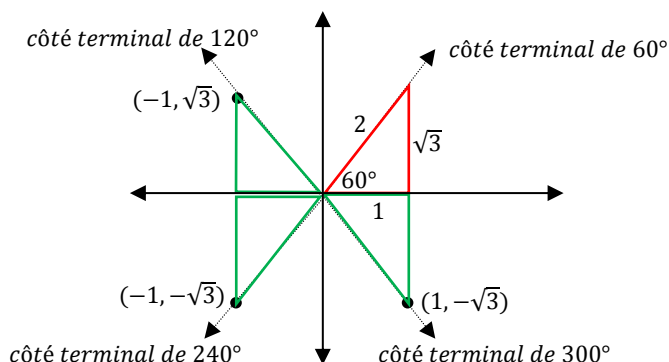
L'établissement d'un lien entre les rapports trigonométriques et le plan cartésien sera fondamental à la compréhension de la notion du cercle unitaire qui sera couvert dans un cours ultérieur.

RAS : T2 : Résoudre des problèmes comportant les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus et tangente) pour des angles de 0° à 360° en position standard. [C, CE, RP, R, T, V]

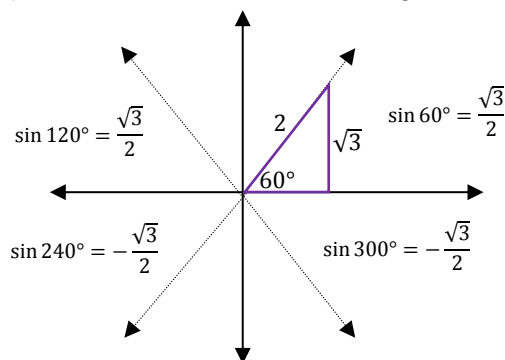
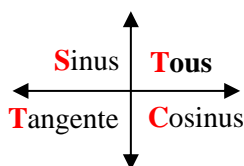
Les élèves détermineront les valeurs trigonométriques exactes de chacun des **angles particuliers** de 30°, 45° et 60° ainsi que des cas spéciaux de 0°, 90°, 180°, 270°, 360°, sans recours à la technologie.

Les élèves apprendront que la valeur absolue du sinus, cosinus ou de la tangente est identique pour tous les angles qui partagent le même angle de référence.

Par exemple, un angle de référence de 60° dans le quadrant I, crée un triangle au point $(1, \sqrt{3})$, avec une hypoténuse de 2. Ce même triangle peut être formé aux angles de 120°, 240°, 300°, qui ont tous le même angle de référence. Puisque les longueurs de chacun des trois côtés sont identiques (ou proportionnelles), la valeur absolue du sinus, cosinus ou de la tangente sera identique pour les quatre angles



Toutefois, selon le quadrant dans lequel est situé l'angle, la valeur est dotée d'un signe positif (s'il est indiqué) ou négatif (dans le cas contraire) d'après la **règle CTST** résumée au premier diagramme et dont un exemple est montré pour le sinus de 60° et ses angles correspondants dans le deuxième diagramme :



RAS : T2 : Résoudre des problèmes comportant les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus et tangente) pour des angles de 0° à 360° en position standard. [C, CE, RP, R, T, V]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer, à l'aide du théorème de Pythagore ou de la formule de calcul de la distance, la distance à partir de l'origine jusqu'à un point $P(x, y)$ sur le côté terminal d'un angle.
- Déterminer la valeur de $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ à partir d'un point $P(x, y)$ quelconque sur le côté terminal d'un angle θ .
- Déterminer, sans l'aide de la technologie, la valeur de $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ à partir d'un point $P(x, y)$ quelconque sur le côté terminal de l'angle θ où $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ ou 360° .
- Déterminer, sans aide technologique, le signe d'un rapport trigonométrique pour un angle donné, et expliquer.
- Résoudre, pour toute valeur de θ , une équation de la forme $\sin \theta = a$ où $\cos \theta = a$ où $-1 \leq a \leq 1$ ou une équation de la forme $\tan \theta = a$ où a est un nombre réel.
- Déterminer la valeur exacte du sinus, du cosinus ou de la tangente d'un angle dont l'angle de référence est de $30^\circ, 45^\circ$ ou 60° .
- Décrire les régularités à l'intérieur et parmi les rapports sinus, cosinus et tangente d'angles compris entre 0° et 360° .
- Dessiner un diagramme pour représenter un problème.
- Résoudre un problème contextuel à l'aide des rapports trigonométriques.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Demander aux élèves d'utiliser un axe de coordonnées pour déterminer la valeur des $\sin \theta$, $\cos \theta$, et $\tan \theta$ à un point (x, y) quelconque sur le côté terminal en abaissant une perpendiculaire de la coordonnée y jusqu'à l'axe des x et en déterminant l'hypoténuse r . Ils se serviront du triangle créé pour déterminer le *sinus*, le *cosinus* et la *tangente* de l'angle θ . Demander aux élèves de choisir un autre point (x_1, y_1) sur la même droite terminale et de reprendre le processus.

Les élèves devraient rapidement se rendre compte que le *sinus*, le *cosinus* et la *tangente* auront la même valeur, peu importe où se trouve le point sur la droite terminale. Répéter cette activité avec plusieurs valeurs de θ , jusqu'à ce que les élèves soient à l'aise avec les régularités :

$$\cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

RAS : T2 : Résoudre des problèmes comportant les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus et tangente) pour des angles de 0° à 360° en position standard. [C, CE, RP, R, T, V]

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

A Demander aux élèves d'illustrer la règle CTST en créant une table des valeurs des *sinus*, *cosinus* et *tangente* pour des angles de 30°, 45°, et 60° et pour les angles dont ceux-ci représentent les angles de référence.

Q Calculer toutes les valeurs pour lesquelles le $\cos \theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$, $0 \leq \theta \leq 360^\circ$.

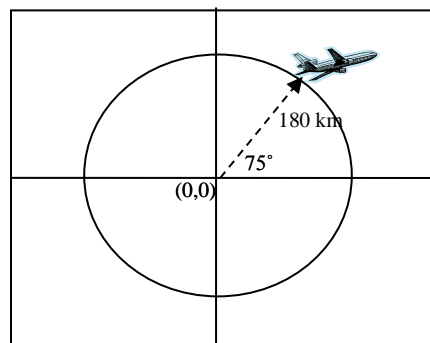
Réponse : $\theta = 30^\circ$, $\cos \theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ dans les quadrants II et III $\therefore \theta = 150^\circ, 210^\circ$.

Q Dessiner l'angle de référence correspondant à $\tan \theta = -\frac{3}{5}$.

Q Expliquer pourquoi vous pouvez utiliser des angles de référence pour déterminer les rapports trigonométriques de n'importe quel angle θ .

Q Expliquer pourquoi il n'existe que deux angles entre 0° et 360° ayant le même rapport de cosinus.

Q Le radar peut repérer des avions à des centaines de kilomètres de distance. Un écran radar est réparti en pixels qui peuvent se traduire en coordonnées x et y (1 pixel équivaut à 1 km). Si un avion se situe à un angle de 75° par rapport à l'horizon et à une distance de 180 km de la tour de contrôle à (0,0), quel pixel (en coordonnées x et y) sur l'écran représenterait la position de l'appareil par rapport à la tour de contrôle?



Réponse : $\cos 75^\circ = \frac{x}{180 \text{ km}}$, $\sin 75^\circ = \frac{y}{180 \text{ km}}$

$(x, y) = (46.6, 173.9)$

RAS : RF1 : Décomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante :

- $ax^2 + bx + c, a \neq 0$
- $a^2x^2 - b^2y^2, a \neq 0, b \neq 0$
- $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c, a \neq 0$
- $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2, a \neq 0, b \neq 0$

où a, b et c sont des nombres rationnels

[CN, CE, R]

[C] Communication

[T] Technologie

[RP] Résolution de problèmes

[V] Visualisation

[L] Liens

[R] Raisonnement

[CE] Calcul mental et

estimation

Les relations et les fonctions

RF1 : Décomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante : $ax^2 + bx + c, a \neq 0$;

$a^2x^2 - b^2y^2, a \neq 0, b \neq 0$; $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c, a \neq 0$; $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2$,

$a \neq 0, b \neq 0$; où a, b et c sont des nombres rationnels

Portée et séquence des résultats :

10 ^e et 11 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>AN1 : Démontrer une compréhension des facteurs (diviseurs) de nombres entiers positifs en déterminant les facteurs (diviseurs) premiers, le plus grand facteur (diviseur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée et la racine cubique. (NRF)</p> <p>AN4 : Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, à des binômes et à des trinômes) de façon concrète, illustrée et symbolique. (NRF10)</p> <p>AN5 : Démontrer une compréhension des facteurs (diviseurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes de façon concrète, illustrée et symbolique. (NRF10)</p> <p>RF9 : Représenter une fonction linéaire sous la forme de la notation fonctionnelle. (NRF10)</p> <p>RF2 : Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. (Fond. 110)</p>	<p>RF1 : Décomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante :</p> <p>$ax^2 + bx + c, a \neq 0$</p> <p>$a^2x^2 - b^2y^2, a \neq 0, b \neq 0$</p> <p>$a(f(x))^2 + b(f(x)) + c, a \neq 0$</p> <p>$a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2, a \neq 0, b \neq 0$</p> <p>où a, b et c sont des nombres rationnels.</p>	<p>T5 : Résoudre, algébriquement et graphiquement, des équations trigonométriques du premier et du second degré dont le domaine est exprimé en degrés et en radians. (PCA 120)</p> <p>T6 : Démontrer des identités trigonométriques, y compris les identités inverses, les identités des quotients, les identités de Pythagore, les identités de la somme ou de la différence (limitées au sinus, au cosinus et à la tangente), les identités de l'angle double (limitées au sinus, au cosinus et à la tangente) (PCA 120)</p> <p>RF3 : Démontrer une compréhension de la décomposition en facteurs de polynômes de degré supérieur à 2 (limités aux polynômes de degré ≤ 5 ayant des coefficients entiers). (PCB 120)</p> <p>RF4 : Tracer le graphique et analyser les fonctions polynomiales (limitées aux fonctions polynomiales de degré ≤ 5). (PCB 120)</p> <p>RF5 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions radicales (se limitant aux fonctions comportant un radical). (PCB 120)</p> <p>RF6 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions réciproques (se limitant à la réciproque des fonctions linéaires et quadratiques). (PCB 120)</p> <p>RF7 : Reproduire graphiquement et analyser des fonctions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). (PCB 120)</p>

RAS : RF1 : Décomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante :

- $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$
- $a^2x^2 - b^2y^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$
- $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c$, $a \neq 0$
- $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$

où a, b et c sont des nombres rationnels

[CN, CE, R]

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Les élèves ont exploré la factorisation d'expressions polynomiales dans le cours *Le nombre, les relations et les fonctions 10*, selon le sommaire présenté dans la portée et la séquence ci-dessus. La factorisation de trinômes comprenait l'élimination du facteur commun, la factorisation par inspection, la modélisation avec des tuiles algébriques et l'identification des carrés parfaits et des différences de carrés. Dans le cours *Fondements mathématiques 110*, les élèves ont ajouté la factorisation partielle à leur répertoire avant de mettre toutes ces méthodes en pratique dans le contexte de la résolution d'équations quadratiques.

Pour le présent résultat, les élèves appliqueront ces connaissances en vue de constituer une boîte à outils de stratégies pour la factorisation d'expressions polynomiales sous la forme $ax^2 + bx + c$ où a correspond à un nombre rationnel autre que zéro, et où a , b et c correspondent à des nombres rationnels. Les nouvelles stratégies de factorisation comprendront :

- employer les facteurs des coefficients a et c dont la somme correspond aussi à b pour décomposer le terme central afin de trouver les facteurs communs; par exemple,

$$\begin{aligned} & 3x^2 - x - 4 \\ &= 3x^2 - 4x + 3x - 4 \\ &= x(3x - 4) + 1(3x - 4) \\ &= (3x - 4)(x + 1) \end{aligned}$$

- substituer pour x^2 . Par exemple, pour résoudre $x^4 - 13x^2 + 36$, substituer $s = x^2$.

$$\begin{aligned} & s^2 - 13s + 36 \\ &= s^2 - 9s - 4s + 36 \\ &= s(s - 9) - 4(s - 9) \\ &= (s - 4)(s - 9) \end{aligned}$$

Substituant à nouveau :

$$\begin{aligned} & (x^2 - 4)(x^2 - 9) \\ &= (x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3) \end{aligned}$$

- substituer pour une expression; par exemple, pour résoudre

$$(x - 5)^2 + 9(x - 5) + 18, \text{ substituer } s = (x - 5),$$

$$\begin{aligned} & s^2 + 9s + 18 \\ &= s^2 + 3s + 6s + 18 \\ &= (s + 3)(s + 6) \end{aligned}$$

Substituant à nouveau :

$$\begin{aligned} & ((x - 5) + 3)((x - 5) + 6) \\ &= (x - 2)(x + 1) \end{aligned}$$

Les élèves se serviront du *théorème de factorisation* pour vérifier si un binôme donné est un facteur d'un trinôme en question ou non, en veillant à faire en sorte de pouvoir expliquer les raisons de la réussite de ce théorème.

RAS : RF1 : Décomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante :

- $ax^2 + bx + c, a \neq 0$
- $a^2x^2 - b^2y^2, a \neq 0, b \neq 0$
- $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c, a \neq 0$
- $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2, a \neq 0, b \neq 0$

où a, b et c sont des nombres rationnels

[CN, CE, R]

Le *théorème de factorisation* stipule que, si la solution de la valeur d'un binôme, substituée dans l'expression trinôme, fait en sorte que l'expression équivaut à zéro, la solution est alors la racine de l'expression et le facteur binomial est un facteur du trinôme. Par exemple,

$(x - 2)$ est un facteur de $x^4 - 10x^2 + 24$ *SSI** $f(2) = 0$

$$f(2) = 2^4 - 10(2^2) + 24 = 16 - 40 + 24 = 0$$

$\therefore (x - 2)$ est un facteur et 2 correspond à la racine de l'expression.

* *SSI* = *si et seulement si*

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Décomposer en facteurs une expression polynomiale où l'identification de diviseurs (facteurs) communs est requise.
- Déterminer si un binôme donné est un diviseur (facteur) d'une expression polynomiale donnée et expliquer.
- Décomposer en facteurs un trinôme donné de la forme suivante :
 $ax^2 + bx + c, a \neq 0$
 $a^2x^2 - b^2y^2, a \neq 0, b \neq 0$
- Décomposer en facteurs une expression polynomiale de forme quadratique, y compris :
 $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c, a \neq 0$
 $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2, a \neq 0, b \neq 0$

Stratégies pédagogiques suggérées

- Il existe de nombreuses stratégies de factorisation, selon la préférence et d'après la structure de l'expression. Les élèves devraient disposer de suffisamment de temps pour explorer le vaste éventail de types d'expressions et la « boîte à outils » de stratégies dont ils auront besoin, y compris certaines auxquelles on n'a pas habituellement recours (p. ex. la décomposition en facteurs à l'aide de la méthode de la boîte peut être consultée à : <http://www.regentsprep.org/Regents/math/algtrig/ATV1/LgroupingBox.htm>)

RAS : RF1 : Décomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante :

- $ax^2 + bx + c, a \neq 0$
- $a^2x^2 - b^2y^2, a \neq 0, b \neq 0$
- $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c, a \neq 0$
- $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2, a \neq 0, b \neq 0$

où a, b et c sont des nombres rationnels

[CN, CE, R]

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

Q Décomposer en facteurs les expressions suivantes :

a) $x^2 + 12x + 20$

b) $x^2 + 6x - 16$

c) $x^2 + 5x - 14$

d) $x^2 - 10x + 24$

e) $8x^2 + 33x + 4$

f) $6x^2 - 47x + 15$

g) $5x^2 - 3x - 8$

h) $x^2 - 16$

i) $16x^2 - 25y^2$

j) $4x^2 - 36y^2$

k) $\frac{1}{25}x^2 - 2\frac{1}{4}y^2$

l) $x^4 + 7x^2 + 12$

m) $\sin^2(x) + 2\sin(x) - 3$

n) $(2x - 5)^2 + 9(2x - 5) + 18$

o) $3^{2x} + 5(3^x) + 6$

p) $9x^6 - y^4$

q) $16x^{16} - 1$

r) $144(3x + 5)^6 - 9(2y - 8)^{10}$

s) $\sin^2(x) - 36y^2$

Réponses : a) $(x + 2)(x + 10)$ b) $(x - 2)(x + 8)$ c) $(x - 2)(x + 7)$ d) $(x - 4)(x - 6)$ e) $(8x + 1)(x + 4)$

f) $(3x - 1)(2x - 15)$ g) $(5x - 8)((x + 1)$ h) $(x + 4)(x - 4)$ i) $4x - 5y)(4x + 5y)$

j) $(2x - 6y)$ k) $(\frac{1}{5}x - \frac{3}{2}y)(\frac{1}{5}x + \frac{3}{2}y)$ l) $(x^2 + 3)(x^2 + 4)$ m) $(\sin x - 1)(\sin x + 3)$ n) $2(x - 1)(2x + 1)$

o) $(3^x + 2)(3^x + 3)$ p) $(3x^3 - y^2)(3x^3 + y^2)$ q) $(4x^3 + 1)(2x^4 + 1)(2x^4 - 1)$

r) $[12(3x + 5)^3 + 3(2y - 8)^5][12(3x + 5)^3 - 3(2y - 8)^5]$ s) $(\sin x - 6y)(\sin x + 6y)$

Q Utiliser le théorème de factorisation :

a) Est-ce que $(x + 2)$ est un facteur de $x^2 + 7x + 10$?

Réponse : $(-2)^2 + 7(-2) + 10 = 0 \therefore$ un facteur.

b) Est-ce que $(x - 1)$ est un facteur de $3x^2 + 2x - 5$?

Réponse : $3(1)^2 + 2(1) - 5 = 0 \therefore$ un facteur

c) Est-ce que $(3x - 2)$ est un facteur de $3x^2 - x - 2$?

Réponse : $3\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right) - 2 \neq 0 \therefore$ pas un facteur

d) Est-ce que $(3x + 2)$ est un facteur de $3x^2 - x - 2$?

Réponse : $3\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{2}{3}\right) - 2 = 0 \therefore$ un facteur

RAS : RF1 : Décomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante :

- $ax^2 + bx + c, a \neq 0$
- $a^2x^2 - b^2y^2, a \neq 0, b \neq 0$
- $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c, a \neq 0$
- $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2, a \neq 0, b \neq 0$

où a, b et c sont des nombres rationnels

[CN, CE, R]

Q Décomposer en facteurs les expressions suivantes :

- | | |
|---------------------|---------------------------------------|
| a) $x^2 + 7x + 12$ | g) $25x^2 - 49$ |
| b) $x^2 - x - 42$ | h) $5x^2 - 45y^2$ |
| c) $x^2 - 8x - 20$ | i) $4x^2 + 11x + 7$ |
| d) $3x^2 + 9x - 12$ | j) $3x^2 - 11x + 6$ |
| e) $x^2 - 4$ | k) $x^4 - 16x^2 + 60$ |
| f) $m^2 - 16$ | l) $(x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) + 24$ |

Réponses : a) $(x + 3)(x + 4)$ b) $(x - 7)(x + 6)$ c) $(x - 10)(x + 2)$ d) $3(x + 4)(x - 1)$
 e) $(x - 2)(x + 2)$ f) $(m - 4)(m + 4)$ g) $(5x - 7)(5x + 7)$ h) $5(x - 3y)(x + 3y)$
 i) $(4x + 7)(x + 1)$ j) $(3x - 2)(x - 3)$ k) $(x^2 - 6)(x^2 - 10)$ l) $(x + 4)(x - 2)(x + 3)(x - 1)$

Q Décomposer en facteurs les expressions suivantes :

- | | |
|-------------------------|---------------------|
| a) $x^2 - 6x + 8$ | f) $m^2 + 12m + 35$ |
| b) $a^2 - 81$ | g) $-3r^2 - r + 10$ |
| c) $3b^3 + 12b^2 - 15b$ | h) $4x^3 - 64x$ |
| d) $2x^2 - 5x - 7$ | i) $5t^2 - 13t + 6$ |
| e) $7x^4 - 252x^2$ | j) $4n^2 - 15n + 9$ |

Réponses : a) $(x - 4)(x - 2)$ b) $(a - 9)(a + 9)$ c) $3b(b + 5)(b - 1)$ d) $(2x - 7)(x + 1)$
 e) $7x^2(x - 6)(x + 6)$ f) $(m + 7)(m + 5)$ g) $1(3r - 5)(r + 2)$ h) $4x(x - 4)(x + 4)$
 i) $(5t - 3)(t - 2)$ j) $(4n - 3)(n - 3)$

RAS : RF2 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limitées aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. [C, RP, R, T, V]

[C] Communication
[T] Technologie

[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation

[L] Liens
[R] Raisonnement

[CE] Calcul mental et estimation

RF2 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limitées aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e et 11 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>RF1 : Interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations. (NRF10)</p> <p>RF2 : Démontrer une compréhension des relations et des fonctions. (NRF10)</p> <p>RF4 : Décrire et représenter des relations linéaires à l'aide de mots, de paires ordonnées, de tableaux de valeurs, de graphiques et d'équations. (NRF10)</p> <p>RF9 : Représenter une fonction linéaire sous la forme de la notation fonctionnelle. (NRF10)</p> <p>RF2 : Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. (FM11)</p>	<p>RF2 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limitées aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes.</p>	<p>RF2 : Démontrer une compréhension de l'effet des translations verticales et horizontales sur le graphique de fonctions et sur leurs équations respectives. (PCA 120)</p> <p>RF3 : Démontrer une compréhension des effets des étirements horizontaux et verticaux sur les graphiques de fonctions et sur leurs équations respectives.</p> <p>RF4 : Appliquer des translations et des étirements aux graphiques et équations de fonctions. (PCA 120)</p> <p>RF5 : Démontrer une compréhension des effets de réflexions sur les graphiques des fonctions et leurs équations respectives, y compris des réflexions par rapport à l'axe des x, à l'axe des y ou à la droite $y = x$.</p> <p>RF8 : Monter une boîte à outils des fonctions. (PCB 120)</p>

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Dans ce cours, le résultat AN1, qui présente la valeur absolue, devrait être abordé préalablement au présent résultat. Pour ce résultat, les élèves représenteront graphiquement la fonction de valeur absolue à l'aide d'une table des valeurs pour $y = |f(x)|$. Ils découvriront que, pour toutes les valeurs de $f(x)$ inférieures à zéro, la valeur y de $|f(x)|$ est $-f(x)$, et que, pour toutes les valeurs de $f(x)$ supérieures ou égales à 0, la valeur y de $|f(x)|$ est $f(x)$.

Puisqu'il y a deux règles différentes pour chaque intervalle ($x < 0$; $x \geq 0$), la fonction $y = |x|$ est une **fonction définie par morceaux** comme étant une fonction composée d'au moins deux pièces distinctes, chacune ayant son propre domaine spécifique, qui se combinent pour définir la fonction globale. $y = |x|$ se définit comme la fonction par morceaux $y = \begin{cases} x, & \text{if } x \geq 0 \\ -x & \text{if } x < 0 \end{cases}$

Pour résoudre des problèmes comportant des valeurs absolues, il faut examiner individuellement les deux parties de la fonction définie par morceaux. Pour une représentation graphique, les élèves traceront la droite $y = f(x)$. L'abscisse à l'origine de cette droite est identique à celle de la fonction valeur absolue parce que la valeur absolue de zéro demeure zéro. Ce point (représentant l'abscisse à l'origine) est un **point invariant** que l'on définit comme un point qui demeure inchangé à la suite d'une modification qui y aurait été appliquée.

Les élèves examineront diverses fonctions valeur absolue, y compris les fonctions quadratiques. Ils devront indiquer le **domaine** et l'**image** de la fonction. Le domaine se définit comme l'ensemble des valeurs possibles de x . L'image correspond à l'ensemble des valeurs possibles de y . Le domaine de $y = |x|$ est $\{x|x \in R\}$, qui se lit comme l'ensemble de tous les x , de sorte que x appartient à l'ensemble des nombres réels. Pour $y = |x|$, l'image est

RAS : RF2 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limitées aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. [C, RP, R, T, V]

$\{y|y \geq 0, y \in R\}$, qui se lit y , de sorte que y est supérieur ou égal à zéro et appartient donc à l'ensemble des nombres réels.

Les élèves exploreront pourquoi une fonction comme $|2x + 3| = -11$ ne peut exister, et pourquoi il est impossible d'utiliser la valeur absolue d'une expression pour attribuer une valeur négative.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Dresser un tableau de valeurs pour $y = |f(x)|$ à partir du tableau de valeurs de la fonction $y = f(x)$.
- Formuler une règle générale pour représenter des fonctions valeur absolue à l'aide de la notation par morceaux.
- Esquisser le graphique de $y = |f(x)|$, en indiquer les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image et expliquer la stratégie.
- Résoudre graphiquement, avec ou sans l'aide de la technologie, une équation comportant des valeurs absolues.
- Résoudre algébriquement une équation comportant une seule valeur absolue et en vérifier la solution.
- Expliquer pourquoi l'équation valeur absolue $|f(x)| < 0$ n'a pas de solution.
- Déterminer et corriger toute erreur dans une solution d'une équation comportant des valeurs absolues.
- Résoudre un problème comportant une fonction valeur absolue.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Demander aux élèves d'explorer des graphiques comportant des fonctions absolues à l'aide d'un calculateur graphique. Encourager les élèves à prédire les graphiques avant de les créer.
- Donner aux élèves un tableau de valeurs pour $y = f(x)$, puis leur demander d'inscrire les valeurs pour $|f(x)|$.

RAS : RF2 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limitées aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. [C, RP, R, T, V]

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

Q Le tableau ci-dessous contient les valeurs de $y = f(x)$. Inscrire les valeurs correspondantes pour $y = |f(x)|$.

x	$f(x)$	$ f(x) $	Réponses :
-3	32		32
-2	12		12
-1	-2		2
0	-10		10
1	-12		12
2	8		8
3	2		2

Q Écrire $y = |3x + 12|$ sous la forme de fonction définie par morceaux.

Réponse : $y = \begin{cases} 3x + 12, & \text{if } x \geq -4 \\ -3x - 12, & \text{if } x < -4 \end{cases}$

Q Écrire $y = |x^2 - 3x - 10|$ sous la forme de fonction définie par morceaux.

Réponse : $y = \begin{cases} x^2 - 3x - 10, & \text{if } x \leq -2 \text{ or } x \geq 5 \\ -x^2 + 3x + 10, & \text{if } -2 < x < 5 \end{cases}$

Q Représenter graphiquement $y = |-7x + 4|$

Q Représenter graphiquement $y = |-x^2 + 7x - 6|$

Q Trouver la valeur de l'ordonnée à l'origine pour les fonctions suivantes :

a) $y = \left| \frac{1}{2}x + 5 \right|$ b) $y = |6x^2 + 8x - 21|$

Réponse : a) (0,5) b) (0,21)

Q Quels sont le domaine et l'image des fonctions valeur absolue suivantes?

a) $y = |0.25x + 8|$ b) $y = |x^2 + 3x - 40|$

Réponse : $x \in \mathbb{R}, y \geq 0$

Q Résoudre graphiquement l'équation suivante : $|4x - 9| = 3x + 2$

Q Résoudre algébriquement l'équation précédente.

$$|4x - 9| = \begin{cases} 4x - 9, & \text{pour } x \geq 2\frac{1}{4} \\ -4x + 9, & \text{pour } x < 2\frac{1}{4} \end{cases}$$

Réponse : $x = 1$ and $x = 11$

RAS : RF2 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limitées aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. [C, RP, R, T, V]

Q Expliquer pourquoi $|x + 9| = -2$ n'a pas de solution.

Q Corriger les erreurs dans la solution suivante.

Résoudre $|-12x + 6| = 18$

$$|-12x + 6| = \begin{cases} -12x + 6, \text{ pour } x \geq 2 \\ 12x - 6, \text{ pour } x \leq 2 \end{cases}$$

Cas 1 :

$$-12x + 6 = 18$$

$$-12x = 12$$

$$x = -1$$

Il s'agit d'une racine étrangère parce

qu'elle ne correspond pas à $x \geq 2$

Cas 2 :

$$12x - 6 = 18$$

$$12x = 24$$

$$x = 2$$

Cette racine satisfait la condition $x \leq 2$

Réponse :

Solution correcte :

$$|-12x + 6| = 18$$

$$|-12x + 6| = \begin{cases} -12x + 6, \text{ pour } x \geq 2 \\ 12x - 6, \text{ pour } x \leq 2 \end{cases}$$

Cas 1 :

$$-12x + 6 = 18$$

$$-12x = 12$$

$$x = -1$$

Il s'agit d'une racine étrangère parce qu'elle ne correspond pas à $x \geq 2$

Cas 2

$$12x - 6 = 18$$

$$12x = 24$$

$$x = 2$$

Cette racine satisfait la condition $x \leq 2$

Ceci satisfait maintenant la condition $x \leq 0.5$

Il y a deux réponses valides : -1 et 2.

RAS : RF3. Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, de même que les coordonnées à l'origine. [L, R, T, V]

[C] Communication
[T] Technologie

[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation

[L] Liens
[R] Raisonnement

[CE] Calcul mental et estimation

RF3 : Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, de même que les coordonnées à l'origine.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e et 11 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>RF2 : Démontrer une compréhension des relations et des fonctions. (NRF10)</p> <p>RF5 : Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image. (NRF10)</p> <p>RF6 : Associer les relations linéaires exprimées sous la forme : explicite ($y = mx + b$); générale ($Ax + By + C = 0$) et pente-point ($y - y_1 = m(x - x_1)$) à leurs graphiques. (NRF10)</p> <p>RF7 : Déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir d'un graphique, d'un point et d'une pente, de deux points, ou d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire, ou d'un nuage de points. (NRF10)</p> <p>RF9 : Représenter une fonction linéaire sous la forme de la notation fonctionnelle. (NRF10)</p> <p>RF2 : Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. (FM11)</p>	<p>RF3 : Analyser les fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine.</p>	<p>RF2 : Démontrer une compréhension de l'effet des translations verticales et horizontales sur le graphique de fonctions et sur leurs équations respectives. (PCA 120)</p> <p>RF3 : Démontrer une compréhension des effets des étirements horizontaux et verticaux sur les graphiques de fonctions et sur leurs équations respectives. (PCA 120)</p> <p>RF4 : Appliquer des translations et des étirements aux graphiques et équations de fonctions. (PCA 120)</p> <p>RF5 : Démontrer une compréhension des effets de réflexions sur les graphiques des fonctions et leurs équations respectives, y compris des réflexions par rapport à l'axe des x, à l'axe des y ou à la droite $y = x$. (PCA 120)</p> <p>RF4 : Tracer le graphique et analyser les fonctions polynomiales (se limite aux fonctions polynomiales de degré ≤ 5). (PCB 120)</p> <p>RF5 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions radicales (se limitant aux fonctions comportant un radical). (PCB 120)</p> <p>RF6 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions réciproques (se limitant à la réciproque des fonctions linéaires et quadratiques). (PCB 120)</p> <p>RF7 : Reproduire graphiquement et analyser des fonctions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). (PCB 120)</p> <p>RF8 : Monter une boîte à outils pour les fonctions. (PCB 120)</p>

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Les élèves se seront déjà familiarisés avec les fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ et avec les façons de déterminer le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. Le présent résultat portera sur les fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$, et sur la manière dont les valeurs de a , p et q indiquent des changements dans le graphique de la parabole $y = x^2$.

RAS : RF3. Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, de même que les coordonnées à l'origine. [L, R, T, V]

Les élèves devront analyser une fonction quadratique de la forme canonique et n'auront pas à convertir de la forme générale à la forme canonique en complétant le carré. Ce sujet sera couvert dans RF4. Toutefois, pour créer des graphiques de précision, ils devront déterminer les abscisses en passant de la forme canonique de l'équation de la fonction quadratique à la forme générale.

La valeur de a indique la direction de l'ouverture de la parabole. Si la valeur de a est positive, la parabole s'ouvre vers le haut, et si cette valeur est négative, la parabole s'ouvre vers le bas. La valeur de a influe également sur l'**étirement vertical** ou sur la rapidité avec laquelle les valeurs y augmentent par rapport aux valeurs x . Lorsque $|a| < 1$, les valeurs y augmentent ou décroissent plus lentement qu'elles ne le feraient pour $y = x^2$ et, par conséquent, la représentation graphique apparaît plus large. Lorsque $|a| > 1$, les valeurs y augmentent ou décroissent plus rapidement, et la parabole apparaît donc plus étroite que dans la représentation graphique de $y = x^2$.

La valeur de p indique la magnitude de la **translation horizontale** de $y = x^2$. Dans l'équation, le signe devant p signale la direction de la translation : s'il s'agit d'un $+$, la parabole se déplace de p unités vers la gauche; s'il s'agit d'un $-$, la parabole se déplace de p unités vers la droite. Par exemple, dans le cas de $y = 3(x + 2)^2 + 6$, la parabole se déplace de 2 unités vers la gauche.

La valeur de q indique la **translation verticale** de $y = x^2$. Lorsque $q < 0$, la parabole se déplace de q unités vers le bas. Lorsque $q > 0$, la parabole se déplace de q unités vers le haut.

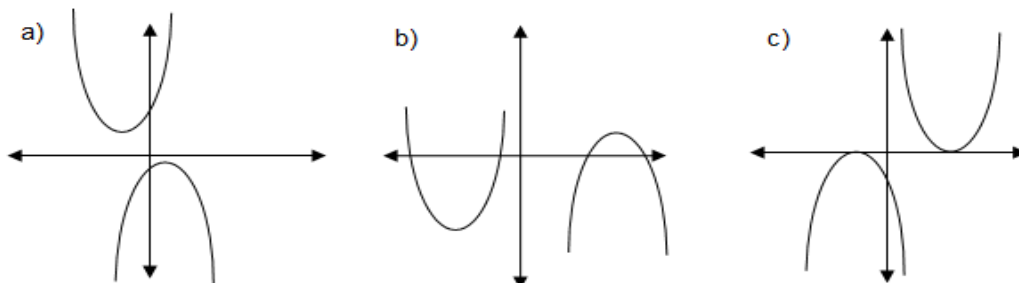
Si on compare $y = ax^2$ avec $y = a(x - p)^2 + q$, le sommet $(0,0)$ de $y = ax^2$ est déplacé de p unités à l'horizontale et de q unités à la verticale. Donc, le sommet de $y = a(x - p)^2 + q$ correspond à (p, q) .

Le nombre d'abscisses à l'origine pour la fonction quadratique est déterminé à partir des valeurs de a et q .

- a) Si les valeurs de a et q sont toutes deux positives ou négatives, la parabole s'ouvrira soit vers le haut avec un sommet au-dessus de l'axe des x , soit vers le bas avec un sommet au-dessous de cet axe, et il n'y aura aucune abscisse à l'origine.
- b) Si les signes de a et q sont opposés, la parabole s'ouvrira vers le haut et son sommet sera situé sous l'axe des x , ou s'ouvrira vers le bas avec un sommet situé au-dessus de l'axe des x , et il y aura deux valeurs d'abscisses à l'origine.

RAS : RF3. Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, de même que les coordonnées à l'origine. [L, R, T, V]

- c) Si a possède une valeur positive ou négative, mais que $q = 0$, le sommet sera situé exactement sur l'axe des x , et l'abscisse à l'origine n'aura qu'une seule valeur.



INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Expliquer pourquoi une fonction donnée sous la forme $y = a(x - p)^2 + q$ est une fonction quadratique.
- Comparer les graphiques d'un ensemble de fonctions de la forme $y = ax^2$ au graphique de $y = x^2$ et formuler, à l'aide du raisonnement inductif, une règle générale au sujet de l'effet de a .
- Comparer les graphiques d'un ensemble de fonctions de la forme $y = x^2 + q$ au graphique de la fonction $y = x^2$ et formuler, à l'aide du raisonnement inductif, une règle générale au sujet de l'effet de q .
- Comparer les graphiques d'un ensemble de fonctions sous la forme $y = (x - p)^2$ au graphique de la fonction $y = x^2$ et formuler, à l'aide du raisonnement inductif, une règle générale au sujet de l'effet de p .
- Déterminer les coordonnées du sommet d'une fonction quadratique de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et vérifier avec ou sans l'aide de la technologie.
- Formuler, à l'aide du raisonnement inductif, une règle générale pour la détermination des coordonnées du sommet du graphique de fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$.
- Esquisser le graphique de $y = a(x - p)^2 + q$ à l'aide de transformations et en identifier le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, comment les valeurs de a et de q peuvent être utilisées pour déterminer si une fonction quadratique n'a aucun point d'intersection avec l'axe des x , ou en a un ou deux.
- Représenter une fonction quadratique sous la forme $y = a(x - p)^2 + q$ à partir de son graphique ou d'un ensemble de caractéristiques du graphique.

RAS : RF3. Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, de même que les coordonnées à l'origine. [L, R, T, V]

Stratégies pédagogiques suggérées

- Utiliser la technologie (logiciel graphique) pour montrer les effets du facteur d'étirement a sur la parabole $y = x^2$ sur de nombreuses valeurs positives et négatives de a . Répéter séparément le même processus pour le déplacement horizontal p et le déplacement vertical q . Demander aux élèves d'expliquer la façon dont la forme, la position et la direction de la parabole se modifient lorsque ces paramètres sont changés.
- À l'aide de la technologie, explorer le nombre d'abscisses à l'origine liées aux valeurs de a et de q .

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

A Donner à chaque élève une carte sur laquelle est inscrite une équation différente de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et leur demander de représenter graphiquement la fonction sur une feuille quadrillée. Réunir les élèves en groupes de 6 ou 8 afin qu'ils examinent leurs graphiques et corrigent les erreurs, le cas échéant. Demander aux élèves de mélanger les cartes de graphiques et d'équations, puis de les échanger avec un autre groupe qui associera les équations et les graphiques à son tour.

Variante de l'activité précédente : Demander aux élèves de donner la pile de graphiques à un autre groupe qui écrira l'équation. Ce groupe recevra ensuite la pile des équations originales des graphiques qu'ils ont reçus pour corriger leur travail.

Q Pour chacune des fonctions quadratiques énoncées ci-dessous, esquisser le graphique et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, de même que les coordonnées à l'origine.

a) $y = 3(x + 1)^2 - 12$

b) $y = -x^2 - 1$

c) $y = \frac{1}{2}(x + 2)^2$

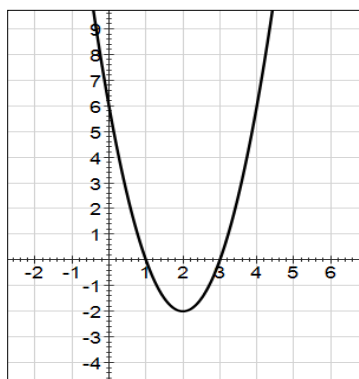
d) $y = -2(x - 4)^2 - 3$

Réponses	sommet	domaine	image	ouverture	axe de symétrie	abs.	ord.
$y = 3(x + 1)^2 - 12$	$(-1, -12)$	$\{x x \in \mathbb{R}\}$	$\{y y \geq -12, y \in \mathbb{R}\}$	<i>haut</i>	$x = -1$	$(-3, 0)(1, 0)$	$(0, -9)$
$y = -x^2 - 1$	$(0, -1)$	$\{x x \in \mathbb{R}\}$	$\{y y \leq -1, y \in \mathbb{R}\}$	<i>bas</i>	$x = 0$	<i>aucune coord</i>	$(0, -1)$
$y = \frac{1}{2}(x + 2)^2$	$(-2, 0)$	$\{x x \in \mathbb{R}\}$	$\{y y \geq 0, y \in \mathbb{R}\}$	<i>haut</i>	$x = -2$	$(-2, 0)$	$(0, 2)$
$y = -2(x - 4)^2 - 3$	$(4, -3)$	$\{x x \in \mathbb{R}\}$	$\{y y \leq -3, y \in \mathbb{R}\}$	<i>bas</i>	$x = 4$	<i>aucune coord</i>	$(0, -35)$

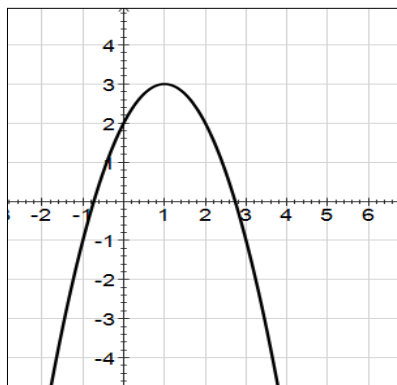
RAS : RF3. Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, de même que les coordonnées à l'origine. [L, R, T, V]

Q À partir des graphiques des fonctions quadratiques présentés ci-dessous, écrire l'équation sous la forme $y = a(x - p)^2 + q$

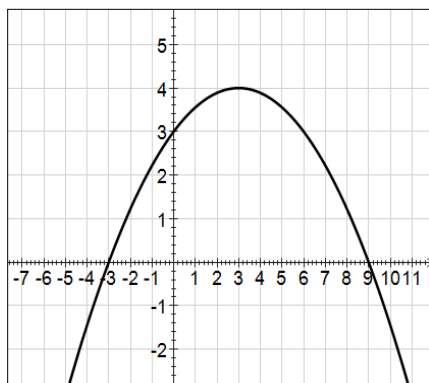
a)



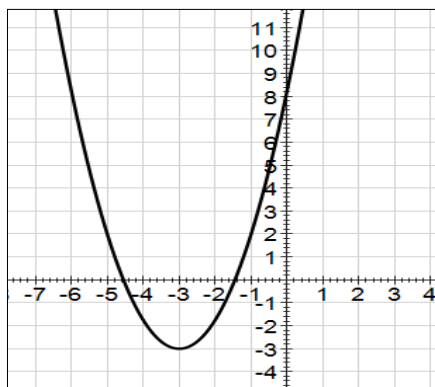
b)



c)



d)



Réponses :
 a) sommet $(2, -2)$ abscisse à l'origine $(1, 0)$, $(3, 0)$, $y = 2(x - 2)^2 - 2$.
 b) sommet $(1, 3)$, pt $(3, -1)$, $y = -(x - 1)^2 + 3$
 c) sommet $(3, 4)$, ordonnée à l'origine $(0, 3)$, $y = -\frac{1}{9}(x - 3)^2 + 4$
 d) sommet $(-3, -3)$, pt $(-1, 2)$, $y = \frac{5}{4}(x + 3)^2 - 3$

Q Écrire l'équation de la fonction quadratique sous la forme $y = a(x - p)^2 + q$ d'après les paramètres suivants :

a) sommet $(5, -7)$; $a = 2$

b) sommet $(0, 3)$; $a = -\frac{1}{4}$

c) la parabole s'ouvre vers le bas, mais conserve sa forme originale (comme pour $y = x^2$);
sommet : $(-2, 3)$

Réponses : a) $y = 2(x - 5)^2 + 7$ b) $y = -\frac{1}{4}x^2 + 3$ c) $y = -(x + 2)^2 + 3$

RAS : RF4. Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine pour résoudre des problèmes. [L, RP, R, T, V]

[C] Communication
[T] Technologie

[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation

[L] Liens
[R] Raisonnement

[CE] Calcul mental et estimation

RF4. Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, les coordonnées à l'origine, pour résoudre des problèmes.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>RF1 : Interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations. (NRF10)</p> <p>RF2 : Démontrer une compréhension des relations et des fonctions. (NRF10)</p> <p>RF5 : Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image. (NRF10)</p> <p>RF6 : Associer les relations linéaires exprimées sous la forme : explicite ($y = mx + b$); générale ($Ax + By + C = 0$) et pente-point ($y - y_1 = m(x - x_1)$) à leurs graphiques. (NRF10)</p> <p>RF7 : Déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir d'un graphique, d'un point et d'une pente, de deux points, ou d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire, ou d'un nuage de points. (NRF10)</p> <p>RF9 : Représenter une fonction linéaire sous la forme de la notation fonctionnelle. (NRF10)</p>	<p>RF4 : Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, les coordonnées à l'origine, pour résoudre des problèmes.</p>	<p>RF2 : Démontrer une compréhension de l'effet des translations verticales et horizontales sur le graphique de fonctions et sur leurs équations respectives. (PCA 120)</p> <p>RF3 : Démontrer une compréhension des effets des étirements horizontaux et verticaux sur les graphiques de fonctions et sur leurs équations respectives. (PCA 120)</p> <p>RF4 : Appliquer des translations et des étirements aux graphiques et équations de fonctions. (PCA 120)</p> <p>RF5 : Démontrer une compréhension des effets de réflexions (rabattements) sur les graphiques des fonctions et leurs équations respectives, y compris des réflexions (rabattements) par rapport à l'axe des x, à l'axe des y ou à la droite $y = x$. (PCA 120)</p> <p>RF4 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales de degré ≤ 5. (PCB 120)</p> <p>RF5 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions radicales (se limitant aux fonctions comportant un radical). (PCB 120)</p> <p>RF6 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions réciproques (se limitant à la réciproque des fonctions linéaires et quadratiques). (PCB 120)</p> <p>RF7 : Reproduire graphiquement et analyser des fonctions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). (PCB 120)</p> <p>RF8 : Monter une boîte à outils pour les fonctions. (PCB 120)</p>

RAS : RF4. Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine pour résoudre des problèmes. [L, RP, R, T, V]

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

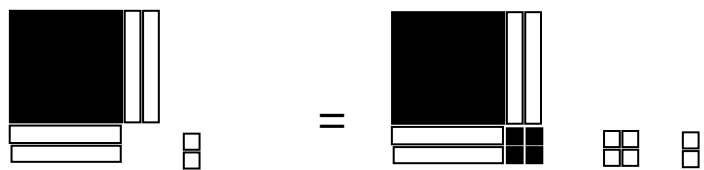
Pour ce résultat, les élèves devront exprimer des fonctions quadratiques sous la forme $y = ax^2 + bx + c$ et la forme $y = a(x - p)^2 + q$. Ceci nécessitera d'apprendre à compléter le carré, ce qu'ils n'ont pas encore vu. Ils devraient cependant être à l'aise avec le calcul du carré de binômes et pourraient être encouragés à relever des régularités entre le binôme et le trinôme qui en résulte. Par exemple, dans le cas de $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$, le terme central et le dernier terme du trinôme sont liés au deuxième terme du binôme : $2 \times 5 = 10$, $5^2 = 25$.

Tuiles algébriques :

On devrait permettre aux élèves de compléter le carré en se servant de tuiles algébriques, ce qui mènera à une plus grande compréhension du concept de la complétion du carré. De plus, pour certains apprenants, et dans le cas de problèmes particuliers, les tuiles algébriques seraient la méthode la plus efficace pour compléter le carré.

Afin de compléter le carré en se servant de tuiles algébriques à partir de la forme $y = ax^2 + bx + c$, on arrange les deux premiers termes du trinôme pour former le début d'un carré que l'on peut compléter par l'ajout de tuiles individuelles dans le coin droit inférieur.

Par exemple, pour $y = x^2 - 4x - 2$, une tuile algébrique x^2 et quatre tuiles $-x$ sont disposées d'après la présentation ci-dessous. Le carré est complété par l'ajout des quatre tuiles unitaires manquantes dans le coin inférieur droit. Elles doivent être positives puisqu'elles sont le produit de tuiles $-x$. Il faut aussi ajouter quatre tuiles unitaires -4 aux deux tuiles -2 pour conserver l'équivalence.



Les dimensions du carré donnent le facteur $(x - 2)$, et les tuiles restantes (-6) représentent la translation verticale. Par conséquent : $x^2 - 4x - 2 = (x - 2)^2 - 6$.

Méthode algébrique :

Afin de compléter le carré à partir de la forme $y = ax^2 + bx + c$, on divise le deuxième terme du trinôme en deux, puis on le double pour déterminer le troisième terme nécessaire pour produire un carré parfait. Cette valeur est ajoutée, puis soustraite pour maintenir l'équivalence. On décompose ensuite le carré parfait en facteurs et on combine les termes restants.

Par exemple, pour $y = x^2 - 4x - 2$, la moitié de (-4) est (-2) , ce qui donne 4 au carré; on ajoute donc 4, puis on soustrait ce nombre; on décompose ensuite le carré parfait en facteurs, ce qui donne $(x - 2)^2$, et on combine les termes restants :

$$y = x^2 - 4x + 4 - 4 - 2$$

$$y = (x - 2)^2 - 6$$

RAS : RF4. Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine pour résoudre des problèmes. [L, RP, R, T, V]

Une fois que l'équation est de la forme $y = a(x - p)^2 + q$, la valeur de x pour le sommet et l'axe de symétrie peut être déterminée comme étant $x = p$ et la valeur de y value comme étant $y = q$. Pour l'exemple donné ci-dessus, le sommet $(p, q) = (2, -6)$ et l'axe de symétrie est $x = 2$.

Lorsque le coefficient de x^2 n'est pas 1, il faut le factoriser à l'étape 1 à partir des **deux premiers termes** avant de compléter le carré. À l'étape 2, le carré est complété entre les parenthèses tel qu'il est montré ci-dessus. À l'étape 3, le dernier terme entre parenthèses est multiplié par le coefficient factorisé à l'étape 1, puis il est retiré des parenthèses. Par exemple, pour compléter le carré de $y = 2x^2 - 16x + 25$:

Étape 1	$y = 2(x^2 - 8x) + 25$	2 est factorisé à partir des deux premiers termes
Étape 2	$y = 2(x^2 - 8x + 16 - 16) + 25$	(-4) et mis au carré, 16 est ajouté et soustrait.
Étape 3	$y = 2(x^2 - 8x + 16) - 32 + 25$	$(-16) \times 2 = -32$.
Étape 4	$y = 2(x - 4)^2 - 7$	Le carré parfait est factorisé et les termes restants sont combinés.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Expliquer le raisonnement dans le processus de complétion du carré illustré dans un exemple.
- Représenter une fonction quadratique donnée sous la forme $y = ax^2 + bx + c$ sous sa forme équivalente $y = a(x - p)^2 + q$ en complétant le carré.
- Repérer, expliquer et corriger toute erreur dans un exemple de complétion du carré.
- Déterminer les caractéristiques d'une fonction quadratique donnée sous la forme $y = ax^2 + bx + c$, en la changeant sous la forme canonique $y = a(x - p)^2 + q$.
- Esquisser le graphique d'une fonction quadratique donnée sous la forme $y = ax^2 + bx + c$, en la changeant sous la forme canonique $y = a(x - p)^2 + q$.
- Vérifier, avec ou sans l'aide de la technologie, qu'une fonction quadratique de la forme $y = ax^2 + bx + c$ représente la même fonction qu'une fonction quadratique donnée sous la forme $y = a(x - p)^2 + q$.
- Modéliser une situation à l'aide d'une fonction quadratique et expliquer toute hypothèse pertinente.
- Résoudre un problème, avec ou sans l'aide de la technologie, en analysant une fonction quadratique.

RAS : RF4. Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine pour résoudre des problèmes. [L, RP, R, T, V]

Stratégies pédagogiques suggérées

- Expliquer le processus de complétion du carré à l'aide de tuiles algébriques.
- À partir de la ressource principale, le Test préparatoire du chapitre 3 est un excellent outil d'évaluation formative (individuel ou pour l'ensemble de la classe),
<http://www.cheneliere.ca/6788-livre-mathematiques-pre-calcul-11.html>
- Utiliser la technologie pour démontrer qu'une fonction quadratique de la forme $y = ax^2 + bx + c$ représente la même fonction lorsqu'elle est exprimée sous la forme $y = a(x - p)^2 + q$.
- Employer la technologie pour écrire une équation quadratique modélisant la trajectoire d'un projectile. On peut voir un exemple de cette activité sur YouTube (p. ex. Dan Meyer de Real-World Math lançant un ballon de basketball vers le panier [en anglais seulement]).

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

Q Écrire chacune des fonctions quadratiques suivantes sous la forme $y = a(x - p)^2 + q$

- a) $y = x^2 - 10x + 19$
- b) $y = 3x^2 + 18x + 22$
- c) $y = -2x^2 - 8x - 23$
- d) $y = -\frac{2}{3}x^2 + 12x - 31$

Réponses :

a) $y = (x - 5)^2 - 6$ b) $y = 3(x + 3)^2 - 5$ c) $y = -2(x + 2)^2 - 15$ d) $y = -\frac{2}{3}(x - 9)^2 + 23$

Q À l'aide des réponses de a) et b) de la question précédente, déterminer les caractéristiques des fonctions quadratiques et esquisser les graphiques.

Réponses :

a) $y = -6$ sommet $(5, -6)$, domaine $\{x \in R\}$, image $\{y \geq -6 | y \in R\}$, direction de l'ouverture, axe de symétrie $x = 5$, abscisse à l'origine $(7, 45, 0)$, $(2, 55, 0)$, ordonnée à l'origine $(0, 19)$
b) $y = (x + 3)^2 - 5$ sommet $(-3, -5)$, domaine $\{x \in R\}$, image $\{y \geq -5 | y \in R\}$, direction de l'ouverture, axe de symétrie $x = -3$, abscisse à l'origine $(-4, 3, 0)$, $(-1, 7, 0)$, ordonnée à l'origine $(0, 22)$

Q. Un ballon de football botté dans les airs suit une trajectoire $h = -5x^2 + 20x$, où x représente le temps en secondes et h , la hauteur en mètres.

- a) Déterminer les caractéristiques de la fonction et tracer le graphique.
- b) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon?
- c) Combien de temps le ballon reste-t-il dans les airs?

Réponses :

a) $y = -5(x - 2)^2 + 20$ abscisse à l'origine $(0, 0)$, $(4, 0)$, ordonnée à l'origine $(0, 0)$, sommet $(2, 20)$, ouverture vers le bas b) hauteur maximale = 20 m c) 4 secondes

RAS : RF5 : Résoudre des problèmes faisant appel à des équations quadratiques.
[C, L, RP, R, T, V]

[C] Communication
[T] Technologie

[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation

[L] Liens
[R] Raisonnement

[CE] Calcul mental et estimation

RF5 : Résoudre des problèmes faisant appel à des équations quadratiques.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e et 11 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>AN1 : Démontrer une compréhension des facteurs de nombres entiers positifs en déterminant les facteurs premiers, le plus grand facteur commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée et la racine cubique. (NRF10)</p> <p>AN5 : Démontrer une compréhension des facteurs (diviseurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes de façon concrète, illustrée et symbolique. (NRF10)</p> <p>RF1 : Interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations. (NRF10)</p> <p>RF5 : Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image. (NRF10)</p> <p>RF9 : Représenter une fonction linéaire sous la forme de la notation fonctionnelle. (NRF10)</p> <p>RF1 : Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables (FM 11)</p>	<p>RF5 : Résoudre des problèmes faisant appel à des équations quadratiques.</p>	<p>T5 : Résoudre, algébriquement et graphiquement, des équations trigonométriques du premier et du second degré dont le domaine est exprimé en degrés et en radians. (PCA 120)</p> <p>RF10 : Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles et logarithmiques. (PCA 120)</p>

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Dans le cours *Fondements mathématiques 11*, les élèves ont étudié les caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine, l'image et l'axe de symétrie. Ils ont eu recours à diverses méthodes pour résoudre des équations quadratiques, dont la formule quadratique.

Pour ce résultat, les élèves approfondiront leurs connaissances des relations entre les racines, les coordonnées à l'origine et les zéros. Ils développeront la formule quadratique à l'aide du raisonnement déductif, puis calculeront et utiliseront la valeur du discriminant ($b^2 - 4ac$) pour déterminer le type de racines et le lien avec le graphique de la fonction.

Si $b^2 - 4ac > 0$, il y a deux racines réelles et distinctes et deux abscisses à l'origine.

Si $b^2 - 4ac = 0$, il y a deux racines réelles et égales et une abscisse à l'origine.

Si $b^2 - 4ac < 0$, les racines sont imaginaires (elles ne sont pas réelles) et il n'y a aucune abscisse à l'origine.

Lorsque le discriminant est négatif, il n'y aura aucune racine réelle. Ces racines peuvent être exprimées en se servant de la notation mathématique $\sqrt{-1} = i$. Par exemple : $\sqrt{-15} = \sqrt{15}i$.

RAS : RF5 : Résoudre des problèmes faisant appel à des équations quadratiques.
[C, L, RP, R, T, V]

Avec l'ajout de la complétion du carré et de l'utilisation du discriminant à leur « boîte à outils », les élèves s'exerceront à l'application de diverses méthodes de résolution d'équations quadratiques, selon la situation et le problème posé.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Expliquer, à l'aide d'exemples, le lien entre les racines d'une équation quadratique, les zéros de la fonction quadratique correspondante, et les abscisses à l'origine du graphique de la fonction quadratique.
- Développer la formule quadratique à l'aide du raisonnement déductif.
- Résoudre une équation quadratique de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ à l'aide de stratégies telles que :
 - la détermination des racines carrées;
 - la factorisation (décomposition en facteurs);
 - la complétion du carré;
 - l'application de la formule quadratique;
 - le graphique de la fonction correspondante.
- Sélectionner une méthode de résolution d'une équation quadratique, en justifier le choix et vérifier la solution.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, comment le discriminant peut être utilisé pour déterminer si une équation quadratique a deux racines réelles, ou en a une ou aucune, et associer le nombre de zéros au graphique de la fonction quadratique correspondante.
- Déterminer et corriger toute erreur dans une solution d'une équation quadratique.
- Résoudre un problème en déterminant et en analysant l'équation quadratique.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Accorder aux élèves suffisamment de temps pour explorer les méthodes les plus efficaces pour résoudre diverses équations quadratiques de la forme $ax^2 + bx + c = 0$. Laisser les élèves dégager des règles générales sur lesquelles ils pourront s'appuyer pour aborder de nouvelles questions. Par exemple :
 - ils traceront de meilleurs graphiques s'ils disposent de calculateurs graphiques;
 - la factorisation peut s'appliquer si les nombres sont de simples carrés;
 - la complétion du carré peut être utilisée s'il est difficile de décomposer en facteurs, seulement si l'équation ne comporte pas de fractions ni de décimales;
 - il peut devenir nécessaire d'avoir recours à la formule quadratique lorsque les nombres sont des fractions ou des décimales.

RAS : RF5 : Résoudre des problèmes faisant appel à des équations quadratiques.
[C, L, RP, R, T, V]

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

Q Pour chacune des équations suivantes, expliquer le lien entre les racines, les zéros de la fonction correspondante et les abscisses à l'origine de la fonction.

a) $f(x) = x^2 + 11x + 30$

b) $f(x) = x^2 - 12x + 36$

c) $f(x) = 4x^2 + 2x + 3$

Réponses :

a) $f(x) = (x + 5)(x + 6)$, $x = -5$, $x = -6$, deux racines réelles et distinctes, deux abscisses à l'origine

b) $f(x) = (x - 6)^2$, $x = 6$, deux racines réelles et égales, une abscisse à l'origine

c) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{4}$, deux racines imaginaires, aucune abscisse à l'origine

Q Illustrer comment la formule quadratique peut être développée d'après la notion de la complétion des carrés.

Réponse :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Résoudre pour x

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = 0 \quad \text{Prendre } a \text{ comme facteur commun pour les deux premiers termes.}$$

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c = 0 \quad \text{Ajouter zéro entre les parenthèses, en utilisant la moitié du carré du deuxième coefficient, ceci créera un carré parfait qui pourra être factorisé plus tard.}$$

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) + c - \frac{b^2}{4a} = 0 \quad \text{Enlever la forme négative de la parenthèse, ne pas oublier de multiplier par } a.$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a} \quad \text{Factoriser le carré parfait et transposer tous les autres termes de l'autre côté de l'équation.}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad \text{Diviser les deux côtés par } a.$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{Utiliser les racines carrées des deux côtés. ceci présentera le } \pm.$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{Isoler le } x.$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{Grouper les fractions ensemble.}$$

RAS : RF5 : Résoudre des problèmes faisant appel à des équations quadratiques.

[C, L, RP, R, T, V]

Q. Résoudre les équations suivantes à l'aide de la méthode indiquée :

- a) $x^2 - \frac{4}{49} = 0$ racine carrée
 b) $2x^2 + x - 6 = 0$ factorisation
 c) $6x^2 - 30x - 58.5 = 0$ compléter le carré
 d) $4x^2 - 18x - 10$ formule quadratique
 e) $-x^2 + 5x + 20$ graphiquement

Réponses : a) $x = \pm \frac{2}{7}$ b) $(2x - 3)(x + 2) = 0, x = \frac{3}{2}$ ou -2

c) $(x - 2.5)^2 - 16 = 0$ $x = 6.5$ ou -1.5 d) $x = \frac{18 \pm \sqrt{484}}{8}$ $x = 5$, ou $\frac{1}{2}$

e) abscisse à l'origine $(-2.62, 0)(7.62, 0)$

A Donner aux élèves diverses équations à évaluer et leur demander, en travaillant par groupes de 2 ou 3, de déterminer les méthodes les plus appropriées et les plus efficaces pour résoudre l'équation quadratique. Demander à chaque groupe de présenter ses réponses aux autres et d'expliquer son raisonnement.

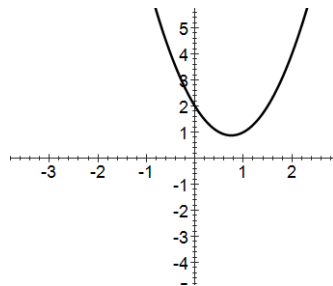
Q Tracer les graphiques de fonctions quadratiques pour lesquelles le discriminant est inférieur à zéro, égal à zéro, et supérieur à zéro.

Réponse :

3 cas du discriminant, $b^2 - 4ac$

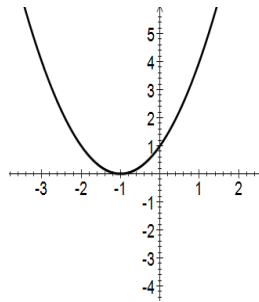
$b^2 - 4ac < 0$

2 racines imaginaires
ne touche pas l'axe des x, pas de zéro réel



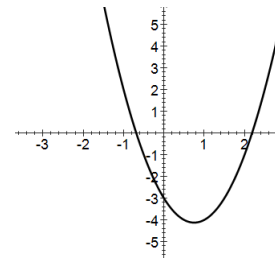
$b^2 - 4ac = 0$

2 racines réelles et égales
touche l'abscisse une fois, ne traverse pas l'axe des x



$b^2 - 4ac > 0$

2 racines réelles et distinctes
traverse l'axe des x en deux points



Q Écrire les équations quadratiques pour chacune des valeurs suivantes du discriminant :

- a) le discriminant est inférieur à 0;
 b) le discriminant est égal à 0;
 c) le discriminant est supérieur à 0.

Beaucoup de réponses possibles :

a) $f(x) = 9x^2 - 9x + 3, f(x) = 6x^2 - 4x + 7, f(x) = 3x^2 + 1, f(x) = 7x^2 + 2x + 1$

b) $f(x) = 2x^2 + 10x + 12.5, f(x) = -x^2 + 4x - 4, f(x) = -9x^2 - 6x - 1, f(x) = 4x^2 + 4x + 1$

c) $f(x) = -6x^2 - 2x + 4, f(x) = 2x^2 - 8x - 10, f(x) = 10x^2 + 9x - 7, f(x) = -2x^2 + x + 6$

RAS : RF6 : Résoudre algébriquement et graphiquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques à deux variables. [L, RP, R, T, V]

[C] Communication [RP] Résolution de problèmes [L] Liens [CE] Calcul mental et estimation
[T] Technologie [V] Visualisation [R] Raisonnement

RF6 : Résoudre algébriquement et graphiquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques à deux variables.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>RF9 : Représenter une fonction linéaire sous la forme de la notation fonctionnelle. (NRF10)</p> <p>RF10 : Résoudre graphiquement et algébriquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires à deux variables. (NRF10)</p>	<p>RF6 : Résoudre algébriquement et graphiquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques à deux variables.</p>	<p>RF6 : Représenter graphiquement et analyser des fonctions réciproques (se limitant à la réciproque des fonctions linéaires et quadratiques). (PCB 120)</p>

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

En 10^e année, les élèves ont résolu graphiquement et algébriquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires à deux variables. Dans ce cours, ces connaissances seront appliquées pour la résolution de systèmes d'équations **quadratiques linéaires** et **quadratiques à deux paraboles**. Cela comprend trouver les points d'intersection entre une droite et une parabole (linéaire-quadratique), ou entre deux paraboles (quadratique-quadratique).

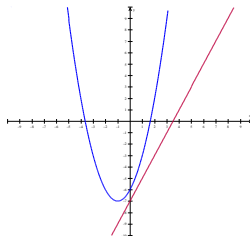
D'après la méthode algébrique, les systèmes linéaires-quadratiques peuvent être résolus par substitution; ainsi, une des équations est réorganisée pour le calcul de y , puis est remplacée dans l'autre équation pour le calcul de la valeur de x au point d'intersection des deux fonctions. La valeur de x est par la suite utilisée dans l'une ou l'autre des équations pour déterminer la coordonnée y au point d'intersection. On peut procéder par élimination dans certains cas.

Les systèmes algébriques quadratique-quadratique peuvent être résolus en éliminant la variable qui n'est pas au carré, de sorte que l'équation qui demeure après l'addition ou la soustraction soit quadratique à une variable. Une fois que la valeur de la variable a été calculée, elle est remplacée dans l'une ou l'autre équation pour déterminer l'autre coordonnée au point, ou aux points, d'intersection.

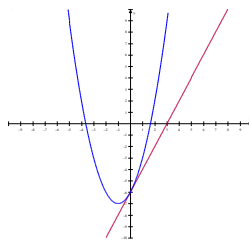
On peut aussi avoir recours à la technologie graphique pour résoudre des systèmes d'équations en se servant de la fonction « intersection » pour repérer les points d'intersection. Une fois ces points trouvés, il est recommandé de vérifier les solutions à l'aide de la méthode algébrique. Les points d'intersection d'un système d'équations représenteront des solutions pour les deux équations.

Un système d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques peut comporter une ou deux solutions, ou aucune, selon que les tracés se touchent à un point ou se croisent à deux points, ou qu'ils ne se rejoignent pas, respectivement. Un système aura un nombre infini de solutions si les équations sont équivalentes.

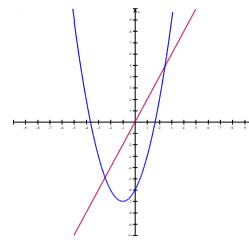
RAS : RF6 : Résoudre algébriquement et graphiquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques à deux variables. [L, RP, R, T, V]



0 solution



1 solution



2 solutions

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Représenter une situation à l'aide d'un système d'équations linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques.
- Associer un système d'équations linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques au contexte d'un problème donné.
- Déterminer et vérifier graphiquement, avec l'aide de la technologie, la solution d'un système d'équations linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques.
- Déterminer et vérifier algébriquement la solution d'un système d'équations linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques.
- Expliquer la signification du ou des points d'intersection dans un système d'équations linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, pourquoi un système d'équations linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques peut avoir un nombre infini de solutions, ou deux, une ou aucune.
- Résoudre un problème comportant un système d'équations linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques, et expliquer la stratégie.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Il serait pertinent de procéder à une révision rapide de la résolution des systèmes d'équations linéaires à l'aide de la substitution, de l'élimination et de la représentation graphique pour présenter cette unité.
- Il est prévu que les élèves aient recours à la technologie graphique pour vérifier leurs solutions graphiques aux problèmes de cette unité. Les tableaux de valeurs peuvent être employés pour déterminer les solutions algébriques de ces systèmes. Utiliser des valeurs x communes pour créer les tableaux de valeurs pour les deux équations (ceci peut être réalisé à l'aide de la technologie graphique) et demander aux élèves de trouver les valeurs y communes.

RAS : RF6 : Résoudre algébriquement et graphiquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques à deux variables. [L, RP, R, T, V]

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

Q Indiquer le nombre de solutions possibles pour chaque système. Inclure des graphiques pour appuyer vos réponses.

- a) Une équation quadratique et une droite horizontale.
- b) Deux quadratiques ayant des coefficients à valeur positive sur x^2 .
- c) Une quadratique et une droite à pente négative.
- d) Une quadratique et une droite verticale.

*Réponses : a) 0, 1 ou 2 fois b) 0, 1, 2 ou infini si les quadratiques sont équivalentes
c) 0, 1 ou 2 fois d) une fois*

Q Du pied d'une colline ayant une pente constante, Stéphane frappe une balle de golf de toutes ses forces en direction du sommet de la colline. Le système d'équations ci-dessous pourrait représenter cette situation :

$$h = -0.18d^2 + 3.6d$$

$$h = \frac{1}{2}d$$

- a) Résoudre le système.
- b) Si d représente la distance horizontale et h , la hauteur, interpréter les points d'intersection dans le contexte du problème.

Réponse :

*Un point d'intersection représente le point de départ de la balle (d, h)
= (0,0), l'autre marque l'endroit sur la colline où la balle tombera (d, h)
= (17,2, 8.6)*

Q Résoudre le système d'équations suivant.

$$y = 2x^2 - 2x - 3$$

$$y = -x^2 - 2x - 3$$

Réponse : (0, -3)

Q Résoudre le système d'équations suivant.

$$3y = -5x^2 - x - 3$$

$$-2y = 2x^2 - x + 4$$

Résoudre : $\left(\frac{3}{4}, -2\frac{3}{16}\right), (-2, -7)$

RAS RF7 : Résoudre des problèmes comportant des inéquations quadratiques à deux variables. [C,RP,T,V]

[C] Communication [RP] Résolution de problèmes [L] Liens [CE] Calcul mental et estimation
[T] Technologie [V] Visualisation [R] Raisonnement

RF7 : Résoudre des problèmes comportant des inéquations linéaires et quadratiques à deux variables.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<p>RF6 : Associer les relations linéaires exprimées sous la forme : explicite ($y = mx + b$); générale ($ax + by + c = 0$); et pente-point $(y - y_1) = m(x - x_1)$ à leurs graphiques. (NRF10)</p> <p>RF9 : Représenter une fonction linéaire sous la forme de la notation fonctionnelle. (NRF10)</p> <p>RF10 : Résoudre graphiquement et algébriquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires à deux variables. (NRF10)</p>	<p>RF7 : Résoudre des problèmes comportant des inéquations quadratiques dans une variable.</p>	

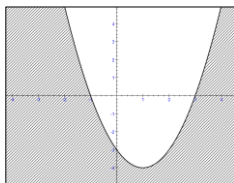
EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Dans le cours de mathématiques de la 9^e année, les élèves ont résolu des inéquations linéaires et, dans le cours *Fondements mathématiques* de la 11^e année, ils ont résolu des systèmes d'inéquations linéaires. Les élèves ont appris que la frontière d'une inéquation se calcule par la résolution de l'inéquation comme celle d'une équation. Ils vont mettre en pratique ce qu'ils ont appris pour les inéquations linéaires afin de résoudre les inéquations quadratiques.

Pour ce résultat, des **points d'essai** seront employés pour déterminer la région du graphique appropriée pour une inéquation linéaire. Le point d'essai peut être toute coordonnée située au-dessus ou au-dessous de la ligne de partage. Si l'inéquation se vérifie, le point d'essai est inclus dans la solution.

La **région solution** représente l'ensemble de points qui satisfait une inéquation linéaire ou quadratique, qu'on désigne aussi par l'ensemble de solutions. Les élèves se serviront de la notation ensembliste pour décrire l'ensemble de solutions $\{x | a \leq x \leq b, x \in R\}$ où a et b sont des valeurs numériques. Les inéquations quadratiques peuvent comporter plus d'une région.

Par exemple, pour $y \leq x^2 - 2x - 3$, la fonction quadratique $y = x^2 - 2x - 3$ marquera la frontière, d'une ligne continue. L'ensemble de solutions comprendra tous les points au-dessous de cette fonction, et incluant celle-ci.



RAS RF7 : Résoudre des problèmes comportant des inéquations quadratiques à deux variables. [C,RP,T,V]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Expliquer, à l'aide d'exemples, comment des points d'essai peuvent être utilisés pour déterminer la région appropriée pour une inéquation.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, quand une ligne continue ou pointillée devrait être utilisée dans la solution à une inéquation.
- Esquisser, avec ou sans l'aide de la technologie, le graphique d'une inéquation linéaire ou quadratique.
- Résoudre un problème comportant une inégalité quadratique.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Pour ce résultat, les élèves devraient commencer par les inéquations linéaires pour ensuite passer aux inéquations quadratiques, en traçant d'abord la droite ou la courbe de l'équation correspondante de forme continue ou pointillée. La région solution devrait, en premier lieu, être déterminée visuellement, puis confirmée à l'aide d'un point d'essai au-dessus ou au-dessous de la courbe. Si l'inéquation se vérifie pour le point d'essai, celui-ci appartiendra donc à la région solution. Il s'agit pour les élèves d'une occasion d'établir des liens solides entre les solutions algébriques et les solutions graphiques.

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

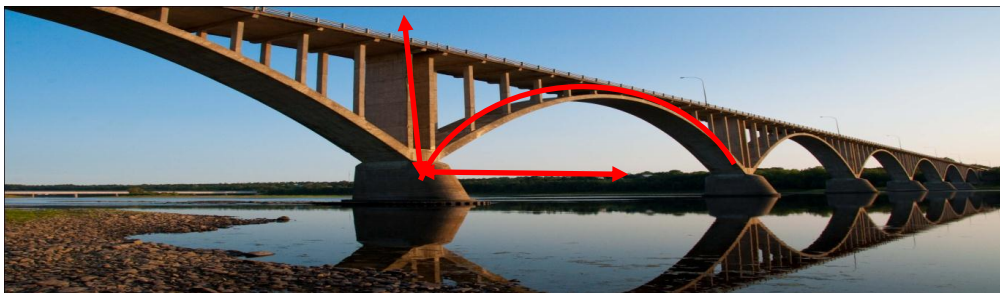
Q Tracer le graphique de l'équation $3x - 2y < 12$ et déterminer si $(-2, 4)$ fait partie de la solution. La ligne frontière est-elle continue ou pointillée?

Réponse : $(-2, 4)$ fait partie de la solution. La ligne de partage est en pointillé, $<$.

Q Tracer le graphique de l'équation $x^2 - 4x - 5 \geq y$ et déterminer si $(-2, 4)$ fait partie de la solution. La ligne de partage est-elle continue ou pointillée? Expliquer comment vous en êtes venu à cette solution.

Réponse : $(-2, 4)$ fait partie de la solution. La ligne de partage est continue, \geq .

Q Le pont Hugh John Flemming à Hartland est soutenu par des arches paraboliques. La fonction $h = -0.03d^2 + 0.84d - 0.08$ correspond approximativement à la courbe de l'une des arches, où h représente la hauteur en mètres au-dessus du point de rencontre de l'arche avec le pilier vertical, et d représente la distance horizontale entre le bord inférieur gauche et l'autre extrémité de l'arche, aussi en mètres.



Écrire l'inéquation qui décrit la région sous la courbe. Est-ce que $(4,5)$ et $(2,3)$ font partie de l'ensemble de solutions? Expliquer.

Réponse : $h < -0.03d^2 + 0.84d - 0.08$

Oui, $(4,5, 2,3)$ font partie de la solution; ils satisfont l'inégalité lorsqu'on les substitue dans l'inéquation.

RAS : RF8 : Résoudre des problèmes comportant des inéquations quadratiques dans une variable. [L, RP, V]

[C] Communication et	[RP] Résolution de problèmes	[L] Liens	[CE] Calcul mental
[T] Technologie	[V] Visualisation	[R] Raisonnement	estimation

RF8 : Résoudre des problèmes comportant des inéquations quadratiques dans une variable.

Portée et séquence des résultats :

10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
RF9 : Représenter une fonction linéaire sous la forme de la notation fonctionnelle. (NRF10)	RF8 : Résoudre des problèmes comportant des inéquations quadratiques dans une variable.	

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Ce résultat fait suite au précédent, et l'on remplace ici y par une valeur numérique. Étant donné que y reçoit une valeur, les valeurs de x qui satisfont l'inéquation seront la solution. Par exemple, pour $x^2 - x - 2 > 0$, la solution sera l'ensemble de valeurs de x où $y > 0$.

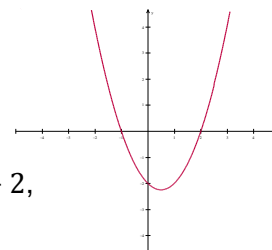
Il existe différentes méthodes pour résoudre des inéquations quadratiques à une variable, et les élèves devraient avoir l'occasion de s'exercer aux différentes méthodes afin d'approfondir leur compréhension de ce concept et de trouver une méthode qu'ils maîtriseront bien. Ces méthodes comprennent :

La méthode graphique $(x - 2)(x + 1) > 0$

Les racines de l'équation correspondante, $x^2 - x - 2 = 0$, sont $x = 2$ ou $x = -1$, et elles se nomment **valeurs critiques** de l'inégalité quadratique.

Visuellement, les élèves peuvent constater que la fonction $y = x^2 - x - 2$, est plus grande que zéro lorsque $x < -1$ ou $x > 2$.

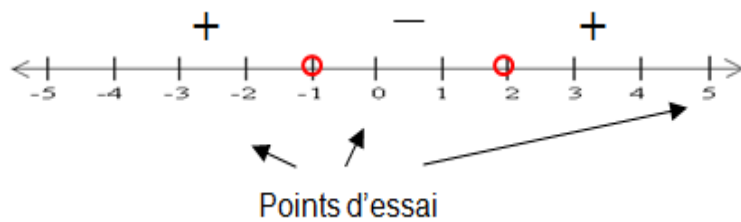
Pour $x^2 - x - 2 > 0$, la solution est $x < -1$ ou $x > 2, x \in R$.



Racines et points d'essai $(x - 2)(x + 1) > 0$

Les racines de l'équation correspondante $x = 2$ ou $x = -1$ définissent la ligne de partage de l'inéquation et trois régions différentes. Ces valeurs critiques peuvent être indiquées par des cercles sur une droite numérique, pour démontrer que ces racines ne font pas partie de la solution et qu'un point d'essai à partir de chaque région peut être substitué dans l'inéquation. Si la valeur satisfait l'inéquation, cette région fait partie de l'ensemble de solutions. Tous les points d'une région auront le même signe; un seul point d'essai sera donc suffisant pour déterminer que la région entière est la solution.

RAS : RF8 : Résoudre des problèmes comportant des inéquations quadratiques dans une variable. [L, RP, V]



$(-2 - 2)(-2 + 1) > 0$ $(-4)(-1) > 0$ $4 > 0$ ✓	$(0 - 2)(0 + 1) > 0$ $(-2)(1) \not> 0$ $-2 \not> 0$	$(5 - 2)(5 + 1) > 0$ $(3)(6) > 0$ $18 > 0$ ✓
---	---	--

Les points des régions extérieures (-2 et 5) correspondent à l'inéquation (donnent une réponse > 0), mais ce n'est pas le cas pour le point de la région centrale (0). Par conséquent, l'ensemble de solutions réside dans les régions extérieures :

$$x < -1 \text{ ou } x > 2, x \in R.$$

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer la solution d'une inéquation quadratique à une variable à l'aide de stratégies telles que l'analyse par cas, le tracé du graphique, les racines et les points d'essai ou l'analyse des signes, et expliquer la stratégie utilisée.
- Représenter et résoudre un problème comportant une inéquation quadratique à une variable.
- Interpréter la solution d'un problème comportant une inéquation quadratique à une variable.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Les élèves devraient apprendre à résoudre des inéquations quadratiques à l'aide de leurs calculatrices graphiques. Ils pourront ainsi vérifier rapidement leurs connaissances des méthodes algébriques.

RAS : RF8 : Résoudre des problèmes comportant des inéquations quadratiques dans une variable. [L, RP, V]

Questions (Q) et activités (A) d'enseignement suggérées

Q Résoudre l'équation suivante en utilisant deux méthodes : $2x^2 - 5x - 7 \leq 0$.

Réponse :

- 1) par technologie graphique, utilisant une formule quadratique, l'abscisse à l'origine (3,5, 0), (-1, 0)*
- 2) utilisant des points d'essai pour déterminer quand ≤ 0*

Q Une chef détermine qu'elle peut se servir de la formule $-m^2 + 5 \geq P$ pour estimer quand le prix de la farine, par kilogramme, coûtera P dollars ou moins dans m mois à partir d'aujourd'hui.

- a) Quand pourra-t-elle se procurer de la farine à un prix égal ou inférieur à 2 \$/kg?
- b) Expliquer pourquoi certaines des valeurs de m qui satisfont l'inéquation n'ont pas de sens de ce contexte.
- c) Écrire et résoudre l'inéquation pour un prix de la farine égal ou inférieur à 1 \$/kg.

Réponse : a) $0 \leq m \leq \sqrt{3}$ b) $m \geq 0$ puisqu'il représente le temps c) $0 \leq m \leq 2$

Q Un poisson qui saute hors de l'eau suit une trajectoire décrite par l'équation $d = -4,9t^2 + 4t$ où d représente la distance en pieds au-dessus de l'eau, et t , le temps en secondes. Tracer le graphique de la fonction et déterminer combien de temps le poisson est hors de l'eau.

Réponse : $\{t | 0 < t < 0,82\}$

RÉSUMÉ DES RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Mathématiques pré-calcul (11^e année)

[C] Communication, [RP] Résolution de problèmes, [L] Liens, [R] Raisonnement, [CE] Calcul mental et estimation, [T] Technologie [V] Visualisation

L'algèbre et le nombre

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et le sens du nombre.

Résultats d'apprentissage spécifiques

- AN1 :** Démontrer une compréhension de la valeur absolue de nombres réels. [R, V]
- AN2 :** Résoudre des problèmes portant sur des radicaux et des expressions radicales et comportant des radicandes numériques et algébriques. [L, CE, RP, R, T]
- AN3 :** Résoudre des problèmes renfermant des équations radicales (se limitant aux racines carrées). [C, RP, R]
- AN4 :** Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). [C, CE, R]
- AN5 :** Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). [L, CE, R]
- AN6 :** Résoudre des problèmes portant sur des équations rationnelles (se limitant à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). [C, RP, R]

Trigonométrie

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement trigonométrique.

Résultats spécifiques

- T1 :** Démontrer une compréhension des angles en position standard $[0^\circ \text{ à } 360^\circ]$. [R, V]
- T2 :** Résoudre des problèmes comportant les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus et tangente) pour des angles de $0^\circ \text{ à } 360^\circ$ en position standard. [C, CE, RP, R, T, V]

Les relations et les fonctions

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement numérique et algébrique à l'aide de l'étude des relations.

Résultats spécifiques

- RF1 :** Décomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante :
- $ax^2 + bc + c, a \neq 0$
 - $a^2x^2 - b^2y^2, a \neq 0, b \neq 0$
 - $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c, a \neq 0$
 - $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2, a \neq 0, b \neq 0$
- où a, b et c sont des nombres rationnels. [L, CE, R]
- RF2 :** Représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limitées aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. [C, RP, R, T, V]

- RF3 :** Analyser les fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine. [L, R, T, V]
- RF4 :** Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, les coordonnées à l'origine, pour résoudre des problèmes. [L, RP, R, T, V]
- RF5 :** Résoudre des problèmes faisant appel à des équations quadratiques. [C, L, RP, R, T, V]
- RF6 :** Résoudre algébriquement et graphiquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques à deux variables. [L, RP, R, T, V]
- RF7 :** Résoudre des problèmes comportant des inéquations linéaires et quadratiques à deux variables. [C, RP, T, V]
- RF8 :** Résoudre des problèmes comportant des inéquations quadratiques dans une variable. [L, RP, V]

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Alberta Education, System Improvement Group. *Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC), Consultation d'établissements d'enseignement postsecondaire, du monde des affaires et de l'industrie concernant leurs exigences en mathématiques de niveau secondaire : rapport final*. Edmonton (Alberta), 2006. Accès : http://www.wncp.ca/math/report_2006.pdf (consulté le 20 septembre 2007).
- Armstrong, Thomas. *7 Kinds of Smart: Identifying and Developing Your Many Intelligences*. New York (NY), Plume, 1993.
- Banks, J. A. et C. A. M. Banks. *Multicultural Education: Issues and Perspectives*. 2^e éd., Boston (MA), Allyn and Bacon, 1993.
- British Columbia Ministry of Education. *The Primary Program: A Framework for Teaching*. Victoria (BC), ministère de l'Éducation de la Colombie-Britannique, 2000.
- Caine, Renate Nummela et Geoffrey Caine. *Making Connections: Teaching and the Human Brain*. Alexandria (VA), Association for Supervision and Curriculum Development, 1991.
- Hope, Jack A. et coll. *Mental Math in the Primary Grades*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications, 1988.
- McAskill, B. et coll. *WNCP Mathematics Research Project: Final Report*. Victoria (BC), Holdfast Consultants Inc., 2004. Accès : http://www.wncp.ca/math/Final_Report.pdf (consulté le 20 septembre 2007).
- National Council of Teachers of Mathematics. *Computation, Calculators, and Common Sense: A Position of the National Council of Teachers of Mathematics*, mai 2005. Accès : http://www.nctm.org/uploadedFiles/About_NCTM/Position_Statements/computation.pdf (consulté le 20 septembre 2007).
- Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens de collaboration concernant l'éducation (M-12). *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M-9, Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens*, mai 2006. Accès : <http://www.wncp.ca/math/ccfcto9.pdf> (consulté le 4 décembre 2007). Alberta Education. *LearnAlberta.ca: Planning Guides K, 1, 4, and 7*, 2005-2008.
- Rubenstein, Rheta N. « Mental Mathematics beyond the Middle School: Why? What? How? » *Mathematics Teacher*, vol. 94, n° 6 (septembre 2001), p. 442-446.
- Shaw, J. M. et M. J. P. Cliatt. « Developing Measurement Sense ». P. R. Trafton (dir.), *New Directions for Elementary School Mathematics: 1989 Yearbook*, Reston (VA), National Council of Teachers of Mathematics, 1989, p. 149-155.
- Steen, L. A. *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*, Washington (DC), Mathematical Sciences Education Board, National Research Council, 1990.