

Wiskunde in-Zicht

Wiskunde in muziek

Pieter Belmans (pieter.belmans@uantwerpen.be)

Matthias Roels (matthias.roels@uantwerpen.be)



Voor we beginnen

Log-in en wachtwoord computers: Guest Student, L2015

We downloaden de samples waarmee we werken:

1. ga naar `http://is.gd/WisinZ`
2. download `samples.zip`
3. en dan uitpakken (!)



Deel 1

Fourierreeksen



Wat is geluid?

- ▶ Geluid is een periodisch signaal (een “golf”)
- ▶ Wiskundig: een functie die afhangt van de tijd zodat

$$f(t + P) = f(t),$$

met P de periode.

Vraag

Hoe beschrijft men deze functies?



Wat zijn de meest eenvoudige signalen?

- ▶ Dit zijn de goniometrische functies

$$f(t) = A \cos(\omega t) \quad \text{en} \quad g(t) = B \sin(\omega t),$$

met A en B de amplitude en ω de frequentie.

- ▶ Amplitude: $\frac{1}{2}$ (het verschil tussen piek en dal)
- ▶ Frequentie: (afstand tussen twee toppen van de golf)⁻¹

Vraag

1. Hoe klinkt zo'n signaal?
2. Kunnen we deze gebruiken om complexere signalen te beschrijven?



Audiofragment

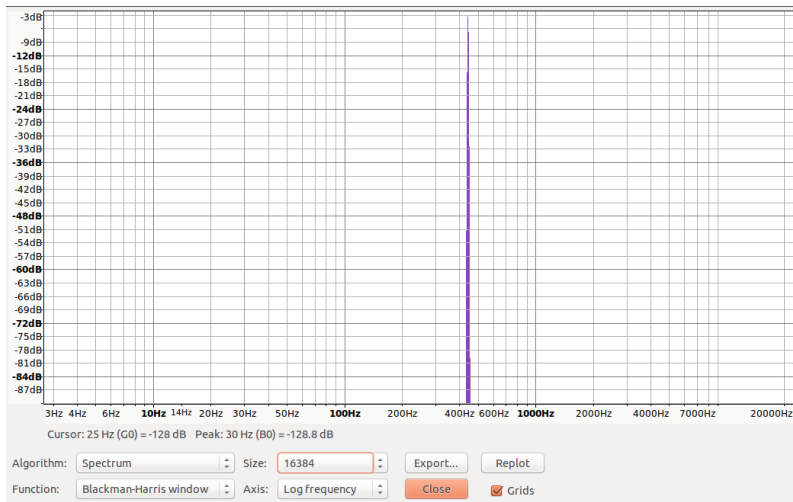
`Sin_wave.aup`

Bij het analyseren van het spectrum kan je best:

- ▶ Axis: Log frequency kiezen,
- ▶ Size groot genoeg nemen,
- ▶ Window is minder belangrijk, bij voorkeur *Blackman-Harris*



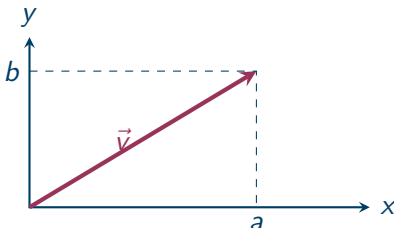
Sinusgolf (2)





Een analogie met vectoren

- Een vector kan geschreven worden als $\vec{v} = a\vec{e}_x + b\vec{e}_y$.



- We willen iets gelijkaardigs doen met signalen: deze schrijven als lineaire combinaties van “basisfuncties”.

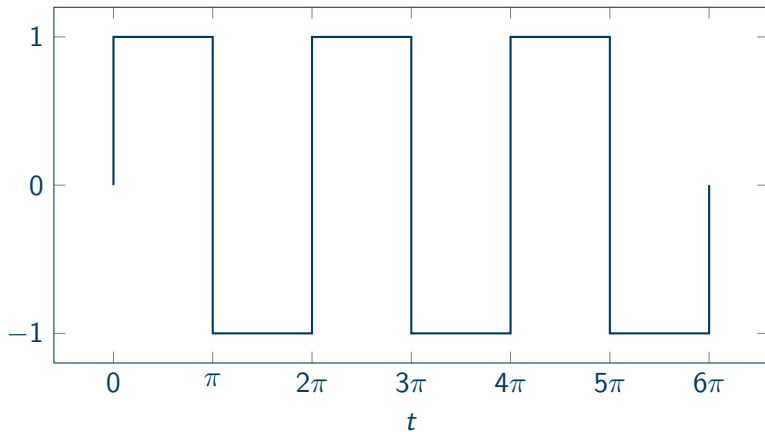


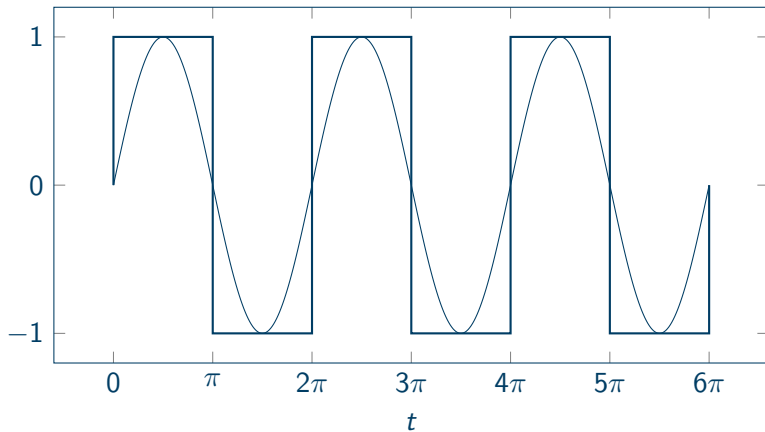
Fourierreeksen

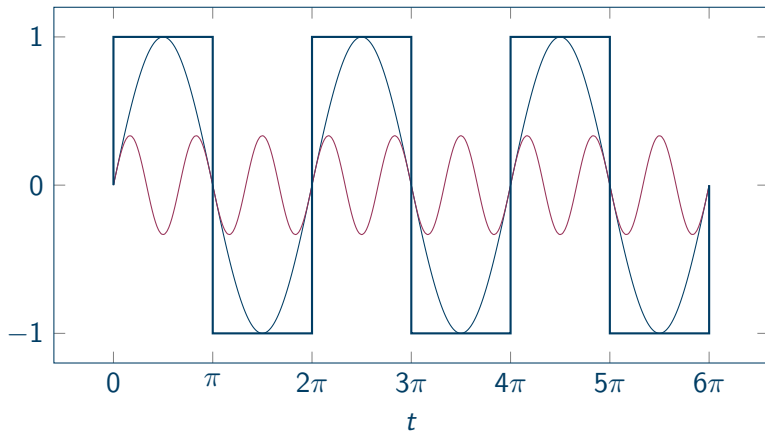
- ▶ periodische signalen ontbinden in (mogelijk oneindige) som van eenvoudige signalen

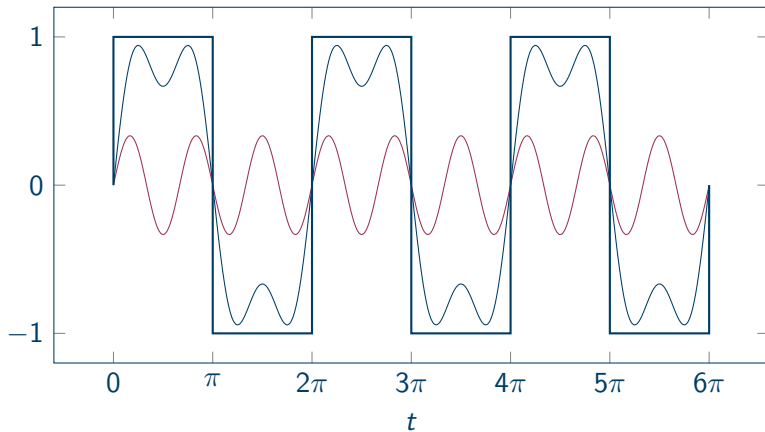
$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t)).$$

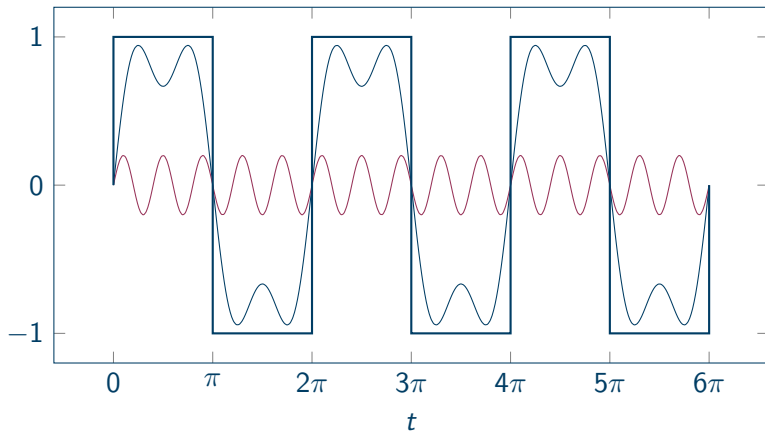
- ▶ oneindige som mag niet oneindig geven.
 \implies amplitudes A_n en B_n zullen kleiner en kleiner worden naarmate n groter wordt.

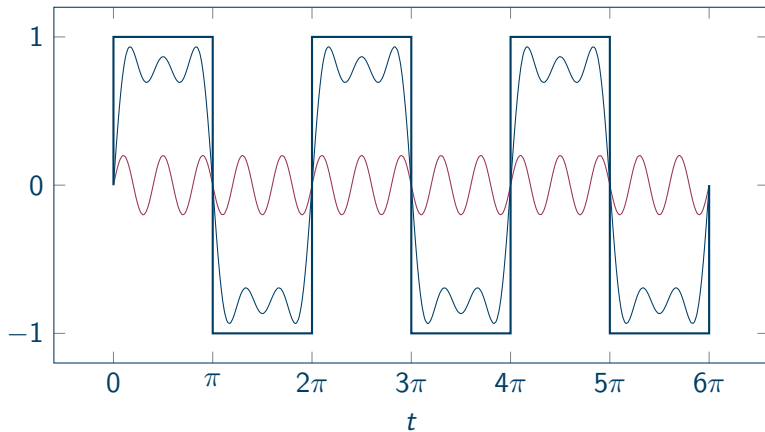


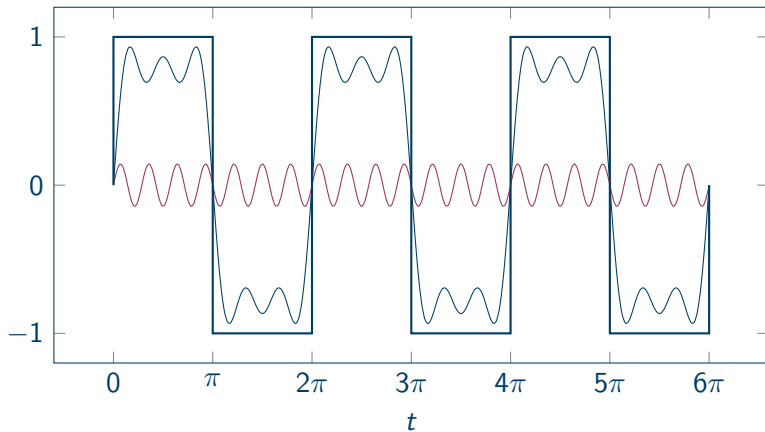


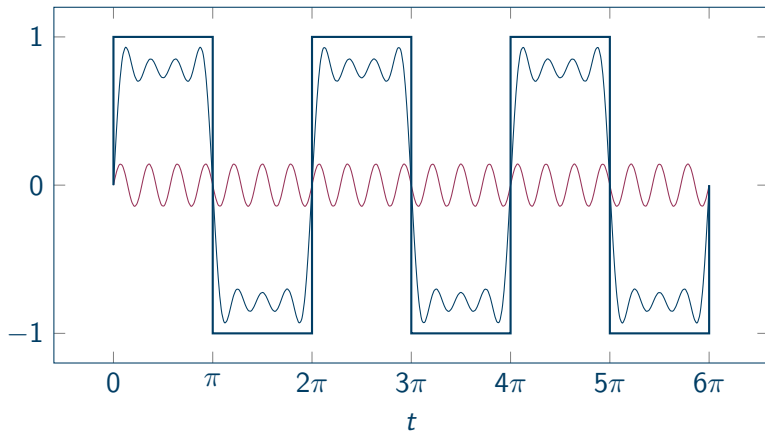


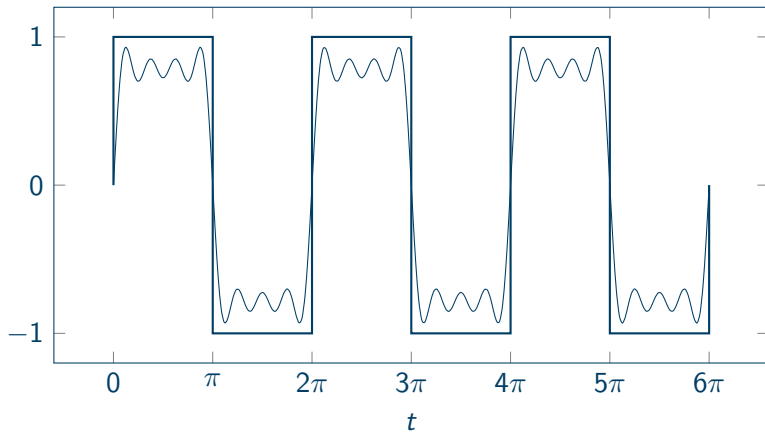






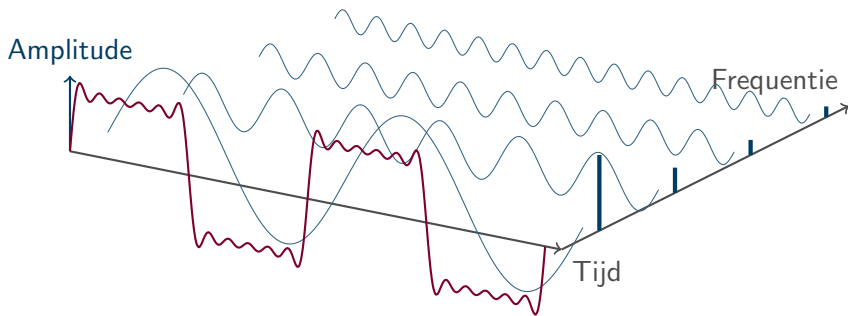








Blokgolf (2)





Blokgolf (3)

Vorige slide: grafische weergave van eerste 4 termen van fourierreeks:

$$s(x) \approx \sin(t) + \frac{1}{\pi} \sin(2t) + \frac{2}{3\pi} \sin(3t) - \frac{1}{2\pi} \sin(4t).$$

Opmerking

Dit is slechts een benadering! Deze wordt beter en beter naarmate er meer termen worden toegevoegd.



Blokgolf (4)

Audiofragment:

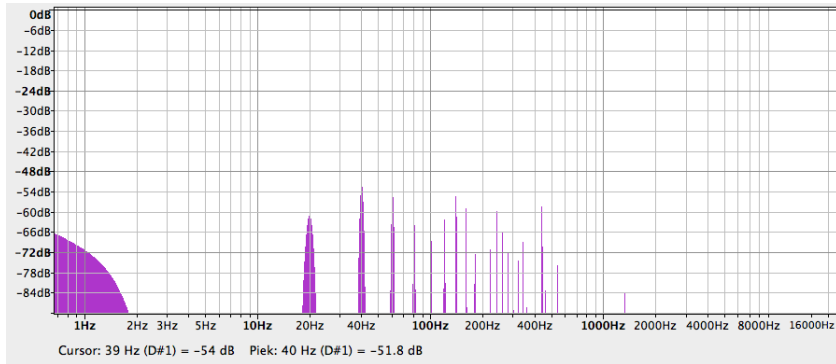
`Square_wave.aup`



Blokgolf (4)

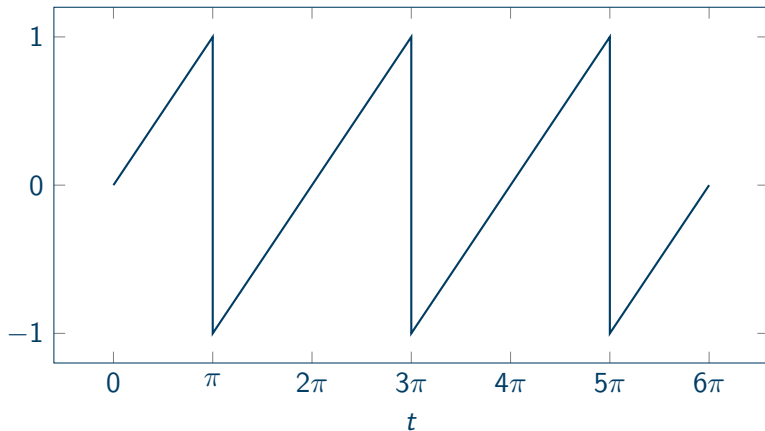
Audiofragment:

Square_wave.aup



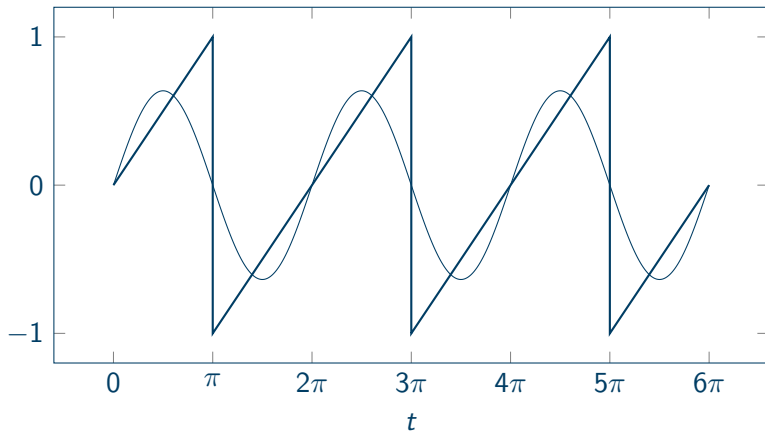


Zaagtand golf



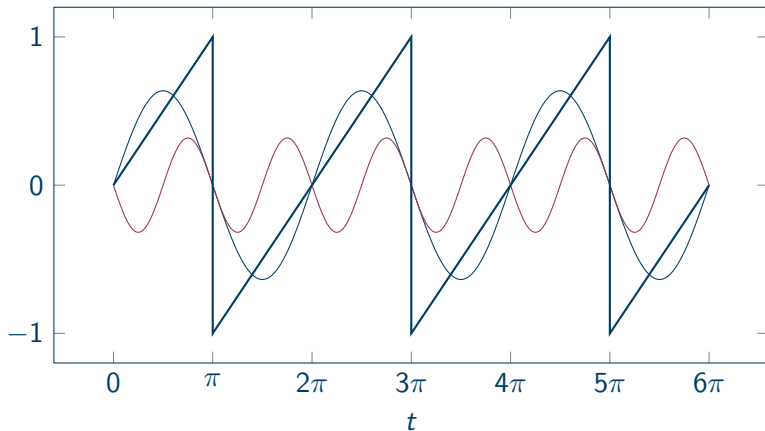


Zaagtang golf



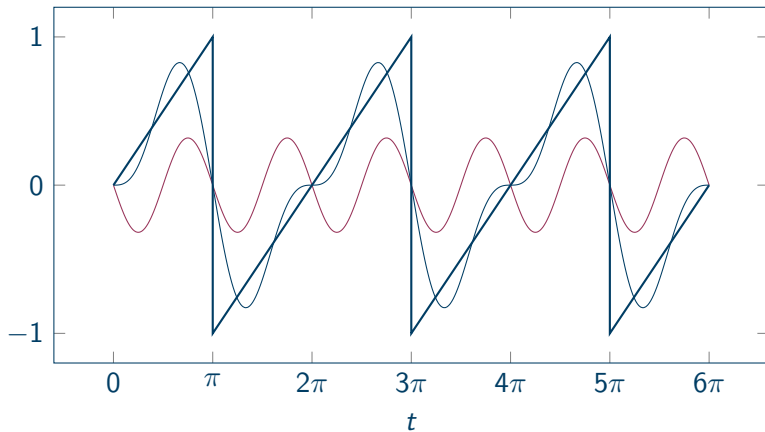


Zaagtang golf



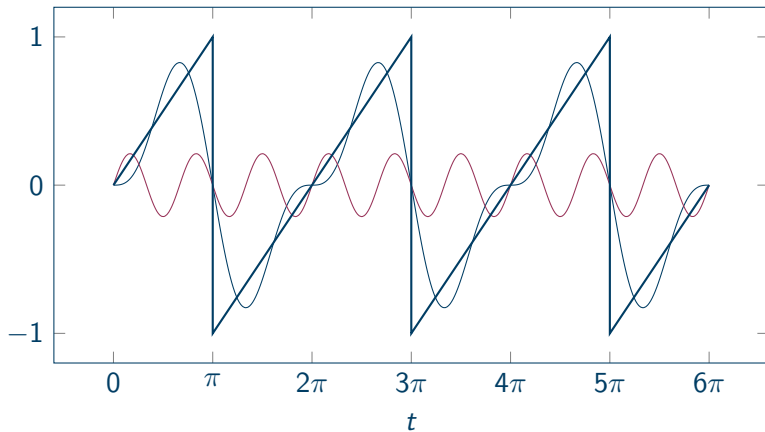


Zaagtang golf



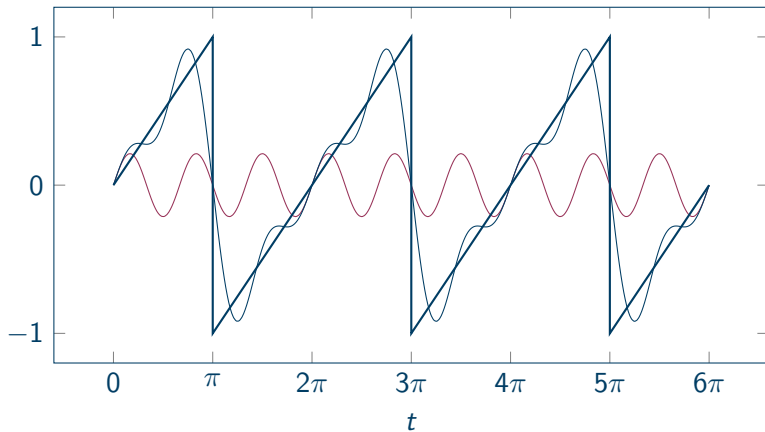


Zaagtang golf



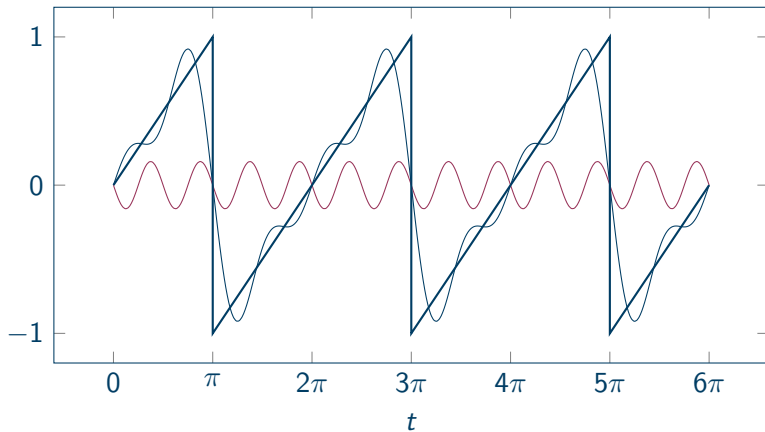


Zaagtang golf



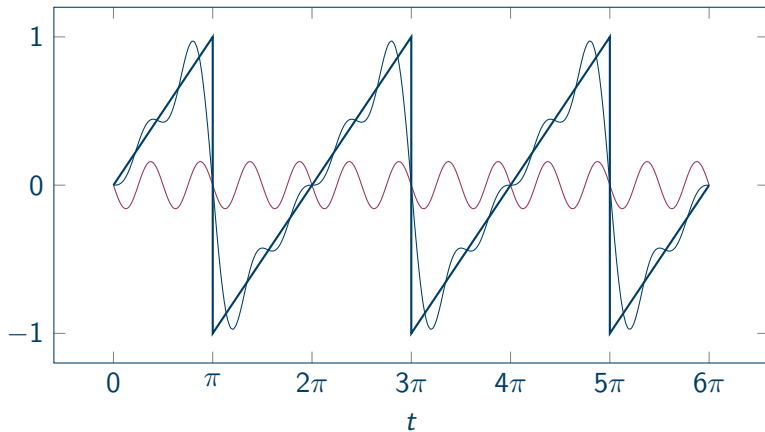


Zaagtang golf



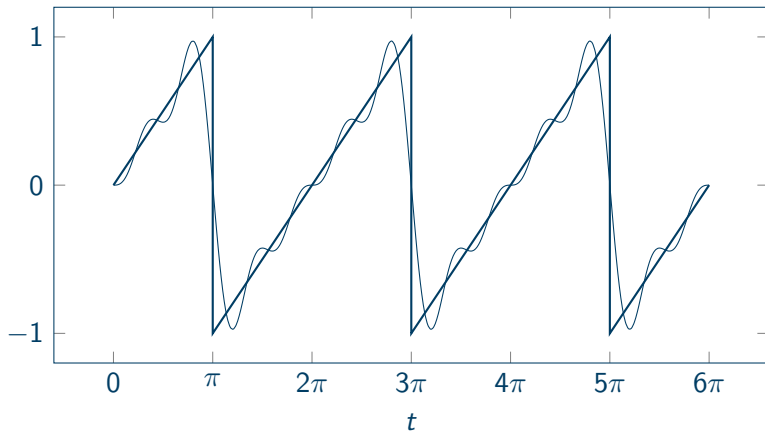


Zaagtang golf





Zaagtand golf





Zaagtand golf (2)

Vorige slide: grafische weergave van eerste 4 termen van fourierreeks:

$$s(x) \approx \frac{2}{\pi} \sin(t) - \frac{1}{\pi} \sin(2t) + \frac{2}{3\pi} \sin(3t) - \frac{1}{2\pi} \sin(4t).$$

Opmerking

De zaagtand (net zoals de blokgolf) klinkt onnatuurlijk: de verticale stukken vereisen “oneindig veel energie” omdat we zonder overgang van 1 naar -1 springen. Daarom kunnen dit soort geluiden nooit in de natuur voorkomen, en luisteren we ook nu naar een benadering.



Zaagtand golf (3)

Audiofragment:

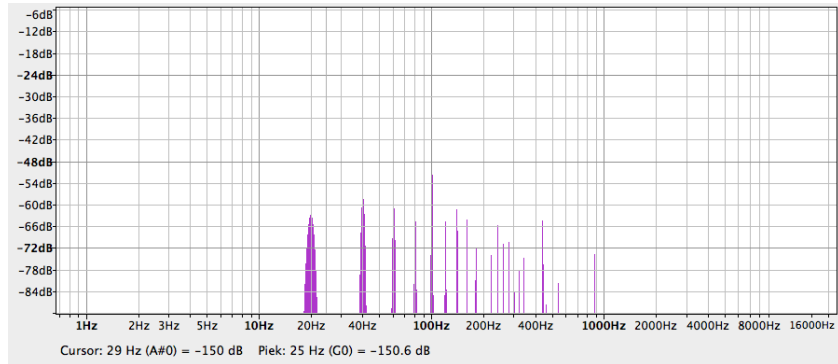
Sawtooth_wave.aup



Zaagtand golf (3)

Audiofragment:

Sawtooth_wave.aup





Deel 2

Instrumenten analyseren



Hoe ontstaat gitaargeluid?

- ▶ Trilling van snaren wordt omgezet in wisselspanning door magnetische spoel: *de pickups*. (Wet van Faraday-Lenz)
- ▶ Wisselspanning moet versterkt worden om via luidsprekers hoorbare klank op te leveren.



Versterking van gitaargeluid

- ▶ Inputspanning van versterkers begrensd door minimum en maximum.
- ▶ Binnen deze grenzen: versterking lineair, d.w.z. elke frequentie in signaal wordt met zelfde factor versterkt.
- ▶ Levert cleane gitaarklank.

Audiofragment

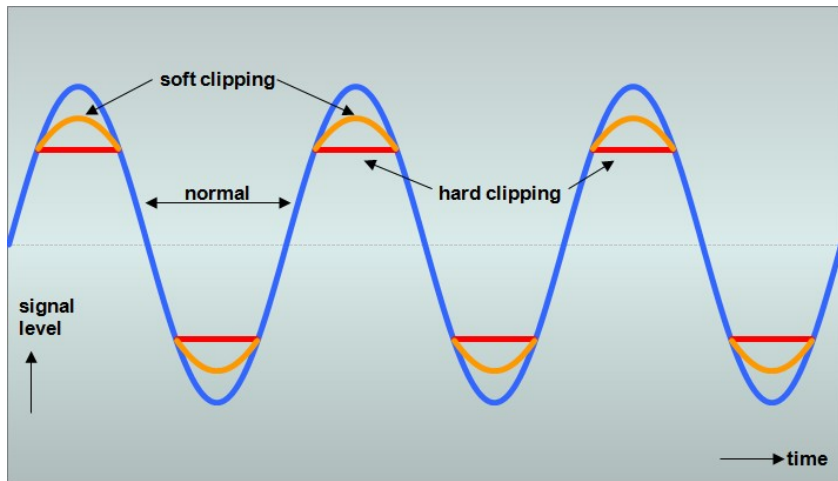
Cleanguitar-sample.aup

Vraag

Wat gebeurt er wanneer de inputspanning de maximumspanning nadert?



Versterking van gitaargeluid (2)





Versterking van gitaargeluid (3)

- ▶ Versterking niet meer lineair: kleinere spanningen worden (relatief gezien) meer versterkt dan grotere.
- ▶ Toppen van golven met te grote amplitude worden afgerond: *overdrive* of *clipping* met vollere en warmere klank tot gevolg.
- ▶ Distortion/hard clipping: golftoppen worden afgekapt, dit levert vreemde componenten in spectrum
- ▶ Clipping levert typische rocksound.

Audiofragment

Overdriveguitar-sample.aup



Een enkele noot (piano)

Audiofragment:

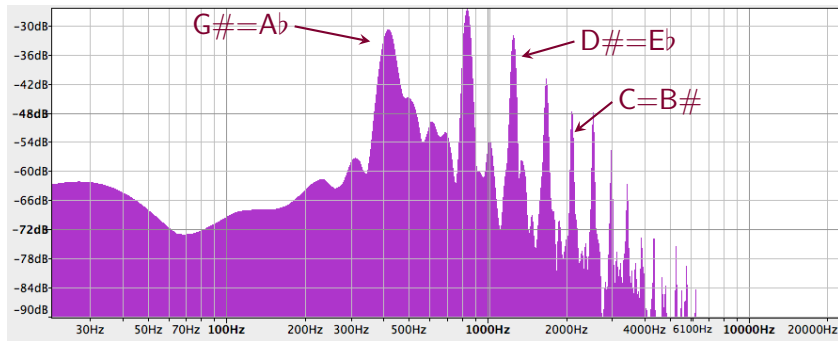
Piano-G-sharp.aup



Een enkele noot (piano)

Audiofragment:

Piano-G-sharp.aup





Een enkele noot (mondharmonica)

Audiofragment:

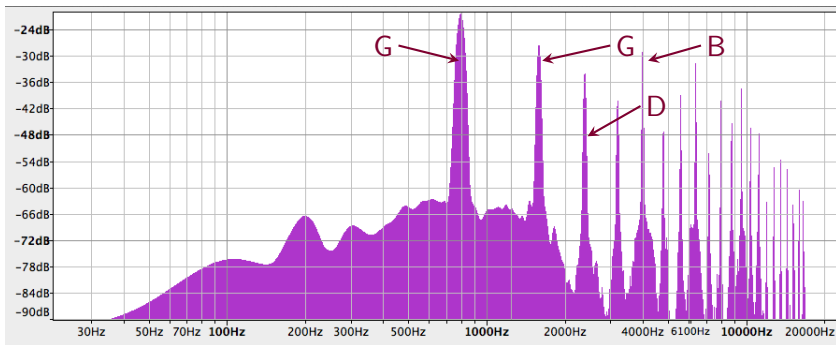
Harmonica-G-note.aup



Een enkele noot (mondharmonica)

Audiofragment:

Harmonica-G-note.aup





Een enkele noot (gitaar)

Audiofragment:

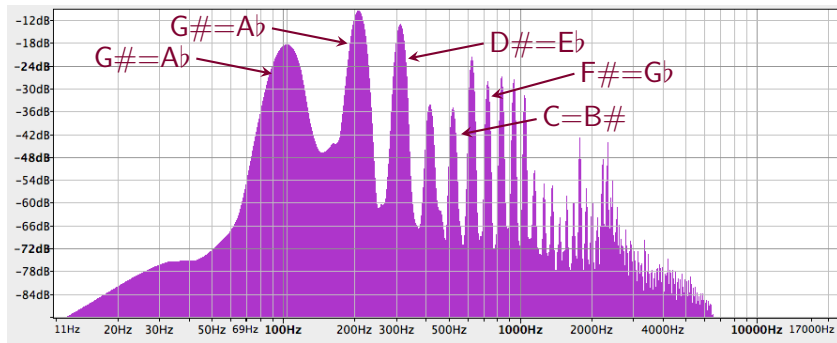
A-flat-note.aup



Een enkele noot (gitaar)

Audiofragment:

A-flat-note.aup





Een enkele noot (gitaar) (2)

Audiofragment:

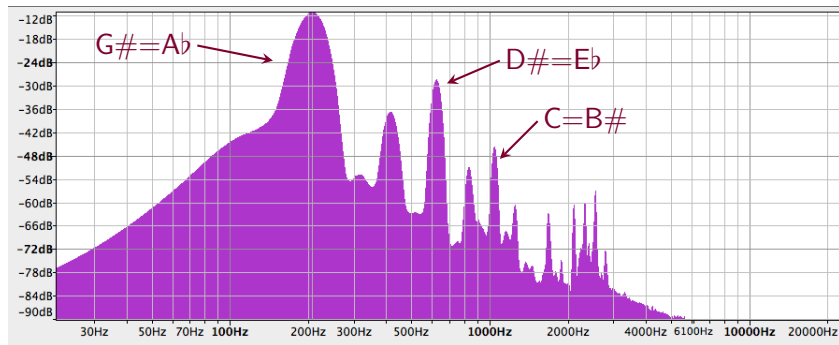
A-flat-harmonic.aup



Een enkele noot (gitaar) (2)

Audiofragment:

A-flat-harmonic.aup





Een enkele noot: conclusie

- ▶ Grondnoot is in beide gevallen duidelijk herkenbaar.
- ▶ Verschil gitaar/piano: zelfde boventonen maar andere amplitudes.
- ▶ Kleinere pieken door discretisatie van signaal en algoritme.



Oefening: juiste noten herkennen

Audiofragment:

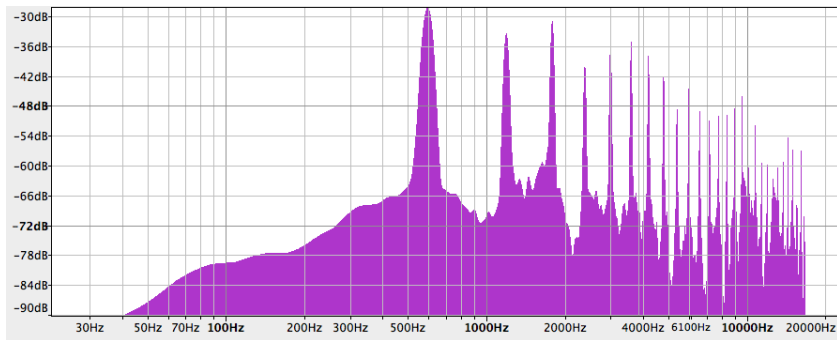
Note1.aup

Note2.aup

Note3.aup

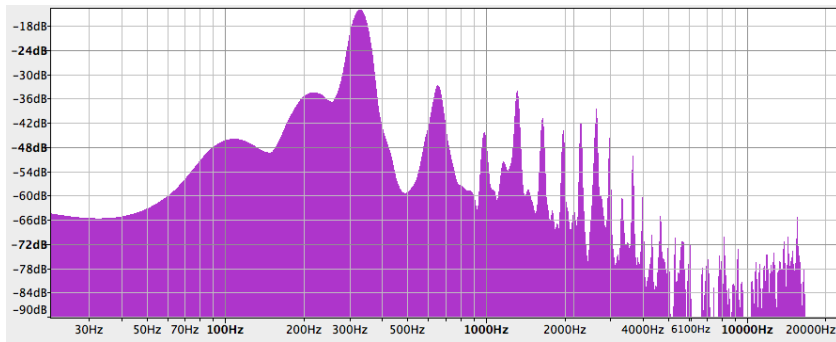


Fragment 1



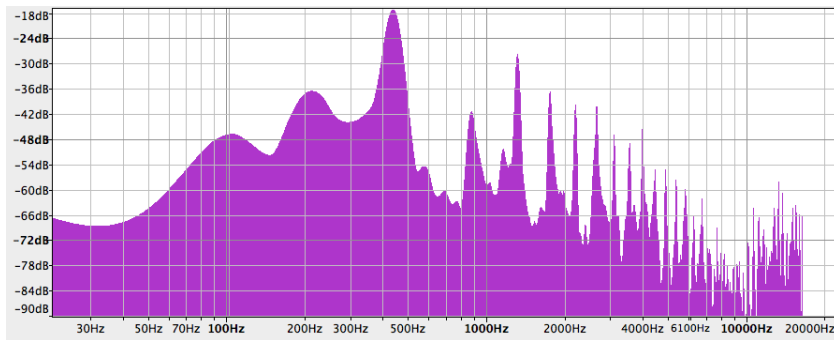


Fragment 2





Fragment 3





C-noot: gitaar vs. mondharmonica

Audiofragment:

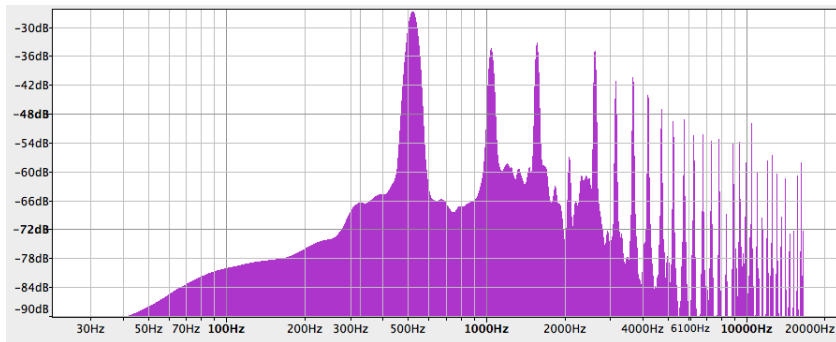
Exercise-sample1.aup

Exercise-sample2.aup

Exercise-sample3.aup

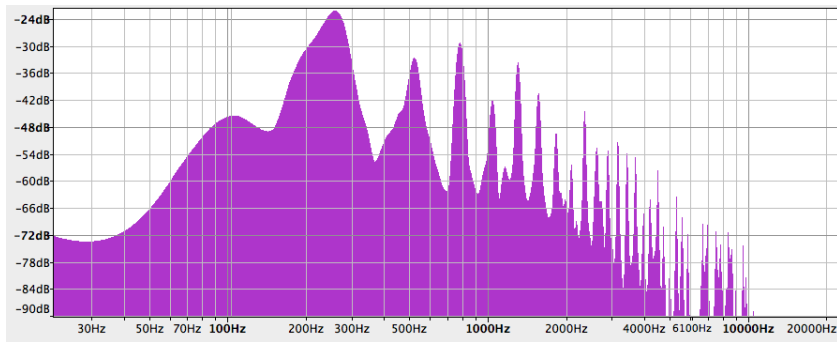


Fragment 1



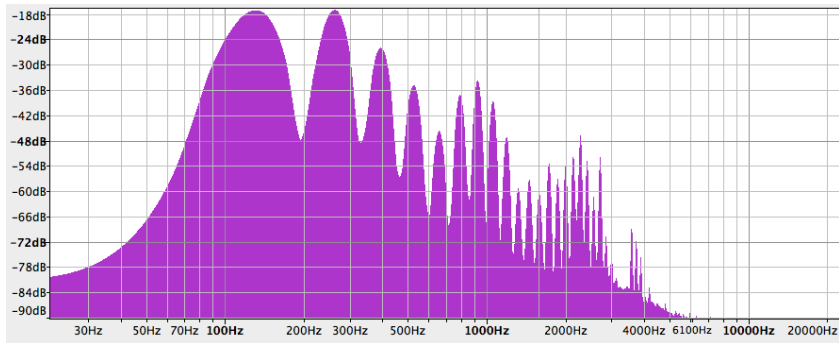


Fragment 2





Fragment 3





C-akkoord

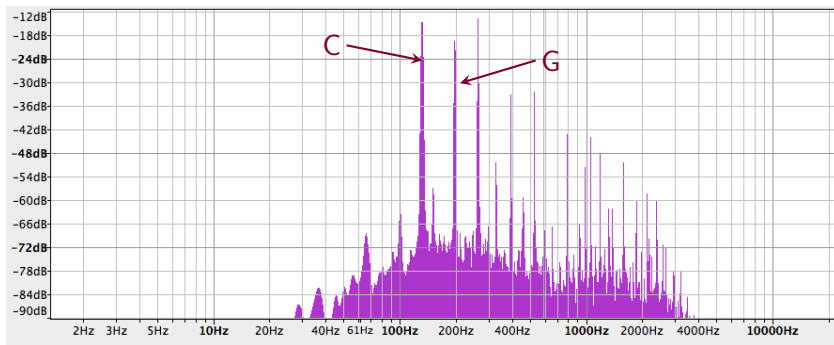
Audiofragment:

C-powerchord.aup



Audiofragment:

C-powerchord.aup





C-akkoord (2)

Audiofragment:

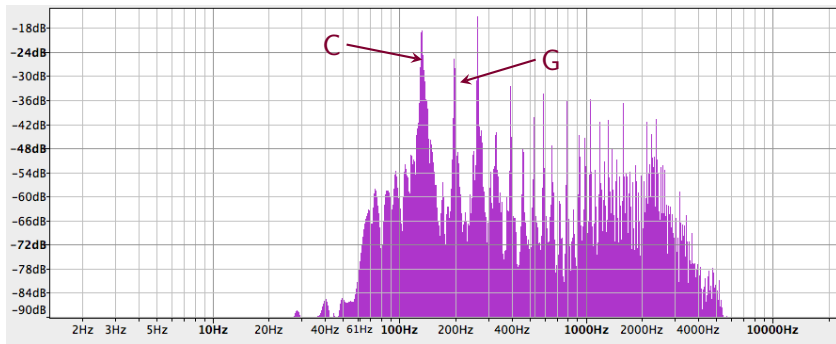
C-powerchord-overdriven.aup



C-akkoord (2)

Audiofragment:

C-powerchord-overdriven.aup





C-akkoord (3)

Audiofragment:

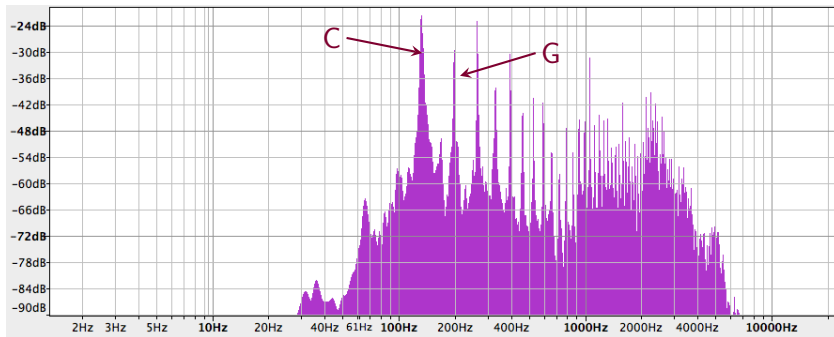
C-powerchord-heavily-distorted.aup



C-akkoord (3)

Audiofragment:

C-powerchord-heavily-distorted.aup





Conclusie: clipping

- ▶ Clean: akkoordnoten duidelijk terug te vinden.
- ▶ Effect van clipping duidelijk zichtbaar in spectra!



C-akkoord (4)

Audiofragment:

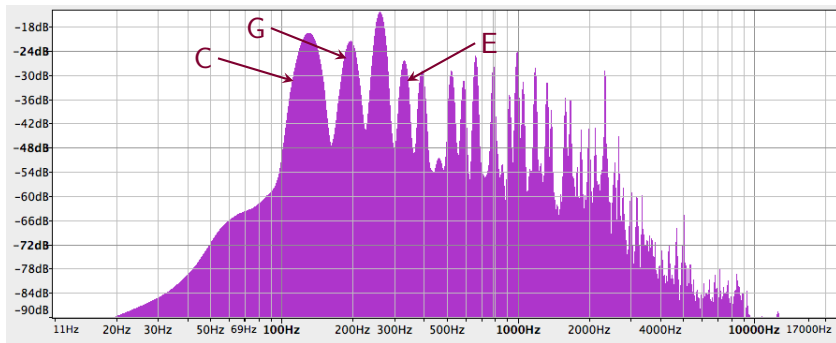
C-major-chord.aup



C-akkoord (4)

Audiofragment:

C-major-chord.aup



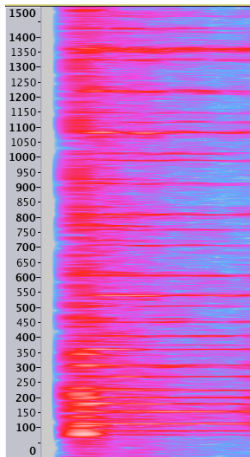
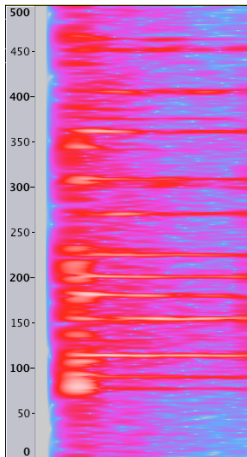


Deel 3

A Hard Day's Night



Analyse van het beginakkoord





Hoe pakken we dit aan?

We houden rekening met:

1. boventonen die niet als aparte noten geteld moeten worden



Hoe pakken we dit aan?

We houden rekening met:

1. boventonen die niet als aparte noten geteld moeten worden
2. de bezetting, en dus de (on)mogelijkheden van de instrumenten:
 - 2.1 George Harrison: 12-snarige gitaar
 - 2.2 John Lennon: gitaar
 - 2.3 Paul McCartney: basgitaar



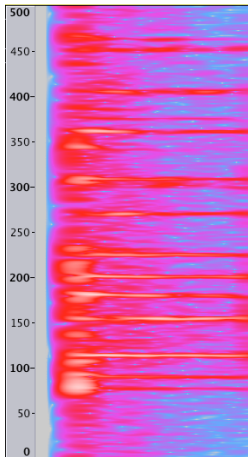
Hoe pakken we dit aan?

We houden rekening met:

1. boventonen die niet als aparte noten geteld moeten worden
2. de bezetting, en dus de (on)mogelijkheden van de instrumenten:
 - 2.1 George Harrison: 12-snarige gitaar
 - 2.2 John Lennon: gitaar
 - 2.3 Paul McCartney: basgitaar
3. extra lid van de bezetting: George Martin op piano



Resultaat



gitaar (George Harrison)

gitaar (John Lennon)

bas (Paul McCartney)

piano (George Martin)