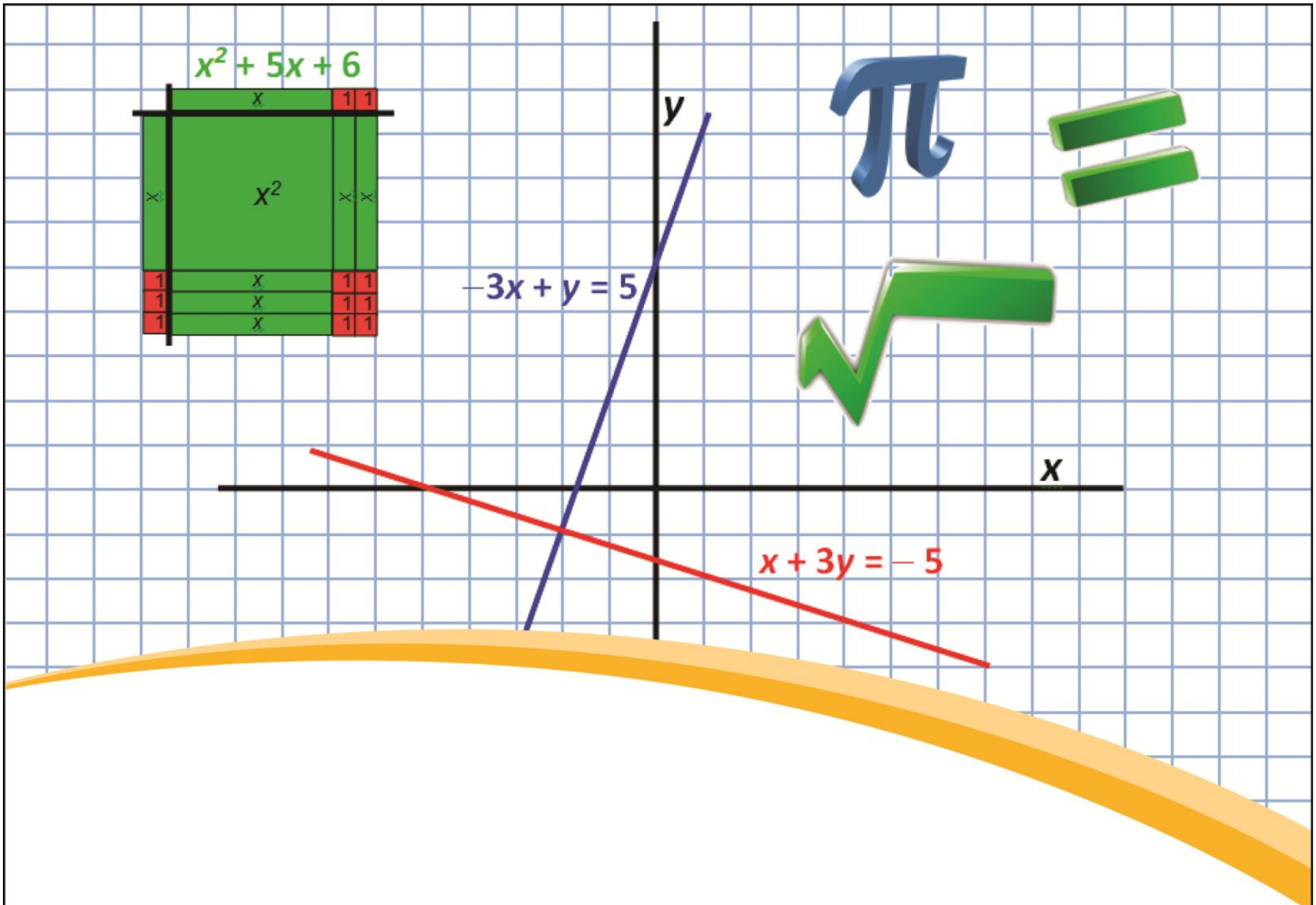


Le nombre, les relations et les fonctions 10

Programme d'études

Mise en oeuvre septembre 2011

New Nouveau Brunswick

Remerciements

Le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance du Nouveau-Brunswick est sincèrement reconnaissant du soutien apporté par les personnes et les groupes suivants dans l'élaboration du *Guide pédagogique « Le nombre, les relations et les fonctions 10 » pour le Nouveau-Brunswick :*

- le Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens de collaboration concernant l'éducation, *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12*, janvier 2008, reproduction (ou adaptation) autorisée, tous droits réservés;

- le comité consultatif d'élaboration des programmes de mathématiques de niveau secondaire du Nouveau-Brunswick, constitué de Bev Amos, Roddie Dugay, Suzanne Gaskin, Nicole Giberson, Karen Glynn, Beverlee Gonzales, Ron Manuel, Jane Pearson, Elaine Sherrard, Alyssa Sankey (UNB), Mahin Salmani (UNB) et de Maureen Tingley (UNB);

- l'équipe de rédaction du programme de 10e année du Nouveau-Brunswick, constituée de Heather Chamberlain, Audrey Cook, Lori-Ann Lauridsen, Tammy McIntyre, Tina Paige-Acker, Parise Plourde, Janice Shaw, Glen Spurrell, David Taylor et de Shawna Woods-Roy.

- Martha McClure, spécialiste en apprentissage des sciences et des mathématiques 9-12, ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance du Nouveau-Brunswick;

- les coordonnateurs de mathématiques, les mentors de numératie et les enseignants de mathématiques du Nouveau-Brunswick qui ont donné de précieux conseils durant toutes les phases de l'élaboration et de la mise en œuvre du présent document.

2014
Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance
Programmes et services éducatifs

Table des matières

Survol du programme d'études en mathématiques 10–12

CONTEXTE ET FONDEMENT

La vision du programme de mathématiques est de favoriser la formation d'élèves dotés d'une culture mathématique qui sont en mesure de généraliser et d'appliquer les connaissances acquises et qui participent de façon active à la société.

Il est essentiel que le programme d'études de mathématiques reflète la recherche actuelle en matière de formation dans ce domaine. Dans ce but, le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12* du Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens a été adopté comme fondement du programme d'études révisé de mathématiques au Nouveau-Brunswick. Le Cadre commun des programmes d'études a été élaboré par les sept ministères de l'Éducation (Alberta, Colombie-Britannique, Manitoba, Territoires du Nord-Ouest, Nunavut, Saskatchewan et Yukon) en collaboration avec des enseignants, des administrateurs, des parents, des représentants du monde des affaires, des enseignants de niveau postsecondaire et d'autres personnes concernées.

Ce cadre détermine les convictions en matière d'apprentissage des mathématiques, les résultats d'apprentissage généraux et spécifiques et les INDICATEURS DE RÉUSSITE sur lesquels se sont accordés les sept provinces et territoires. Ce document repose sur la recherche à la fois nationale et internationale menée par le Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens et le National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Le programme d'études du Nouveau-Brunswick met l'accent sur des concepts clés spécifiques chaque année, qui visent une compréhension plus approfondie de l'élève et, par conséquent, une plus grande réussite. En outre, une attention particulière est portée sur le sens du nombre et les concepts d'opérations dans les premières années afin de veiller à ce que les élèves acquièrent des bases solides en numératie.

L'objectif du présent document est de communiquer avec clarté à l'ensemble des partenaires éducatifs les attentes élevées en matière de formation en mathématiques pour les élèves. Du fait de l'importance accordée aux concepts clés chaque année, il est nécessaire de prendre le temps de s'assurer de la parfaite maîtrise de ces concepts. Les élèves doivent apprendre les mathématiques par la compréhension et l'acquisition active de nouvelles connaissances à partir de leurs expériences et de leurs connaissances antérieures (NCTM Principles and Standards, 2000).

CONVICTIONS À PROPOS DES ÉLÈVES ET DE L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

Le programme de mathématiques du Nouveau-Brunswick repose sur plusieurs postulats ou convictions clés à propos de l'apprentissage des mathématiques émanant des recherches et de l'expérience pratique dans ce domaine. Il s'agit des convictions suivantes :

- l'apprentissage des mathématiques constitue un cheminement actif et constructif;
- les apprenants possèdent chacun leur bagage de connaissances et d'expérience et apprennent au moyen d'approches diverses et à des rythmes différents;

- l'apprentissage est plus susceptible de se produire lorsque la matière est présentée en contexte et au sein d'un milieu favorisant l'exploration, la prise de risques et le raisonnement critique, tout en préconisant les attitudes positives et l'effort soutenu;
- l'apprentissage est plus efficace lorsque les attentes sont clairement définies par l'entremise d'une évaluation et d'une rétroaction continues.

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs ayant tous des intérêts, des habiletés et des besoins qui leur sont propres. Chacun arrive à l'école avec son propre bagage de connaissances, son vécu et ses acquis. Un élément clé de la réussite du développement de la numératie est l'établissement de liens avec ces acquis et ce vécu.

Les élèves apprennent en donnant un sens à ce qu'ils font et ont besoin d'élaborer leur propre sens des mathématiques. Ce processus de construction du sens est favorisé lorsque les apprenants sont confrontés à des expériences mathématiques allant du simple au complexe et du concret à l'abstrait. Le recours à des modèles et à une gamme variée d'approches pédagogiques peut permettre de répondre à la diversité des styles d'apprentissage et des étapes de développement des élèves, et ainsi renforcer la formation de concepts mathématiques solides et transférables. À tous les niveaux, les élèves bénéficient du travail avec divers matériaux, outils et contextes, favorisant la concrétisation, lorsqu'ils construisent du sens concernant de nouvelles idées mathématiques. Des discussions constructives peuvent leur permettre de faire des liens essentiels entre les représentations concrètes, imagées et symboliques des mathématiques.

L'environnement d'apprentissage doit valoriser et respecter les expériences et façons de penser de tous les élèves de façon à ce que les apprenants soient à l'aise pour prendre des risques intellectuels, poser des questions et établir des conjectures. Les élèves doivent pouvoir explorer des situations de résolution de problèmes afin de mettre en place des stratégies personnelles et d'acquérir une culture mathématique. Les apprenants doivent comprendre qu'il est acceptable de résoudre les problèmes de différentes façons et que les solutions peuvent varier.

Objectifs pour doter les élèves d'une culture mathématique

Les principaux objectifs de la formation en mathématiques sont de préparer les élèves à :

- utiliser les mathématiques en toute confiance afin de résoudre des problèmes;
- communiquer et raisonner mathématiquement;
- reconnaître et valoriser les mathématiques;
- établir des liens entre les mathématiques et leurs applications;
- s'engager dans un apprentissage continu;
- devenir des adultes dotés d'une culture mathématique, qui utiliseront les mathématiques pour contribuer à la société.

Les élèves ayant atteint ces objectifs seront en mesure de :

- mieux comprendre et apprécier les contributions des mathématiques à titre de science, de philosophie et d'art;
- faire preuve d'une attitude positive à l'égard des mathématiques;
- s'engager et persévérer dans des activités et des projets mathématiques;
- contribuer à des discussions mathématiques;
- prendre des risques pour effectuer des tâches mathématiques;

- faire preuve de curiosité.

Afin d'aider les élèves à atteindre ces buts, les enseignants sont invités à créer un climat d'apprentissage favorisant la compréhension des concepts par :

- la prise de risques;
- la pensée et la réflexion indépendantes;
- la mise en commun et la communication de connaissances mathématiques;
- la résolution de problèmes par l'intermédiaire de projets individuels et de projets de groupe;
- la recherche d'un approfondissement de la compréhension des mathématiques;
- la reconnaissance de la valeur des mathématiques au fil de l'histoire.

Diversité des perspectives culturelles

Les élèves sont issus de diverses cultures, ont chacun leur vécu et fréquentent des milieux scolaires situés dans différents cadres : collectivités urbaines, rurales et isolées. Afin de favoriser l'apprentissage dans un contexte de grande diversité de connaissances, de cultures, de styles de communication, de compétences, d'attitudes, d'expériences et de types d'apprentissage des élèves, l'enseignant doit recourir à une variété de stratégies d'enseignement et d'évaluation en classe.

Par exemple, des études révèlent que les élèves autochtones perçoivent souvent l'environnement au sein duquel ils vivent dans sa globalité et qu'ils apprennent mieux par l'intermédiaire d'une approche holistique. Cela signifie que ces élèves sont à la recherche de liens dans leurs apprentissages et qu'ils apprennent plus efficacement lorsque les mathématiques sont contextualisées, et non enseignées sous forme de composantes distinctes. Traditionnellement, au sein de la culture autochtone, l'apprentissage passe par la participation active et la dimension écrite revêt peu d'importance. L'apprentissage et la compréhension de l'élève passent par la communication orale, de même que par des applications et des expériences pratiques.

Il importe que les enseignants comprennent les signaux non verbaux et qu'ils y réagissent afin d'optimiser l'apprentissage et la compréhension mathématique chez l'élève. Les stratégies employées ne sauraient se limiter à l'intégration occasionnelle de sujets et de thèmes propres à une culture ou à une région en particulier, mais doivent tendre vers des objectifs plus élevés en matière d'éducation multiculturelle (Banks et Banks, 1993).

Les stratégies éducatives générales destinées à différents styles d'apprentissage au sein d'un groupe culturel ou autre en particulier peuvent ne pas convenir à tous les élèves d'un groupe. Il importe d'être conscient que les stratégies rendant l'apprentissage plus accessible à un groupe donné s'appliquent également à des élèves ne faisant pas partie du groupe ciblé. L'enseignement axé sur la diversité favorise une meilleure réussite de l'apprentissage des mathématiques pour tous les élèves.

Occasions de réussite

Une attitude positive engendre de profondes répercussions sur l'apprentissage. Les milieux favorisant un sentiment d'appartenance, incitant les élèves à prendre des risques et offrant des occasions de réussite contribuent à faire naître et à entretenir une attitude positive et une bonne confiance en soi chez l'élève. Les élèves faisant preuve d'une attitude positive envers l'apprentissage des mathématiques sont susceptibles d'être plus motivés, mieux disposés à apprendre et à participer aux activités en classe, à persévérer face aux défis et de s'investir dans des pratiques réflexives.

Les enseignants, les élèves et les parents doivent reconnaître la relation manifeste entre les domaines affectif et cognitif et miser sur les aspects affectifs contribuant à cultiver les attitudes positives. Pour réussir, les élèves doivent apprendre à se fixer des objectifs réalisables et à s'autoévaluer au fur et à mesure qu'ils cheminent vers leur atteinte.

Pour cheminer vers la réussite, de même que pour devenir des apprenants autonomes et responsables, les élèves doivent s'engager dans un processus réflexif continu qui suppose le réexamen et la réévaluation de leurs objectifs personnels.

Adaptation aux besoins de tous les apprenants

Non seulement l'enseignement doit-il être adapté aux différences constatées dans le développement des élèves dès leur entrée scolaire et au fil de leur cheminement, mais il doit également être exempt de toute discrimination fondée sur le sexe ou la culture. Idéalement, le cours de mathématiques devrait comporter des occasions d'apprentissage optimales pour chacun des élèves. Au moment de la prise de décisions pédagogiques, il importe de tenir compte de la réalité des différences individuelles.

L'enseignant doit également comprendre les différents styles d'apprentissage des élèves et concevoir des stratégies d'enseignement qui s'y prêtent. Le recours à différents modes d'enseignement est de mise, par exemple, pour les élèves principalement visuels par rapport à ceux que les apprentissages pratiques rejoignent mieux. La conception d'activités pédagogiques correspondant à une diversité de styles d'apprentissage doit également transparaître dans les stratégies d'évaluation.

Liens au sein du programme d'études

Les enseignants doivent tabler sur les diverses occasions qui s'offrent à eux pour intégrer l'apprentissage des mathématiques à celui d'autres matières. Non seulement cette intégration permet-elle de démontrer aux élèves de quelle façon les mathématiques s'utilisent au quotidien, mais elle contribue également à renforcer leur compréhension des concepts mathématiques, en plus de leur donner des occasions de mettre en pratique leurs compétences mathématiques. Il existe de nombreuses possibilités d'intégration des mathématiques à la littératie, aux sciences, aux sciences humaines, à la musique, aux arts et à l'éducation physique.

CADRE CONCEPTUEL DES MATHÉMATIQUES 10-12

Le tableau ci-dessous présente un aperçu de l'influence des processus mathématiques et de la nature même des mathématiques sur les résultats d'apprentissage.

ANNÉE MATIÈRE	10 11 12
La matière varie selon les cours de mathématiques de la 10e à la 12e année. Le cheminement comprend les éléments suivants : • *algèbre* • *mathématiques financières* • *géométrie* • *raisonnement logique* • *projet de recherche mathématique* • *mesure* • *nombre* • *permutations, combinaisons et théorème binomial* • *probabilité* • *relations et fonctions* • *statistique* • *trigonométrie*	**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAUX** **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** **INDICATEURS DE RÉUSSITE**

NATURE DES MATHÉMATIQUES

changement
constance
sens du nombre
régularités
relations
sens spatial
incertitude

PROCESSUS MATHÉMATIQUES :
Communication, liens, calcul mental et estimation, résolution de problèmes, raisonnement, technologie, visualisation

LES PROCESSUS MATHÉMATIQUES

L'intégration des éléments fondamentaux suivants au programme éducatif en mathématiques est essentielle afin de permettre aux élèves d'atteindre les objectifs de formation en mathématiques et de les inciter à poursuivre leur apprentissage dans ce domaine durant toute leur vie.
Les élèves devront être en mesure :

- de communiquer afin d'apprendre des concepts et d'exprimer leur compréhension des mathématiques (communication : C);
- d'établir des liens entre des idées et d'autres concepts mathématiques, leur vécu quotidien et d'autres disciplines (liens : L);
- de démontrer une habileté en calcul mental et en estimation (calcul mental et estimation : CE);
- d'acquérir et d'appliquer de nouvelles connaissances mathématiques par l'intermédiaire de la résolution de problèmes (résolution de problèmes : RP);
- de développer le raisonnement mathématique (raisonnement : R);

- de choisir et d'utiliser des outils technologiques pour apprendre et résoudre des problèmes (technologie :T)
- d'acquérir des compétences en matière de visualisation afin de faciliter le traitement de l'information, l'établissement de liens et la résolution de problèmes (visualisation : V).

Le programme du Nouveau-Brunswick intègre ces sept processus mathématiques interreliés devant s'incorporer à l'enseignement et à l'apprentissage.

Communication [C]

Les élèves ont besoin d'occasions de lire, d'illustrer, de voir, d'écrire, d'entendre et de discuter de notions mathématiques. Ces occasions leur permettent de créer des liens entre, d'une part, leur propre langue et leurs propres idées et, d'autre part, le langage officiel et les symboles mathématiques.

La communication joue un rôle important dans l'éclaircissement, l'approfondissement et la modification d'idées, de connaissances, d'attitudes et de croyances ayant trait aux mathématiques. Les élèves doivent être incités à employer diverses formes de communication dans le cadre de leur apprentissage des mathématiques. Ils doivent également communiquer leurs apprentissages en la matière à l'aide de la terminologie mathématique.

La communication peut aider les élèves à établir des liens entre des représentations concrètes, imagées, symboliques, verbales, écrites et mentales de concepts mathématiques.

Les nouvelles technologies permettent notamment aux élèves d'élargir leurs démarches de collecte de données et de mise en commun d'idées mathématiques au-delà de la classe.

Résolution de problèmes [RP]

La résolution de problèmes est l'un des processus essentiels et fondamentaux du domaine mathématique. L'apprentissage par la résolution de problèmes doit être au cœur du programme de mathématiques, et ce, à tous les niveaux. Les élèves acquièrent une compréhension véritable des concepts et des procédures mathématiques par la résolution de problèmes dans des contextes ayant un sens pour eux. La résolution de problèmes doit être intégrée à toute la matière et à tous les volets des mathématiques. Lorsque les élèves font face à une nouvelle situation et doivent répondre à des questions comme : *Comment feriez-vous pour…?* ou *Comment pourriez-vous…?*, le processus de résolution de problème est enclenché. Les élèves se donnent leurs propres stratégies de résolution de problèmes en écoutant, en discutant et en faisant l'essai de différentes stratégies.

Pour qu'une activité repose sur la résolution de problèmes, il faut qu'elle amène les élèves à déterminer une façon d'utiliser leurs connaissances acquises afin d'arriver à la solution recherchée. Si on a déjà donné aux élèves des façons de résoudre le problème, il ne s'agit alors plus d'un problème, mais d'un exercice. Les élèves ne doivent pas être en mesure de trouver immédiatement la réponse. Un véritable problème nécessite, de la part des élèves, l'utilisation de leurs connaissances acquises à de nouvelles fins et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes nécessite et favorise l'investissement de l'élève et l'approfondissement de la compréhension des concepts. Les élèves s'investiront dans la résolution de problèmes liés à leur vie, à leur culture, à leurs intérêts, à leur famille ou à l'actualité.

La compréhension des concepts et l'investissement de l'élève sont fondamentaux afin d'amener les élèves à persévérer dans des tâches de résolution de problèmes. Les problèmes mathématiques ne se résument pas à de simples calculs intégrés à une histoire et ne sont pas de nature artificielle. Il s'agit de tâches riches et ouvertes, pouvant comporter différentes solutions ou diverses réponses. Un bon problème devrait permettre à chaque élève de la classe de faire état de ses compétences, de ses connaissances et de sa compréhension. La résolution de problèmes peut être une activité individuelle ou un projet pouvant susciter la participation d'une classe entière (voire d'un groupe plus vaste).

Dans un cours de mathématiques, il existe deux types distincts de résolution de problèmes : la résolution de problèmes contextuels extérieurs aux mathématiques et la résolution de problèmes mathématiques. Un exemple de problème contextuel consisterait à trouver comment optimiser les profits d'une entreprise en tenant compte des contraintes de fabrication, tandis que chercher et développer une formule générale afin de résoudre une équation quadratique constituerait un problème mathématique.

La résolution de problèmes peut également être envisagée pour amener les élèves à se livrer à des stratégies de raisonnement inductif et déductif. En s'appropriant le problème, les élèves créeront des conjectures et rechercheront des régularités qu'ils pourront, par la suite, généraliser. Ce volet du processus de résolution de problème suppose souvent un raisonnement inductif. En recourant à des approches visant à résoudre un problème, les élèves migrent souvent vers un raisonnement mathématique de nature déductive. Il est essentiel d'inciter les élèves à s'investir dans les deux types de raisonnement et de leur offrir la possibilité d'envisager les approches et les stratégies employées par d'autres pour résoudre des problèmes semblables.

La résolution de problèmes constitue un puissant outil pédagogique favorisant la recherche de solutions multiples, créatives et novatrices. Le fait de créer un environnement où les élèves recherchent ouvertement et trouvent diverses stratégies de résolution de problèmes leur permet d'acquérir la capacité d'explorer des solutions de rechange et les rend aptes à prendre, en toute confiance, des risques mathématiques intelligents.

Liens [L]

La mise en contexte et la création de liens avec les expériences des apprenants sont des processus déterminants pour le développement de la compréhension des mathématiques. Lorsque des liens sont effectués entre des idées mathématiques ou entre de telles idées et des phénomènes concrets, les élèves peuvent commencer à percevoir les mathématiques comme étant utiles, pertinentes et intégrées.

L'apprentissage des mathématiques dans certains contextes et la création de liens pertinents pour les apprenants peuvent contribuer à valider les expériences passées et disposer davantage les élèves à participer au processus et à s'y investir activement. Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens.

« Comme l'apprenant recherche constamment des liens à divers niveaux, les enseignants doivent orchestrer des expériences permettant à l'élève de tirer une compréhension… Les recherches sur le cerveau démontrent et confirment la nécessité d'expériences multiples, complexes et concrètes aux fins d'un apprentissage et d'un enseignement constructifs. » (Caine et Caine, 1991, p. 5).

Calcul mental et estimation [CE]

Le calcul mental est une combinaison de stratégies cognitives qui favorisent la souplesse de la pensée et le sens du nombre. Il s'agit de calculer dans sa tête sans recourir à des aide-mémoire extérieurs.

Le calcul mental permet à l'élève de trouver des réponses sans papier ni crayon, ce qui favorise l'amélioration de ses aptitudes en calcul par l'acquisition d'efficacité, de précision et de souplesse d'esprit.

« Encore plus importante que la capacité d'exécuter des procédures de calcul ou d'utiliser une calculatrice est l'acquisition de facilités dont les élèves ont besoin, plus que jamais, en estimation et en calcul mental. » (National Council of Teachers of Mathematics, mai 2005).

Les élèves démontrant des aptitudes en calcul mental *« sont libérés de toute dépendance à une calculatrice, acquièrent une confiance dans leur capacité de faire des mathématiques et une souplesse intellectuelle qui leur permet de recourir à de multiples approches en matière de résolution de problèmes. »* (Rubenstein, 2001).

Le calcul mental *« constitue la pierre angulaire de tout procédé d'estimation supposant une variété d'algorithmes différents et de techniques non conventionnelles pour trouver des réponses. »* (Hope, 1988).

L'estimation est une stratégie visant à déterminer des valeurs ou des quantités approximatives, habituellement par l'intermédiaire de points de référence ou de jalons, ou à déterminer le caractère raisonnable de résultats de calculs. Les élèves doivent connaître les circonstances et les façons de procéder à des estimations et être en mesure de choisir la stratégie d'estimation à utiliser. L'estimation sert à poser des jugements mathématiques et à élaborer des stratégies utiles et efficaces pour gérer des situations de la vie quotidienne. Les élèves doivent apprendre quelle stratégie employer et comment l'utiliser afin de procéder à une estimation.

Technologie [T]

La technologie peut être utilisée efficacement pour favoriser et faciliter l'apprentissage d'une grande diversité de résultats d'apprentissage en mathématiques. Elle permet aux élèves d'explorer et de créer des modèles, d'examiner des relations, de mettre des hypothèses à l'épreuve et de résoudre des problèmes.

Les calculatrices et les ordinateurs peuvent servir à :
- explorer et à démontrer des régularités et des relations mathématiques;
- organiser et à afficher des données;
- produire et à vérifier des hypothèses inductives;
- extrapoler et à interpoler;
- faciliter les procédures de calcul dans le cadre de la résolution de problèmes;

- mettre davantage l’accent sur la compréhension conceptuelle en réduisant le temps passé à effectuer des procédures répétitives;
- renforcer l’apprentissage de connaissances fondamentales;
- acquérir des procédures personnelles d’opérations mathématiques;
- simuler des situations;
- développer le sens du nombre et le sens spatial.

La technologie favorise un milieu d’apprentissage dans lequel la curiosité croissante des élèves peut engendrer d’importantes découvertes mathématiques à tous les niveaux. L’utilisation de la technologie ne doit pas se substituer à la compréhension mathématique. La technologie doit plutôt constituer une approche, un outil parmi divers autres, visant à favoriser la compréhension mathématique.

Visualisation [V]

La visualisation « *met en jeu la capacité de penser au moyen de représentations visuelles et d’images et celle de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde spatiovisuel* » (Armstrong, 1993, p. 10). Le recours à la visualisation dans l’étude des mathématiques permet à l’élève de comprendre les concepts mathématiques et de créer des liens entre eux.

Les images visuelles et le raisonnement visuel sont d’importantes composantes de la compréhension des nombres, des dimensions et des mesures. L’élève recourt à la visualisation numérique lorsqu’il crée des représentations mentales des nombres. La capacité de créer, d’interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens spatial et du raisonnement spatial.

La visualisation spatiale et le raisonnement spatial permettent à l’élève de décrire les relations entre et parmi les objets à trois dimensions et les figures à deux dimensions.

La visualisation des mesures transcende la simple acquisition de compétences spécifiques en matière de mesure. Elle suppose également la capacité de l'élève à déterminer les circonstances lors desquelles il doit mesurer et estimer, de même que sa connaissance de plusieurs stratégies d’estimation (Shaw et Cliatt, 1989, p. 150).

La visualisation est favorisée par l’utilisation de matériaux concrets, d’outils technologiques et de diverses représentations visuelles. C’est par la visualisation que l’élève arrive à comprendre concrètement des concepts abstraits. La visualisation constitue un fondement pour l’enrichissement de la compréhension abstraite, de la confiance et de l’aisance.

Raisonnement [R]

Le raisonnement mathématique aide l’élève à réfléchir de façon logique et à trouver un sens aux mathématiques. Les élèves doivent renforcer leur confiance envers leurs capacités de raisonnement et de justification de leur raisonnement mathématique.

Des questions incitant les élèves à la réflexion, à l’analyse et à la synthèse les aideront à renforcer leur compréhension des mathématiques. Il est essentiel que tous les élèves aient à répondre à des questions comme les suivantes : *Pourquoi cela est-il vrai ou exact, selon toi?* ou *Qu’arriverait-il si…*

Les expériences mathématiques offrent aux élèves l'occasion de se livrer à des raisonnements inductifs et déductifs. Les élèves recourent à un raisonnement inductif lorsqu'ils explorent et notent des résultats, analysent des observations et font des généralisations à partir des réalités observées, pour ensuite mettre ces généralisations à l'épreuve. Ils ont recours à un raisonnement déductif lorsqu'ils arrivent à de nouvelles conclusions reposant sur l'application de ce qui est déjà connu ou supposé vrai. Les aptitudes de réflexion que l'on acquiert en mettant l'accent sur le raisonnement peuvent servir dans une grande diversité de disciplines et de contextes de la vie quotidienne.

LA NATURE DES MATHÉMATIQUES

Les mathématiques constituent une façon de tenter de comprendre, d'interpréter et de décrire notre monde. La définition de la nature des mathématiques inclut plusieurs éléments, qui seront présents dans l'ensemble de ce document. Il s'agit notamment du **changement**, de la **constance**, du **sens du nombre**, des **relations**, des **régularités**, du **sens spatial** et de l'**incertitude**.

Changement

Il importe que les élèves se rendent compte que les mathématiques sont en état d'évolution constante et ne sont pas statiques. Ainsi, le fait de reconnaître le changement constitue un élément clé de la compréhension et de l'apprentissage des mathématiques. En mathématiques, les élèves sont exposés à des modalités de changement et ils devront tenter d'en fournir des explications. Pour faire des prédictions, les élèves doivent décrire et quantifier leurs observations, y rechercher des régularités, et décrire les quantités qui restent invariables et celles qui varient. Par exemple, la suite 4, 6, 8, 10, 12, … peut être décrite de différentes façons, y compris les suivantes :

- compter par sauts de 2, à partir de 4;
- une suite arithmétique, avec 4 comme premier terme, et une raison arithmétique de 2;
- une fonction linéaire avec un domaine discret.

(Steen, 1990, p. 184)

Les élèves doivent comprendre que les nouveaux concepts de mathématiques, de même que des changements à des concepts déjà acquis résultent de la nécessité de décrire et de comprendre de nouvelles notions mathématiques. Entiers, décimales, fractions, nombres irrationnels et nombres complexes apparaissent à l'élève quand il commence à explorer de nouvelles situations ne pouvant être décrites ni analysées efficacement au moyen d'entiers positifs.

C'est par le jeu mathématique que les élèves constatent le mieux les changements qui surviennent dans leur compréhension des concepts mathématiques.

Constance

La constance peut être décrite de différentes façons, soit en termes de stabilité, de conservation, d'équilibre, d'états stationnaires et de symétrie (AAAS–Benchmarks, 1993, p. 270). Les mathématiques, comme toutes les sciences, ont pour objet des propriétés qui ne changent pas, quelles que soient les conditions extérieures. En voici quelques exemples :

- l'aire d'un rectangle demeure la même, quelle que soit la méthode adoptée pour la déterminer;
- pour tout triangle, la somme des angles intérieurs est toujours égale à 180°;

• la probabilité théorique d'obtenir le côté face après avoir lancé une pièce de monnaie est de 0,5.

La résolution de certains problèmes mathématiques exige que les élèves se concentrent sur des propriétés constantes. L'habileté des élèves à reconnaître de telles propriétés leur permet, par exemple, de résoudre des problèmes relatifs à la variation du taux de change, à la pente de droites données, à la variation directe, à la somme des angles de divers polygones, etc.

De nombreuses propriétés importantes en mathématiques demeurent inchangées en présence de conditions changeantes. Voici quelques exemples de constance :
• la conservation de l'égalité dans la résolution d'équations;
• la somme des angles intérieurs de tout triangle;
• la probabilité théorique d'un événement.

Pour résoudre certains problèmes de mathématiques, les élèves doivent se concentrer sur les propriétés qui demeurent constantes. La reconnaissance de la constance permet à l'élève de résoudre des problèmes supposant des taux de changement constants, des droites ayant une pente constante et des situations de variation directe.

Sens du nombre

Le sens du nombre, qui peut se définir comme étant une connaissance approfondie des nombres et une souplesse dans leur manipulation, constitue le fondement le plus important de la numératie (ministère de l'Éducation de la Colombie-Britannique, 2000, p. 146). Il est fondamental de continuer de favoriser le sens du nombre afin de permettre l'enrichissement de la compréhension mathématique chez l'élève.

Un véritable sens du nombre transcende les simples aptitudes de calcul, de mémorisation de faits et d'application procédurale des algorithmes en situation. L'élève ayant un bon sens du nombre est apte à juger si une solution est raisonnable, à décrire les relations entre différents types de nombres, à décrire des quantités et à travailler avec différentes représentations d'un même nombre afin d'approfondir sa compréhension conceptuelle des mathématiques.

L'élève acquiert le sens du nombre en établissant des liens entre les nombres et à son vécu, de même qu'en recourant à des repères et à des référents. L'élève acquiert ainsi un raisonnement de calcul fluide, une bonne souplesse dans la manipulation des nombres et une bonne intuition des nombres. L'évolution du sens du nombre dérive habituellement de l'apprentissage plutôt que de l'enseignement direct. Cependant, l'acquisition du sens du nombre chez l'élève peut s'effectuer par l'intermédiaire de tâches mathématiques riches lui permettant d'établir des liens.

Régularités

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques. Tous les domaines mathématiques comprennent des régularités et c'est en les étudiant que les élèves établissent d'importants liens entre les concepts relevant d'un même domaine et de domaines différents.
Le fait de travailler avec des régularités permet aussi aux élèves d'établir des liens au-delà des mathématiques. La capacité d'analyser les régularités contribue à définir la

façon dont les élèves comprennent leur environnement. Les régularités peuvent être représentées de façon concrète, visuelle, auditive ou symbolique. L'élève doit apprendre à passer avec aisance d'une représentation à une autre.

Les élèves doivent apprendre à reconnaître, à déployer, à créer et à utiliser des régularités mathématiques. Cette compréhension des régularités permet aux élèves de formuler des prédictions et de justifier leur raisonnement en situation de résolution de problèmes. Le fait d'apprendre à travailler avec les régularités permet aux élèves de développer leur pensée algébrique, élément fondamental à l'apprentissage des mathématiques plus abstraites.

Relations

Les mathématiques servent à décrire et à expliquer des relations. La recherche de relations au sein des nombres, des ensembles, des figures, des objets, des variables et des concepts fait partie de l'étude des mathématiques. Cette recherche de relations possibles requiert la collecte et l'analyse de données numériques, l'analyse de régularités, de même que la description d'éventuelles relations sous forme visuelle, symbolique, verbale ou écrite.

Sens spatial

Le sens spatial a trait à la représentation et à la manipulation d'objets à trois dimensions et de figures à deux dimensions. Il permet aux élèves de procéder à des raisonnements et à des interprétations portant sur des représentations d'objets tridimensionnels et de figures bidimensionnelles.

Le sens spatial s'acquiert par l'intermédiaire d'expériences diverses réalisées à partir de modèles visuels et concrets. Il constitue un moyen d'interpréter l'environnement physique ainsi que les représentations bidimensionnelles et tridimensionnelles et une façon d'y réfléchir.

Certains problèmes supposent l'établissement de liens entre des nombres et des unités de mesure et les dimensions de certains objets. Le sens spatial permet à l'élève de prédire les effets qu'engendrera une modification de ces dimensions.

Le sens spatial est également essentiel à la compréhension, par l'élève, de la relation entre les équations et les graphiques de fonctions et, ultimement, de la façon dont les équations et les graphiques peuvent être utilisés pour illustrer des situations physiques.

Incertitude

En mathématiques, les interprétations de données et les prédictions effectuées à partir de données peuvent manquer de fiabilité.

Certains événements et certaines expériences donnent lieu à des ensembles de données statistiques pouvant servir à faire des prédictions. Il est important de reconnaître que les prédictions (interpolations et extrapolations) reposent sur des régularités comportant un certain degré d'incertitude. La qualité de l'interprétation est directement liée à la qualité des données. Le fait d'être conscient de la présence d'un facteur d'incertitude permet à l'élève d'évaluer la fiabilité des données et de l'interprétation qui en est faite.

La chance renvoie à la prévisibilité d'un résultat donné. Au fur et à mesure que les élèves développent leur compréhension de la probabilité, leur langage mathématique gagne en spécificité et permet de décrire le degré d'incertitude de façon plus précise. Ce langage doit être utilisé de façon efficace et correcte pour transmettre des messages judicieux.

ÉVALUATION

Une évaluation continue et interactive (*évaluation formative*) est essentielle à l'enseignement et l'apprentissage efficaces. Selon la recherche, les pratiques d'évaluation formative permettent des gains significatifs et souvent substantiels en matière d'apprentissage, comblent les écarts en matière de réussite et renforcent la capacité des élèves à acquérir de nouvelles compétences (Black & Wiliam, 1998; OCDE, 2006). La participation de l'élève à l'évaluation favorise l'apprentissage. L'évaluation interactive et la promotion de l'auto-évaluation permettent à l'élève de réfléchir sur sa compréhension des concepts et idées mathématiques et de les formuler.

L'évaluation dans la salle de classe comprend :

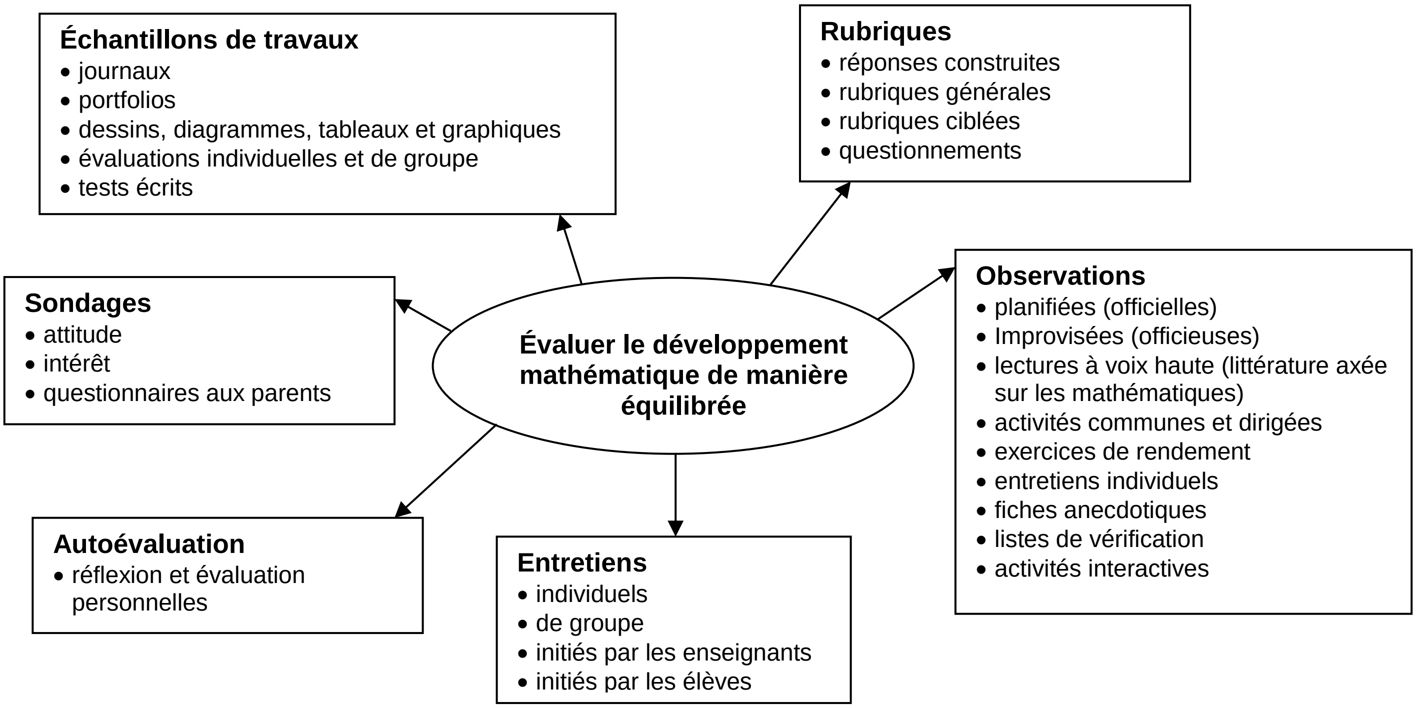
- l'établissement d'objectifs, de cibles et de résultats d'apprentissage clairement définis;
- l'utilisation de références, de rubriques et de modèles pour aider à clarifier les résultats à atteindre et à définir les caractéristiques importantes du travail;
- le suivi de la progression vers l'atteinte des résultats et la rétroaction, au besoin;
- la promotion de l'auto-évaluation;
- la promotion d'un environnement dans le cadre de la salle de classe où des discussions sur l'apprentissage ont lieu et où les élèves peuvent vérifier leurs idées ainsi que leurs résultats et acquérir une compréhension plus approfondie de leur apprentissage (Davies, 2000).

Les pratiques d'évaluation formative sont un échafaudage pédagogique à partir duquel l'apprentissage peut ensuite être mesuré au moyen d'une évaluation sommative. *L'évaluation sommative* ou évaluation *de* l'apprentissage suit les progrès de l'élève, offre de l'information sur les programmes éducatifs et aide dans la prise de décision. Ces deux formes d'évaluation sont nécessaires pour guider l'enseignement, favoriser l'apprentissage et favoriser la réussite.

L'évaluation de l'élève doit :

- correspondre aux objectifs du programme d'études;
- utiliser des critères clairs et utiles;
- promouvoir l'implication de l'élève dans l'apprentissage des mathématiques pendant et après le processus d'évaluation;
- utiliser une vaste gamme de stratégies et d'outils d'évaluation;
- produire des renseignements utiles afin d'améliorer la formation.

(Adapté de : NCTM, Mathematics Assessment : A practical handbook, 2001, p. 22)


Échantillons de travaux
• journaux
• portfolios
• dessins, diagrammes, tableaux et graphiques
• évaluations individuelles et de groupe
• tests écrits
Rubriques
• réponses construites
• rubriques générales
• rubriques ciblées
• questionnements
Sondages
• attitude
• intérêt
• questionnaires aux parents
Évaluer le développement mathématique de manière équilibrée
Observations
• planifiées (officielles)
• Improvisées (officieuses)
• lectures à voix haute (littérature axée sur les mathématiques)
• activités communes et dirigées
• exercices de rendement
• entretiens individuels
• fiches anecdotiques
• listes de vérification
• activités interactives
Autoévaluation
• réflexion et évaluation personnelles
Entretiens
• individuels
• de groupe
• initiés par les enseignants
• initiés par les élèves

VOIES ET SUJETS D'ÉTUDE

Le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10–12*, sur lequel s'appuie le programme de mathématiques 10–12 du Nouveau-Brunswick, régit des voies et des sujets d'étude plutôt que des domaines, comme dans le cas du *Cadre commun des programmes en mathématiques M–9*. Au Nouveau-Brunswick, tous les élèves de 10^e^ année suivent un programme commun constitué de deux cours : *La géométrie, la mesure et les finances 10* et *Le nombre, les relations et les fonctions 10*. À compter de la 11^e^ année, trois voies sont offertes, soit : *Mathématiques pour les finances et le milieu de travail*, *Fondements mathématiques* et *Mathématiques précalcul*.

Dans chacun des sujets d'étude, les élèves devront acquérir une compréhension des concepts de base et un ensemble de compétences qui leur seront utiles, quel que soit le cours qu'ils auront choisi. Les élèves ont la possibilité de changer de voie, au besoin, selon leurs intérêts et dans le but de disposer du plus grand nombre d'options possible. Les sujets abordés dans une voie donnée prennent appui sur les connaissances antérieures et s'accompagnent d'une évolution allant d'une compréhension élémentaire à une compréhension conceptuelle plus élaborée.

Objectifs des voies

Les objectifs des trois voies consistent à permettre à l'élève d'acquérir la compréhension, les attitudes, les connaissances et les compétences nécessaires à la poursuite de ses études dans un programme postsecondaire particulier ou à son intégration au sein du marché du travail. Les trois voies permettent aux élèves d'acquérir une compréhension mathématique et de développer une démarche de pensée critique. C'est le choix des sujets d'étude par lesquels s'acquièrent ces compétences et cette connaissance qui varie d'une voie à une autre. Au moment de choisir une voie, l'élève doit tenir compte de ses champs d'intérêt actuels et futurs. L'élève, les parents et les enseignants sont invités à vérifier les exigences d'admission des divers programmes d'études postsecondaires qui varient d'un établissement à l'autre et d'une année à l'autre.

Contenu des voies

Chacune des voies a été conçue afin de permettre à l'élève d'acquérir les connaissances mathématiques, la rigueur et les aptitudes de pensée critique ciblées pour des programmes d'études postsecondaires données, de même que pour l'intégration directe au marché du travail.

Le contenu des voies repose sur le *Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC) – Consultation d'établissements d'enseignement postsecondaire et du monde des affaires et de l'industrie concernant leurs exigences en mathématiques de niveau secondaire : Rapport final* et sur des consultations effectuées auprès des enseignants de mathématiques.

Mathématiques pour les finances et le milieu de travail

Cette voie a été conçue pour permettre à l'élève d'acquérir les connaissances mathématiques et la démarche de pensée critique ciblées pour son accession à la majorité des programmes de formation professionnelle et au marché du travail. Il y étudie notamment l'algèbre, les mathématiques financières, la géométrie, la mesure, le nombre, la statistique et la probabilité.

<u>Fondements mathématiques</u>
Cette voie vise à permettre à l'élève d'acquérir les connaissances mathématiques et la démarche de pensée critique ciblées pour son accession à des programmes d'études postsecondaires ne nécessitant pas l'étude du calcul différentiel et intégral. Il y étudie notamment les mathématiques financières, la géométrie, la mesure, le nombre, le raisonnement logique, les relations et les fonctions, la statistique et la probabilité.

<u>Mathématiques précalcul</u>
Cette voie a été conçue afin de permettre à l'élève d'acquérir les connaissances mathématiques et la démarche de pensée critique ciblées pour son accession à des programmes d'études postsecondaires nécessitant l'étude du calcul différentiel et intégral. L'élève y étudie notamment l'algèbre et le nombre, la mesure, les relations et les fonctions, la trigonométrie, les permutations, les combinaisons et le théorème binomial.

Résultats d'apprentissage et INDICATEURS DE RÉUSSITE

Le programme d'études du Nouveau-Brunswick est formulé en termes de résultats d'apprentissage généraux, de résultats d'apprentissage spécifiques et d'*INDICATEURS DE RÉUSSITE*

Les <u>résultats d'apprentissage généraux</u> (RAG) sont les énoncés d'ordre général des principaux apprentissages attendus des élèves dans chacune des voies et des volets. Ces résultats d'apprentissage pour chaque voie et chacun de ses volets demeureront les mêmes, quel que soit le niveau scolaire dont il sera fait référence.

Les <u>résultats d'apprentissage spécifiques</u> (RAS) sont les énoncés des notions précises et des habiletés connexes soutenues par les connaissances et la compréhension que les élèves doivent avoir acquises à la fin de chaque niveau scolaire. Pour les résultats spécifiques, l'expression « y compris » signifie que tous les éléments énumérés doivent être pris en considération afin d'atteindre le résultat d'apprentissage visé. L'expression « tel/telle que » indique que les éléments qui suivent sont proposés à titre explicatif et ne constituent pas des exigences liées à l'atteinte du résultat d'apprentissage. Le terme « et » employé dans un résultat d'apprentissage indique que les deux éléments visés doivent être abordés aux fins de l'atteinte du résultat d'apprentissage ciblé. Il n'est cependant pas nécessaire qu'ils soient abordés simultanément, ni dans la même question

Les <u>INDICATEURS DE RÉUSSITE</u> sont des exemples de façons dont les élèves peuvent démontrer dans quelle mesure ils ont atteint les objectifs d'un résultat d'apprentissage spécifique. L'étendue des exemples fournis traduit la portée du résultat d'apprentissage spécifique correspondant. Le terme « et » employé dans un indicateur de réussite indique que les deux éléments visés doivent être abordés aux fins de l'atteinte du résultat d'apprentissage ciblé. Il n'est cependant pas nécessaire qu'ils soient abordés simultanément, ni dans la même question.

But pédagogique

Chacune des voies du *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10–12* est organisée par sujet d'étude. Les élèves doivent établir des liens entre les concepts propres à un sujet donné et d'un sujet à l'autre afin d'enrichir leurs expériences d’apprentissage en mathématiques. La planification des activités d’enseignement et d’évaluation doit être effectuée en tenant compte des éléments suivants :

- Les processus mathématiques accompagnant un résultat d’apprentissage donné sont destinés à aider l’enseignant à choisir des approches pédagogiques efficaces pour l’enseignement et l’apprentissage permettant l’atteinte du résultat d’apprentissage visé.
- Les sept processus mathématiques doivent faire partie intégrante des approches d’enseignement et d’apprentissage et doivent appuyer les objectifs des résultats d’apprentissage.
- Dans la mesure du possible, l’enseignant utilisera des contextes significatifs dans les exemples, les problèmes et les projets.
- L’enseignement doit passer du simple au complexe et du concret à l’abstrait.
- La planification de l’évaluation doit traduire un équilibre entre l’évaluation au service de l’apprentissage, l’évaluation en tant qu’apprentissage et l’évaluation des apprentissages.

L’apprentissage doit être centré sur le développement de la compréhension des concepts et des procédures mathématiques. La compréhension des concepts doit être en lien direct avec les connaissances procédurales de l’élève.

Voies et cours

Le diagramme ci-dessous résume les voies et les cours offerts.

Mathématiques M–9

10e année

- *obligation de réussir 2 cours de 90 h*
- *peuvent être suivis durant le même semestre ou dans n'importe quel ordre*

La géométrie, la mesure et les finances 10 (1069027)

Le nombre, les relations et les fonctions 10 (1069527)

11e année

- *3 cours de 90 h offerts en 3 voies*
- *obligation de suivre **soit** « Mathématiques pour les finances et le milieu de travail 11 », **soit** « Fondements Mathématiques 11 »*
- *l'élève doit avoir réussi le (les) cours préalable(s) de 10e année avant d'amorcer un cours de 11e année*

Mathématiques pour les finances et le milieu de travail 110

Préalable :
La géométrie, la mesure et les finances 10

Fondements mathématiques 110

Préalables :
La géométrie, la mesure et les finances 10
ET Le nombre, les relations et les fonctions 10

Mathématiques précalcul 110

Cours associé ou préalable :
Fondements mathématiques 11

12e année

- *5 cours de 90 h offerts en 3 voies*
- *l'élève doit d'abord avoir réussi le cours préalable de 11e ou de 12e année avant d'amorcer le cours désiré*

Mathématiques pour les finances et le milieu de travail 120

Préalable : Mathématiques pour les finances et le milieu de travail 110 ou Fondements mathématiques 110

Fondements mathématiques 120

Préalable : Fondements mathématiques 11

Mathématiques précalcul A 120

Préalable : Mathématiques précalcul 11

Mathématiques précalcul B 120

Cours associé ou préalablee :
Mathématiques précalcul 12A

Mathématiques calcul 120

Préalable : Mathématiques précalcul A 120 ET Mathématiques précalcul B 120

RÉSUMÉ

Le Cadre conceptuel des mathématiques 10–12 donne une description de la nature des mathématiques, des processus mathématiques, des voies et des sujets d'étude, de même que du rôle des résultats d'apprentissage et des INDICATEURS DE RÉUSSITE liés aux mathématiques 10–12. Les activités réalisées dans le cadre des cours de mathématiques doivent faire appel à une approche de résolution de problèmes intégrant les processus mathématiques et amenant l'élève à une compréhension de la nature des mathématiques.

FORME DU PROGRAMME D'ÉTUDES

Ce guide présente le programme de mathématiques par niveau scolaire, afin que l'enseignant puisse disposer d'un aperçu de la portée des résultats d'apprentissage que doivent atteindre les élèves durant l'année. Les enseignants sont toutefois invités à examiner ce qui précède et ce qui suit, pour mieux comprendre comment les apprentissages de l'élève à un niveau donné s'inscrivent dans un plus vaste ensemble d'acquisitions de concepts et d'habiletés.

L'ordre dans lequel figurent les éléments n'a pas pour objectif de déterminer ni de prescrire la séquence dans laquelle ils doivent être présentés en classe. Il vise plutôt à assortir les résultats d'apprentissage propres aux résultats d'apprentissage généraux (RAG) dont ils relèvent.

L'en-tête de chaque page présente le résultat d'apprentissage général (RAG) et le résultat d'apprentissage spécifique (RAS). Vient ensuite l'essentiel pour le processus mathématique, suivi d'une section intitulée <u>Portée et séquence</u>, ayant pour but de relier le résultat d'apprentissage propre aux résultats d'apprentissage de l'année précédente et de l'année suivante. Chaque RAS est assorti des rubriques suivantes : <u>Explications détaillées</u>, <u>INDICATEURS DE RÉUSSITE</u>, <u>Stratégies pédagogiques suggérées</u> et <u>Questions et activités d'enseignement et d'évaluation suggérées</u>. Les *questions d'orientation* apparaissant sous chacune des sections doivent être prises en considération.

RAG
RAS : (résultat d'apprentissage spécifique et processus mathématique)

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	et estimation

<u>Portée et séquence</u>

Mathématiques 9	Nombre, relations et fonctions 10 Géométrie, mesure et finances 10	Mathématiques pour les finances et le milieu de travail 11 (FW11) Fondements mathématiques 11 (FM 11) Mathématiques précalcul 11 (PC11)

<u>Explications détaillées</u>
Cette section décrit le portrait d'ensemble des apprentissages à réaliser et leurs liens avec le travail fait au cours des années précédentes
Questions d'orientation :
• Qu'est-ce que je veux que mes élèves apprennent?
• Qu'est-ce que je veux que mes élèves comprennent et soient capables de faire?

<u>INDICATEURS DE RENDEMENT</u>
Décrivent les indicateurs observables de l'atteinte ou de la non-atteinte des résultats spécifiques par les élèves
<u>Questions d'orientation</u> :
- *Quel type de preuve donnée par l'élève vais-je rechercher pour savoir que l'apprentissage a eu lieu?*
- *Que doivent démontrer les élèves pour démontrer leur compréhension des concepts et des compétences mathématiques?*

RAG
RAS : (résultat d'apprentissage spécifique et processus mathématique)

<u>Stratégies pédagogiques suggérées</u>
Approche et stratégies d'ordre général suggérées aux fins de l'enseignement de ce résultat
<u>Questions d'orientation</u>
• Quelles occasions d'enseignement et quelles expériences dois-je mettre en place pour favoriser les résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de démontrer ce qu'ils ont appris?
• Quelles stratégies d'enseignement et quelles ressources dois-je utiliser?
• Quelles mesures devrai-je mettre en place pour tenir compte de la diversité des besoins de mes élèves en matière d'apprentissage?

<u>Questions (Q) et activités (A) d'enseignement et d'évaluation suggérées</u>
Certaines suggestions d'activités particulières et certaines questions pouvant servir à l'enseignement et à l'évaluation
<u>Questions d'orientation</u>
• Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
• Comment vais-je harmoniser mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?
<u>Questions d'orientation</u>
• Quelles conclusions peuvent être tirées des renseignements de l'évaluation?
• Dans quelle mesure les approches d'enseignement ont-elles été efficaces?
• Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement?

Le nombre, les relations et les fonctions 10

Résultats d'apprentissage spécifiques

RAS	**AN1 :** Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) de nombres entiers positifs en déterminant les diviseurs (facteurs) premiers, le plus grand diviseur (facteur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée, la racine cubique. [CE, L, R]

L'algèbre et le nombre

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
N5 : Déterminer la racine carrée des nombres rationnels positifs qui sont des carrés parfaits. **N6 :** Déterminer une racine carrée approximative des nombres rationnels positifs qui ne sont pas des carrés parfaits.	**AN1 :** Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) de nombres entiers positifs en déterminant les diviseurs (facteurs) premiers, le plus grand diviseur (facteur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée, la racine cubique.	**RF2 :** Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. *(FM11)* **RF1 : D**écomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante : • $ax^2 + bx + c, a \neq 0$ • $a^2x^2 - b^2y^2, a \neq 0, b \neq 0$ • $a\big(f(x)\big)^2 + b\big(f(x)\big) + c\ , a \neq 0$ • $a^2\big(f(x)\big)^2 - b^2\big(g(y)\big)^2\ , a \neq 0, b \neq 0$ où a, b et c sont des nombres rationnels. (*PC11)* **RF5 :** Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques. . *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

En 8e année, les élèves ont étudié la racine carrée des nombres entiers jusqu'à $\sqrt{144}$, y compris les carrés parfaits et l'estimation des nombres qui ne sont pas des carrés parfaits. Ils auront exploré ces relations de façon concrète, imagée et symbolique pour les nombres entiers.

En 9e année, l'étude des racines carrées a été élargie. Les élèves ont alors été appelés à déterminer la racine carrée de nombres rationnels positifs qui sont des carrés parfaits, et à estimer la racine carrée des entiers positifs, des fractions et des décimales, en ayant recours à des carrés parfaits comme points de repère.

En 10e année, l'enseignement se concentre sur la factorisation (décomposition en facteurs) de nombres entiers positifs, au moyen de diverses stratégies. Il s'agit d'une introduction à la **factorisation, aux facteurs premiers, aux plus grands facteurs communs** et **aux plus petits communs multiples**. Les élèves auront recours à diverses stratégies, dont la factorisation, pour déterminer la racine de carrés parfaits et de **cubes parfaits**.

Pour décomposer un entier positif en facteurs, il est utile d'exprimer le nombre sous forme de produit de ses **facteurs premiers**. Il y aura peut-être lieu de revoir la matière concernant les nombres premiers, les nombres composés ainsi que la factorisation primaire avant d'expliquer ce que sont les facteurs premiers aux élèves.

RAS	**AN1 :** Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) de nombres entiers positifs en déterminant les diviseurs (facteurs) premiers, le plus grand diviseur (facteur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée, la racine cubique. [CE, L, R]

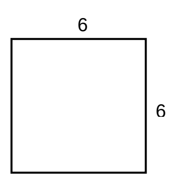
Les nombres 0 et 1 n'ont pas de facteurs premiers. Lorsque 1 est divisé par un nombre premier, la réponse n'est jamais un entier positif; 1 n'a donc pas de facteurs premiers. Zéro peut être divisé par tous les nombres premiers ($0 \div 2 = 0$, $0 \div 3 = 0$, etc.), ce qui semble supposer que zéro compte un nombre infini de facteurs premiers. Cependant, si 2 est un facteur de 0, alors le nombre zéro l'est également. Puisqu'il est inadmissible de diviser par 0, 0 n'a pas de facteurs premiers.

Pour illustrer la **factorisation première**, 24 peut s'exprimer sous la forme d'un produit des nombres premiers qui le constituent : $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$, ou $24 = 2^3 \times 3$. Pour éviter toute confusion avec la variable x, les élèves devraient prendre l'habitude d'utiliser le point comme signe de multiplication, comme dans l'exemple suivant : $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$.

Le produit de deux nombres de valeurs égales est le **carré** de ces nombres. Si les facteurs sont des entiers positifs, le produit est un **carré parfait.** À l'inverse, deux facteurs de valeur égale constituent les **racines carrées** du carré correspondant. Par exemple, 25 est le carré de 5, ce qui s'exprime symboliquement ainsi : $5^2 = 25$, tandis que la racine carrée de 25 est 5, ce qui s'exprime symboliquement comme suit : $\sqrt{25} = 5$.

Le produit de trois nombres de valeurs égales est le **cube** de ces nombres. Si les facteurs sont des entiers positifs, le produit est un **cube parfait**. À l'inverse, trois facteurs de valeur égale constituent les **racines cubiques** du cube correspondant. Par exemple, 27 est le cube de 3, ce qui s'exprime symboliquement ainsi : $3^3 = 27$, et la racine cubique de 27 est 3, ce qui s'exprime symboliquement comme suit : $\sqrt[3]{27} = 3$.

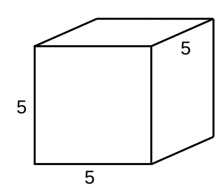
Un carré parfait peut être représenté comme étant l'aire d'un carré. L'entier positif correspondant à la longueur des côtés représente la valeur de la racine carrée. Un cube parfait peut être représenté comme étant le volume d'un cube. L'entier positif correspondant à la longueur des arêtes représente la valeur de la racine cubique. Tous les côtés sont de longueur égale.



Aire = 36 unités carrées

$\sqrt{36} = 6$

36 est un carré parfait
6 en est la racine carrée



Volume = 125 unités cubiques

$\sqrt[3]{125} = 5$

125 est un cube parfait
5 en est la racine cubique

RAS	**AN1 :** Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) de nombres entiers positifs en déterminant les diviseurs (facteurs) premiers, le plus grand diviseur (facteur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée, la racine cubique. [CE, L, R]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer les diviseurs (facteurs) premiers d’un nombre entier positif.
- Expliquer pourquoi les nombres 0 et 1 n’ont pas de diviseurs (facteurs) premiers.
- Déterminer, en ayant recours à diverses stratégies, le plus grand diviseur (facteur) commun ou le plus petit commun multiple d’un ensemble de nombres entiers positifs et expliquer le processus.
- Déterminer concrètement si un nombre entier positif donné est un carré parfait, un cube parfait ou ni l’un ni l’autre.
- Déterminer, en ayant recours à diverses stratégies, la racine carrée d’un carré parfait et expliquer le processus.
- Déterminer, en ayant recours à diverses stratégies, la racine cubique d’un cube parfait et expliquer le processus.
- Résoudre des problèmes comportant des diviseurs (facteurs) premiers, le plus grand diviseur (facteur) commun, le plus petit commun multiple, des racines carrées ou des racines cubiques.

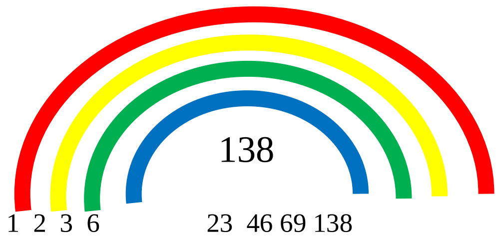
Stratégies pédagogiques suggérées

Factorisation

- Les élèves doivent se familiariser avec diverses façons de trouver les **facteurs premiers** d'un entier positif, dont les arbres de facteurs et les divisions successives par les nombres premiers.
- L’enseignant doit inciter les élèves à utiliser des diagrammes, du matériel de manipulation, des arbres de facteurs et des calculatrices pour résoudre des problèmes.

Plus grand facteur commun

- Les élèves doivent explorer diverses façons de trouver le **plus grand facteur commun (PGFC)** de deux nombres ou plus. Pour deux nombres, une façon de déterminer le PGFC consiste à repérer les facteurs premiers communs aux deux nombres en question, pour ensuite prendre le produit de ces facteurs. Par exemple, dans le cas de 60 et de 24, $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ et $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$. La multiplication des facteurs qu’ont en commun les deux nombres donne le résultat suivant : $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$, donc 12 est le PGFC.
- En présentant le plus grand facteur commun (PGFC), déterminer tous les facteurs de chaque nombre à l’aide de faits de division et inscrire les facteurs sous la forme d’un arc-en-ciel ou d’une liste de facteurs.



Facteurs de 138
1×138
2×69
3×46
6×23

RAS	**AN1 :** Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) de nombres entiers positifs en déterminant les diviseurs (facteurs) premiers, le plus grand diviseur (facteur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée, la racine cubique. [CE, L, R]

Plus petit commun multiple

- L'enseignant doit également inciter les élèves à explorer diverses façons de trouver le plus petit commun multiple (**PPCM**) propre à deux nombres ou plus. Une méthode permettant aux élèves de les explorer consiste à comparer les multiples de chaque nombre jusqu'à l'obtention d'un multiple commun. Par exemple, les multiples de 6 sont 6, 12, 18, 24, 30, tandis que les multiples de 10 sont 10, 20, 30. Le premier multiple commun aux deux nombres est 30, qui en est donc le PPCM.

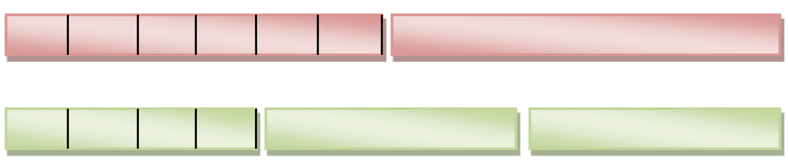
- Une fois que les élèves peuvent appliquer le concept du PPCM à l'aide de modèles et de petits nombres, l'enseignant doit les amener à élargir leurs compétences en trouvant le PPCM de nombres plus élevés à l'aide d'autres méthodes, notamment, en dressant la liste des nombres et de leurs multiples respectifs jusqu'à ce que le même multiple figure dans toutes les listes. Par exemple, dans le cas des nombres 18, 20 et 30, le PPCM est 180, soit le premier multiple figurant dans chacune des trois listes :

  Multiples de 18 : 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, **180**, ...

  Multiples de 20 : 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, **180**, ...

  Multiples de 30 : 30, 60, 90, 120, **180**, ...

- Demander aux élèves d'utiliser des cubes encastrables pour mettre en lumière les multiples de deux nombres ou plus pour lesquels ils doivent déterminer le PPCM. Par exemple, dans le cas de 6 et de 4, deux longueurs de 6 équivalent à trois longueurs de 4. Par conséquent, le PPCM est 12. Cette façon de procéder permettra à l'élève de visualiser le concept visé.



Racines carrées et cubiques

- Les élèves doivent utiliser la factorisation première pour déterminer la racine carrée et la racine cubique des grands nombres. Par exemple, après avoir déterminé les facteurs premiers d'un nombre, demander aux élèves de vérifier s'ils peuvent constituer des groupes égaux de deux (racines carrées) ou de trois (racines cubiques). En complément, l'enseignant peut dire aux élèves de faire l'exercice avec des nombres ayant des racines quatrièmes et cinquièmes.

RAS	**AN1 :** Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) de nombres entiers positifs en déterminant les diviseurs (facteurs) premiers, le plus grand diviseur (facteur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée, la racine cubique. [CE, L, R]

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Déterminer les 10 premiers nombres premiers et expliquer la stratégie employée pour trouver ces nombres et pour vérifier s'il s'agissait bien de nombres premiers.

Q Dessiner un arbre de facteurs pour 10, 60 et 120, afin d'en déterminer les facteurs premiers.

(*Aux fins d'enrichissement, faire travailler les élèves avec de plus grands nombres et les inciter à exprimer les facteurs premiers en forme simplifiée, c.-à-d., les facteurs premiers de 3 300 sont* $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$ *et peuvent s'écrire sous la forme suivante :* $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11$.*)*

Q Expliquer la différence entre l'énumération des facteurs d'un nombre et l'énumération des multiples d'un nombre.

Q Effectuer les opérations suivantes :

1) Exprimer chacun de ces nombres sous forme de produit :

   a) 12 b) 28 c) 63

2) Décomposer complètement en facteurs les éléments suivants :

   a) $4xy^2$ b) $18a^2b^3$ c) $36x^2yz^2$

3) Déterminer le PGFC de chaque paire de nombres :

   a) $15, 20$ b) $16, 24$ c) $28, 42$

4) Déterminer le PGFC de chaque paire de monômes :

   a) $4a, 6a$ b) $2x^2, 3x$ c) $12abc, 3abc$

   d) $9mn^2, 8mn$ e) $6x^2y^2, 9xy$

Act Pour revoir les connaissances actuelles des élèves et pour vérifier s'ils saisissent bien la relation entre un nombre au carré et la forme d'un carré, leur demander s'ils peuvent, à l'aide de papier quadrillé 1 cm, former un carré renfermant une aire donnée. Par exemple, demander aux élèves s'ils peuvent dessiner, sur du papier quadrillé, un carré ayant une aire de 269 cm^2. Il importe que l'enseignant utilise aussi des exemples d'aires qui ne sont pas des carrés parfaits.

Q Inscrire 729 en tant que produit de ses nombres premiers. Déterminer s'il s'agit d'un carré parfait ou d'un cube parfait par le regroupement des facteurs primaires.

[Note à l'intention de l'enseignant : $729 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ *Les facteurs premiers peuvent être regroupés comme suit :* $(3 \cdot 3 \cdot 3)(3 \cdot 3 \cdot 3)$ *pour obtenir une racine carrée de 27 ou comme suit :* $(3 \cdot 3)(3 \cdot 3)(3 \cdot 3)$ *pour obtenir une racine cubique de 9. Dans cet exemple, le nombre 729 est à la fois un carré parfait et un cube parfait.]*

Q Vous avez deux seaux contenant respectivement 4 et 5 litres. Vous devez remplir deux aquariums.

Quel est le nombre minimum de fois que vous devrez remplir vos seaux pour remplir à égalité les deux aquariums?

RAS	**AN2 : Démontrer une compréhension de nombres irrationnels en représentant, identifiant et simplifiant des nombres irrationnels et en ordonnant des nombres irrationnels**. [CE, L, R, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	et estimation

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
N3 : Démontrer une compréhension des nombres rationnels en : • comparant et en ordonnant des nombres rationnels; • en résolvant des problèmes comportant des opérations sur des nombres rationnels. **N5 :** Déterminer la racine carrée des nombres rationnels positifs qui sont des carrés parfaits. **N6 :** Déterminer une racine carrée approximative des nombres rationnels positifs qui ne sont pas des carrés parfaits.	**AN2 :** Démontrer une compréhension des nombres irrationnels en représentant, en identifiant, en simplifiant des nombres irrationnels et en ordonnant des nombres irrationnels.	**RF2 :** Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. *(FM11)* **AN2 :** Résoudre des problèmes comportant des opérations impliquant des radicaux numériques et algébriques. *(PC11)* **AN3 :** Résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées). *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Les élèves ont fait des calculs de rapports, d'entiers, de nombres décimaux et de fractions durant leurs premières années d'études secondaires. En 9e année, ils ont commencé à effectuer des opérations comportant des fractions négatives et à apprendre le concept du nombre rationnel. Le nombre rationnel est un nombre qui peut être exprimé comme une fraction, un rapport ou un nombre décimal périodique ou fini.

En 10e année, les élèves seront initiés au concept des nombres **irrationnels** définis comme des nombres qui ne peuvent être exprimés sous forme de fraction. En notation décimale, ces nombres sont infinis et non périodiques. Les élèves détermineront la relation entre les nombres irrationnels et les nombres naturels, entiers positifs, entiers, rationnels et réels. Ils feront appel à diverses stratégies (sauf la calculatrice) pour estimer les valeurs des nombres irrationnels et les ordonner sur une droite numérique.

Les ensembles de **nombres naturels, entiers positifs et entiers** sont discrets et n'incluent aucune fraction ni aucune décimale.

Nombres naturels $(1, 2, 3, 4, 5 \ldots)$
Entiers positifs $(0, 1, 2, 3, 4 \ldots)$
Entiers $(\ldots -3, -2. -1, 0, 1, 2, 3 \ldots)$

Les ensembles de nombres **rationnels** incluent tous les nombres pouvant être exprimés sous forme de fractions. En font partie les ensembles de nombres naturels, entiers positifs et entiers (comme ci-dessus) ainsi que les nombres qui peuvent être exprimés avec un nombre décimal périodique ou fini.

Voici quelques exemples de nombres rationnels :

$$\sqrt{27} = 3, \frac{15}{3}, \frac{-3}{1}, \frac{1}{6} = 0{,}1\dot{6}, 1\frac{1}{4} = 1{,}25, \frac{2}{7} = 0{,}285714285714 \ldots$$

RAS	**AN2 : Démontrer une compréhension de nombres irrationnels en représentant, identifiant et simplifiant des nombres irrationnels et en ordonnant des nombres irrationnels**. [CE, L, R, V]

Les ensembles de nombres **irrationnels** sont composés de nombres qui, en notation décimale, sont non périodiques.

Voici quelques exemples de nombres irrationnels :

$\pi = 3{,}1415926535897\ldots$

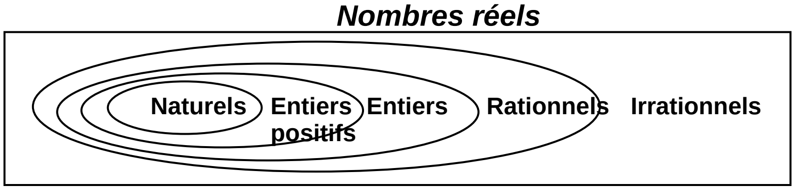
$\sqrt{2} = 1{,}41421356237\ldots.$

$le\ nombre\ d'or = 1{,}6180339887\ldots$

$\sqrt{99} = 9{,}949874371066\ldots$

Les ensembles de nombres **réels** incluent tous les nombres rationnels et tous les nombres irrationnels.

Nombres réels



Dans une expression radicale, les nombres irrationnels peuvent être définis comme étant des nombres dont le radicande n'est pas un carré parfait, un cube parfait, ni un multiple parfait par rapport à l'indice. Par exemple :

Irrationnel	Rationnel
$\sqrt{60} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 5} = 2\sqrt{15}$	$\sqrt{121} = \sqrt{11 \times 11} = 11$
$\sqrt{10} = \sqrt{2 \times 5}$	$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = 2$
$\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3 \times 3}$	$\sqrt[4]{81} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3} = 3$

Dans le radical suivant $\sqrt[a]{b}$, b est le **radicande** et a est l'**indice**.

Les **radicaux entiers** ont un **coefficient numérique** de un ($p. ex.\ \sqrt[3]{16}, \sqrt{200}$).
Les **radicaux composés** ont un coefficient numérique autre que un (p. ex. $4\sqrt{3}$, $3\sqrt[3]{2}$).

RAS **AN2 : Démontrer une compréhension de nombres irrationnels en représentant, identifiant et simplifiant des nombres irrationnels et en ordonnant des nombres irrationnels**.
[CE, L, R, V]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Trier un ensemble de nombres en nombres rationnels et irrationnels.
- Déterminer une valeur approximative d’un nombre irrationnel.
- Déterminer, à l’aide de diverses stratégies, l’emplacement approximatif de nombres irrationnels sur une droite numérique et expliquer le raisonnement.
- Ordonner, sur une droite numérique, un ensemble de nombres irrationnels.
- Donner un exemple d’un radical sous forme composée (mixte) simplifiée (limité aux radicandes numériques).
- Donner un exemple, sous forme entière, d’un radical donné sous forme composée (mixte) limité aux radicandes numériques).
- Expliquer, à l’aide d’exemples, la signification de l’indice d’un radical.
- Illustrer, à l’aide d’un organisateur graphique, la relation parmi les sous-ensembles des nombres réels (naturels, entiers positifs, entiers, nombres rationnels, nombres irrationnels).

Stratégies pédagogiques suggérées

- Il importe que l’enseignant procède à une révision des nombres rationnels et des racines carrées (parfaites et imparfaites, en insistant sur l'estimation) avant d'aborder les nombres irrationnels.
- Pour vérifier les connaissances préalables des élèves, leur demander de placer des nombres rationnels de tous les types (fractions, entiers, nombres décimaux, entiers positifs, radicaux ayant un carré parfait) sur une droite numérique.
- Demander aux élèves de placer divers nombres rationnels et irrationnels dans leur catégorie respective. Pour que les élèves soient en mesure d’effectuer cet exercice, leur donner la consigne de convertir les nombres décimaux en fractions et vice-versa.
- Placer des nombres irrationnels sur une droite numérique à l’aide de repères. À titre d’exemple, les élèves devraient être capables de placer facilement $\sqrt{9}$, après quoi $\sqrt{10}$ peut être placé à proximité de cette première valeur.
- Pour vérifier la compréhension des élèves, leur présenter une liste de nombres irrationnels déjà placés sur une droite numérique en y glissant un certain nombre d'erreurs. Leur demander ensuite de repérer les erreurs et d'expliquer comment ils en sont arrivés à cette conclusion.
- L’enseignant saura que les élèves feront preuve d'une bonne compréhension des radicaux lorsqu'ils seront en mesure de passer des radicaux composés aux radicaux entiers et vice-versa. Diverses méthodes peuvent être utilisées à cette fin. Par exemple :

  d'un radical composé à un radical entier :

  $$4\sqrt{3} = \sqrt{4 \times 4 \times 3} = \sqrt{48}$$
  $$3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3 \cdot 3 \cdot 3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = \sqrt[3]{54}$$

RAS	**AN2 : Démontrer une compréhension de nombres irrationnels en représentant, identifiant et simplifiant des nombres irrationnels et en ordonnant des nombres irrationnels**. [CE, L, R, V]

d'un radical entier à un radical composé :

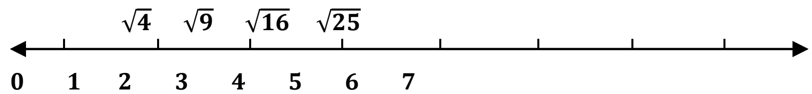
$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{8 \cdot 2} = 2\sqrt[3]{2}$

$\sqrt{200} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \sqrt{(2 \cdot 2) \cdot 2 \cdot (5 \cdot 5)} = 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

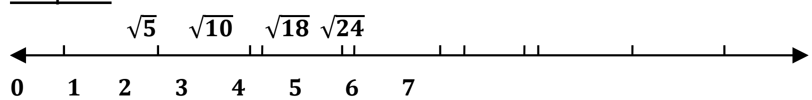
Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Act Mener diverses activités sur les droites numériques qui permettront aux élèves d'approfondir leur compréhension des carrés parfaits, des carrés imparfaits ainsi que des radicaux entiers et composés afin qu'ils puissent voir clairement la relation entre les valeurs numériques et les expressions radicales.

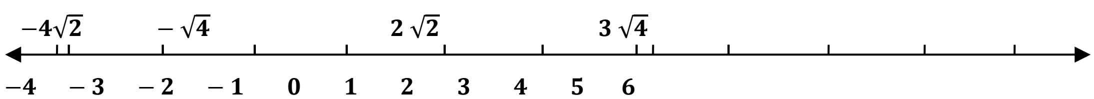
Étape 1



Étape 2



Étape 3



Act Mettre dans trois enveloppes divers nombres rationnels et irrationnels. Demander aux élèves d'ordonner ces valeurs sur une droite numérique. Le niveau de difficulté doit augmenter d'une enveloppe à l'autre.

- 1er ensemble : $\sqrt{25}, -3, -1{,}5, \frac{1}{4}, \sqrt{4}, -1\frac{1}{3}$
- 2e ensemble : $\pi, \sqrt{\frac{1}{9}}, -\sqrt{25}, 1{,}321698345 \ldots\ldots, \frac{4}{7}, -\frac{3}{8}, \sqrt{10}$
- 3e ensemble : $\sqrt{18}, 3\sqrt{2}, -1\frac{1}{7}, \sqrt[4]{81}, -2{,}876143792 \ldots$

Act Créer un jeu de « Jeopardy » dans lequel l'élève devra utiliser tous les sous-ensembles de nombres : naturels, entiers positifs, entiers, réels et irrationnels.

Q Johanne a simplifié $\sqrt{200}$ ainsi : $2\sqrt{50}$ puisqu'elle croyait qu'il s'agissait de la forme la plus simple. Trouver l'erreur et la corriger.

(Note à l'intention de l'enseignant : conseiller les élèves pour qu'ils soient en mesure de : $2\sqrt{25 \times 2} = 2 \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$ *OU* $\sqrt{100 \times 2} = \sqrt{100} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$ *)*

RAS	**AN3 : Démontrer une compréhension des puissances ayant des exposants entiers et rationnels.** [C, L, R, RP]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
N1 : Démontrer une compréhension des puissances ayant des bases qui sont des nombres entiers (excluant zéro) et des exposants qui sont des nombres entiers positifs: • en représentant des répétitions de multiplications à l'aide de puissances; • en utilisant des régularités pour démontrer qu'une puissance ayant l'exposant zéro est égale à 1; • en résolvant des problèmes comportant des puissances. **N2** : Démontrer une compréhension des opérations comportant des puissances ayant des bases qui sont des nombres entiers (excluant zéro) et des exposants qui sont des nombres entiers positifs.	**AN3 :** Démontrer une compréhension des puissances ayant des exposants entiers et rationnels.	**AN2 :** Résoudre des problèmes comportant des opérations impliquant des radicaux numériques et algébriques. *(PC11)* **AN3 :** Résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées). *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

En 9e année, les élèves ont exploré les concepts des exposants, des bases et des puissances et acquis une compréhension des puissances avec des entiers comme bases et des entiers positifs pour exposants*. Ils ont également exploré les lois généralisées des exposants à l'aide d'éléments numériques, en portant une attention particulière à la priorité des opérations. Les incompréhensions courantes ont été résolues, p. ex. $6^5 + 6^2 \neq 6^7, (2^3)^2 \neq 2^5, (5^3 \times 5^4) \neq 5^{12}$.

L'enseignant devra probablement faire une révision avec les élèves des cinq lois des exposants avant de commencer cette activité. Il sera sans doute utile de leur poser quelques questions mettant en lumière le modèle appliqué selon une loi donnée, tel que décrit dans les *Stratégies pédagogiques suggérées* qui suivent.

En 10e année, les élèves explorent les notions d'**exposants entiers** (p. ex. 6^{-3}) et d'**exposants rationnels** (p. ex. $8^{\frac{2}{3}}$) et vont jusqu'à explorer les régularités pour expliquer les exposants et les bases négatives ou sous forme de fractions (p. ex. $(-8)^{\frac{1}{3}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$).

L'enseignant doit faire en sorte que les élèves n'utilisent que les exposants rationnels dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres naturels ($x^{\frac{m}{n}}, m, n \in N(1, 2, 3, 4, 5 \ldots)$). Établir le rapport entre les exposants rationnels et les radicaux et vice-versa (p. ex. $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4}, \quad 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27}, \quad 3^{\frac{4}{2}} = (3^4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{3^4} = \sqrt{3^4}$).

Les élèves établiront clairement le lien entre les **bases numériques et les exposants** (p. ex. $2^4, 8^2$) et les **bases littérales et les exposants** (p. ex. $x^4, 8^n$) afin de comprendre les lois des exposants avant de les appliquer aux bases littérales et aux exposants.

** Aux fins de cohérence et pour faciliter la compréhension de l'élève, l'enseignant est invité à conserver la terminologie employée en 9e année, soit « six exposant quatre » ou « six à la quatre » plutôt que « six à la puissance quatre ».*

RAS	**AN3 : Démontrer une compréhension des puissances ayant des exposants entiers et rationnels.** [C, L, R, RP]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Expliquer, à l'aide de régularités, pourquoi $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, $a \neq 0$
- Expliquer, à l'aide de régularités, pourquoi $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$, $n > 0$
- Appliquer les lois des exposants à des expressions ayant des bases rationnelles et variables, des exposants entiers et rationnels, et expliquer le raisonnement.

  $(a^m)(a^n) = a^{m+n}$

  $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$

  $(a^m)^n = a^{mn}$

  $(ab)^m = a^m b^m$

  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$

- Appliquer les lois des exposants à l'aide de valeurs intégrales pour évaluer des expressions comme :

  $\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)^m \quad \left(\frac{a}{b}-\frac{c}{d}\right)^m \quad \left(\left(\frac{a}{b}\right)^m+\left(\frac{c}{d}\right)^n\right)^k \quad \left(\left(\frac{a}{b}\right)^m-\left(\frac{c}{d}\right)^n\right)^k$

- Exprimer les puissances ayant des exposants rationnels sous la forme d'un radical et vice-versa, si m et n sont des nombres naturels et si x est un nombre rationnel,

  $x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$ et $\left(x^{\frac{m}{n}} = (x^m)^{\frac{1}{n}}\right) = \sqrt[n]{x^m}$

- Résoudre un problème impliquant L'application des lois des exposants ou des radicaux.
- Identifier et corriger toute erreur dans une simplification d'expression comportant des puissances.

RAS	**AN3 : Démontrer une compréhension des puissances ayant des exposants entiers et rationnels.** [C, L, R, RP]

Stratégies pédagogiques suggérées

- Les lois des exposants assorties de références aux bases intégrales et aux exposants sous forme d'entiers positifs présentées en 9e année doivent être révisées et mises en application. À l'aide de la méthode d'exploration faisant appel aux régularités employées en 9e année, les enseignants de 10e année peuvent faire explorer aux élèves les exposants entiers et rationnels.
- Pour présenter les exposants négatifs aux élèves, l'enseignant doit d'abord illustrer la progression de la régularité avec des bases entières. Ensuite, il pourra demander aux élèves de mettre en pratique une règle générale exprimée dans les lois des exposants au moyen d'expressions littérales.

Révision de la 9e année	$\frac{2^4}{2^2} = 2^2$	$\frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}{2\cdot 2} = 2^2$	$\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{2}\cdot 2\cdot 2 = 1\cdot 1\cdot 4$	$\frac{16}{4} = 4$
Révision de la 9e année	$\frac{2^4}{2^3} = 2^1$	$\frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}{2\cdot 2\cdot 2} = 2^1$	$\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{2}\cdot 2 = 1\cdot 1\cdot 1\cdot 2$	$\frac{16}{8} = 2$
Révision de la 9e année	$\frac{2^4}{2^4} = 2^0$	$\frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2} = 2^0$	$\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{2} = 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1$	$\frac{16}{16} = 1$
Nouveau pour la 10e année	$\frac{2^4}{2^5} = 2^{-1}$	$\frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2} = 2^{-1}$	$\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{2} = 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot\frac{1}{2}$	$\frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

- Utiliser des tableaux d'exemples pour démontrer aux élèves qu'ils peuvent tabler sur ce qu'ils savent déjà pour trouver l'information qu'il leur manque, p. ex. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0{,}125$
- Comme lors de sa présentation sur les exposants négatifs, l'enseignant fera en sorte que les élèves puissent découvrir la régularité impliquant les exposants rationnels avant de donner ses explications.

Révision de la 9e année	$9^3\cdot 9^3$ $8^3\cdot 8^3$	$= (9\cdot 9\cdot 9)(9\cdot 9\cdot 9)$ $= (8\cdot 8\cdot 8)(8\cdot 8\cdot 8)$	$= 9^{3+3}$ $= 8^{3+3}$	$= 9^6$ $= 8^6$	$= 729\cdot 729$ $= 512\cdot 512$	$= 531441$ $= 262144$
Révision de la 9e année	$9^2\cdot 9^2$ $8^2\cdot 8^2$	$= 9\cdot 9\cdot 9\cdot 9$ $= 8\cdot 8\cdot 8\cdot 8$	$= 9^{2+2}$ $= 8^{2+2}$	$= 9^4$ $= 8^4$	$= 81\cdot 81$ $= 64\cdot 64$	$= 6561$ $= 4096$
Révision de la 9e année	$9^1\cdot 9^1$ $8^1\cdot 8^1$	$= 9\cdot 9$ $= 8\cdot 8$	$= 9^{1+1}$ $= 8^{1+1}$	$= 9^2$ $= 8^2$	$= 9\cdot 9$ $= 8\cdot 8$	$= 81$ $= 64$
Nouveau pour la 10e année	$9^{\frac{1}{2}}\cdot 9^{\frac{1}{2}}$ $8^{\frac{1}{3}}\cdot 8^{\frac{1}{3}}\cdot 8^{\frac{1}{3}}$	$= \sqrt{9}\cdot\sqrt{9}$ $= \sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{8}$	$= 9^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$ $= 8^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}$	$= 9^1$ $= 8^1$	$= 3\cdot 3$ $= 2\cdot 2\cdot 2$	$= 9$ $= 8$

RAS	**AN3 : Démontrer une compréhension des puissances ayant des exposants entiers et rationnels.** [C, L, R, RP]

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Décrire la régularité et trouver les deux prochains nombres dans la séquence 1, 4, 27, 256….

Q Une expérience scientifique démontre que le nombre de bactéries dans une boîte de Pétri double à chaque heure. S'il y a 1 000 bactéries après 8 heures, combien y en aura-t-il après :

a) $9\ h$ b) $11\ h$ c) $14\ h$

Q Repérer et expliquer les erreurs dans ce qui suit :

***1er ensemble** (les exposants qui sont des entiers positifs) :*

a) $4^3 + 4^2 = 4^5$ b) $\frac{x^6}{x^3} = x^2$ c) $(10^2)^5 = 10^7$ d) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}$

e) $(x-y)^3 = 3x - 3y$ f) $3^5 \times 3^2 = 3^{10}$ g) $5^3 \div 5^4 = \frac{3}{4}$

***2e ensemble** (les exposants qui sont des entiers) :*

a) $a^4 \bullet a^{-2} = a^{-8}$ b) $b^{-10} \div b^5 = b^{-5}$ c) $(c^{-3})^2 = c^{-1}$ d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{-4}{-6}$

***3e ensemble** (les exposants qui sont des nombres rationnels) :*

a) $2^{\frac{1}{2}} \bullet 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{4}}$ b) $3^{\frac{3}{4}} \div 3^{\frac{1}{4}} = 3^3$ c) $\left(4^{\frac{2}{5}}\right)^2 = 4^{2^{\frac{2}{5}}}$ d) $\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 5^{2^{\frac{1}{2}}}$

(Note à l'intention de l'enseignant : Le niveau de difficulté progresse du 1er ensemble au 3e ensemble.)

Q Évaluer : a) $\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right)^2$ b) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^2\right)^2$

Q Compléter : a) $5^{-2} = \frac{\square}{\square}$ b) $6^{\square} = \frac{1}{6^2}$ c) $\square^{-6} = \frac{1}{10^6}$ d) $4^{-x} = \frac{1}{\square}$

(Note à l'intention de l'enseignant : L'emplacement des cases de réponse devrait varier pour enrichir la compréhension des élèves.)

Q Résoudre ce qui suit au moyen des valeurs proposées :

a) $5x^4 + 6xy \quad si\ x = 2, y = 3$
b) $(2x)^2 \quad si\ x = 4$
c) $(t+s)^{-3} \quad si\ t = 2, s = 4$

Q Indiquer si les énoncés suivants sont toujours vrais, parfois vrais ou faux. Justifier votre réponse.

a) La valeur d'une puissance avec un exposant négatif est inférieure à 0.
b) La valeur d'une puissance dont la base est une fraction est inférieure à 1.
c) Deux puissances avec l'exposant 0 ont la même valeur.

Q Durant un examen, trois élèves évaluent $2^{-2} \times 2^0$ comme suit :

Thomas : $2^{-2} \times 2^0 = 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$
Sean : $2^{-2} \times 2^0 = 2^0 = 1$
Michel : $2^{-2} \times 2^0 = 4^0 = 1$

a) Repérer les erreurs commises par les élèves.
b) Quelle est la bonne réponse? Justifier vos réponses en expliquant chaque étape.

Act En équipe de deux, expliquer comment évaluer des puissances comme $(-3)^{-2}$ et -3^{-2}. Comparer vos réponses à celles d'autres équipes, puis avec le reste de la classe.

RAS	**AN4 : Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique.** [L, R, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Portée et séquence des résultats

9^e année	10^e année	11^e année
PR5 : Démontrer une compréhension des polynômes (se limitant aux polynômes d'un degré inférieur ou égal à 2). **PR6 :** Modéliser, noter et expliquer les opérations d'addition et de soustraction d'expressions polynomiales (se limitant aux polynômes d'un degré inférieur ou égal à deux), de façon concrète, imagée et symbolique. **PR7 :** Modéliser, noter et expliquer la multiplication et la division polynomiales (se limitant aux polynômes d'un degré inférieur ou égal à deux), par des monômes, de façon concrète, imagée et symbolique.	**AN4 :** Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique.	**AN3 :** Résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées). *(PC11)* **AN4 :** Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (limité à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). *(PC11)* **AN5 :** Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (limité aux expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). *(PC11)* **AN6 :** Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes, des binômes et des trinômes). *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

La terminologie des polynômes a été présentée en 9^e année. Les enseignants doivent continuer d'utiliser ces termes dans leur contexte afin de permettre aux élèves de les intégrer à leur vocabulaire : *terme, variable, constante, coefficient, polynôme, degré d'un terme, degré d'un polynôme, d'un monôme, d'un binôme et d'un trinôme*.

En 9^e année, les élèves ont procédé à des additions et à des soustractions de polynômes d'un degré inférieur ou égal à 2, de même qu'à des multiplications et à des divisions de polynômes et de monômes, de façon concrète, imagée et symbolique. Les élèves ont multiplié les puissances ayant des entiers. Ils ont exprimé des polynômes à l'aide de tuiles algébriques, de diagrammes et d'illustrations ainsi que de symboles. La multiplication et la division de polynômes se sont limitées aux polynômes avec des monômes.

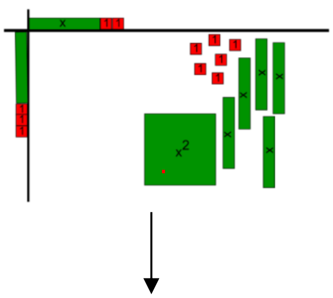
En 10^e année, la multiplication de polynômes s'effectuera également entre polynômes. L'objectif de l'atteinte de ce résultat est d'amener les élèves à acquérir une certaine aisance en ce qui a trait à la représentation concrète, imagée et symbolique de la multiplication d'expressions polynomiales.

Les tuiles algébriques et les modèles d'aire contribuent à l'acquisition d'une compréhension des concepts relatifs aux symboles et ne doivent pas être considérés comme étant facultatifs pour les élèves qui sont aptes à maîtriser les modèles

RAS	**AN4 : Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique.** [L, R, V]

symboliques plus traditionnels sans ces outils. Au fil de leur cheminement des années à venir, les représentations symboliques gagneront en importance, mais leur capacité de travailler avec des représentations concrètes et imagées les aidera à approfondir leur compréhension des concepts et des applications. Il importe d'insister sur la capacité de passer d'une représentation à l'autre, ce qui permettra aux élèves d'acquérir une certaine aisance en matière de représentation symbolique.

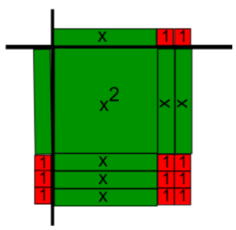
Les représentations suivantes illustrent la multiplication du polynôme $(x+2)(x+3)$, exprimée concrètement à l'aide de tuiles algébriques, de façon imagée et de façon symbolique.
** Il importe de vérifier la valeur de chaque tuile et la façon dont les tuiles s'imbriquent l'une dans l'autre pour créer l'aire.*

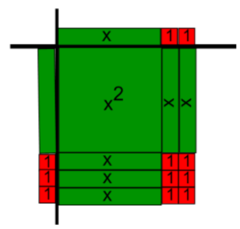


	x	**2**
x	$x \cdot x = x^2$	$x \cdot 2 = 2x$
3	$3 \cdot x = 3x$	$(2)(3) = 6$

$$(x+2)(x+3)$$
$$= x^2 + 2x + 3x + 6$$
$$= x^2 + 5x + 6$$

$$(x+2)(x+3)$$
$$= x^2 + 3x + 2 + 6$$
$$= x^2 + 5x + 6$$





$= x^2 + 5x + 6$

•

Représentation concrète
(à l'aide de tuiles algébriques) ⟷ Imagée
(sur papier) ⟷ Symbolique

RAS	**AN4 : Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique.** [L, R, V]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Illustrer, de façon concrète ou imagée, la multiplication de deux binômes et noter le processus symboliquement.
- Établir le rapport entre la multiplication de deux binômes et un modèle d'aire.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, la relation entre la multiplication de binômes et la multiplication de nombres à deux chiffres.
- Vérifier un produit de polynômes en remplaçant les variables par des nombres.
- Multiplier deux polynômes symboliquement et regrouper les termes semblables du produit.
- Formuler et expliquer une stratégie pour multiplier des polynômes.
- Identifier et expliquer toutes erreurs dans la solution d'une multiplication de polynômes.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Présenter aux élèves plusieurs expressions *binôme x binôme* incluant le produit. Leur demander de trouver la régularité ou la relation entre les questions et leur produit respectif. Amener les élèves à découvrir eux-mêmes une stratégie en leur présentant des exemples répétés jusqu'à ce qu'ils arrivent à repérer la régularité. Les amener à mettre à l'épreuve la stratégie qu'ils auront trouvée pour s'assurer qu'elle s'applique à une multitude d'exemples.
- Après avoir demandé aux élèves de résoudre des expressions, les amener à vérifier leur solution en effectuant une substitution de valeur.

  Exemples : $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$

  Pour vérifier, remplacer $x = 1$

  $$\begin{array}{ll} \text{côté } gauche & \text{côté } droit \\ (x+2)(x+3) & x^2+5x+6 \\ =(1+2)(1+3) & =1^2+5(1)+6 \\ =(3)(4) & =1+5+6 \\ =12 & =12 \end{array}$$

- Présenter des solutions de problèmes d'aire comportant des erreurs et amener les élèves à repérer les erreurs et à les corriger.

RAS	**AN4 : Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique.** [L, R, V]

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Utiliser la propriété distributive pour multiplier les polynômes suivants à l'aide de tuiles algébriques, de façon imagée et de façon symbolique. Vérifier le produit en remplaçant la variable par une valeur numérique :

a) $2(y+3)$ b) $3b(4 + 2b)$ c) $2(x^2 + 5x + 4)$ d) $(x + 4)(x + 3)$

e) $(3x+2)(x)$ f) $(5+x)(2x+1)$ g) $(6+2y)(1+y)$ h) $(2x+3)(x+9)$

Act Demander aux élèves d'écrire une expression pour déterminer l'aire du plancher d'un bâtiment en forme de L, après avoir donné à chaque longueur de côté une valeur monomiale ou binomiale. Amener les élèves à vérifier le produit en remplaçant la variable par une valeur numérique.

Q Un camarade a manqué le cours portant sur la multiplication des binômes. Comment lui expliquer la démarche visant à déterminer le produit de deux binômes?

RAS	**AN5 : Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes, de façon concrète, imagée et symbolique.** [C, L, R, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	et estimation

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
PR5 : Démontrer une compréhension des polynômes (se limitant aux polynômes d'un degré inférieur ou égal à 2). **PR6 :** Modéliser, noter et expliquer les opérations d'addition et de soustraction d'expressions polynomiales (se limitant aux polynômes d'un degré inférieur ou égal à deux), de façon concrète, imagée et symbolique. **PR7 :** Modéliser, noter et expliquer la multiplication et la division polynomiales (se limitant aux polynômes d'un degré inférieur ou égal à deux), par des monômes, de façon concrète, imagée et symbolique.	**AN5 :** Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique.	**RF2 :** Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. *(FM11)* **AN4 :** Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (limité à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). *(PC11)* **AN5 :** Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (limité aux expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). *(PC11)* **AN6 :** Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes, des binômes et des trinômes). *(PC11)* **RF1 :** Décomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante : • $ax^2 + bx + c, a \neq 0$ • $a^2x^2 - b^2y^2, a \neq 0, b \neq 0$ • $a\big(f(x)\big)^2 + b\big(f(x)\big) + c\,, a \neq 0$ • $a^2\big(f(x)\big)^2 - b^2\big(g(y)\big)^2\,, a \neq 0, b \neq 0$ où a, b et c sont des nombres rationnels. *(PC11)* **RF5 :** Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques. *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Le concept de la factorisation d'entiers positifs a été présenté plus tôt dans cette unité, dans AN1, et la multiplication des binômes et des trinômes a été vue dans AN4.

Dans le cadre des activités menant à l'atteinte de ce résultat, les élèves acquerront une compréhension des facteurs communs et de la factorisation de trinômes sous la forme $ax^2 + bx + c$ où $a, b\ et\ c \in Z$. Aux fins de différentiation, $a = 1$ ou $a > 1$. La factorisation de trinômes comprendra des carrés parfaits et des différences de carrés.

Pour explorer les facteurs communs et la factorisation des trinômes, l'enseignant doit d'abord démontrer que la factorisation est l'inverse de la multiplication à l'aide de tuiles algébriques et du modèle d'aire. Ensuite, il doit établir une progression, soit de la représentation concrète à la représentation imagée, puis à la représentation symbolique pour bien faire comprendre aux élèves les concepts relatifs aux symboles. La maîtrise des représentations concrètes et imagées ne doit pas être considérée comme étant facultative pour les élèves qui maîtrisent les modèles symboliques sans ces outils.

RAS **AN5 : Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes, de façon concrète, imagée et symbolique.** [C, L, R, V]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer les diviseurs (facteurs) communs des termes d'un polynôme et exprimer le polynôme sous la forme d'un produit de facteurs.
- Illustrer, de façon concrète ou imagée, la factorisation (décomposition en facteurs) d'un trinôme et noter le processus symboliquement.
- Effectuer la factorisation (décomposition en facteurs) d'un polynôme représentant une différence de deux carrés et expliquer pourquoi c'est un cas particulier de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes où $b = 0$.
- Identifier et expliquer toutes erreurs dans la solution d'une factorisation (décomposition en facteurs) d'un polynôme.
- Décomposer un polynôme en facteurs et vérifier le résultat en multipliant les facteurs.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, la relation entre la multiplication et la factorisation (décomposition en facteurs) de polynômes.
- Formuler et expliquer des stratégies pour décomposer un trinôme en facteurs.
- Exprimer un polynôme sous la forme du produit de ses facteurs.

Stratégies pédagogiques suggérées

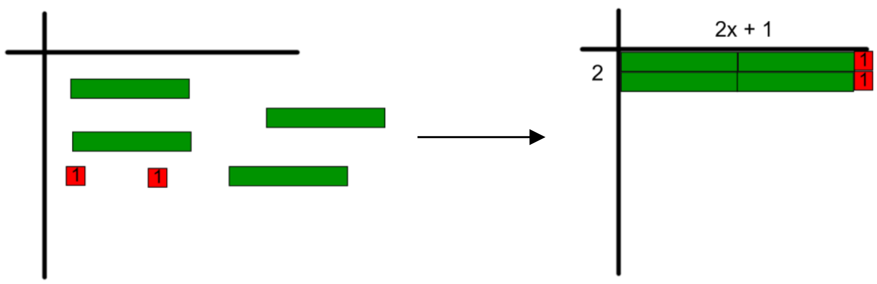
- Pour favoriser une bonne compréhension, il est recommandé à l'enseignant d'établir une progression, soit de la représentation concrète à la représentation imagée, puis à la représentation symbolique. Il doit aussi augmenter progressivement le degré de complexité. Par exemple, il introduira les binômes ayant une valeur positive, intégrera les binômes à valeur négative, puis les valeurs composées. Finalement, il utilisera des trinômes avec des coefficients qui correspondront au plus haut niveau de compréhension de l'élève.
- Au lieu d'enseigner explicitement aux élèves en quoi la factorisation est l'inverse de la propriété distributive, l'enseignant doit leur demander d'ébaucher leur propre stratégie à l'aide de divers exemples. Il importe qu'il incite les élèves à mettre leur stratégie à l'épreuve afin qu'ils fassent en sorte qu'elle fonctionne avec divers exemples. En présentant une différence de deux carrés, l'enseignant doit de nouveau amener les élèves à découvrir la règle au lieu de l'enseigner de façon explicite.
- L'enseignant peut laminer des napperons algébriques et les mettre à la disposition de chacun des élèves lorsqu'ils travaillent avec des tuiles algébriques. Il peut aussi mettre à leur disposition un carton laminé avec des marqueurs à essuyage à sec (un rouge et un vert) pour illustrer le travail visuellement, au lieu de tuiles algébriques.

RAS	**AN5 : Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes, de façon concrète, imagée et symbolique.** [C, L, R, V]

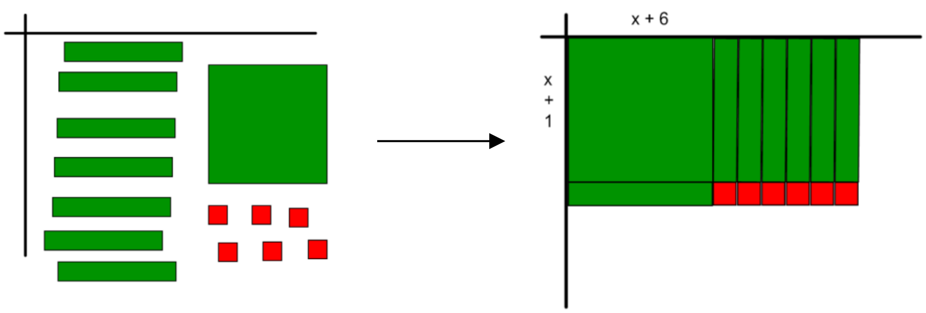
- La factorisation peut être présentée comme étant l'inverse de la multiplication à l'aide de tuiles algébriques et du modèle d'aire. À partir du produit à décomposer en facteurs, les tuiles algébriques peuvent être disposées pour constituer un rectangle dont les dimensions correspondront aux facteurs.

  Pour décomposer un polynôme en facteurs à l'aide d'un napperon algébrique, les élèves devront assembler les tuiles de façon à constituer une forme rectangulaire. Les facteurs correspondent aux dimensions du rectangle. Lorsqu'il y a plus d'une solution, ce rectangle peut être disposé différemment.

  Par exemple, pour décomposer $4x + 2$ en facteurs, les tuiles seront disposées sur le napperon en un rectangle aux dimensions suivantes : $2 \; sur \; 2x + 1$. Les côtés du rectangle correspondent à ses facteurs, donc : $4x + 2 = 2(2x + 1)$.



Par exemple, pour décomposer $x^2 + 7x + 6$ en facteurs, les tuiles seront disposées sur le napperon en un rectangle aux dimensions suivantes : $(x + 1) \; sur \; (x + 6)$. Les côtés du rectangle correspondent à ses facteurs, donc :
$x^2 + 7x + 6 = (x + 1)(x + 6)$



RAS	**AN5 : Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes, de façon concrète, imagée et symbolique.** [C, L, R, V]

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Compléter :

a) $12x + 18y = (\square)(2x + 3y)$

b) $3x^2 - 5x = (\square)(3x - 5)$

c) $4ab + 3ac = (\square)(4b + 3c)$

d) $3y^2 + 18y = 3y(y + \square)$

e) $14a - 12b = 2(\square - 6b)$

f) $x^2 + 6x + \square = (x + \square)(x + \square)$

g) $x^2 + \square x + 12 = (x + \square)(x + \square)$

h) $x^2 - \square x + 5 = (x - \square)(x - \square)$

i) $x^2 - \square x - 12 = (x - \square)(x + \square)$

j) $2x^2 - \mathrm{x} - 6 = (2\mathrm{x} + \square)(\mathrm{x} - \square)$

k) $\square x^2 + \square x + \square = (3x + 1)(2x + 5)$

(Note à l'intention de l'enseignant : le niveau de difficulté de a) à k).)

Act Trouver deux trinômes différents ayant tous deux (x + 3) comme facteur. Vérifier votre réponse en remplaçant la variable par 1.

(Note à l'intention de l'enseignant : Répéter cette activité avec différents facteurs.)

Q Décomposer en facteurs les expressions suivantes. Vérifier votre réponse en remplaçant la variable par 1.

a) $x^2 - 9$

b) $12x^2 - 13x + 3$

c) $9x^2 - 4y^2$

d) $y^2 - 16$

e) $1 - 64t^2$

f) $x^2 + 6x + 9$

g) $15 - x - 2x^2$

h) $4m^2 - 25$

RAS	**RF1 : Interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations.** [C, L, R, T, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Les relations et les fonctions

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
PR2 : Tracer le graphique de relations linéaires, l'analyser, interpoler ou extrapoler, pour résoudre des problèmes.	**RF1** : Interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations.	**RF1 :** Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux inconnues. *(FM11)* **RF2 :** Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. *(FM11)* **RF2 :** Illustrer graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limitées aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. *(PC11)* **RF4 :** Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, les coordonnées à l'origine, pour résoudre des problèmes. *(PC11)* **RF5 :** Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques. *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Au cours des premières années du secondaire, les élèves ont exploré le traçage de points sur des graphiques et sur un plan cartésien, de même que l'interpolation et l'extrapolation à partir d'un graphique donné.

En 7e année, les élèves ont étudié le concept de tendance centrale et ont découvert le concept de l'image. En 10e année, ils appliquent ce concept pour élargir davantage leur compréhension de l'image. Par conséquent, l'enseignant devra leur donner à maintes reprises l'occasion de développer leur pensée critique en déterminant quels nombres sont raisonnables dans une situation particulière, y compris des exemples de données discrètes et de données continues.

Les élèves interpréteront des données qui leur seront fournies sous diverses formes, comme des tableaux de valeurs, des graphiques ou des situations vécues. Ils pourront tracer un graphique à partir d'un ensemble de données ou d'une situation particulière et, inversement, décrire une situation à partir d'un graphique.

Données discrètes : Des données discrètes ne peuvent comprendre qu'un ensemble fini ou dénombrable de valeurs, p. ex. le nombre d'élèves dans une classe, le nombre de billets vendus ou le nombre d'articles achetés. Les points sur le graphique ne sont pas reliés.

Données continues : Des données continues peuvent comprendre un ensemble infini de valeurs dans une image choisie, p. ex. la température ou l'heure. Les points sur le graphique sont liés.

RAS	**RF1 : Interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations.** [C, L, R, T, V]

Pour une relation donnée, les élèves devront déterminer les restrictions sur le **domaine** (l'ensemble de toutes les variables indépendantes ou les $valeurs\ de\ x$) et sur l'**image** (l'ensemble de toutes les variables dépendantes ou les $valeurs\ de\ y$).

Pour aider les élèves à développer leur compréhension des relations linéaires, l'enseignant veillera à ce qu'ils utilisent des moyens technologiques, mais également du papier et un crayon.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Tracer, avec ou sans l'aide de la technologie, le graphique d'un ensemble de données et déterminer les restrictions sur le domaine et sur l'image.
- Expliquer pourquoi des points de données devraient ou ne devraient pas être reliés dans le graphique d'une situation (les données discrètes par rapport aux données continues).
- Décrire une situation possible pour un graphique donné.
- Esquisser un graphique illustrant une situation particulière.
- Déterminer le domaine et l'image à partir du graphique, d'un ensemble de paires ordonnées ou une table de valeurs, et les exprimer de diverses façons.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Pour amener les élèves à bien comprendre la façon dont les données et les graphiques sont liés à la vie, leur demander d'expliquer la situation que représente un graphique et de tracer un graphique à partir d'explications ayant trait à une situation particulière.
- Plutôt que de recourir à *x* et à *y*, l'enseignant mettra plutôt l'accent sur l'étiquetage des axes du graphique pour illustrer la situation particulière.
- Proposer aux élèves divers problèmes comportant des données discrètes et continues.
- Les élèves doivent avoir l'occasion d'expliquer des situations à leurs camarades pour démontrer leur compréhension.
- Le domaine et l'image seront explorés à l'aide de données, de graphiques et de situations particulières. Les élèves doivent comprendre quels nombres sont « raisonnables » dans une situation particulière.
- Enseigner aux élèves à utiliser diverses méthodes de traçage de graphiques à l'aide de la technologie, notamment une calculatrice à affichage graphique et divers logiciels.

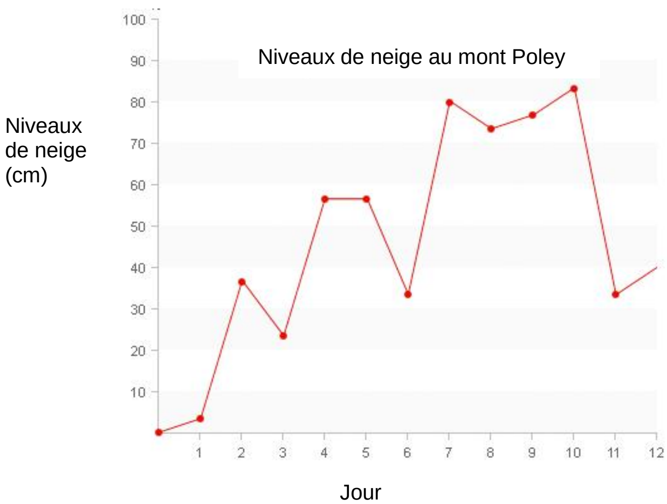
RAS	**RF1 : Interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations.** [C, L, R, T, V]

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Act Présenter aux élèves une situation ou leur demander d'en créer une qui nécessiterait une série de photographies, puis leur demander de répondre aux questions suivantes :
Le coût d'une séance de pose chez un photographe est de 20 $, et celui pour chaque photo commandée est de 1,50 $.

a) Tracer un graphique de la situation en utilisant au moins cinq points.
b) Expliquer pourquoi les points ne sont pas reliés.
c) Est-ce possible qu'une personne ait à payer une facture de 30 $? Justifier votre solution.

Q Interpréter le graphique suivant :



Expliquer ce qui arrive aux niveaux de neige entre certains jours. Par exemple, qu'a-t-il pu se produire entre le jour 5 et le jour 6? Amener les élèves à explorer diverses possibilités pour expliquer ces changements.

Q Pour chacune des situations suivantes, tracer le graphique de la relation, en intégrant un domaine et une image raisonnables.

a) La température de l'eau d'un robinet ouvert est déterminée par le nombre de secondes écoulées depuis l'ouverture du robinet. Ébaucher un graphique de la température par rapport au temps.

b) Votre taille augmente selon votre âge. Ébaucher un graphique de la taille par rapport à l'âge.

c) Le nombre de cartes de Noël que vend une boutique de cartes de souhaits varie selon le moment de l'année. Ébaucher un graphique du nombre de cartes vendues selon les mois de l'année.

d) Une journée d'été, vous mettez des glaçons dans un verre et le remplissez d'eau froide. Ébaucher un graphique de la température de l'eau par rapport à la quantité de temps durant laquelle il est laissé sur une table.

e) L'heure du coucher du soleil varie selon les différentes périodes de l'année. Ébaucher un graphique de l'heure du coucher du soleil par rapport au moment de l'année.

RAS **RF2 : Démontrer une compréhension des relations et des fonctions.**
[C, R, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	et estimation

Portée et séquence des résultats

9^e année	10^e année	11^e année
PR1 : Généraliser une régularité tirée d'un contexte de résolution de problème en utilisant des équations linéaires, et les vérifier par substitution. **PR2 :** Tracer le graphique de relations linéaires, l'analyser, interpoler ou extrapoler, pour résoudre des problèmes.	**RF2** : Démontrer une compréhension des relations et des fonctions.	**RF2 :** Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. *(FM11)* **RF2 :** Illustrer graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limitées aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. *(PC11)* **RF3** Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x-p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine. (*PC11)* **RF4** Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, les coordonnées à l'origine, pour résoudre des problèmes. *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Ce volet constitue une introduction au concept des **relations** et des **fonctions**. À partir d'un graphique ou d'un tableau de valeurs, les élèves devraient être capables de déterminer et d'expliquer la différence entre une relation et une fonction.

Relation : Pour chaque valeur de x dans une relation, il existe au moins une valeur de y.
Fonction : Pour chaque valeur de x, il n'existe qu'une valeur de y.

Les relations peuvent être représentées sous diverses formes, comme dans les exemples ci-dessous :

Exemples de ***fonctions***

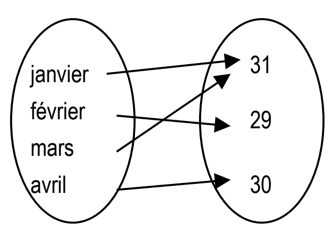
Tableau

Points sur le graphique

x	y
2	4
3	6
4	10
5	10
6	10

Diagramme sagittal

N^bre de jours dans le mois



Ensemble de paires ordonnées

N^bre de roues de chaque véhicule

$\{(unicycle, 1), (bicyclette, 2), (motocyclette, 2), (tricycle, 3), (auto, 4)\}$

RAS **RF2 : Démontrer une compréhension des relations et des fonctions.**
[C, R, V]

Exemples qui NE sont PAS des ***fonctions***

Graphique

Pointure de chaussures pour chaque taille

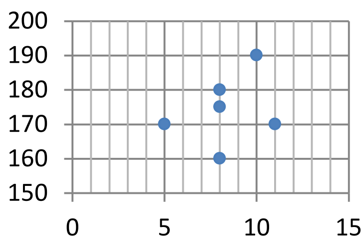
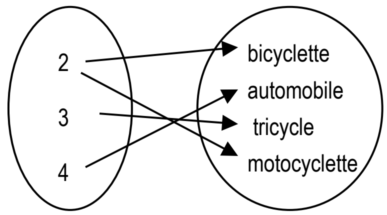


Diagramme sagittal

N^bre de roues de chaque véhicule



Liste de paires ordonnées

Nom et résidence des élèves à un atelier

{($Marie$, Ottawa),
(Sam, Toronto),
($Matthew$, Halifax),
($Carolyn$, Bathurst),
($Matthew$, Rivière-du-Loup)}

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Expliquer à l'aide d'exemples pourquoi certaines relations ne sont pas des fonctions, tandis que toutes les fonctions sont des relations.
- Déterminer si un ensemble de paires ordonnées représente une fonction.
- Trier un ensemble de graphiques en fonctions et en non-fonctions.
- Formuler et expliquer des règles générales pour déterminer si des graphiques et des ensembles de paires ordonnées représentent des fonctions.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Fournir aux élèves deux tableaux, soit l'un renfermant des fonctions et l'autre, des relations qui ne sont pas des fonctions. Leur demander de tracer un graphique de chacun et de discuter des similitudes et des différences observées. Cette discussion peut se faire en équipe ou en classe.
- Les élèves doivent se familiariser avec le test de la droite verticale comme façon de vérifier si un graphique représente une fonction et, par la suite, élargir cette règle à l'analyse d'un tableau de valeurs.
- Remettre aux élèves des photocopies de tableaux de fonctions et de non-fonctions et leur demander d'en discuter et de les départager selon leur catégorie.

RAS **RF2 : Démontrer une compréhension des relations et des fonctions.**
[C, R, V]

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Act Voici deux tableaux. Le premier contient quatre ensembles de relations qui représentent des fonctions et le deuxième, quatre ensembles de relations qui ne sont pas des fonctions. Exprimer chacune des relations sous forme de graphique, de diagramme sagittal et sous forme d'ensemble de paires ordonnées et décrire à un coéquipier ce que vous rechercheriez pour déterminer si chaque représentation constitue ou non une fonction.

Relations qui représentent des fonctions

x	*y*	*x*	*y*	*x*	*y*	*x*	*y*
2	1	1	2	0	-2	1	7
4	2	2	4	1	4	2	-1
6	7	3	6	2	-3	3	2
8	3	4	8	3	5	4	6
10	4	5	10	4	6	5	4

Relations qui ne représentent pas des fonctions

x	*y*	*x*	*y*	*x*	*y*	*x*	*y*
1	2	2	1	3	-2	1	7
2	4	4	2	1	4	5	-1
3	6	2	7	2	-3	3	2
4	8	8	3	3	5	4	6
1	10	10	4	4	6	5	4

Act À l'aide d'exemples de la vie courante, demander aux élèves de créer deux relations de différents formats (tableau, diagramme sagittal, graphique ou ensemble de paires ordonnées) afin de les montrer à un coéquipier. Un des deux élèves doit illustrer une fonction et l'autre, non. Le coéquipier doit expliquer quelle relation représente la fonction et laquelle représente la non-fonction.

RAS	**RF3 : Démontrer une compréhension de la pente en ce qui a rapport à l'élévation et la course, des segments de droite et de droites, le taux de variation, des droites parallèles et des droites perpendiculaires.** [RP, R, V]

[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CE]** Calcul mental et estimation

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
	RF3 : Démontrer une compréhension de la pente en matière d'élévation et de course, de segments de droite ainsi que de droites, du taux de variation, de droites parallèles et de droites perpendiculaires.	**A1 :** Résoudre des problèmes qui font appel à la transformation et à l'application de formules relatives à la pente et au taux de changement, à la règle du 72, aux frais financiers, au théorème de Pythagore et aux rapports trigonométriques. *(FWM11)* **A2 :** Démontrer en résolvant des problèmes une compréhension de la pente en termes d'élévation et de course, en tant que taux de changement. *(FWM11)* **RP1 :** Résoudre des problèmes comportant l'application de taux. *(FM11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Pour les élèves, il s'agit de la première véritable occasion d'étudier la pente dans un cours de mathématiques. Cependant, la pente ou l'inclinaison est un concept employé dans la vie quotidienne et il se peut que les élèves aient appris ce concept dans leur cours de sciences.

Dans le cadre des activités menant à l'atteinte de ce résultat, les élèves devront acquérir une compréhension et une aisance en ce qui a trait à l'utilisation des différentes méthodes employées pour déterminer la pente.

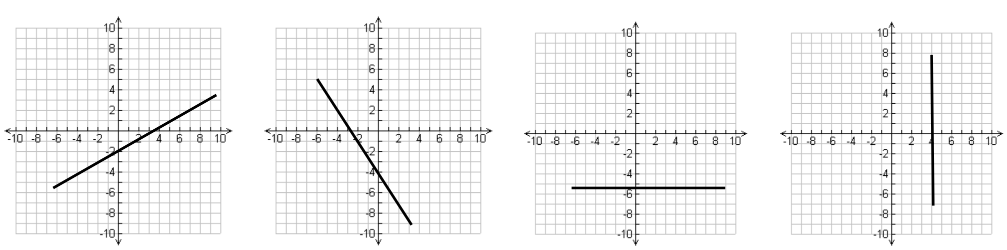
Sur un graphique, la pente peut être représentée par $\frac{élévation}{course}$, ou $\frac{déplacement\ vertical}{déplacement\ horizontal}$.

En tant que taux de variation, la pente peut être représentée par un $\frac{variation\ de\ y}{variation\ de\ x}$.

En tant qu'algorithme, la pente peut être représentée comme suit : $\frac{(y_2-y_1)}{(x_2-x_1)}$.

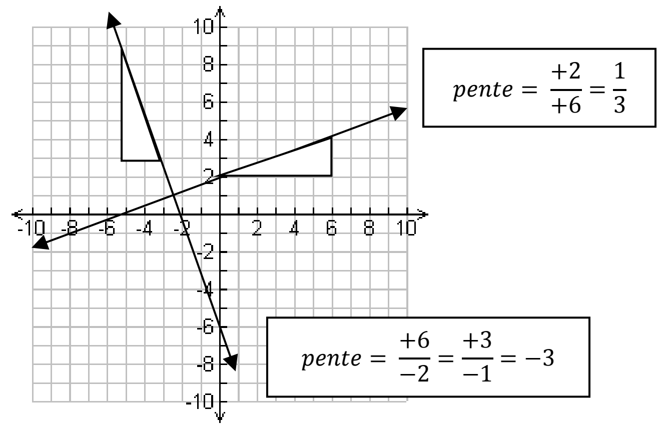
Sur un graphique, les élèves devraient rapidement arriver à déterminer si une pente est positive, négative, égale à zéro ou indéfinie. Sur un segment de droite donné sur un graphique, la pente demeure constante jusqu'au bout du segment.

Positive *Négative* *Égale à zéro* *Indéfinie*



RAS **RF3 : Démontrer une compréhension de la pente en ce qui a rapport à l'élévation et la course, des segments de droite et de droites, le taux de variation, des droites parallèles et des droites perpendiculaires.**
[RP, R, V]

Des droites parallèles ont une pente égale. Deux droites perpendiculaires ont des pentes réciproques négatives. Par exemple :



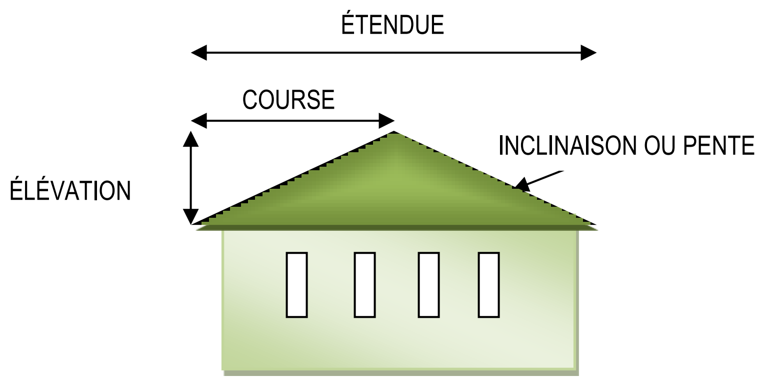
INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer la pente d'un segment de droite en mesurant ou en calculant l'élévation et la course.
- Classer les droites d'un ensemble selon que leur pente est positive ou négative.
- Expliquer le sens de la pente d'une droite horizontale ou verticale.
- Expliquer pourquoi la pente d'une droite peut être déterminée à partir de deux points quelconques de la droite.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, la pente d'une droite en tant que taux de variation.
- Tracer une droite à partir de sa pente et d'un point appartenant à la droite.
- Déterminer un autre point appartenant à une droite à partir de la pente et d'un point de la droite.
- Formuler et appliquer une règle générale pour déterminer si deux droites sont parallèles ou perpendiculaires.
- Résoudre un problème contextualisé comportant une pente.

RAS	**RF3 : Démontrer une compréhension de la pente en ce qui a rapport à l'élévation et la course, des segments de droite et de droites, le taux de variation, des droites parallèles et des droites perpendiculaires.** [RP, R, V]

Stratégies pédagogiques suggérées

- Présenter des photos de pentes de la vie courante, par exemple, la dénivellation d'un terrain, une piste de ski, le toit d'un bâtiment, une rampe d'accès pour fauteuils roulants, un escalier, etc. Demander aux élèves pourquoi les pentes sont importantes. La relation de l'élévation par rapport à la direction verticale et de course par rapport à la direction horizontale peut être explorée dans le cadre de cette activité, ce qui permettra à l'élève de gagner en compréhension globale du concept d'élévation et de course de la pente.

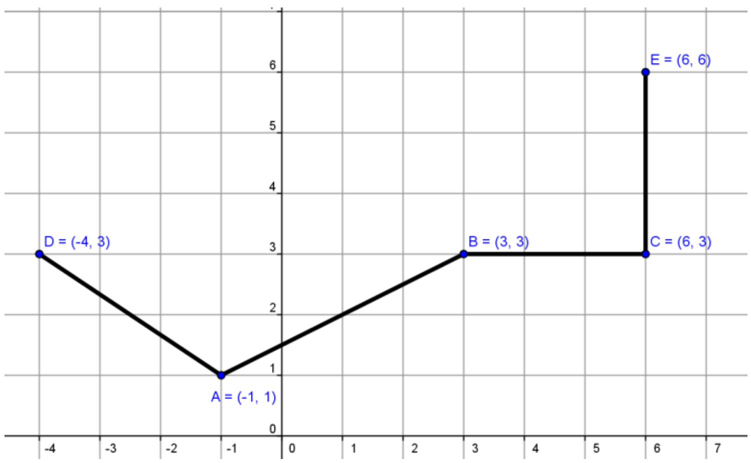


- Présenter une grille où diverses pentes auront été indiquées. Demander aux élèves de calculer chacune des pentes et de discuter du concept de pente positive, négative et indéfinie (voir les activités suggérées ci-dessous).
- Présenter trois droites parallèles et demander aux élèves de trouver et de comparer la pente de chacune, selon la formule. Remettre ensuite trois ensembles de droites perpendiculaires, puis demander à nouveau aux élèves de trouver et de comparer la pente de chaque ensemble. Demander aux élèves de formuler des prédictions quant à la pente des droites parallèles et perpendiculaires.
- Demander aux élèves de dessiner une droite à partir d'une pente donnée. Comparer les résultats des élèves afin de démontrer que l'emplacement des droites sur le graphique peut varier.

RAS **RF3 : Démontrer une compréhension de la pente en ce qui a rapport à l'élévation et la course, des segments de droite et de droites, le taux de variation, des droites parallèles et des droites perpendiculaires.**
[RP, R, V]

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Calculer la pente de chacun de ces segments de droite. Quel segment a une pente positive, une pente négative, une pente de 0 et une pente indéfinie?



Act Comme devoir, demander aux élèves d'aller faire une promenade en voiture (aller-retour) en laissant le volant à un membre de leur famille. Demander à l'élève de mettre le compteur de trajet à zéro au début de ce déplacement, puis de noter toutes les cinq minutes la distance et l'endroit où se trouve la voiture. L'élève devra faire une représentation graphique de la distance de leur domicile en fonction du temps à partir des données qu'il aura recueillies.**

Questions :

- Quelle est la pente de chaque intervalle de 5 minutes du voyage? Quel lien cela a-t-il avec la vitesse?
- Quelle a été la vitesse la plus courante?
- À quelle vitesse alliez-vous durant chaque partie du voyage?
- Y a-t-il des pentes négatives? Si oui, qu'est-ce que cela signifie?
- Y a-t-il des pentes de zéro? Si oui, qu'est-ce que cela signifie?
- Pourquoi n'y a-t-il pas de pente indéfinie? Serait-ce possible qu'il y en ait? Expliquez pourquoi.

*** Mettre les élèves au défi de concevoir et d'utiliser d'autres moyens de faire cet exercice, par exemple à pied, à bicyclette ou en autobus. Cet exercice revêtira ainsi un caractère plus positif pour les élèves qui n'utilisent pas de voiture pour des raisons financières ou environnementales.*

RAS	**RF4 : Décrire et mettre en lumière des relations linéaires à l'aide de description verbale, de paires ordonnées, de tables de valeurs, de graphiques, d'équations.** [C, L, R, V]

[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CE]** Calcul mental et estimation

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
PR1 : Généraliser une régularité tirée d'un contexte de résolution de problème en utilisant des équations linéaires et les vérifier par substitution.	**RF4 :** Décrire et donner des exemples de relations linéaires à l'aide de description verbale, de paires ordonnées, de tables de valeurs, de graphiques et d'équations.	**RF2 :** Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. *(FM11)* **RF2 :** Illustrer graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limitées aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Depuis la 7e année, les élèves savent résoudre des problèmes contextuels à l'aide d'équations linéaires et mettre en lumière des données linéaires de diverses façons, notamment sous forme de tableaux, de graphiques, d'équations ou de situations.

En 10e année, les élèves détermineront si une relation est linéaire ou non à l'aide de diverses méthodes, notamment la raison arithmétique, la forme d'un graphique, le degré d'une équation et la création d'un tableau de valeurs. Ils apprendront à reconnaître la variable indépendante et la variable dépendante. Ils trouveront la pente dans chacune des diverses formes étudiées et reconnaîtront que la pente est constante dans toute relation linéaire.

Les élèves doivent être en mesure de déterminer si une situation peut engendrer des données linéaires. Par exemple, le débit d'un bain que l'on fait couler est linéaire, mais la propagation d'un virus ou l'accélération d'une automobile à partir d'un arrêt sont non linéaires.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Identifier les variables indépendantes et dépendantes dans un contexte donné.
- Déterminer si une situation représente une relation linéaire et justifier la réponse.
- Déterminer si un graphique représente une relation linéaire et justifier la réponse.
- Déterminer si une table de valeurs ou un ensemble de paires ordonnées représente une relation linéaire et justifier la réponse.
- Tracer un graphique à partir d'un ensemble de paires ordonnées tiré d'une situation particulière et déterminer si la relation entre les variables est linéaire.
- Déterminer si une équation représente une relation linéaire et justifier la réponse.
- Apparier les représentations correspondantes de relations linéaires.

<u>Stratégies pédagogiques suggérées</u>

RAS	**RF4 : Décrire et mettre en lumière des relations linéaires à l'aide de description verbale, de paires ordonnées, de tables de valeurs, de graphiques, d'équations.** [C, L, R, V]

- Présenter aux élèves des données tirées de diverses situations et leur demander de déterminer quelles relations sont linéaires et lesquelles sont non linéaires. Demander aux élèves d'expliquer ce que cela signifie.
- Présenter aux élèves l'une des représentations suivantes : une équation, un ensemble de paires ordonnées ou un tableau de valeurs, un graphique ou une description narrative d'une situation. Demander ensuite aux élèves de créer les trois autres formes de représentation. Par exemple :

  À partir de l'équation $y = 3x - 5$, créer un tableau de valeurs ou un ensemble de paires ordonnées, un graphique et une description narrative de la situation représentée par l'équation.
- Donner aux élèves une liste de situations et de relations et leur accorder du temps pour leur permettre de déterminer ensemble si la situation représente une relation linéaire ou une relation non linéaire. Par exemple : le rapport entre la longueur du pas et la distance parcourue est linéaire, mais le rapport entre la longueur des côtés et l'aire d'un carré est non linéaire.
- Demander aux élèves de comparer des équations linéaires et non linéaires. Présenter des équations linéaires et non linéaires, puis demander aux élèves de remplir un tableau de valeurs, de même qu'un graphique pour chacune. Il peut s'agir d'équations comme les suivantes :

  $$y = x + 2,\ y = 6x - 7,\ y = x,\ y = x^2 + 2x + 1,\ y = x^2.$$

  Il est également possible d'avoir recours à des outils technologiques pour illustrer les graphiques.
- Demander aux élèves de consulter des données dans le journal ou sur Internet (p. ex. les valeurs en bourse dans le journal), de les recueillir et d'en faire une représentation graphique durant une période déterminée. Utiliser ce graphique pour discuter des relations et en déterminer les aspects linéaires ou non linéaires. Aux fins d'enrichissement des connaissances de l'élève, l'enseignant peut explorer avec les élèves la pente de la droite de meilleur ajustement.

RAS **RF4 : Décrire et mettre en lumière des relations linéaires à l'aide de description verbale, de paires ordonnées, de tables de valeurs, de graphiques, d'équations.**
[C, L, R, V]

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Act À partir des valeurs en bourse tirées d'un journal, demander à chaque élève de choisir une entreprise, de noter la valeur des actions de cette entreprise durant un mois, puis de faire une représentation graphique de ces résultats. Les élèves peuvent afficher les valeurs en bourse au mur et utiliser Internet pour accéder au TSX.

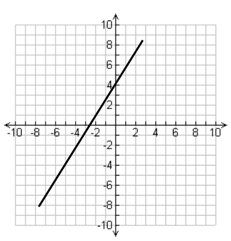
Demander aux élèves d'utiliser le graphique pour déterminer :

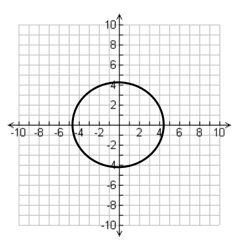
- les sections linéaires ou non linéaires, ou les deux;
- la pente de la droite de meilleur ajustement pour les sections linéaires (déterminée visuellement).

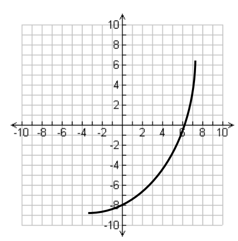
Demander aux élèves de discuter des facteurs qui pourraient avoir des répercussions sur la valeur des actions et faire un lien avec l'actualité.

(Les élèves peuvent également se renseigner sur l'historique de ces actions au cours du mois précédent et procéder à une extrapolation des données pour déterminer s'ils devraient investir dans ces actions, simplement en étudiant les pentes.)

Q Lesquelles des relations suivantes sont linéaires?







Nombre de mois	Taille en pouces
0	22
6	23
12	25
18	27
24	32

Prix	Taxes
10 $	1,50 $
60 $	9,00 $
110 $	16,50 $
160 $	24,00 $
210 $	31,50 $

Q Lesquelles des relations suivantes sont linéaires?

a) $\{(2,10),(4,15),(6,20),(8,25),(10,30),(12,35)\}$
b) $\{(0,1),(20,2),(40,4),(60,8),(80,1),(100,32)\}$
c) $x^2 - 5x + 3 = y$
d) $\mathrm{x} + 5 = 13$
e) $y = 23$
f) $5 + x^3 = 2x + 1$

RAS	**RF5 : Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image.** [L, R, RP, V]

[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CE]** Calcul mental et estimation

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
PR2 : Tracer le graphique de relations linéaires, l'analyser, interpoler ou extrapoler pour résoudre des problèmes.	**RF5 :** Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image.	**RF2 :** Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. *(FM11)* **RF3 :** Analyser les fonctions quadratiques de la forme $y = a(x-p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine. *(PC11)* **RF4 :** Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, les coordonnées à l'origine,pour résoudre des problèmes. *(PC11)* **RF5 :** Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques. *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Les élèves se sont exercés à l'interpolation et à l'extrapolation de renseignements pour résoudre des problèmes à l'aide de relations linéaires en 9e année. Les élèves devraient comprendre les concepts de pente (RF3) ainsi que de domaine et d'image (RF1).

Dans le cadre des activités menant à l'atteinte de ce résultat, les élèves doivent, lorsque l'enseignant leur présente un graphique, repérer les **coordonnées à l'origine** et les exprimer en tant que valeurs ou paires ordonnées (p. ex. $y = 2$ ou $(0,2)$) et expliquer ce qu'elles représentent. Ils apprendront à caractériser la pente, c'est-à-dire positive, négative, égale à zéro ou indéfinie. Les élèves effectueront une représentation graphique des relations linéaires à partir de la pente et de l'une des coordonnées à l'origine, ou des deux coordonnées à l'origine.

L'axe des *y* est défini comme la ligne ayant un nombre infini d'ordonnées à l'origine et correspondant à l'équation *x = 0*. L'axe des *x* est défini comme la droite ayant un nombre infini d'abscisses à l'origine et correspondant à l'équation $y = 0$.

Dans le cadre des activités menant à l'atteinte de ce résultat, les élèves se familiariseront avec la notation standard liée au domaine et à l'image. Pour le domaine, il s'agit, par exemple, de ce qui suit : $\{\boldsymbol{x} | -\mathbf{3} \leq \boldsymbol{x} \leq \mathbf{6}, \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}\}$ c'est-à-dire que « x tel que x est plus grand ou égal à -3 et plus petit ou égal à 6 et fait partie du système des nombres réels ». Pour l'image, il s'agit, par exemple, de ce qui suit : $\{\boldsymbol{y} | -\mathbf{2} \leq \boldsymbol{y} \leq \mathbf{4}, \boldsymbol{y} \in \boldsymbol{R}\}$ c'est-à-dire que « y tel que y est plus grand ou égal à -2 et plus petit ou égal à 4 et fait partie du système des nombres réels ».

RAS	**RF5 : Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image.** [L, R, RP, V]

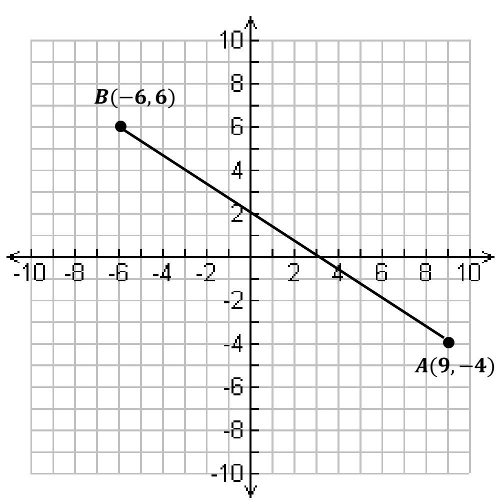
INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer les coordonnées à l'origine du graphique d'une relation linéaire et les mettre en lumière sous la forme de valeurs numériques ou de paires ordonnées.
- Déterminer la pente du graphique d'une relation linéaire.
- Déterminer le domaine et l'image du graphique d'une relation linéaire.
- Esquisser le graphique d'une relation linéaire ayant une, deux ou une infinité de coordonnées à l'origine.
- Identifier le graphique correspondant à une pente et à une ordonnée à l'origine.
- Identifier la pente et l'ordonnée à l'origine correspondent à un graphique.
- Résoudre un problème contextualisé comportant les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine ou l'image d'une relation linéaire.

Stratégies pédagogiques suggérées

- À ce stade, il est recommandé que l'enseignant fasse un survol à l'intention des élèves sur les formules de pente. L'enseignant peut présenter aux élèves des graphiques d'équations linéaires dont ils devront trouver les pentes, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image. Pour exprimer un domaine et une image contenant des extrémités, les élèves doivent utiliser le format suivant :

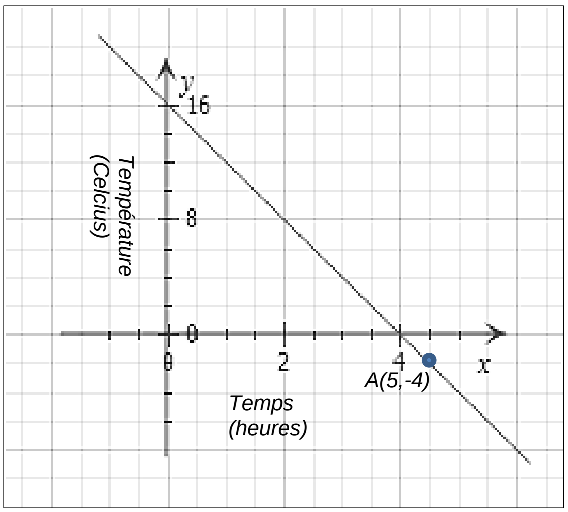
  Domaine = $\{x| -6 \leq x \leq 9, x \in R\}$
  Image = $\{y| -4 \leq y \leq 6, y \in R\}$
  L'abscisse à l'origine peut être exprimée comme suit : $x = 3 \ ou \ (3,0)$.
  L'ordonnée à l'origine peut être exprimée comme suit : $y = 2 \ ou \ (0,2)$.



RAS	**RF5 : Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image.** [L, R, RP, V]

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Le graphique suivant représente la température d'eau de mer placée dans un congélateur. Expliquer ce que signifie la pente et ce que représentent le $point\ A$, l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine ainsi que le domaine et l'image.



(Note à l'intention de l'enseignant : La pente représente la vitesse à laquelle la température baisse. L'ordonnée à l'origine représente la température à laquelle l'eau se trouvait lorsqu'on l'a mise au congélateur. L'abscisse à l'origine indique la température après 4 heures. Le $point\ A$ *représente l'heure et la température auxquelles l'eau commence à geler (l'eau de mer gèle à* $\sim -4℃$*).*

RAS	**RF6 : Associer les relations linéaires exprimées sous la forme : explicite ($\boldsymbol{y = mx + b}$); générale ($\boldsymbol{Ax + By + C = 0}$) et pente-point ($\boldsymbol{y - y_1 = m(x - x_1)}$) à leurs graphiques.** [L, R, T, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
PR2 : Tracer le graphique de relations linéaires, l'analyser, interpoler ou extrapoler pour résoudre des problèmes.	**RF6 :** Associer les relations linéaires exprimées sous la forme : explicite ($y = mx + b$); générale ($Ax + By + C = 0$); et pente-point ($y - y_1) = m(x - x_1)$ à leurs graphiques.	**RF1 :** Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux inconnues. *(FM11)* **RF2 :** Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie. *(FM11)* **RF3 :** Analyser les fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine. (*PC11)* **RF4 :** Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, les coordonnées à l'origine pour résoudre des problèmes. *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Les équations linéaires peuvent être reformulées sous différentes formes. Dans le cadre des activités d'apprentissages menant à l'atteinte de ce résultat, trois formes d'équations destinées aux relations linéaires, ou à l'équation d'une ligne droite sont présentées aux élèves. Ils apprendront à reconnaître les trois formes de l'équation et à passer de l'une à l'autre.

Les élèves traceront le graphique de relations linéaires appartenant à chacune des trois formes d'équations. L'enseignant doit leur donner la possibilité de découvrir ces concepts et stratégies par l'intermédiaire de démarches de recherche.

La **forme explicite** d'une relation linéaire est la suivante : $y = mx + b$, où *m* correspond à la pente de la droite et où *b* correspond à l'ordonnée à l'origine. Les droites verticales, qui ont une pente indéfinie ne sont pas représentées par cette forme. Pour la forme explicite, le graphique de la relation linéaire peut être tracé en utilisant la pente (m) et l'ordonnée à l'origine (b).

<u>Par exemple</u> : $y = 2x + 6$

- la valeur de l'ordonnée à l'origine correspond à 6, ou (0,6)
- la pente est équivalente à $2 = \frac{2}{1} = \frac{6}{3}$; donc, pour trouver le deuxième point, il s'agit de partir de la coordonnée à l'origine, de continuer pour 3 unités et de monter de 6 unités jusqu'à $(3,12)$

Tracer une droite en reliant le point $(0,6)$ et le point $(3,12)$ pour mettre en lumière la fonction linéaire.

RAS	**RF6 : Associer les relations linéaires exprimées sous la forme : explicite** $(y = mx + b)$**; générale** $(Ax + By + C = 0)$ **et pente-point** $(y - y_1) = m(x - x_1)$ **à leurs graphiques.** [L, R, T, V]

La **forme générale** d'une relation linéaire est la suivante : $Ax + By + C = 0$ où A et B ne sont pas tous deux égaux à zéro. L'équation est normalement rédigée de façon que $A \geq 0$, par convention. Si A n'est pas égal à zéro, l'abscisse à l'origine équivaut à $-\frac{C}{A}$. Si B n'est pas égal à zéro, l'ordonnée à l'origine équivaut à $-\frac{C}{B}$ et la pente de la droite est de $-\frac{A}{B}$. Pour exprimer la forme générale d'une relation linéaire, il faut relier les coordonnées à l'origine ou relier l'une des cordonnées à l'origine à un autre point.

<u>Par exemple</u> : $2x + 4y + 6 = 0$

Pour tracer la droite en reliant les coordonnées à l'origine :

- la valeur de l'abscisse à l'origine est la suivante : $-\frac{C}{A} = -\frac{6}{2} = -3$, ou $(-3,0)$
- la valeur de l'ordonnée à l'origine est la suivante : $-\frac{C}{B} = -\frac{6}{4} = -1{,}5$, ou $(0, -1{,}5)$

Tracer une droite reliant les points $(-3,0)$ et $(0, -1{,}5)$ pour obtenir la fonction linéaire.

Pour tracer la droite en reliant l'une des coordonnées à l'origine à un point :

- la valeur de l'abscisse à l'origine est $-\frac{C}{A} = -\frac{6}{2} = -3$, ou $(-3,0)$
- la pente est équivalente à $-\frac{A}{B} = -\frac{2}{4}$; donc, il faut partir de la coordonnée à l'origine et continuer pour 4 unités $(ajouter\ 4 \text{ à } x)$ puis descendre de 2 unités $(soustraire\ 2 \text{ à } y)$ jusqu'à $(1, -2)$

Tracer une droite reliant les points $(-3,0)$ et $(1, -2)$ pour obtenir la fonction linéaire.

La forme **pente-point** d'une relation linéaire est la suivante : $y - y_1 = m(x - x_1)$, où m correspond à la pente de la droite et (x_1, y_1), à n'importe quel point de la droite. La relation pente-point exprime le fait que la différence sur la coordonnée y entre deux points d'une droite ($y - y_1$) est proportionnelle à la différence sur la coordonnée x ($x - x_1$). La constante de proportionnalité est m (la pente de la droite). La relation linéaire pente-pointe est obtenue en utilisant la valeur du point de la droite (x_1, y_1) et la valeur de la pente (m).

<u>Par exemple</u> : $(y - 6) = 2(x - 3)$

Pour tracer la droite en reliant deux points :

- la valeur d'un point de la droite correspond à (x_1, y_1) ou $(6,3)$
- la pente correspond à $2 = \frac{2}{1}$; donc, pour trouver le deuxième point, il s'agit de partir du point $(6,3)$, de continuer pour 1 unité (ajouter 1 à x_1) puis de monter de 2 unités (ajouter 2 à y_1) jusqu'à $(7,5)$

Tracer une ligne reliant les points $(6,3)$ et $(7,5)$ pour obtenir la fonction linéaire.

RAS **RF6 : Associer les relations linéaires exprimées sous la forme : explicite $(y = mx + b)$; générale $(Ax + By + C = 0)$ et pente-point $(y - y_1) = m(x - x_1)$ à leurs graphiques.** [L, R, T, V]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Exprimer une relation linéaire sous différentes formes et en comparer les graphiques.
- Réécrire une relation linéaire soit sous la forme explicite, soit sous la forme générale.
- Élaborer et expliquer des stratégies pour tracer le graphique d'une relation linéaire exprimée sous la forme explicite, générale ou pente-point.
- Tracer, avec et sans l'aide de la technologie, le graphique d'une relation linéaire exprimée sous la forme explicite, générale ou pente-point et expliquer la stratégie utilisée pour tracer le graphique.
- Identifier, dans un ensemble de relations linéaires, les relations linéaires équivalentes.
- Apparier un ensemble de relations linéaires à leurs graphiques.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Demander aux élèves de tracer le graphique de la même équation linéaire dans chacune des trois formes en trouvant deux points à partir de l'équation donnée. Cette activité permettra d'illustrer que le même graphique peut être exprimé à partir de trois différents types d'équations. Inviter les élèves à discuter et à déterminer quelle forme de l'équation permet le plus facilement de créer le graphique.

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Voici trois formes de la même équation : $y = 2x + 3$, $2x - y + 3 = 0$ et $(y - 7) = 2(x - 2)$. Tracer le graphique de chacune des équations.

Q En équipe de trois, choisir un responsable de la forme explicite, un responsable de la forme pente-point et un responsable de la forme générale. Chacun doit créer une équation dans la forme correspondante, puis tracer le graphique de cette équation. Remettre ensuite votre équation et votre graphique à la personne à votre droite, qui devra écrire l'équation dans la forme qui lui a été attribuée. La remettre ensuite au troisième coéquipier, qui réalisera la troisième équation de l'équipe. Vérifier le travail de vos coéquipiers pour voir s'il est fait correctement.

Changer la responsabilité de chaque coéquipier, afin que chacun effectue une nouvelle forme d'équation, puis répéter le processus jusqu'à ce que tous aient pu s'exercer à faire chacune des formes d'équation. Vérifier les réponses en équipe et remettre vos résultats.

RAS	**RF7 : Déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir d'un graphique, d'un point et d'une pente, de deux points, d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire, ou d'un nuage de points.** [L, R, RP, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
PR1 : Généraliser une régularité tirée d'un contexte de résolution de problème en utilisant des équations linéaires et les vérifier par substitution.	**RF7 :** Déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir d'un graphique, d'un point et d'une pente, de deux points, d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire ou d'un nuage de points.	**RF3 :** Analyser les fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine. (*PC11)* **RF4 :** Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie, les coordonnées à l'origine pour résoudre des problèmes. *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Les élèves ont appris à reconnaître et à faire correspondre une équation linéaire à son graphique respectif ainsi qu'à trouver une pente et des points à partir d'un graphique. Les activités menant à l'atteinte de ce résultat permettent aux élèves de comprendre comment réaliser une équation sous la **forme pente-point** des équations linéaires à partir d'un graphique, où ils repéreront un point sur la droite et détermineront la pente, ou à partir de points sur un graphique et de la pente directement.

À partir d'un nuage de points, la droite de meilleur ajustement est la relation linéaire qui correspond de plus près aux données. Il convient d'utiliser les outils technologiques (p. ex. la calculatrice à affichage graphique ou autres dispositifs) pour déterminer cette droite et sa corrélation aux données. Dans ce contexte, les élèves devraient explorer le concept de la corrélation et ses variations, et en discuter.

RAS	**RF7 : Déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir d'un graphique, d'un point et d'une pente, de deux points, d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire, ou d'un nuage de points.** [L, R, RP, V]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine d'une relation linéaire à partir de son graphique et en écrire l'équation sous la forme $y = mx + b$.
- Écrire l'équation d'une relation linéaire à partir de sa pente et des coordonnées d'un point appartenant à cette droite et expliquer le raisonnement.
- Écrire l'équation d'une relation linéaire à partir des coordonnées de deux points appartenant à cette droite et expliquer le raisonnement.
- Écrire l'équation d'une relation linéaire à partir des coordonnées d'un point appartenant à cette droite et de l'équation d'une droite qui y est parallèle ou perpendiculaire et expliquer le raisonnement.
- Tracer le graphique de données linéaires découlant d'un contexte et écrire l'équation de la droite obtenue.
- Déterminer l'équation de la droite de meilleur ajustement à partir d'un nuage de points, à l'aide d'outils technologiques, et discuter de la corrélation.
- Résoudre un problème contextualisé à l'aide de l'équation d'une relation linéaire.

<u>Stratégies pédagogiques suggérées</u>

- Pour déterminer l'équation d'une relation linéaire, les élèves doivent s'exercer de diverses façons à repérer un point et à déterminer la pente, selon l'information donnée. Par exemple :

  Pour déterminer un point sur la droite :
  - Choisir un point sur le graphique.
  - L'élève dispose des coordonnées *x* et *y* d'un point sur la droite.
  - Une coordonnée à l'origine *x* ou *y* est déterminée à partir d'une équation, en remplaçant *x*=0 (pour l'ordonnée à l'origine) ou *y*=0 (pour l'abscisse à l'origine).
  - L'élève dispose d'un tableau de valeurs sur lequel il peut sélectionner n'importe quel point.

  Pour déterminer la pente de la droite :
  - Une valeur est donnée directement pour la pente.
  - Deux points sur la droite (n'importe lesquels) sont sélectionnés, après quoi l'élévation et la course entre les points sont déterminées afin d'obtenir la pente.
  - L'élève dispose des coordonnées x et y de deux points et calcule la pente selon la formule prévue.
  - Une droite parallèle est donnée et la pente est déterminée à partir de cette droite.
  - Une droite perpendiculaire est donnée et l'élève en détermine la pente. La réciproque négative correspond à la pente de la droite.
  - Si la droite est horizontale, la pente est de zéro. Si la ligne est verticale, la pente est indéfinie.

- Selon l'information, les élèves peuvent exprimer l'équation de la relation linéaire sous la forme explicite, générale ou pente-point. Il importe que l'enseignant incite les élèves à déterminer quelle forme convient le mieux à une situation donnée.

RAS **RF7 : Déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir d'un graphique, d'un point et d'une pente, de deux points, d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire, ou d'un nuage de points.**
[L, R, RP, V]

- Le nuage de points est l'un des trois sujets abordés dans le *Manitoba Curriculum Supplement* de Pearson WNCP, téléchargeable gratuitement à partir de l'adresse suivante :

  http://www.pearsoncanadaschool.com//media/canada/math10wncp_manitoba_curriculum_companion_final.pdf

- Pour explorer les nuages de points, le site suivant comprend un programme interactif qui permet aux élèves de tracer facilement des points et d'examiner la réaction sur la valeur r lorsqu'ils tracent les points plus près ou plus loin de la droite de meilleur ajustement.

  http://www.shodor.org/interactivate/activities/Regression/

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Marie voulait participer à un échange d'étudiants au Mexique, mais n'avait que 56 $ dans son compte bancaire. Elle s'est donc trouvée un emploi où elle promène les chiens dans son quartier, ce qui lui rapporte 50 $ par semaine.

Écrire l'équation qui représente le mieux la somme qu'elle aura sur son compte après quelques semaines, en supposant qu'elle épargne tout ce qu'elle gagne. À l'aide de cette équation, déterminer combien de semaines il lui faudra pour économiser 2 000 $.

Enrichissement : L'amie de Marie avait au départ 250 $ dans son compte et gagnait la même somme. Calculer le nombre de semaines qu'il lui faudra pour économiser 2 000 $.

(Note à l'intention de l'enseignant : Il s'agit d'un bon moment propice pour discuter des données discrètes et continues et pour vérifier si une relation linéaire peut mettre en lumière ces deux catégories de données.)

RAS	**RF8 : Résoudre des problèmes liés à la distance entre deux points et le milieu d'un segment de droite.** [C, L, RP, T, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
	RF8 : Résoudre des problèmes liés à la distance entre deux points et le milieu d'un segment de droite.	**T2 :** Résoudre des problèmes comportant les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus et tangente) pour des angles de $0°$ à $360°$ en position standard. *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Les élèves apprendront la **formule de calcul de la distance** et la **formule de calcul du milieu** en s'appuyant sur les connaissances et la compréhension qu'ils ont acquises des coordonnées xy du plan cartésien qu'ils ont exploré en 6e année. Ils mettront à profit leur compréhension, acquise en 8e et 9e année, du théorème de Pythagore pour la résolution de problèmes. L'enseignant doit veiller à ce que les élèves comprennent clairement ces éléments en tant que concepts distincts, puisqu'ils confondent souvent ces deux formules.

La compréhension de la formule de calcul de la distance entre deux points partira de la compréhension qu'ont les élèves du théorème de Pythagore. L'exploration de cette formule peut être amorcée en déterminant la longueur des cas particuliers de droites horizontales ou verticales sur un plan cartésien, la distance étant, dans ces cas, la différence entre les deux valeurs de *x* (horizontales) ou les deux valeurs de *y* (verticales). La formule de calcul de la distance est la forme générale de réarrangement de la formule de Pythagore utilisée pour trouver la longueur de l'hypoténuse. La formule de calcul de la distance entre les points A et B est :
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

La compréhension de la formule de calcul du milieu repose sur un concept différent, soit celui de la moyenne de deux valeurs. Sur un plan cartésien, le milieu d'une droite est déterminé en calculant la moyenne des coordonnées *x* et *y* des deux extrémités de cette droite. Si les extrémités sont $P(x_1, y_1)$ et $Q(x_2, y_2)$, les coordonnées du milieu correspondront à la moyenne des deux valeurs de x et des deux valeurs de y, ou
$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$.

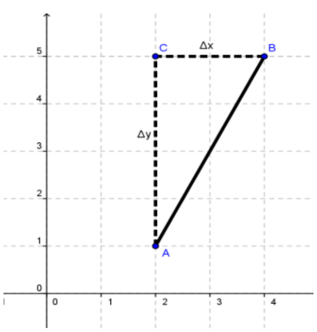
INDICATEURS DE RÉUSSITE

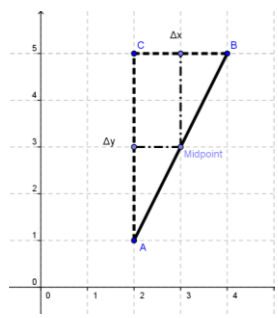
- Déterminer la distance entre deux points sur un plan cartésien à l'aide de diverses stratégies.
- Déterminer le milieu d'un segment de droite à partir des extrémités de ce segment à l'aide de diverses stratégies.
- Déterminer une extrémité d'un segment de droite à partir de son autre extrémité et de son milieu à l'aide de diverses stratégies.
- Résoudre un problème contextuel portant sur la distance entre deux points ou le milieu d'un segment de droite.

RAS	**RF8 : Résoudre des problèmes liés à la distance entre deux points et le milieu d'un segment de droite.** [C, L, RP, T, V]

Stratégies pédagogiques suggérées

- Le calcul de la longueur d'une droite et le calcul du milieu d'une droite sont deux des trois sujets traités dans le *Manitoba Curriculum Supplement* de Pearson WNCP, téléchargeable gratuitement à partir de l'adresse suivante : http://www.pearsoncanadaschool.com//media/canada/math10wncp_manitoba_curriculum_companion_final.pdf
- L'enseignant doit permettre aux élèves de développer eux-mêmes les formules plutôt que de les leur donner dès le début.
- En s'appuyant sur leur connaissance du théorème de Pythagore, ils devraient être en mesure de déterminer la longueur d'un segment de droite sur du papier quadrillé, comme dans la figure ci-dessous. La section 4.2 du troisième cahier de *Mathematical Modeling* (ancien manuel) peut servir de complément d'information pour cette unité.
- Un diagramme semblable peut servir à développer une compréhension de la formule de calcul du milieu dans un cas particulier. Pour les cas généraux, le calcul se fera à partir de la moyenne des coordonnées x et de la moyenne des coordonnées y.





$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Le segment AB de la droite est formé en reliant les paires ordonnées $A(-4{,}3)$ et $B(2{,}$-3).

a) Déterminer la longueur du segment AB de la droite

b) Trouver la coordonnée du milieu du segment AB de la droite.

Q Les trois sommets d'un triangle sont : $A(-3{,}1), B(1{,}7)\ et\ C(5{,}1)$.

a) Trouver le périmètre.

b) Dire s'il s'agit d'un triangle scalène, isocèle ou équilatéral.

Q Montrer que les points $P(5,-1), Q(2{,}8)\ et\ R(-2{,}0)$ se trouvent sur un cercle dont le centre est $C(2{,}3)$.

Q Le point à l'une des extrémités du segment de la droite est $(-4{,}3)$. Le point du milieu est $(-3{,}6)$. Trouver le point à l'autre extrémité du segment.

Q À partir de deux points, A et B, trouver le point marquant le premier tiers de la trajectoire de A à B.

RAS	**RF9 : Donner un exemple de fonction linéaire sous la forme de notation fonctionnelle.** [L, CE, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
PR1 : Généraliser une régularité tirée d'un contenu de résolution de problème en utilisant des équations linéaires, et les vérifier par substitution.	**RF9 :** Mettre en lumière une fonction linéaire sous la forme de notation fonctionnelle.	**Résultats RF :** La représentation sous la forme de notation fonctionnelle est exigée pour tous les résultats RF *(FM11, PC11).*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Les activités permettant à l'élève d'atteindre ce résultat donnent lui donnent l'occasion de découvrir la **notation fonctionnelle** appliquée aux fonctions linéaires. Une fonction donne à chaque valeur de départ (x) une seule valeur d'arrivée correspondante (y). La notation fonctionnelle $f(x)$ est une autre façon de représenter la valeur de y.

Les élèves devraient voir le lien entre les valeurs de départ et d'arrivée et les paires ordonnées sur le graphique. Par exemple, la notation $f(2) = 5$ indique que le point dont les coordonnées sont $(2{,}5)$ correspond à $f(x)$.

Dans une notation fonctionnelle telle que $f(x)$, le «f » est une appellation arbitraire, mais le g et le h sont utilisés couramment, par exemple $g(x)$ et $h(x)$. La lettre entre parenthèses indique la variable indépendante utilisée lorsque la fonction est représentée par une équation. Par exemple, l'expression $A(r) = \pi r^2$ indique que « A » est le nom de la fonction et « r » est la variable indépendante.

Les élèves devraient être capables de mettre en lumière, sous la forme de la notation fonctionnelle, une équation à deux variables. Par exemple, l'équation $y = 4x - 1$ peut aussi s'écrire sous la forme : $f(x) = 4x - 1$. Inversement, ils établiront une équation à l'aide de la notation fonctionnelle sous la forme d'une fonction linéaire à deux variables. Par exemple, $h(t) = -3t + 1$ peut s'écrire $h = -3t + 1$. Souvent, le nom de la fonction est lié au contexte comme dans le présent exemple, où le nom de la fonction $h(t)$ est utilisé pour un problème qui porte sur la hauteur (h) d'un objet à un temps donné(t).

Les élèves détermineront la valeur de l'image à partir de la valeur du domaine. Par exemple, à partir de la fonction $f(x) = 5x - 7$, les élèves détermineront $f(1)$. Inversement, les élèves détermineront la valeur du domaine à partir de la valeur de l'image. Par exemple, pour la fonction $f(x) = 4x - 1$, où $f(x) = 3$, les élèves devront trouver la valeur de x dans $4x - 1 = 3$.

La valeur de départ d'une fonction peut être une autre fonction. Par exemple, l'enseignant peut demander aux élèves de simplifier l'expression $f(x + 1)$ si $f(x) = 3x - 5$.

RAS	**RF9 : Donner un exemple de fonction linéaire sous la forme de notation fonctionnelle.** [L, CE, V]

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Exprimer sous la forme de la notation fonctionnelle l'équation d'une fonction linéaire à deux variables.
- Exprimer sous la forme d'une fonction linéaire à deux variables une équation présentée en notation fonctionnelle.
- Déterminer la valeur de l'image correspondant à une valeur donnée du domaine d'une fonction linéaire; p. ex., si $f(x) = 3x - 2$, déterminer $f(-1)$.
- Déterminer la valeur du domaine correspondant à une valeur donnée de l'image d'une fonction linéaire; p. ex., si $g(t) = 7 + t$, déterminer t de façon que $g(t) = 15$.
- Esquisser le graphique d'une fonction linéaire exprimée en notation fonctionnelle.

Stratégies pédagogiques suggérées

- Il serait pertinent de procéder à une révision en matière de réarrangement d'équations puisque la notation fonctionnelle nécessite la résolution de la relation linéaire pour la variable y.

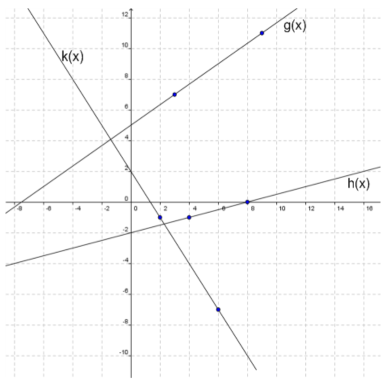
- Une erreur que font souvent les élèves est de confondre la parenthèse pour le signe de multiplication dans la notation fonctionnelle. Par exemple, $f(4) = 8$ ne signifie pas $4f = 8$. Il importe que les élèves comprennent qu'il s'agit d'un paramètre fictif qui représente la valeur du domaine.

- Les élèves se trompent aussi souvent lorsqu'ils doivent, à partir d'une fonction telle que $h(t) = 4t - 3$ où $h(t) = 18$, déterminer la valeur de t. Les élèves substituent souvent la valeur donnée à la variable indépendante plutôt qu'à la variable dépendante. Il est donc important que l'enseignant saisisse cette occasion pour expliquer de nouveau aux élèves le but et la signification de la notation fonctionnelle.

RAS	**RF9 : Donner un exemple de fonction linéaire sous la forme de notation fonctionnelle.** [L, CE, V]

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Écrire l'équation pour chacune des fonctions suivantes : $g(x), h(x)$ *et* $k(x)$. Calculer ensuite la valeur de $g(15)$, de $h(28)$ et de $k(x) = 17$.

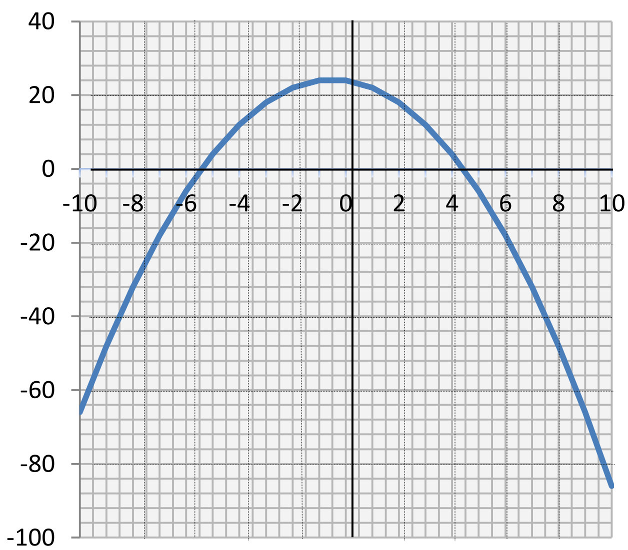


Q Évaluer les expressions suivantes :

a) $d\,(t) = 3t + 4$, déterminer $d(3)$
b) $f\,(x) = x^2 - 2x - 24$, déterminer $f\,(-2)$
c) $h\,(t) = 4t^2 - 3t$, déterminer $h(1) + h(-2)$
d) $f\,(x) = 5x - 11$, trouver la valeur de x si $f\,(x) = 9$
e) $g\,(x) = -2x + 5$, trouver la valeur de x si $g(x) = -7$

Q À partir de la fonction $f(x)$, trouver :

a) $f(-2{,}5)$
b) $f(2)$
c) x si $f(x) = -40$



Q Le périmètre d'un rectangle est $P = 2l + 2w$. Si l'on sait que la longueur (*l*) est de $6\,pieds$, alors le périmètre est une fonction de la largeur (*w*). Mettre en lumière cette fonction sous la forme de la notation fonctionnelle.

RAS	**RF10 : Résoudre des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires ayant deux variables graphiquement et algébriquement.** [L, R, RP, T, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Portée et séquence des résultats

9e année	10e année	11e année
PR2 : Tracer le graphique de relations linéaires, l'analyser, interpoler ou extrapoler pour résoudre des problèmes. **PR3** Modéliser et résoudre des problèmes en utilisant des équations linéaires des formes suivantes : $ax = b$; $\frac{x}{a} = b$, $a \neq 0$; $ax + b = c$; $\frac{x}{a} + b = c, a \neq 0$; $ax = b + cx$; $a(x + b) = c$; $ax + b = cx + d$; $a(bx + c) = d(ex + f)$; $\frac{a}{x} = b, x \neq 0$. où a, b, c, d, e et f sont des nombres rationnels.	**RF10 :** Résoudre des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires ayant deux variables graphiquement et algébriquement.	**RF1 :** Modéliser et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables. *(FM11)* **RF6 :** Résoudre algébriquement et graphiquement, des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques ayant deux variables. *(PC11)* **RF7 :** Résoudre des problèmes comportant des inégalités linéaires et quadratiques ayant deux variables. *(PC11)*

EXPLICATIONS DÉTAILLÉES

Lorsque deux droites se croisent, les coordonnées du point d'intersection sont la solution du système linéaire. Les élèves modéliseront des situations à partir d'un système d'équations linéaires et, inversement, ils décriront une situation qui peut être le résultat d'une modélisation d'un système linéaire donné. Ils apprendront à résoudre des systèmes d'équations linéaires en appliquant des méthodes graphiques et algébriques.

Les élèves exprimeront un problème sous forme d'énoncé en un système d'équations linéaires et résoudront le problème en traçant un graphique et en validant leur solution. Ils doivent pouvoir résoudre assez facilement des équations linéaires sous forme graphique avec et sans outils technologiques. L'enseignant devrait mettre l'accent sur des situations de la vie courante impliquant des fournisseurs de téléphones cellulaires ou des entreprises de taxis.

Dans le cadre des activités menant à l'atteinte de ce résultat, les élèves ont tracé des graphiques d'équations linéaires sous diverses formes, notamment la forme explicite, la forme pente-point et la forme générale. Une fois qu'ils peuvent reconnaître les diverses formes d'équation, ils sont plus aptes à choisir la forme qui convient au graphique qu'ils doivent tracer.

Cependant, la solution d'un système d'équations linéaires à l'aide de graphiques comporte des limites. Par exemple, les élèves peuvent avoir de la difficulté à déterminer exactement les points d'intersection non entiers. Par conséquent, la solution sera une estimation des coordonnées du point d'intersection. Pour obtenir une réponse exacte, ils doivent exprimer l'équation sous la forme algébrique.

Les élèves résoudront algébriquement des équations linéaires en procédant par substitution et par élimination. Les élèves valideront leur solution en appliquant la substitution directe ou en traçant un graphique.

Les systèmes d'équations linéaires peuvent avoir diverses solutions. En traçant le graphique du système linéaire, les élèves peuvent déterminer si le système d'équations linéaires comporte

RAS	**RF10 : Résoudre des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires ayant deux variables graphiquement et algébriquement.** [L, R, RP, T, V]

une solution (intersection des droites), aucune solution (droites parallèles) ou une infinité de solutions (droites coïncidentes).

Les élèves peuvent aussi utiliser les coordonnées de la pente et de l'ordonnée à l'origine pour déterminer le nombre de solutions possibles. Lorsque les pentes des droites sont différentes, les droites se croisent en un point et il y a une solution à l'équation. Lorsque les pentes des droites sont les mêmes, mais que l'ordonnée à l'origine est différente, les deux droites ne se croisent jamais et le système n'a pas de solutions. Lorsque les pentes des droites et l'ordonnée à l'origine sont les mêmes, les deux droites sont identiques et le système comporte une infinité de solutions.

En procédant par élimination, l'élève peut aussi voir le nombre de solutions possibles. Lorsqu'il y a une valeur unique pour x et y, il n'y a qu'une seule solution au système d'équations. Lorsque l'addition d'équations fait en sorte d'éliminer la variable x, ce qui se traduit par un faux énoncé tel que $0x + 0y = 27$, il n'y a pas de solutions et les droites sont forcément parallèles. Lorsque l'on obtient le résultat $0x + 0y = 0$, quelle que soit la valeur de x ou de y, cet énoncé est vrai et il y a une infinité de solutions, ce qui indique que les droites sont coïncidentes.

Les élèves peuvent résoudre des systèmes d'équations linéaires sous forme graphique ou sous forme algébrique. Il importe qu'ils soient capables de déterminer quelle méthode est la plus efficace à utiliser selon chaque cas.

INDICATEURS DE RÉUSSITE

- Illustrer une situation à l'aide d'un système d'équations linéaires.
- Établir le rapport entre un système d'équations linéaires au contexte d'un problème.
- Déterminer et vérifier graphiquement, avec et sans l'aide de la technologie, la solution à un système d'équations linéaires.
- Expliquer la signification du point d'intersection d'un système d'équations linéaires.
- Déterminer algébriquement et vérifier la solution d'un système d'équations linéaires.
- Expliquer, à l'aide d'exemples, pourquoi un système d'équations linéaires peut n'avoir aucune solution, en avoir une seule ou un nombre infini.
- Expliquer une stratégie pour résoudre un système d'équations linéaires.
- Résoudre un problème comportant un système d'équations linéaires.

RAS	**RF10 : Résoudre des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires ayant deux variables graphiquement et algébriquement.** [L, R, RP, T, V]

Stratégies pédagogiques suggérées

- Pour résoudre un système d'équations linéaires à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, les élèves auront peut-être à réarranger les équations sous la forme de la notation fonctionnelle. De plus, il sera peut-être nécessaire de réviser les notions de domaine et d'image pour aider les élèves à déterminer les paramètres appropriés de visionnement de l'écran.
- Donner aux élèves la possibilité de déterminer la méthode algébrique qui permet de résoudre le plus efficacement un système d'équations linéaires en mettant l'accent sur les coefficients de variables semblables. Au besoin, réarranger les équations de manière à ce que les variables semblables soient disposées au même endroit dans les deux équations. Il se peut que la substitution soit plus efficace si le coefficient du terme est 1. Par contre, l'élimination peut être plus efficace si la variable des deux équations a le même coefficient ou le coefficient opposé.
- Demander aux élèves de comparer deux entreprises offrant un même service ou un même produit. Les élèves doivent créer une équation représentant chaque service, puis mettre en lumière les relations pour les deux entreprises sur un même graphique. Inclure des exemples dans lesquels les systèmes d'équations ne se croiseront pas et seront parallèles.

  L'enseignant invitera ensuite les élèves à discuter du meilleur service à retenir selon diverses situations et à déterminer ensemble si les avantages d'un plan par rapport à un autre changent. Par exemple, les élèves peuvent comparer différents plans de téléphone cellulaire et différentes utilisations, soit celui d'une personne qui utilise surtout la messagerie texte et qui fait rarement des appels téléphoniques, par rapport à une personne qui utilise la majorité du temps son téléphone, mais rarement la messagerie texte.

  Si les équations ne se croisent pas, demander aux élèves ce que cela signifie en termes de service le moins coûteux. Par exemple, deux entreprises de taxi peuvent avoir des tarifs de base différents, mais un même tarif au kilomètre. Dans un tel cas, les services de l'entreprise proposant le tarif de base le moins élevé seraient toujours moins coûteux.

Questions (Q) et activités (Act) d'enseignement et d'évaluation suggérées

Q Pour les situations suivantes, créer deux équations et les utiliser pour résoudre algébriquement les problèmes.

a) Il en coûtait 4 $ aux élèves et 6 $ aux adultes pour assister à un match de hockey d'une école secondaire. L'assistance comptait 300 élèves de plus que d'adultes et la vente de billets a rapporté 2 400 $. Combien d'élèves et combien d'adultes ont assisté au match?

b) Taxi Aubaine propose ses services pour 2 $ du kilomètre, avec un tarif de base de 4 $. Dans la même localité, Taxi T a également un tarif de 2 $ du kilomètre, mais un tarif de base de 5 $. Créer une équation pour chaque entreprise de taxi et mettre en lumière les deux équations sur un même graphique. Réfléchir au fait que les deux équations ont la même pente et que les deux droites sont parallèles.

c) Georges a une belle ferme à Miramichi, au Nouveau-Brunswick, où il fait l'élevage d'émeus et de buffles. Sa ferme compte 64 pattes et 20 têtes. Combien d'émeus et combien de buffles a-t-il?

RAS	**RF10 : Résoudre des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires ayant deux variables graphiquement et algébriquement.** [L, R, RP, T, V]

Act Demander aux élèves d'expliquer et de démontrer la signification de systèmes d'équations parallèles en les amenant à créer et à résoudre un problème qu'ils ont trouvé eux-mêmes.

Act Demander aux élèves de décrire ou de simuler une situation qui ne peut être modélisé avec un système d'équations linéaires et d'expliquer pourquoi ce type de système ne convient pas.*

Q John a acheté 8 livres. Le prix unitaire des livres était de 13 $ et d'autres de 24 $. En tout, John a dépensé 209 $. Écrire un système d'équations linéaires qui pourrait illustrer cette situation.*

Q Demander aux élèves de créer une situation liée aux pièces de monnaie que l'élève peut modéliser avec les équations linéaires ci-dessous et expliquer la signification de chaque variable.*

$$x + y = 24$$
$$0{,}25\,x + 0{,}05y = 4{,}50$$

Q Mitchell a résolu les équations linéaires $2x + 3y = 6$ et $x - 2y = -6$. Sa solution est $(2{,}4)$. Vérifier si la solution de Mitchell est correcte. Expliquer la façon dont peuvent être illustrés les résultats de Mitchell sur un graphique.*

Q Jill gagne 40 $ plus 10 $ de l'heure. Tony gagne 50 $ plus 5 $ de l'heure. Illustrer sous forme graphique le système d'équations linéaires montrant les gains de Jill et de Tony. Trouver la solution au système d'équations linéaires et expliquer ce qu'elle représente.*

Q Demander aux élèves d'expliquer lequel des systèmes ci-dessous ils préféreraient résoudre sans l'aide de la technologie : *

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{9}{2}x - \frac{23}{2} \\ y &= \frac{2}{11}x - \frac{16}{11} \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} y &= -\frac{2}{5}x - \frac{2}{5} \\ y &= -\frac{3}{7}x - \frac{33}{70} \end{aligned}\right\}$$

Act Demander aux élèves d'expliquer à un coéquipier comment ils résoudraient le système d'équations linéaires suivant :

$$\left.\begin{aligned} 4x - 7y &= -39 \\ 3x + 5y &= -19 \end{aligned}\right\}$$

Demander aux élèves de justifier la méthode choisie.*

Q Un test comporte 20 questions et vaut 100 points. Le test comprend des questions à choix multiples valant 3 points chacune et des questions à réponses construites valant 11 points chacune. Combien de questions à choix multiples figurent sur le test?*

Q Le coût d'un repas pour une famille de six personnes s'élève à $48{,}50$ $ ($11{,}75$ $ par adulte, $6{,}25$ $ par enfant). Comment de personnes ont payé 11,75 $ et combien ont payé 6,25 $?*

RAS	**RF10 : Résoudre des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires ayant deux variables graphiquement et algébriquement.** [L, R, RP, T, V]

Act Demander aux élèves de créer un système d'équations linéaires qu'ils pourraient résoudre plus efficacement à l'aide des méthodes suivantes :

a) par substitution plutôt que par élimination ou traçage de graphiques. Résoudre le système.

b) par élimination plutôt que par substitution ou traçage de graphiques. Résoudre le système.*

Act Demander aux élèves de faire une recherche pour trouver le coût de location d'une auto à Saint-Jean pour un jour.

a) Demander aux élèves d'étudier les relations linéaires et les systèmes d'équations linéaires pour les aider à choisir la compagnie de location qui offre les prix les plus avantageux.

b) Quel est l'effet de la distance parcourue?

c) Y a-t-il une ou plusieurs autres variables qui ont une influence sur le coût de location d'une auto?*

Q a) Résoudre le système d'équations linéaires en procédant par élimination.

$$\left.\begin{aligned} 2x - 5y &= 10 \\ 4x - 10y &= 20 \end{aligned}\right\}$$

b) Que vous dit la solution au sujet de la nature des droites des équations?

c) Convertir les équations sous la forme explicite pour confirmer cette conclusion.*

Act *Serpents et échelles*

Chaque groupe de quatre élèves a une planche à jouer, 1 dé, 1 paquet de cartes de systèmes d'équations et 4 jetons. Demander aux élèves de piger une carte et de lancer le dé. Si la face du dé est 1, l'élève devra résoudre le système en traçant un graphique. Si la face du dé est 2 ou 5, l'élève doit résoudre le système par substitution. Si la face du dé est 3 ou 4, l'élève doit résoudre le système par élimination. Si la face du dé est 6, l'élève choisira la méthode qu'il préfère. Si sa réponse est correcte, il pourra déplacer son jeton sur le nombre de cases correspondant à la face du dé. Si sa réponse est incorrecte, l'élève à sa gauche pourra répondre à la question et faire avancer son jeton.*

** Activités tirées ou adaptées du manuel de Terre-Neuve-et-Labrador intitulé Mathematics 1201 Curriculum Guide, disponible à l'adresse suivante :* *http://www.ed.gov.nl.ca/edu/k12/curriculum/guides/mathematics/math1201/unit7.pdf*

Le nombre, les relations et les fonctions 10

[C] Communication [RP] Résolution de problèmes [L] Liens [R] Raisonnement
[CE] Calcul mental et estimation [T] Technologie [V] Visualisation

L'algèbre et le nombre

Résultat d'apprentissage général :

Développer le raisonnement algébrique et le sens du nombre.

Résultats d'apprentissage spécifiques

AN1 : Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) de nombres entiers positifs en déterminant les diviseurs (facteurs) premiers, le plus grand diviseur (facteur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée et la racine cubique. [CE, L, R]

AN2 : Démontrer une compréhension de nombres irrationnels en représentant, identifiant et simplifiant des nombres irrationnels et en ordonnant des nombres irrationnels. [CE, L, R, V]

AN3 : Démontrer une compréhension des puissances ayant des exposants entiers et rationnels. [C, L, R, RP]

AN4 : Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique. [L, R, V]

AN5 : Démontrer une compréhension des diviseurs (facteurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique. [C, L, R, V]

Les relations et les fonctions

Résultat d'apprentissage général :

Développer le raisonnement numérique et algébrique à l'aide de l'étude des relations.

Résultats d'apprentissage spécifiques

RF1 : Interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations. [C, L, R, T, V]

RF2 : Démontrer une compréhension des relations et des fonctions. [C, R, V]

RF3 : Démontrer une compréhension de la pente en ce qui a rapport à l'élévation et la course, des segments de droite et de droites, le taux de variation, des droites parallèles et des droites perpendiculaires. [RP, R, V]

RF4 : Décrire et mettre en lumière des relations linéaires à l'aide de description verbale, de paires ordonnées, de tables de valeurs, de graphiques et d'équations. [C, L, R, V]

RF5 : Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image [L, R, RP, V]

RF6 : Associer les relations linéaires exprimées sous la forme : explicite $(y = mx + b)$; générale $(Ax + By + C = 0)$ et pente-point $(y - y_1) = m(x - x_1)$ à leurs graphiques. [L, R, T, V]

RF7 : Déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir d'un graphique, d'un point et d'une pente, de deux points, d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire, ou d'un nuage de points. [L, R, RP, V]

RF8 : Résoudre des problèmes liés à la distance entre deux points et le milieu d'un segment de droite. [C, L, RP, T, V]

RF9 : Illustrer une fonction linéaire sous la forme de notation fonctionnelle. [L, CE, V]

RF10 : Résoudre des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires ayant deux variables graphiquement et algébriquement. [L, R, RP, T, V]

RÉFÉRENCES

Alberta Education, System Improvement Group. *Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC), Consultation d'établissements d'enseignement postsecondaire, du monde des affaires et de l'industrie concernant leurs exigences en mathématiques de niveau secondaire : rapport final.* Edmonton (Alberta), 2005. Disponible à http://www.wncp.ca/math/report_2006.pdf (consulté le 20 septembre 2007).

Armstrong, Thomas. *7 Kinds of Smart: Identifying and Developing Your Many Intelligences*. New York (NY), Plume, 1993.

Banks, J. A. and C. A. M. Banks. *Multicultural Education: Issues and Perspectives*. 2e éd., Boston (MA), Allyn and Bacon, 1993.

British Columbia Ministry of Education. *The Primary Program: A Framework for Teaching*. Victoria (BC), ministère de l'Éducation de la Colombie-Britannique, 2000.

Caine, Renate Nummela et Geoffrey Caine. *Making Connections: Teaching and the Human Brain*. Alexandria (VA), Association for Supervision and Curriculum Development, 1991.

Hope, Jack A. et coll. *Mental Math in the Primary Grades*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications, 1988.

McAskill, B. et al. *WNCP Mathematics Research Project: Final Report*. Victoria (BC), Holdfast Consultants Inc., 2004. Disponible à http://www.wncp.ca/math/Final_Report.pdf (consulté le 20 septembre 2007).

National Council of Teachers of Mathematics. *Computation, Calculators, and Common Sense: A Position of the National Council of Teachers of Mathematics*, mai 2005. http://www.nctm.org/uploadedFiles/About_NCTM/Position_Statements/computation.pdf (consulté le 20 septembre 2007).

Rubenstein, Rheta N. « Mental Mathematics beyond the Middle School: Why? What? How? » *Mathematics Teacher*, vol. 94, no 6 (septembre 2001), p. 442–446.

Shaw, J. M. et M. J. P. Cliatt. « Developing Measurement Sense ». P. R. Trafton (dir.), *New Directions for Elementary School Mathematics: 1989 Yearbook*, Reston (VA): National Council of Teachers of Mathematics, 1989, p. 149–155.

Steen, L. A. *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*, Washington (DC), Mathematical Sciences Education Board, National Research Council, 1990.

Protocole de l'Ouest et du Nord canadien de collaboration concernant l'éducation (M-12). *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M-9, Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens*, mai 2006. http://www.wncp.ca/math/ccfkto9.pdf (consulté le 4 décembre 2007). Alberta Education. *LearnAlberta.ca: Planning Guides K, 1, 4, and 7*, 2005-2008.