LOS MATERIALES MANIPULATIVOS EN EL APRENDIZAJE ACTIVO Y SIGNIFICATIVO DE LAS MATEMÁTICAS

Pablo Beltrán-Pellicer

CPI Val de la Atalaya (María de Huerva), Universidad de Zaragoza

II Jornadas sobre materiales para el aula de matemáticas en primaria

4 de mayo de 2021

Organiza y convoca:

Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas

Colaboran:

SBMXEIX

GOBIERNO DE ESPAÑA

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL

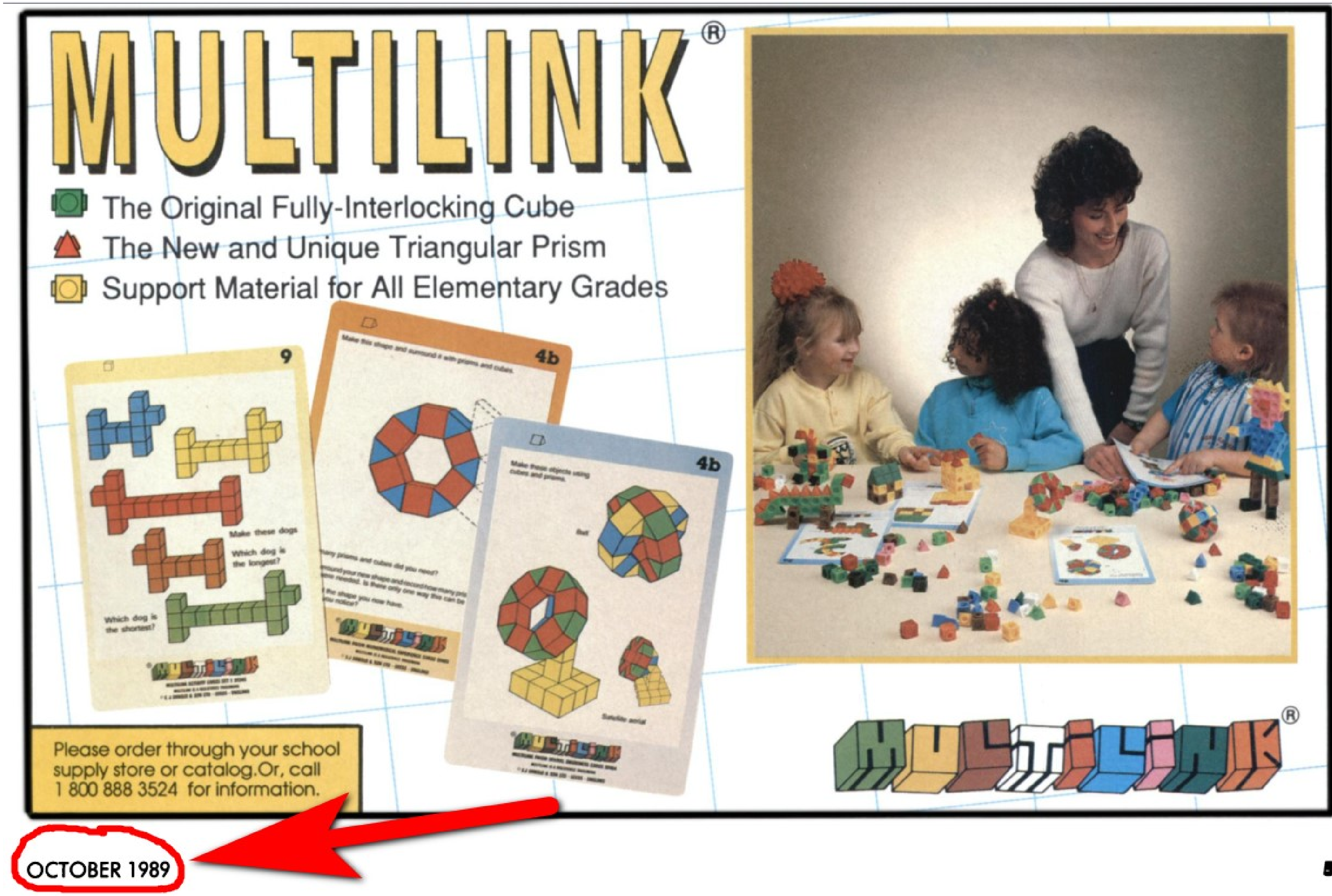
¿QUÉ ENTENDEMOS POR MATERIALES MANIPULATIVOS?

DECEPCIONANDO DE ENTRADA

Una confusión frecuente es pensar, como docentes, que la didáctica nos va a decir cómo enseñar. Resulta que esto es objeto de debate actual entre la comunidad de investigadores.

- No se va a dar una lista de la compra.
- No se van a dar recetas mágicas, porque no existen.
- Y, por supuesto, tampoco creo que lo que se vaya a contar sea una gran novedad.

▶▶▶



Fuente: Baroody (1989)

MODELIZACIÓN EN MATEMÁTICAS

EXPERIMENTALES	*MATEMÁTICAS*
• Se utiliza un modelo matemático ya construido. • Se evalúan las condiciones de aplicación. • El objetivo es obtener nueva información y realizar predicciones, sobre cierto fenómeno físico.	• En ocasiones se recurre a modelizar cierto fenómeno físico para abstraer las propiedades de un objeto matemático. • Se pretende construir ese objeto matemático.

¿SON LA SOLUCIÓN MILAGROSA A LO QUE SEA QUE OCURRE EN EL AULA DE MATES?

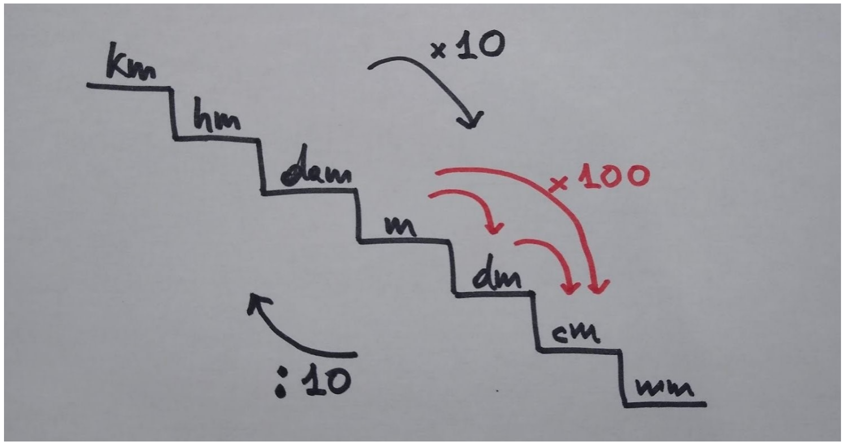
En palabras de Szendrei (1996). Los materiales educativos concretos no son drogas milagrosas. Su uso productivo requiere planificación y previsión.

Rotundamente, no.

Es necesario, como mínimo:

- Que manipulen algo familiar para ellos.
- Que reflexionen sobre las acciones físicas o evocadas que realizan con ellos.

¿QUÉ NO ENTENDEMOS POR MANIPULATIVOS?



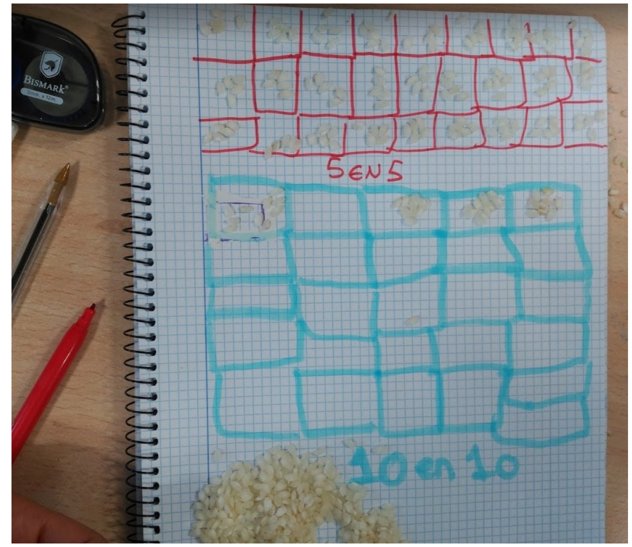
Existen versiones «manipulativas» de esto. Por cierto, podríamos hablar de qué hablamos cuando hablamos de «medida».

Cuando se usan para elegir los números con que hacer una ficha de cuentas, claro.

TIPOS DE MANIPULATIVOS

Por el uso que se les da…

Para tener algo que contar o a modo de fichas.



Actividad de estimación.

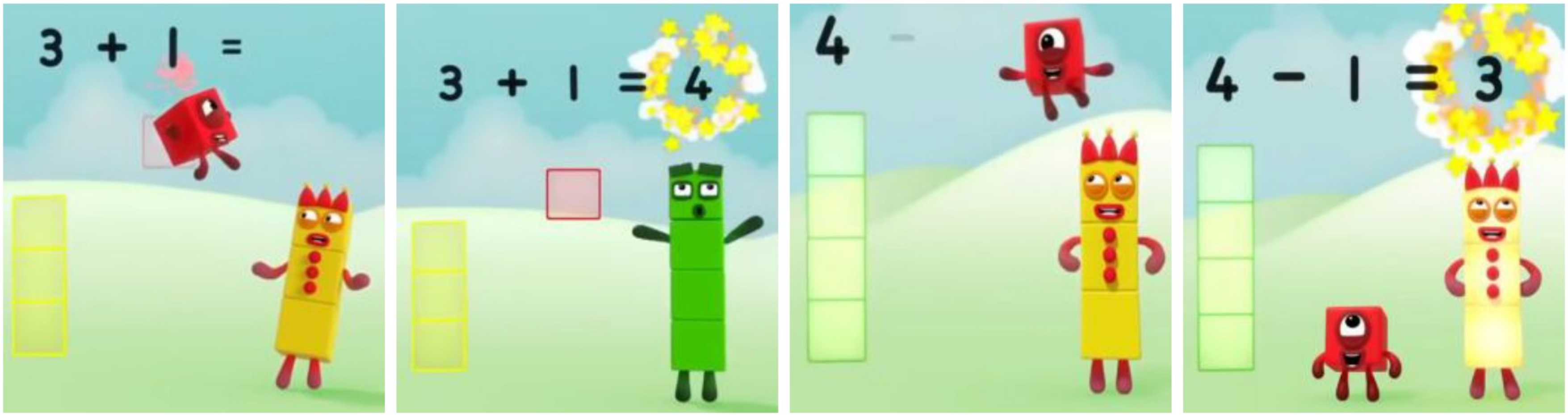
Físicos ◆ Virtuales

Histórico-culturales ◆ Artificiales

Estructurados ◆ No estructurados

POR MENCIONAR ALGO DE LOS VIRTUALES...

Los manipulativos cobran vida.



Conexión entre representaciones y de lo concreto con lo abstracto.

Precisión, escala, disponibilidad, etc.

Enlace a artículo sobre los Numberblocks

CONSIDERACIONES Y MALOS USOS

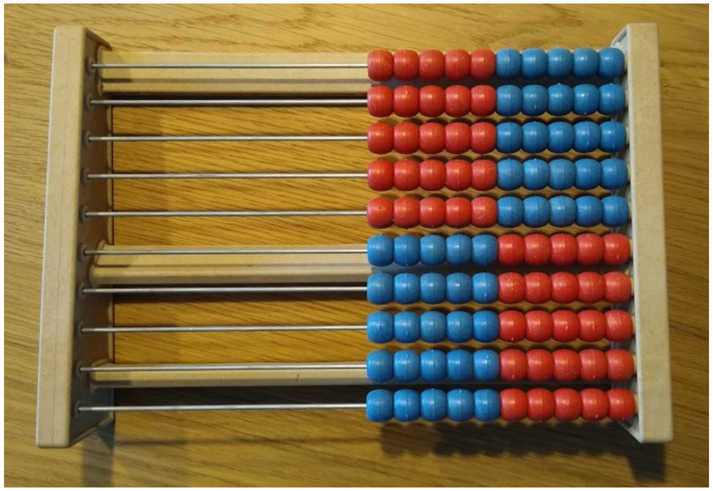
MALOS USOS, USOS NO TAN BUENOS…

Generalidades

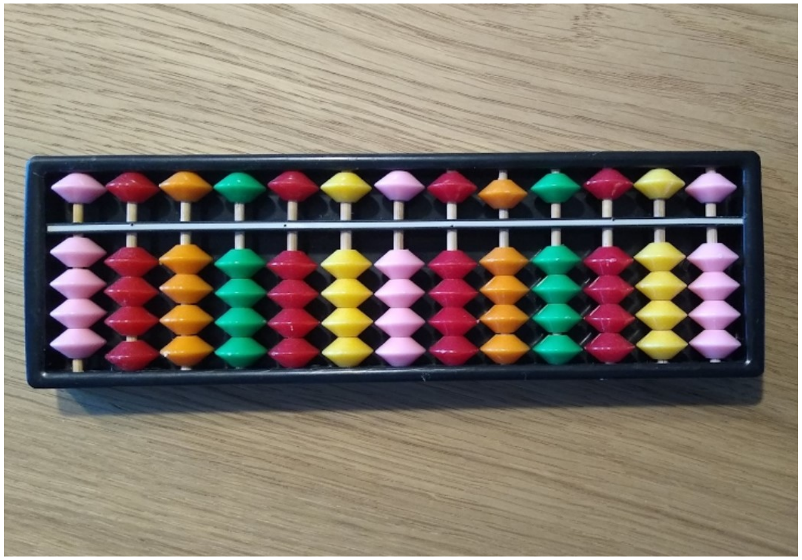
- No considerar las interacciones como algo central del trabajo con manipulativos: los alumnos tienen que expresar sus acciones. Es una oportunidad para que el docente evalúe los razonamientos, permitiendo detectar concepciones y modos de razonamiento.
- No organizar ni planificar bien su uso, atendiendo a la forma en que la manipulación del material representa el objeto matemático en cuestión

ÁBACOS

Un mal uso es pensar en los manipulativos como una herramienta para calcular, en lugar de para aprender.

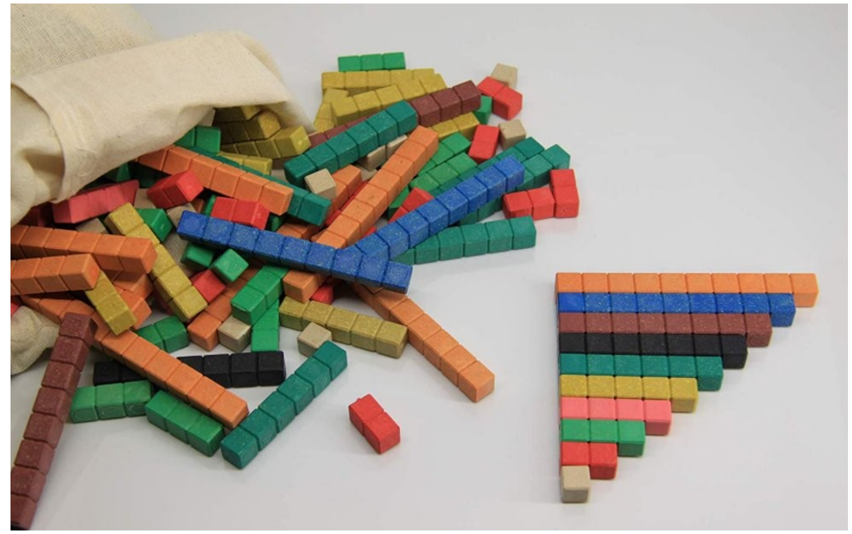


Esto es un ábaco aditivo (horizontal)

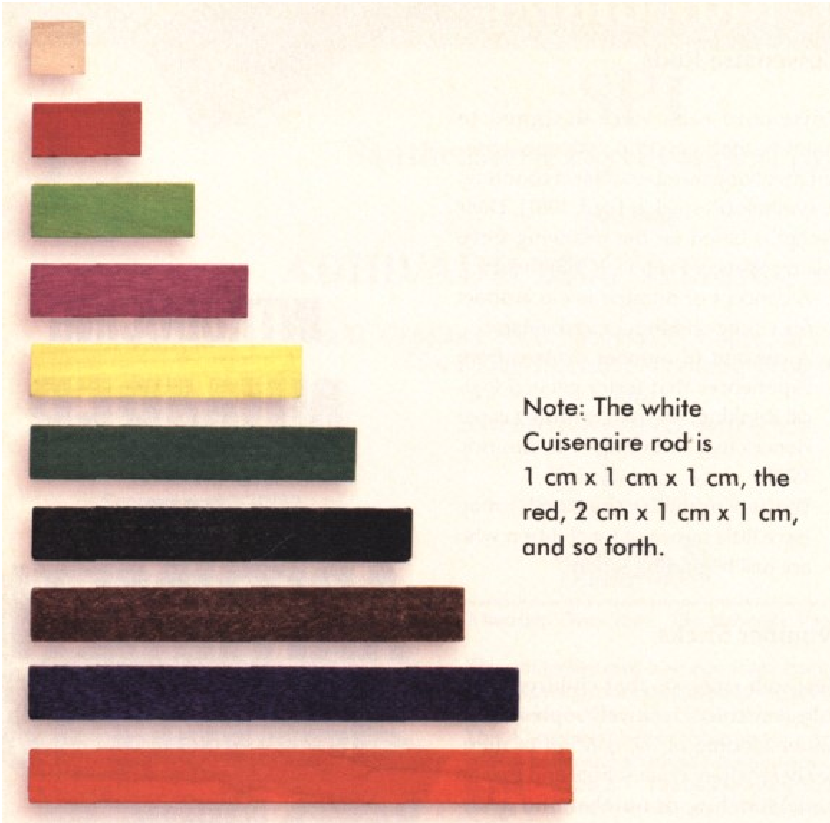


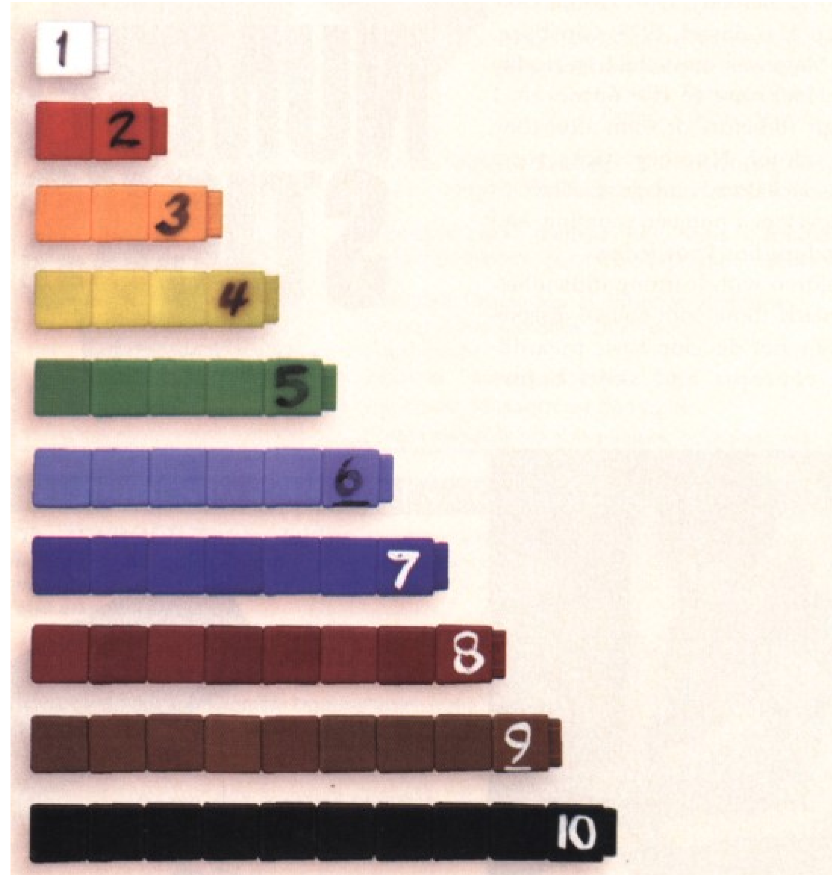
Esto es un ábaco posicional (vertical)

REGLETAS DE CUISENAIRE



REGLETAS DE CUISENAIRE





Fuente: Baroody (1993)

REGLETAS DE CUISENAIRE

Representan cantidades continuas de magnitud. Exigen medir (y no solo longitud), no contar.

- A edades tempranas se desarrolla una idea discreta de número.
- Alumnos con dificultades llegan a contar las regletas sin atender a su longitud.
- Cuando se quiere asociar una regleta con un número el proceso de conteo puede resultar extraño.
- No conectan por sí mismas modelo concreto de número y símbolo (numeral).
- Permiten establecer situaciones de comparación de cantidades de longitud, pero si las usamos simplemente para comparar 3 y 4, asumimos que *más largo* siempre significa *mayor que*.

REGLETAS DE CUISENAIRE

Misuse occurs when in some extreme cases pupils are forced to memorize the conventions *colours – numbers* (such as white – 1). Exploitation of this knowledge reduces the usage of the Cuisenaire rods to various trivial exercises concerning addition. In this way, they become not a tool for reasoning but an item of content to be taught.

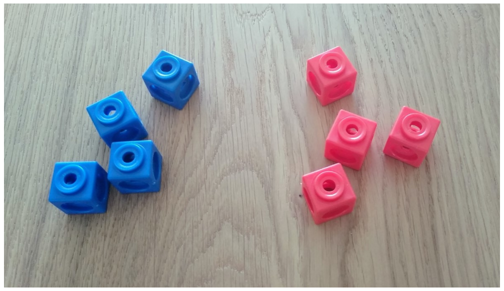
In other cases, the material loses its 'flexibility' because the given usage prohibits other usages. For instance, in certain classes at the very beginning of the activities with Cuisenaire rods, teachers start to use the l-cm rod (white) as a unit – calling it 'one'. (The teachers do not even mention that they will measure the length of the rod.) In later activities, they use it consistently for measuring the other rods until the pupils easily learn which rod means two,

Fuente: Szendrei (1996)

NÚMEROS NEGATIVOS

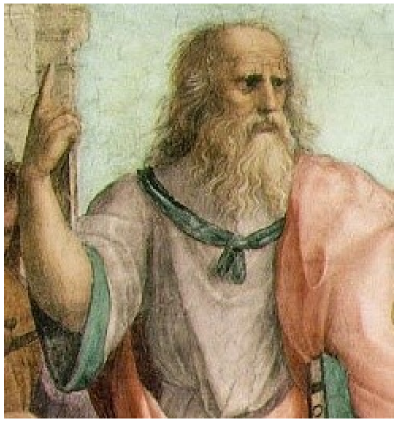
Algo que nos puede llevar a usar mal los manipulables es pensar que los conceptos matemáticos detrás se ven fácilmente.

Por ejemplo, no existe ningún modelo concreto (manipulativo o evocado) que reproduzca de forma intuitiva la estructura de los números enteros.



Los «**no entiendo**» de los alumnos tendrán que ver con la naturaleza del objeto matemático que hay detrás.

¿Visión platónica? ¿Monumentalismo?



ALGUNOS EJEMPLOS DE ARITMÉTICA

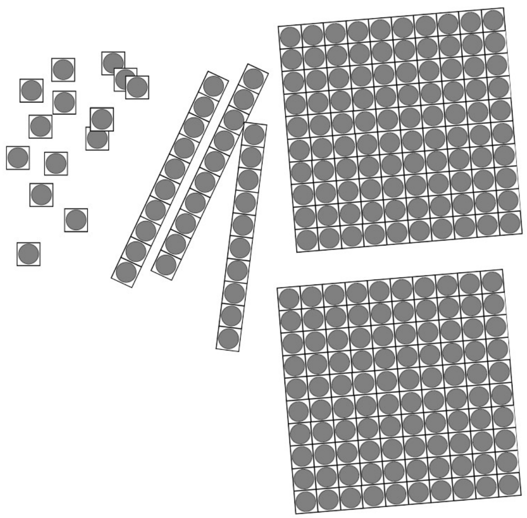
ALGORITMOS TRADICIONALES DE LAS OPERACIONES

Pero… ¿cómo vamos a hacer problemas si no saben ni sumar?.

- Tienen su espacio en una secuencia desde la comprensión.
- Previamente, y en paralelo, se debe seguir privilegiando el cálculo oral y las situaciones concretas (problemas).
- Son algoritmos cuyo estudio permite ganar comprensión del sistema decimal posicional.

UNA OPCIÓN

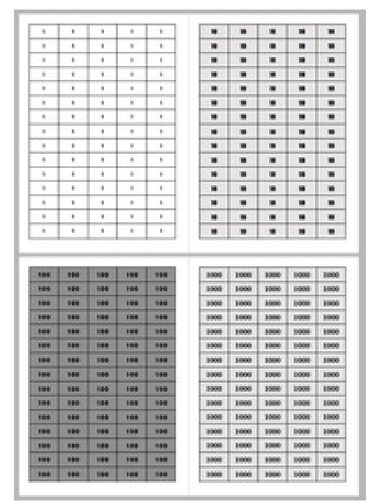
Utilizar puntos, barras y placas para los de la suma y la resta.



Plantillas que usamos en @dm_unizar: puntos, barras y placas.

Plantillas de billetes.

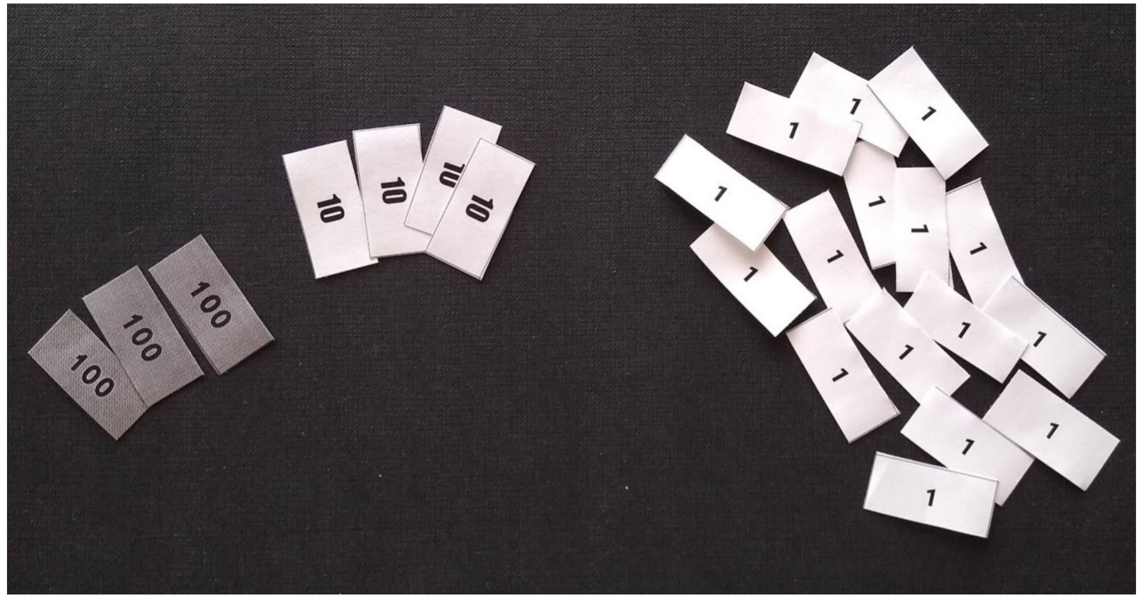
Utilizar billetes u otro material estructurado de base 10 para la multiplicación y la división.

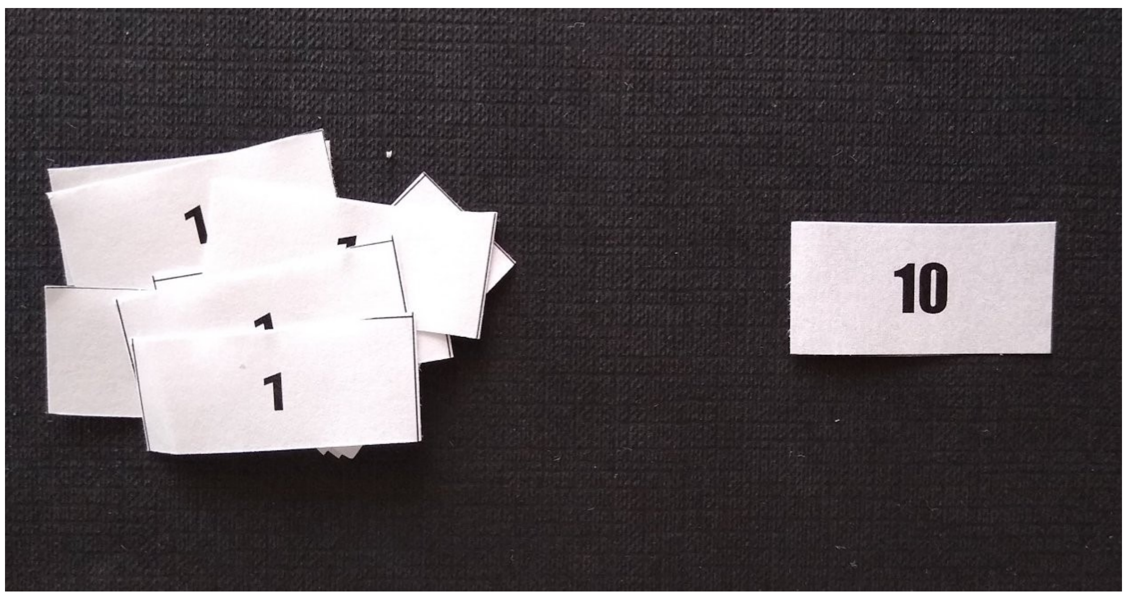


ALGORITMO DE LA SUMA

$356 + 878$

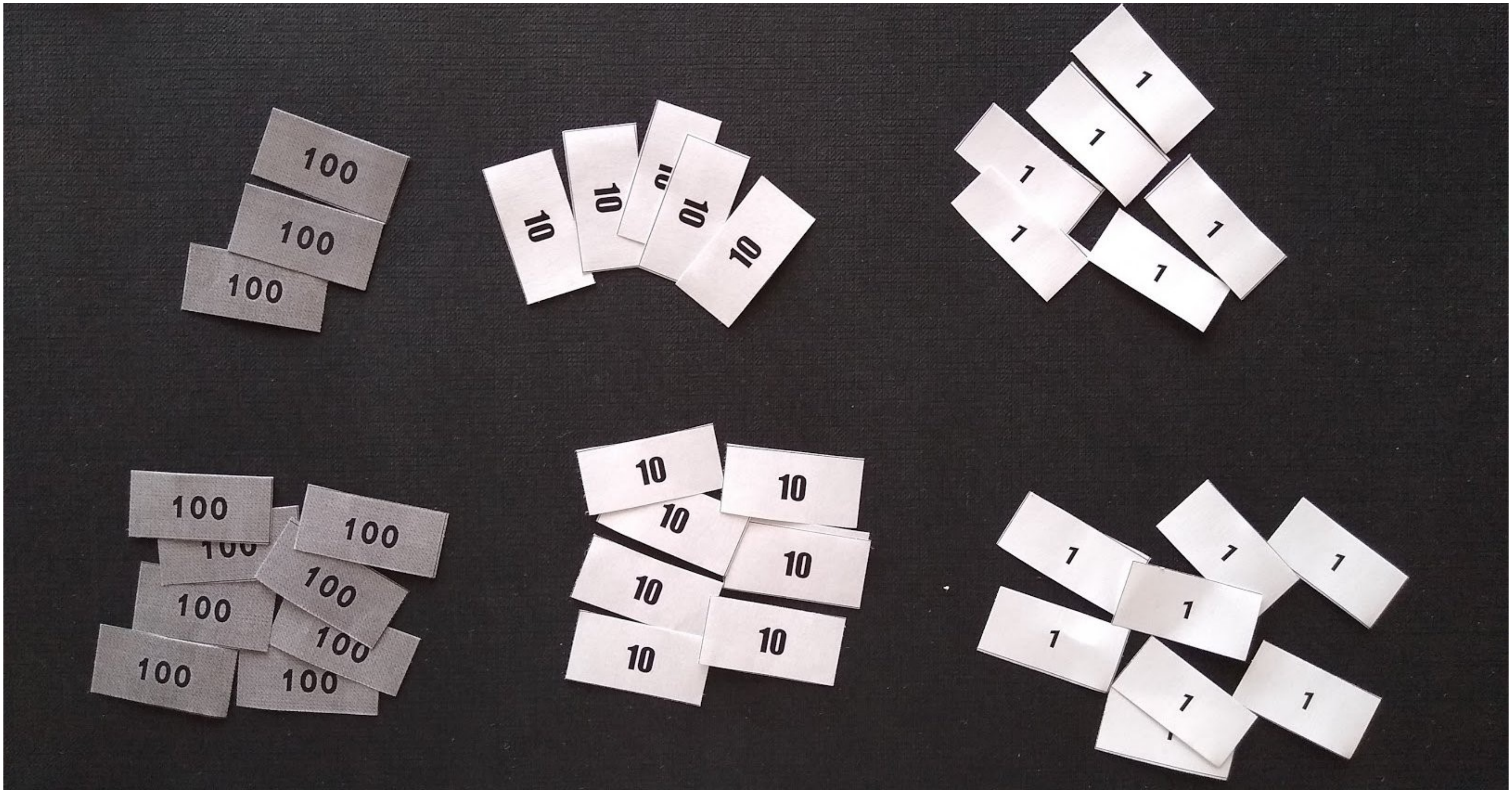
Representa estos números con la menor cantidad de billetes posible.





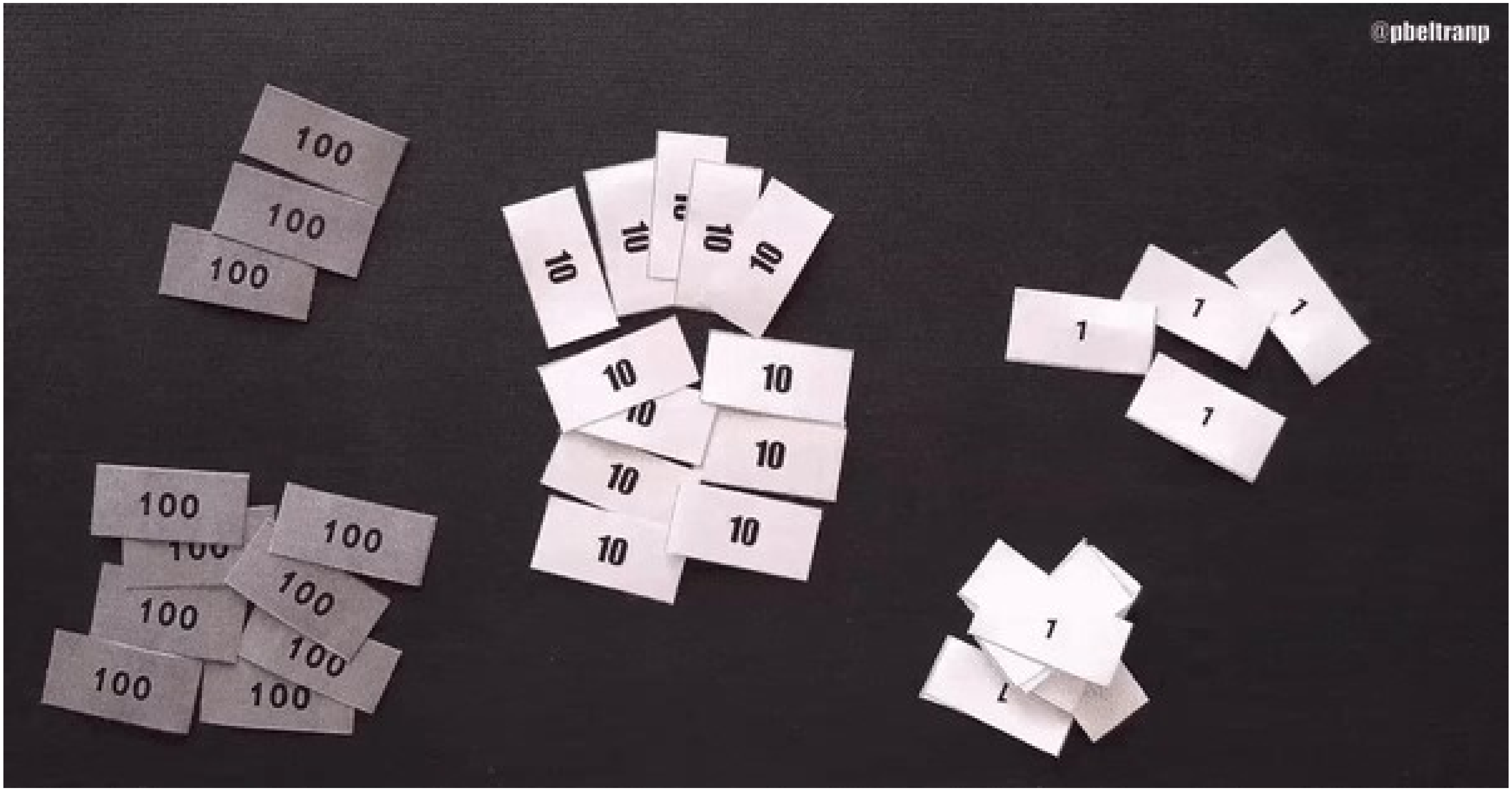
ALGORITMO DE LA SUMA

$$356 + 878$$



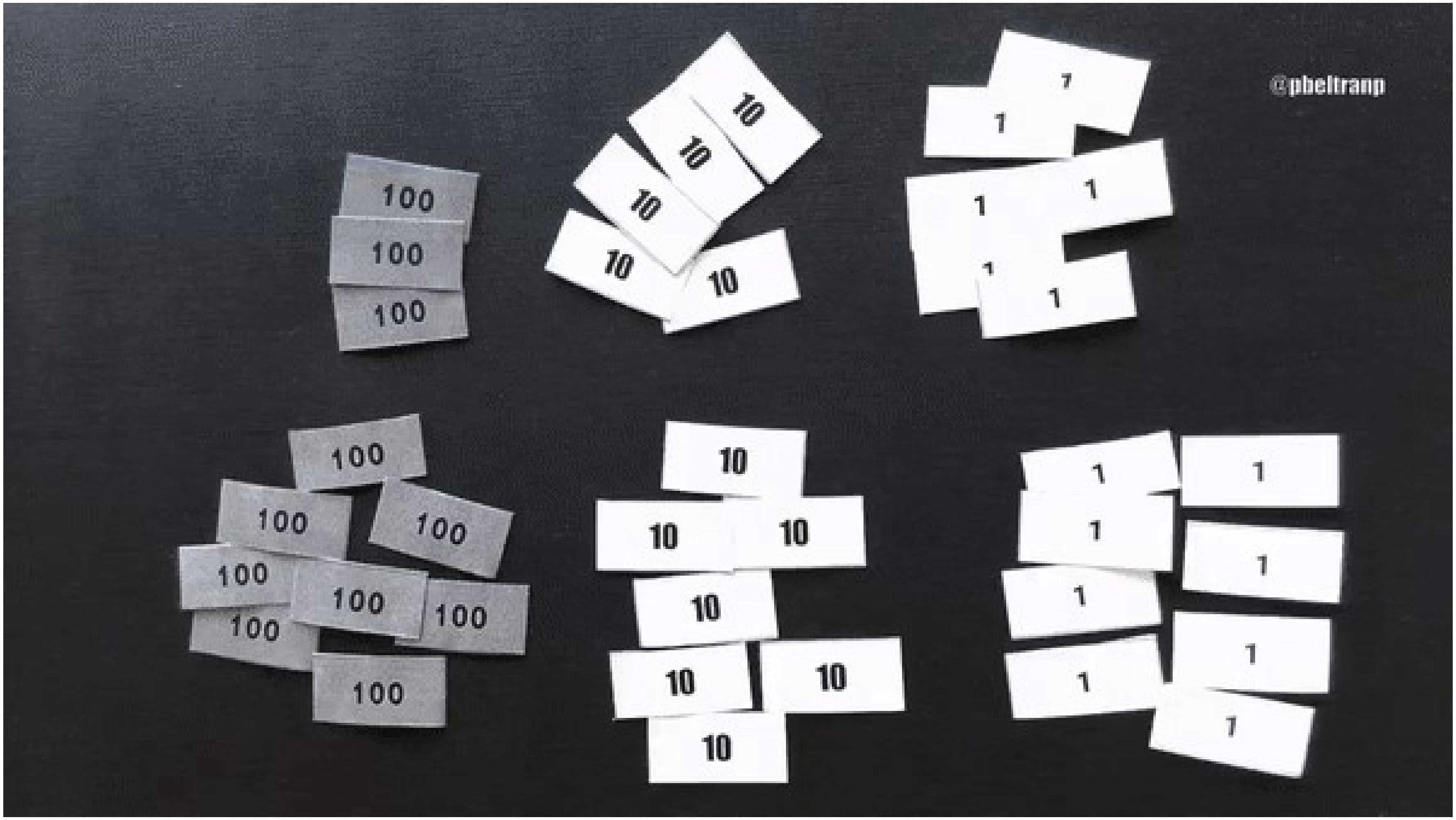
ALGORITMO DE LA SUMA

$$356 + 878$$

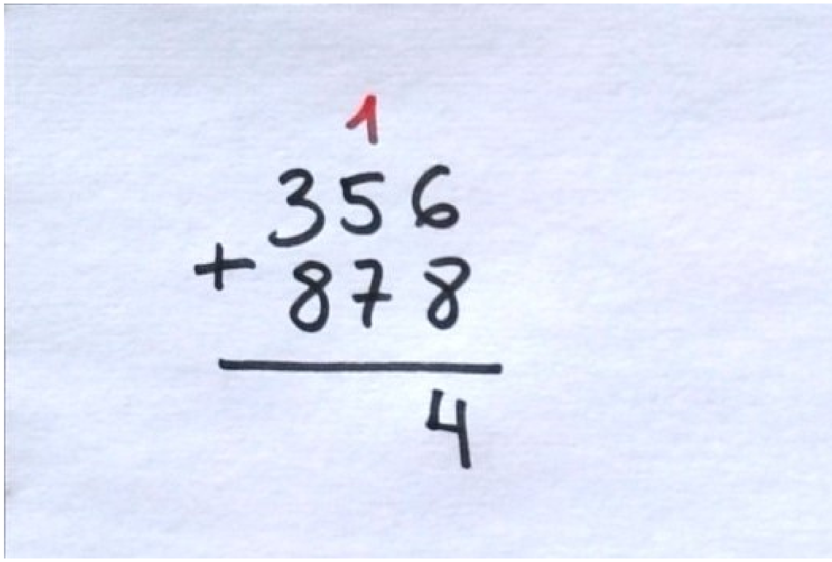


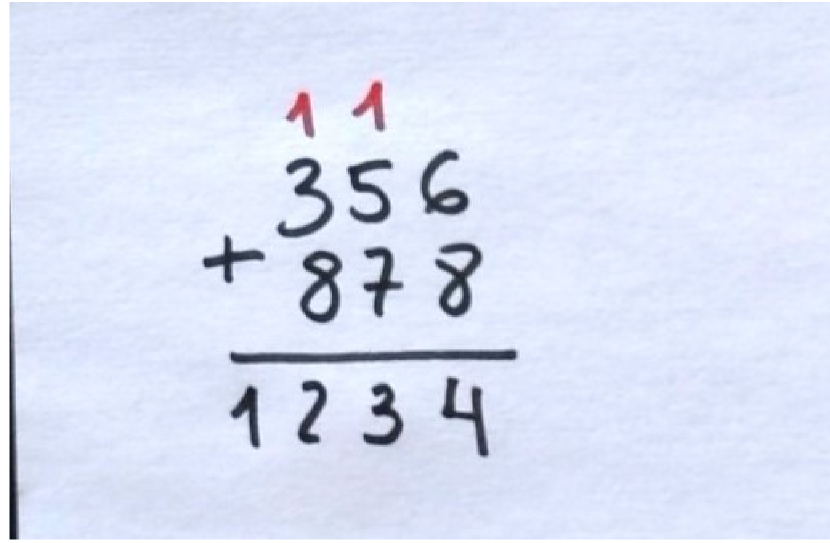
ALGORITMO DE LA SUMA

$$356 + 878$$

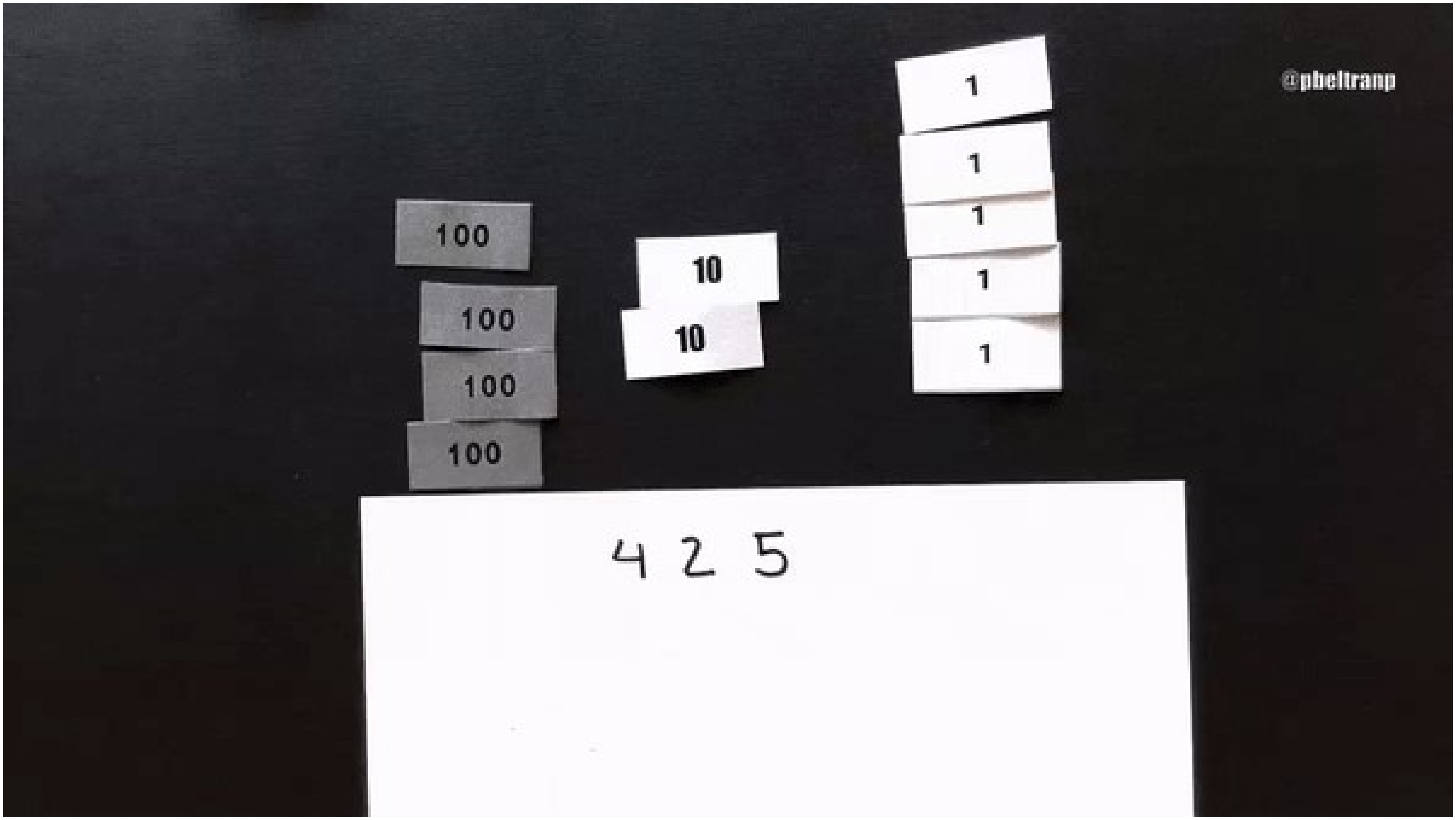


ALGORITMO DE LA SUMA

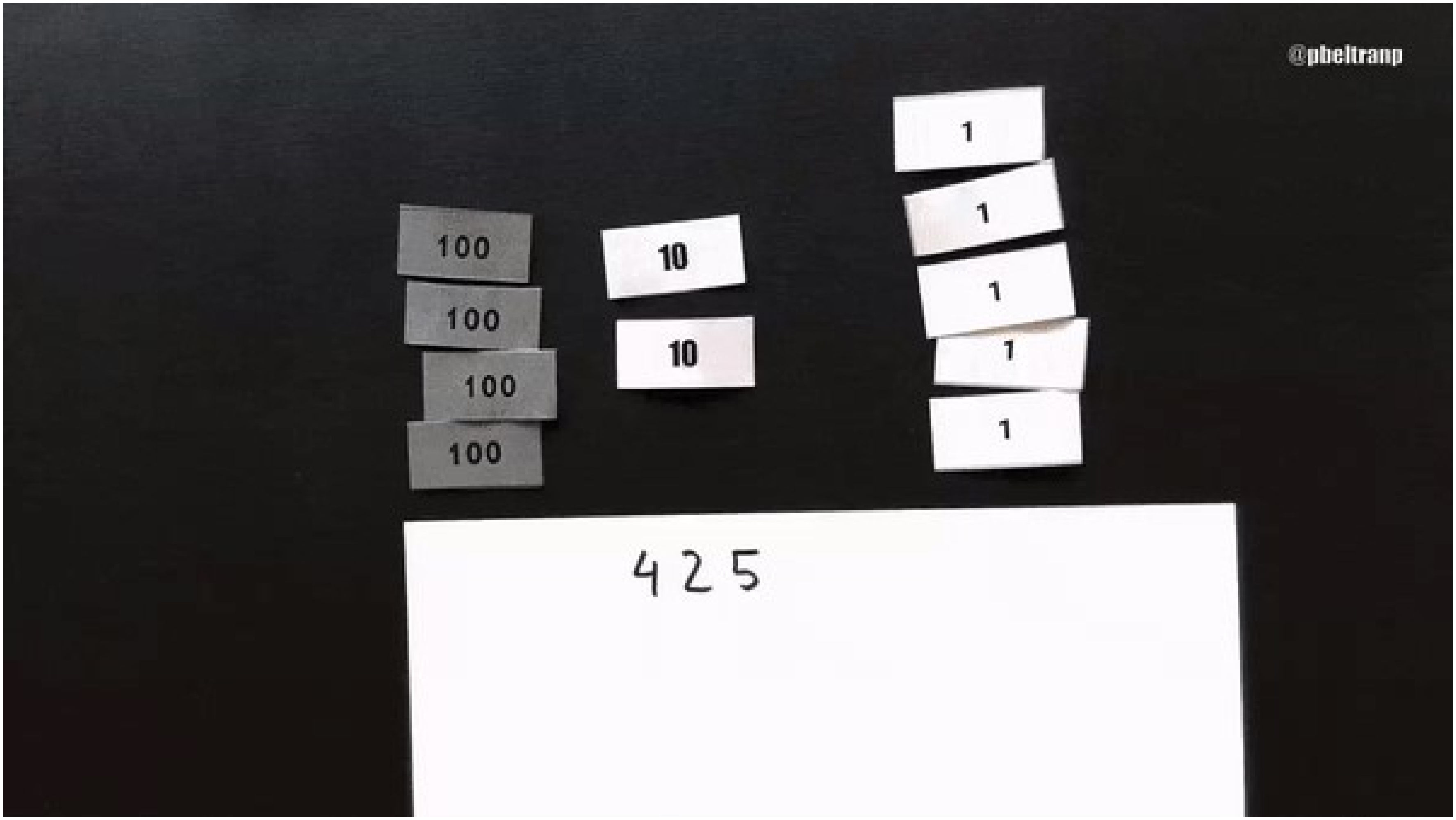




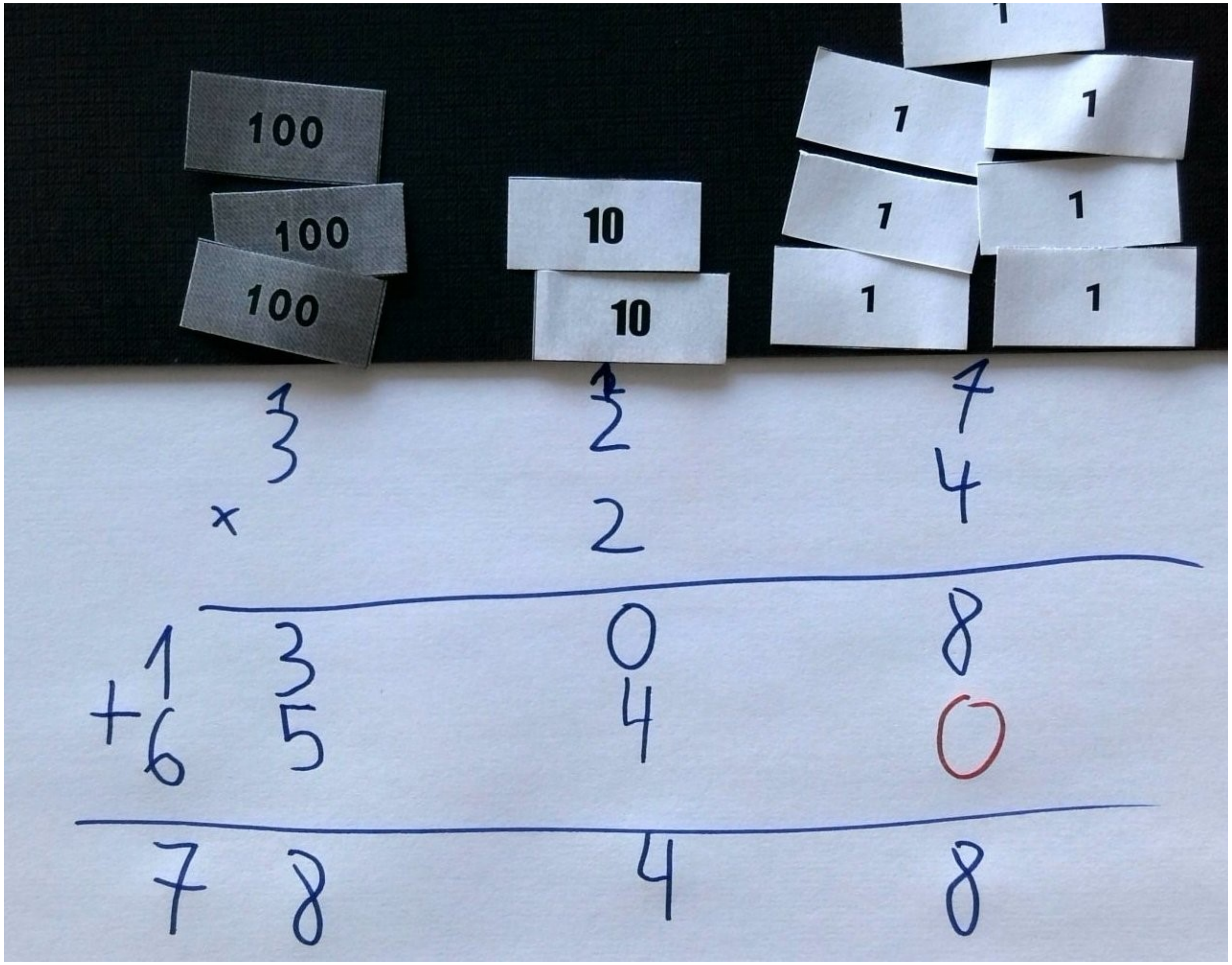
ALGORITMO ANGLOSAJÓN DE LA RESTA



ALGORITMO TRADICIONAL (ESPAÑA) DE LA RESTA

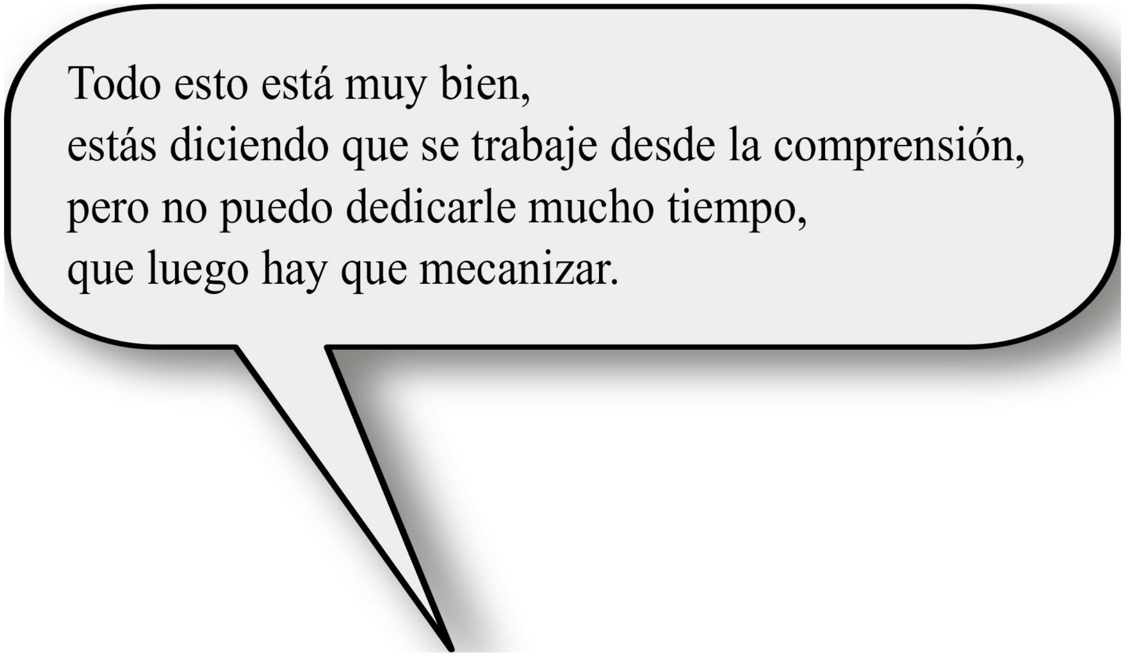


ALGORITMO DE LA MULTIPLICACIÓN



Algoritmos de la multiplicación y la división

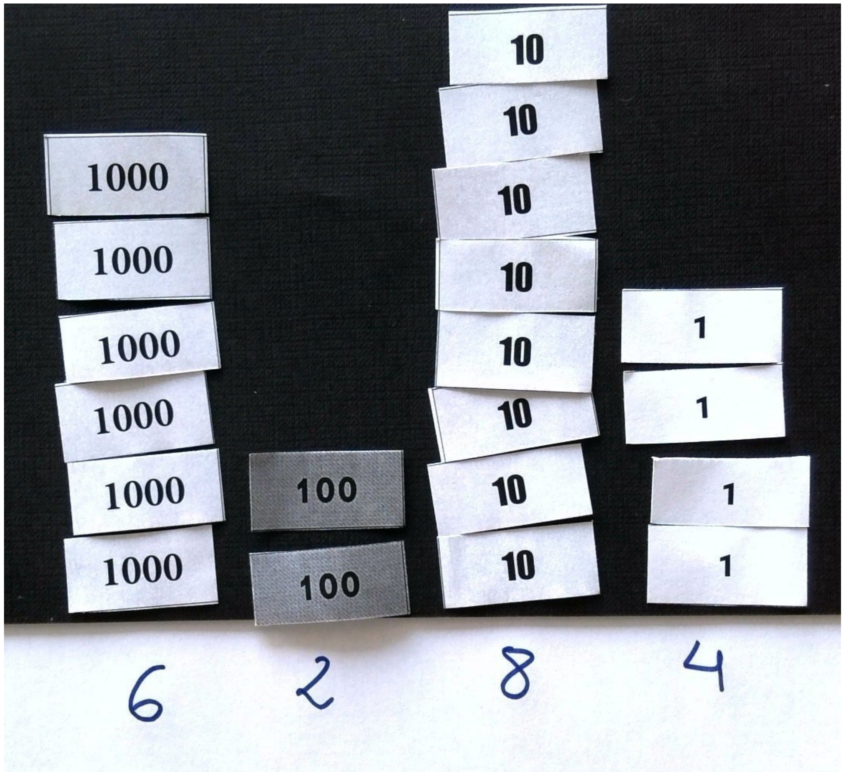
ALGORITMO DE LA DIVISIÓN

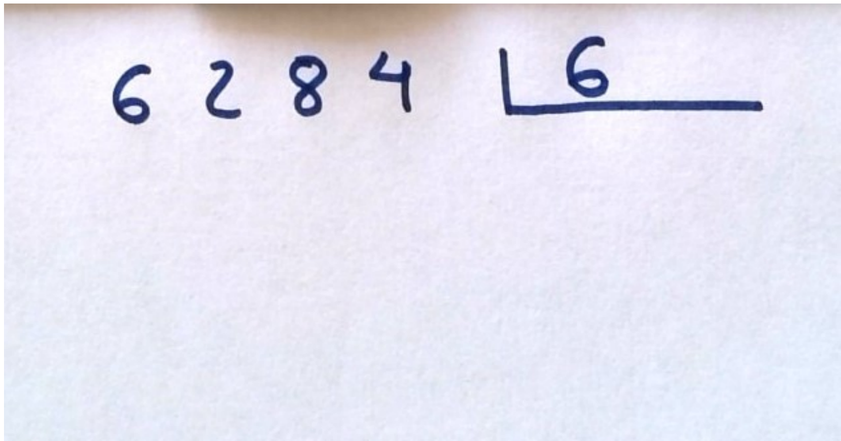


¿Qué sentido tiene tener al alumnado bajando ceros de las nubes?

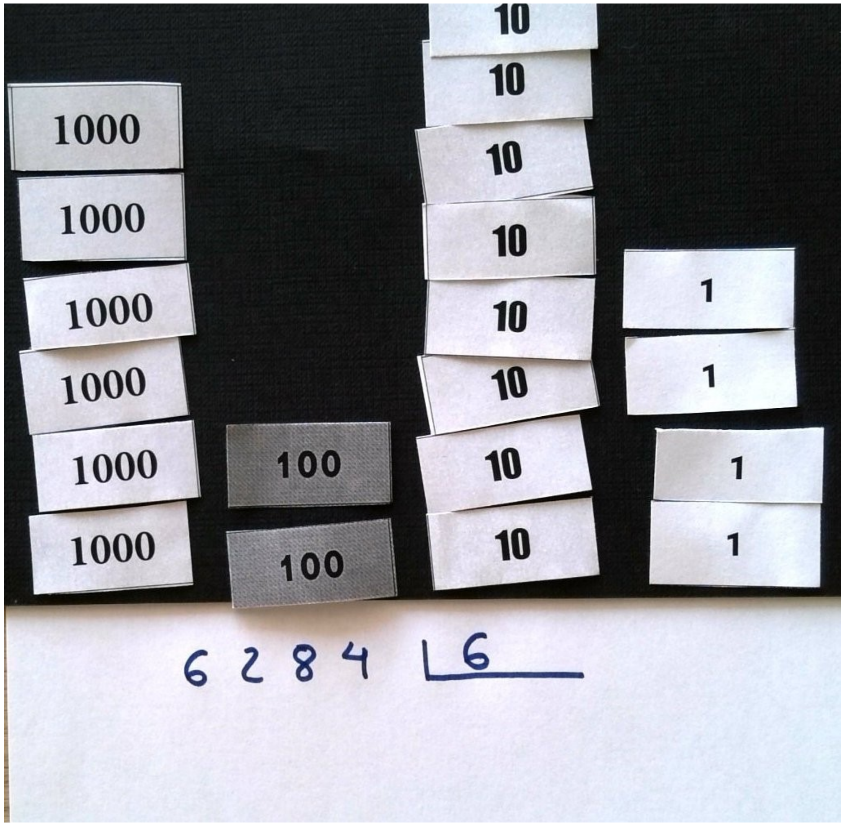
Si no se profundiza en el significado de esas operaciones, o se hacen mentalmente con cualquier otra estrategia. O con calculadora.

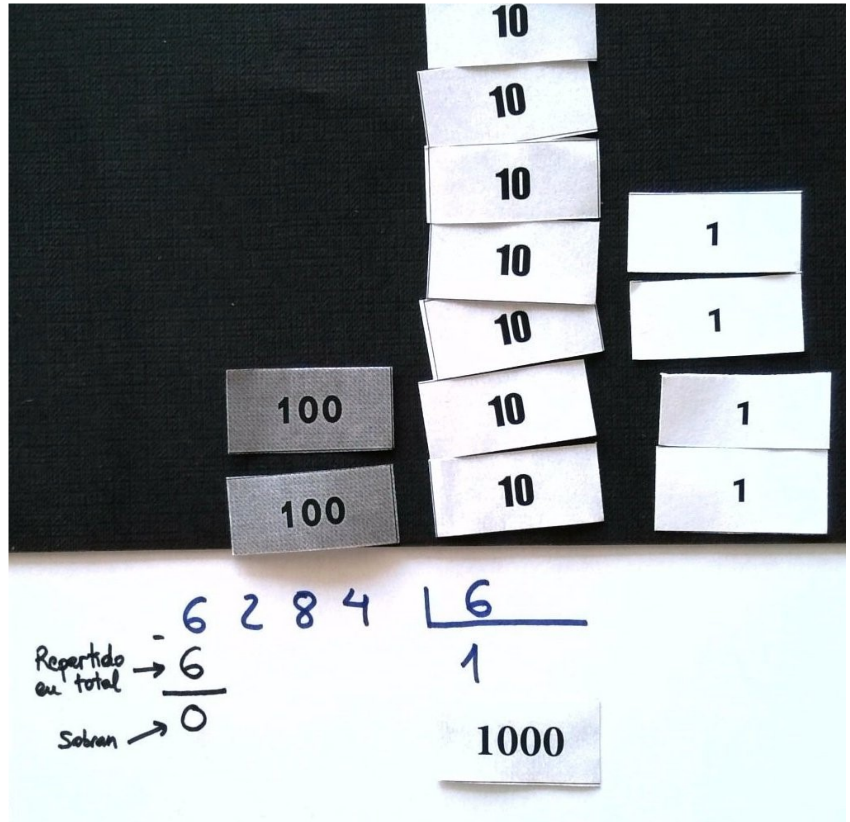
ALGORITMO DE LA DIVISIÓN



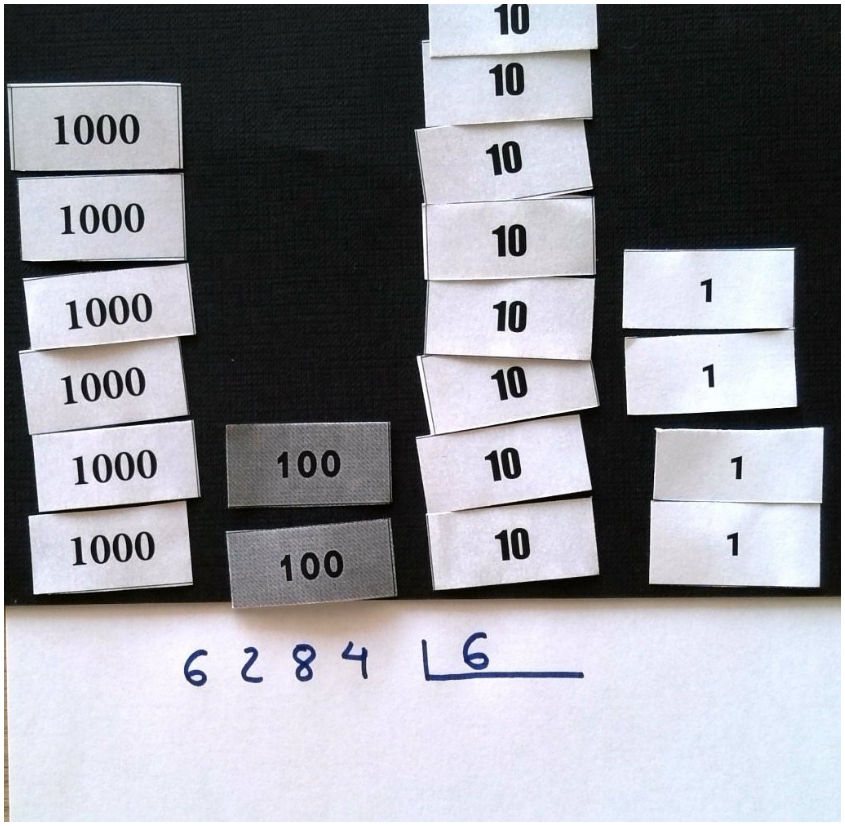


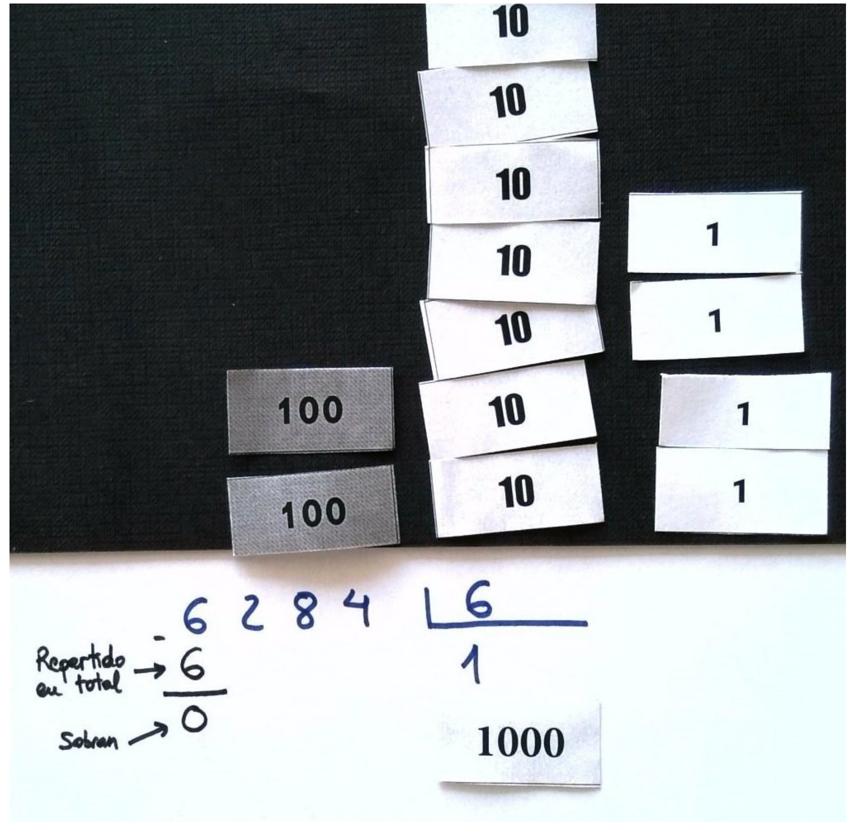
ALGORITMO DE LA DIVISIÓN



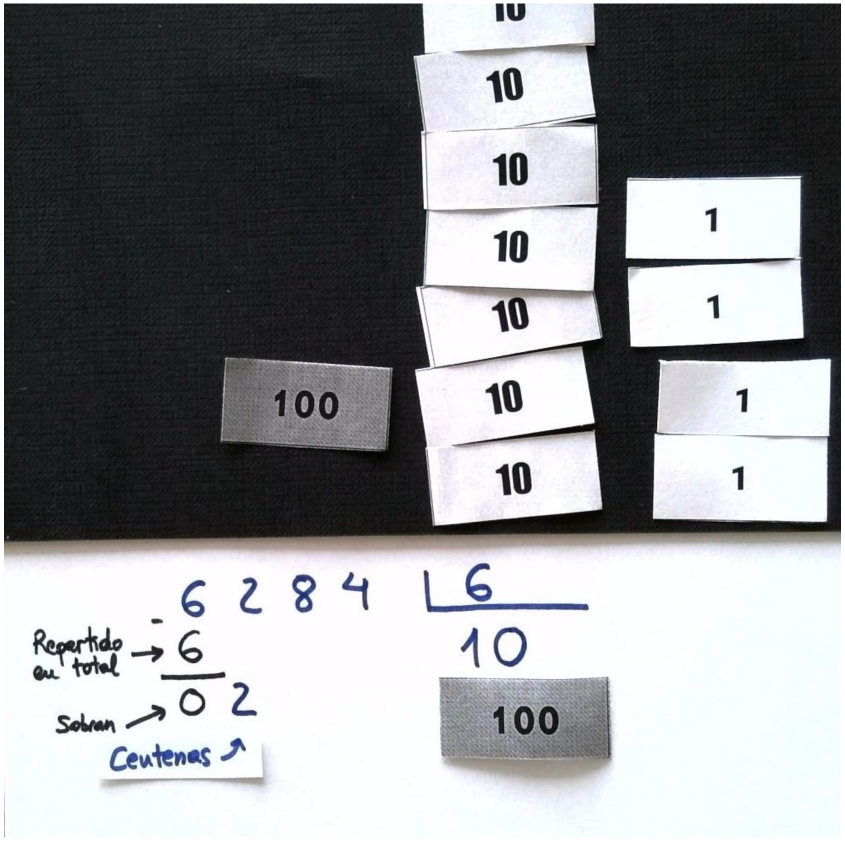


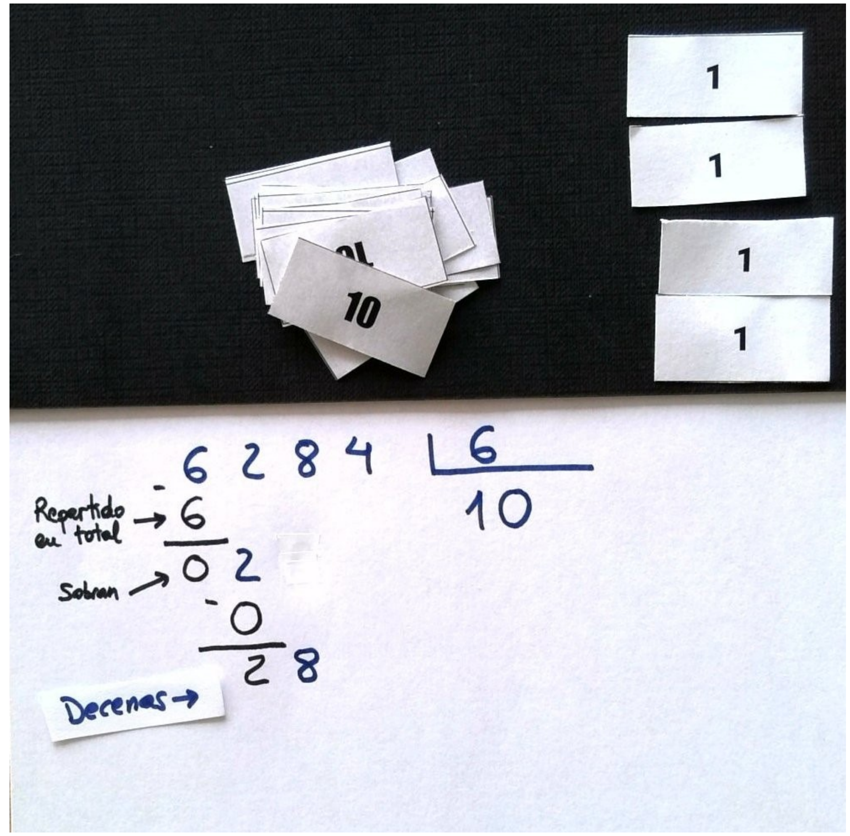
ALGORITMO DE LA DIVISIÓN



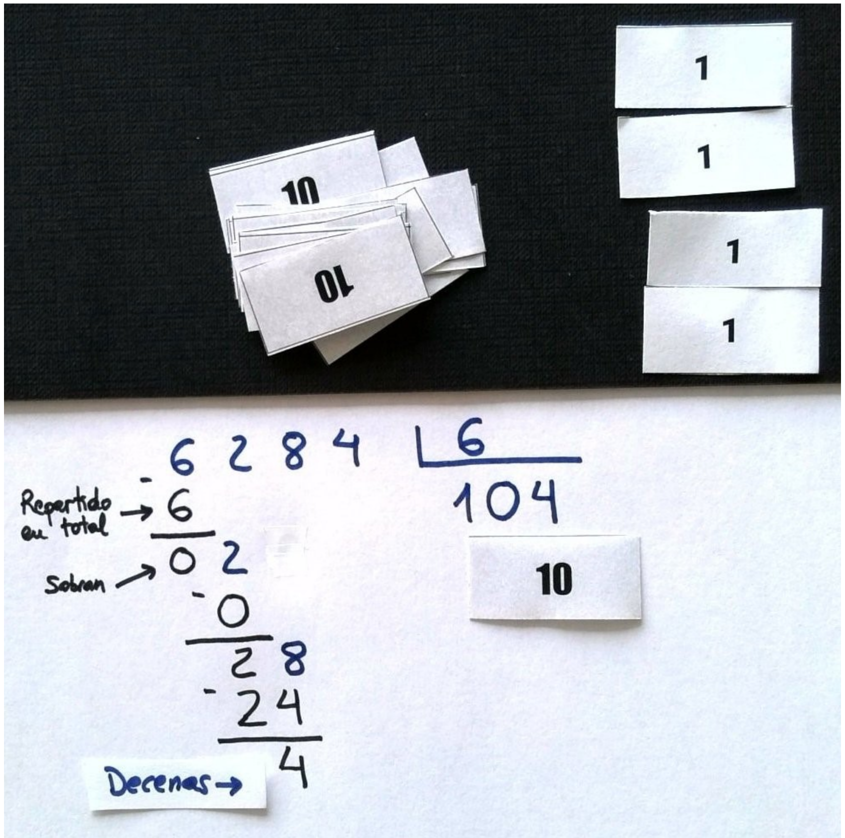


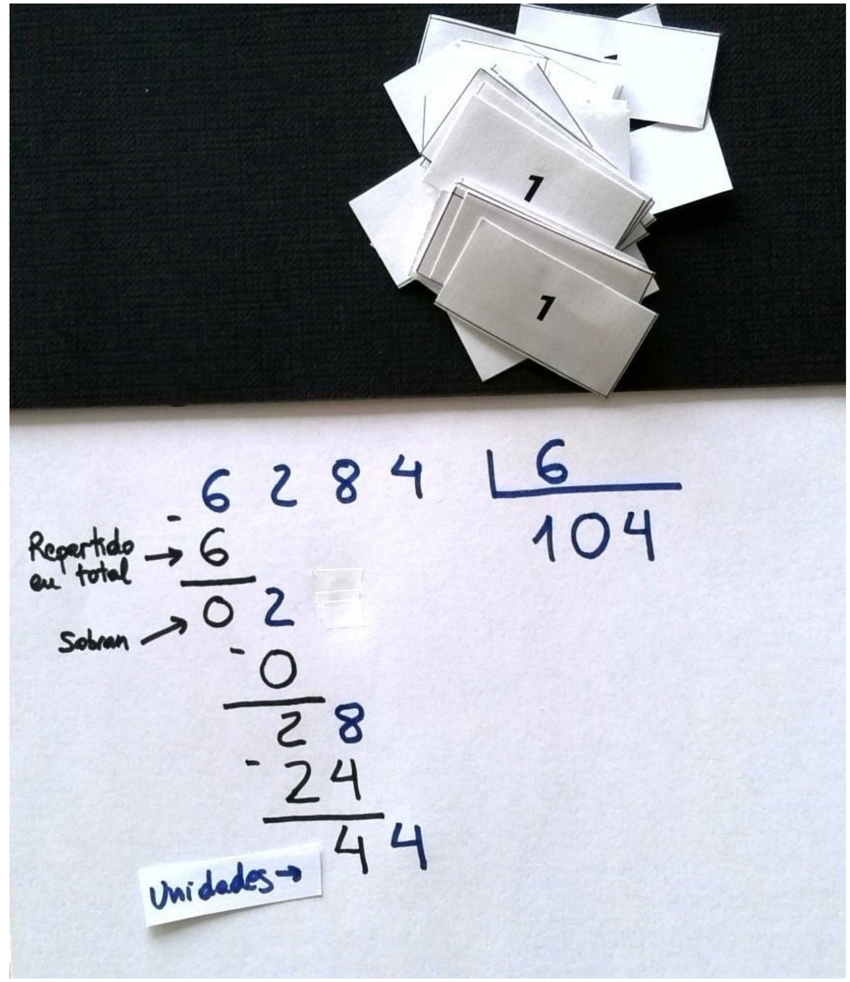
ALGORITMO DE LA DIVISIÓN



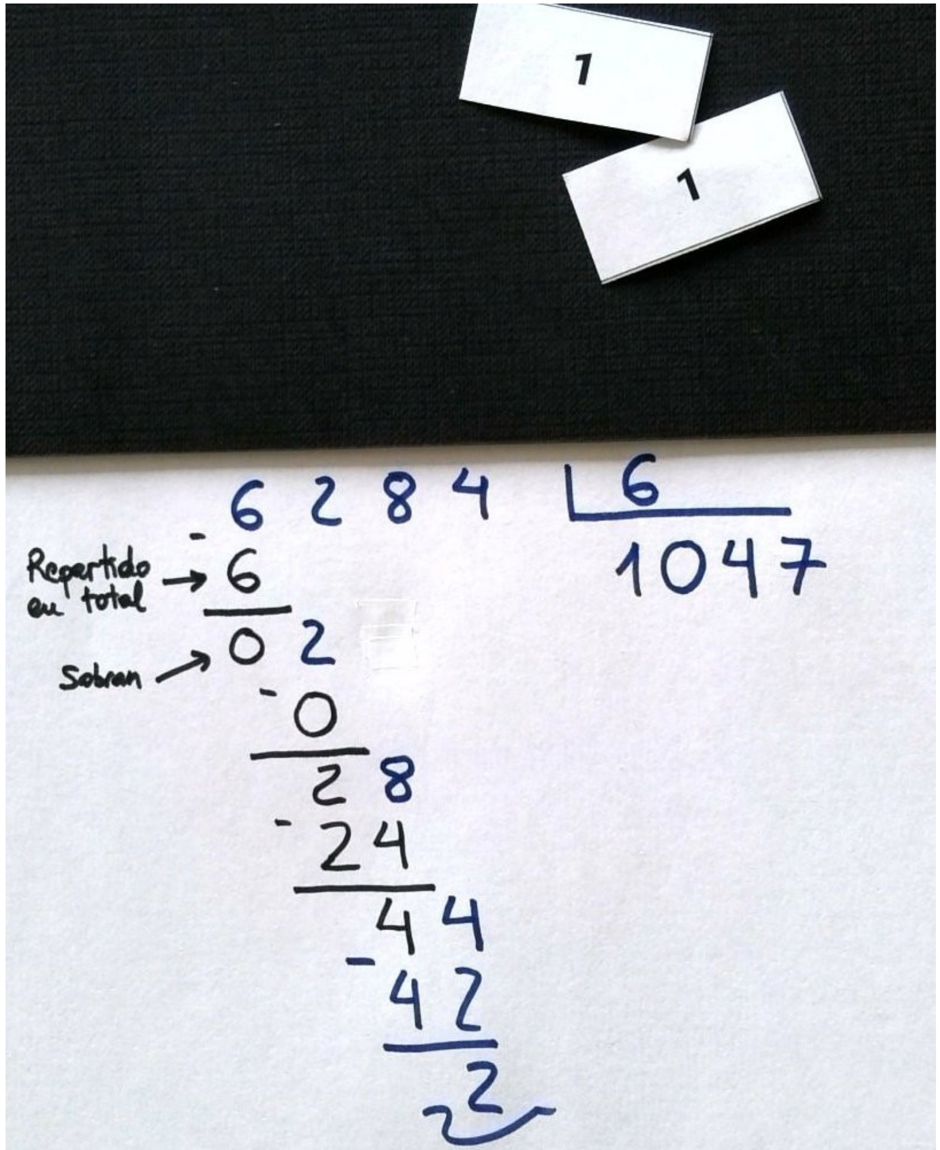


ALGORITMO DE LA DIVISIÓN



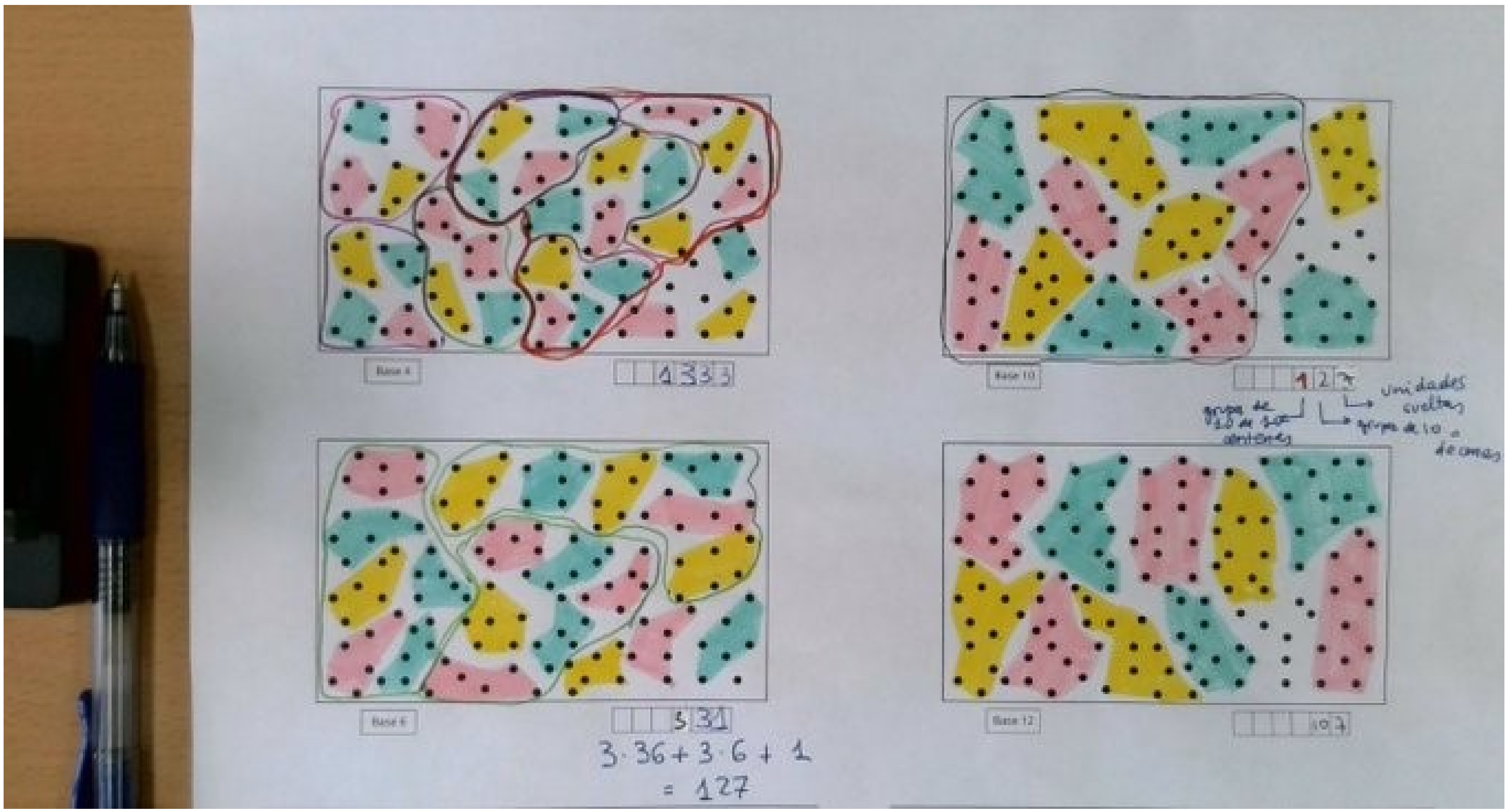


ALGORITMO DE LA DIVISIÓN



NÚMEROS

¿Por qué es importante profundizar en el sistema decimal posicional y, en definitiva, aprender de manera significativa?



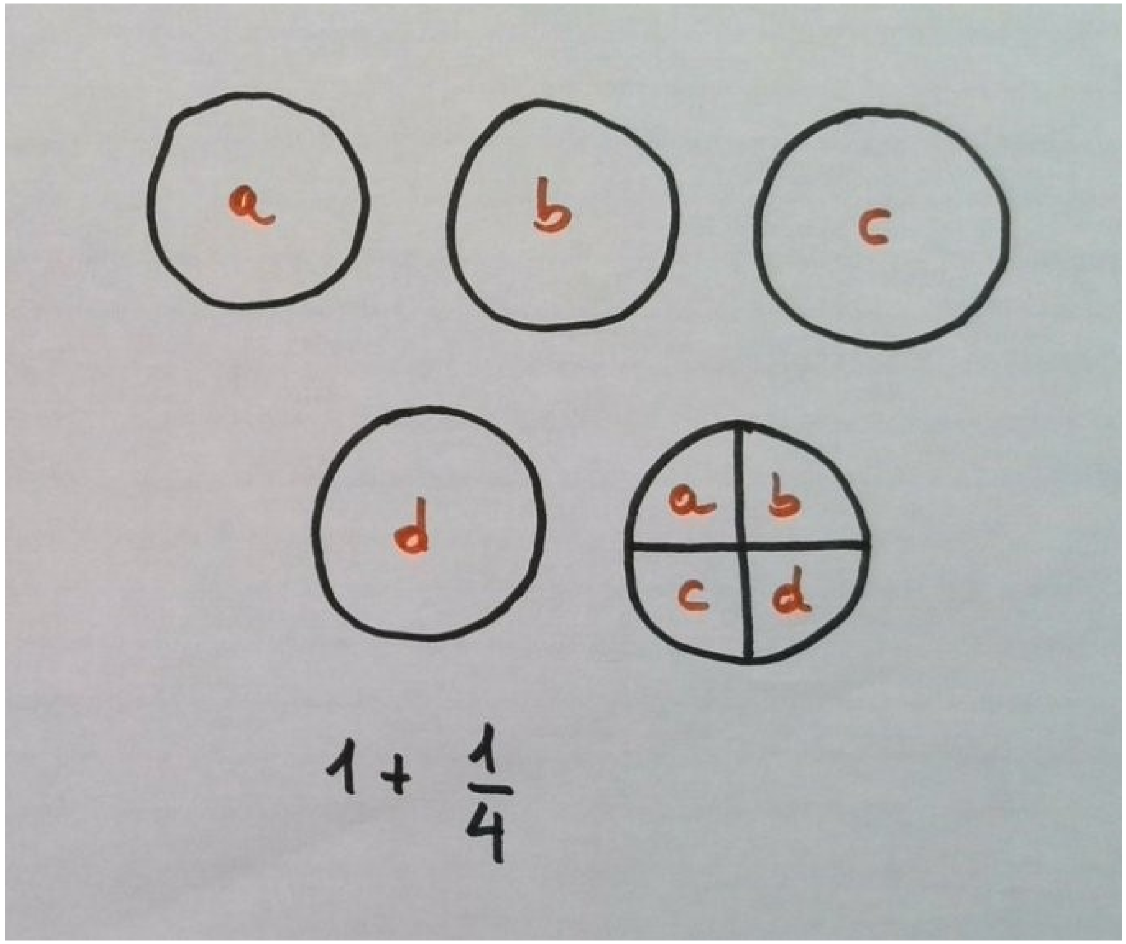
NÚMEROS

Una improvisación en el aula.

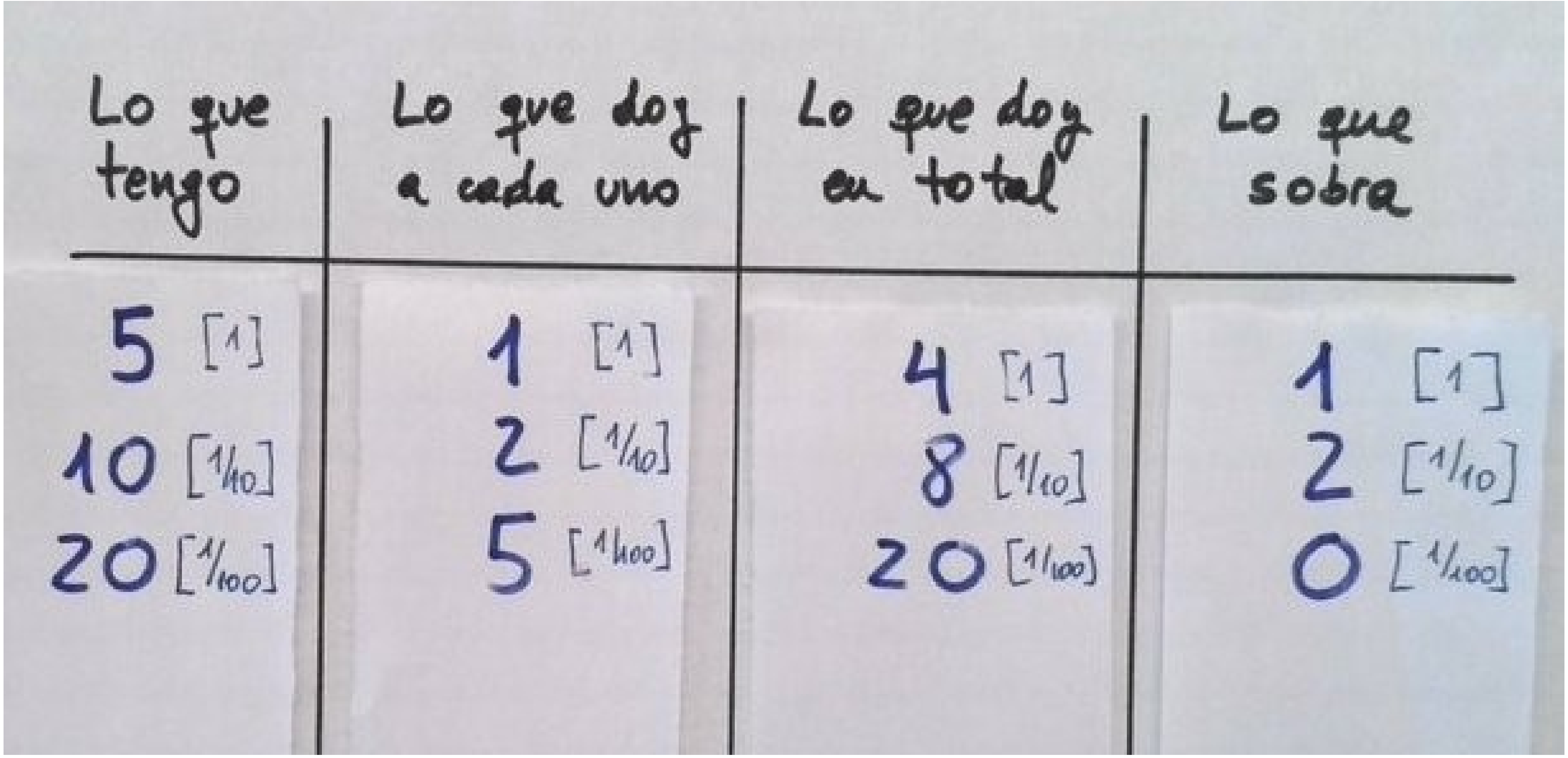
Pascalina. Fuente: Bartolini & Martignone (2014)

CONSECUENCIAS A LARGO PLAZO

Repartimos 5 tortillas entre 4 personas. ¿Qué cantidad recibe cada participante?

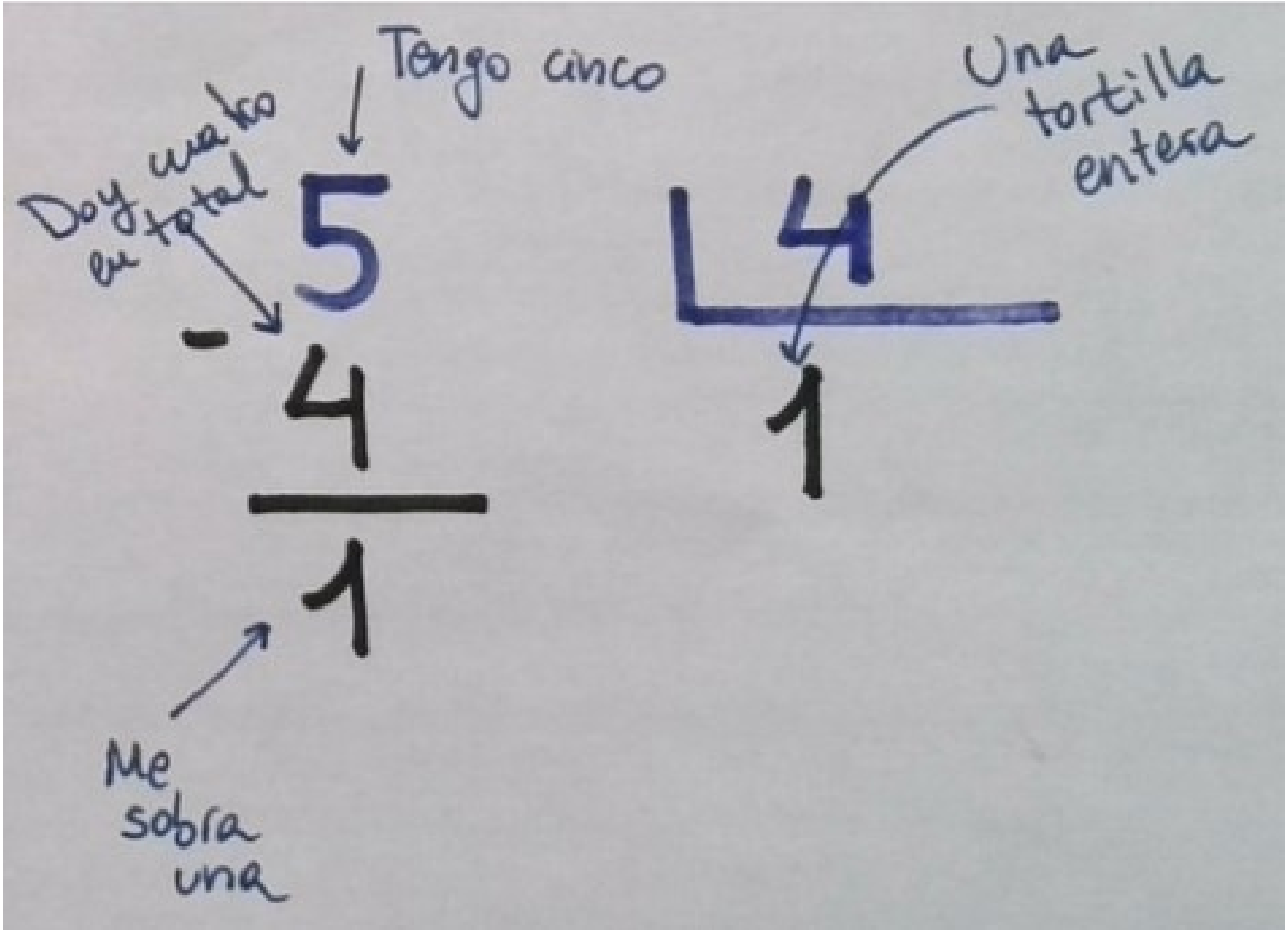


CONSECUENCIAS A LARGO PLAZO



¿Qué ocurre después de haber hecho una cuantas de estas en 3º ESO?

CONSECUENCIAS A LARGO PLAZO



Sobre la conexión decimal-fracción

OTROS EJEMPLOS, MEDIDA, GEOMETRÍA, PROBABILIDAD

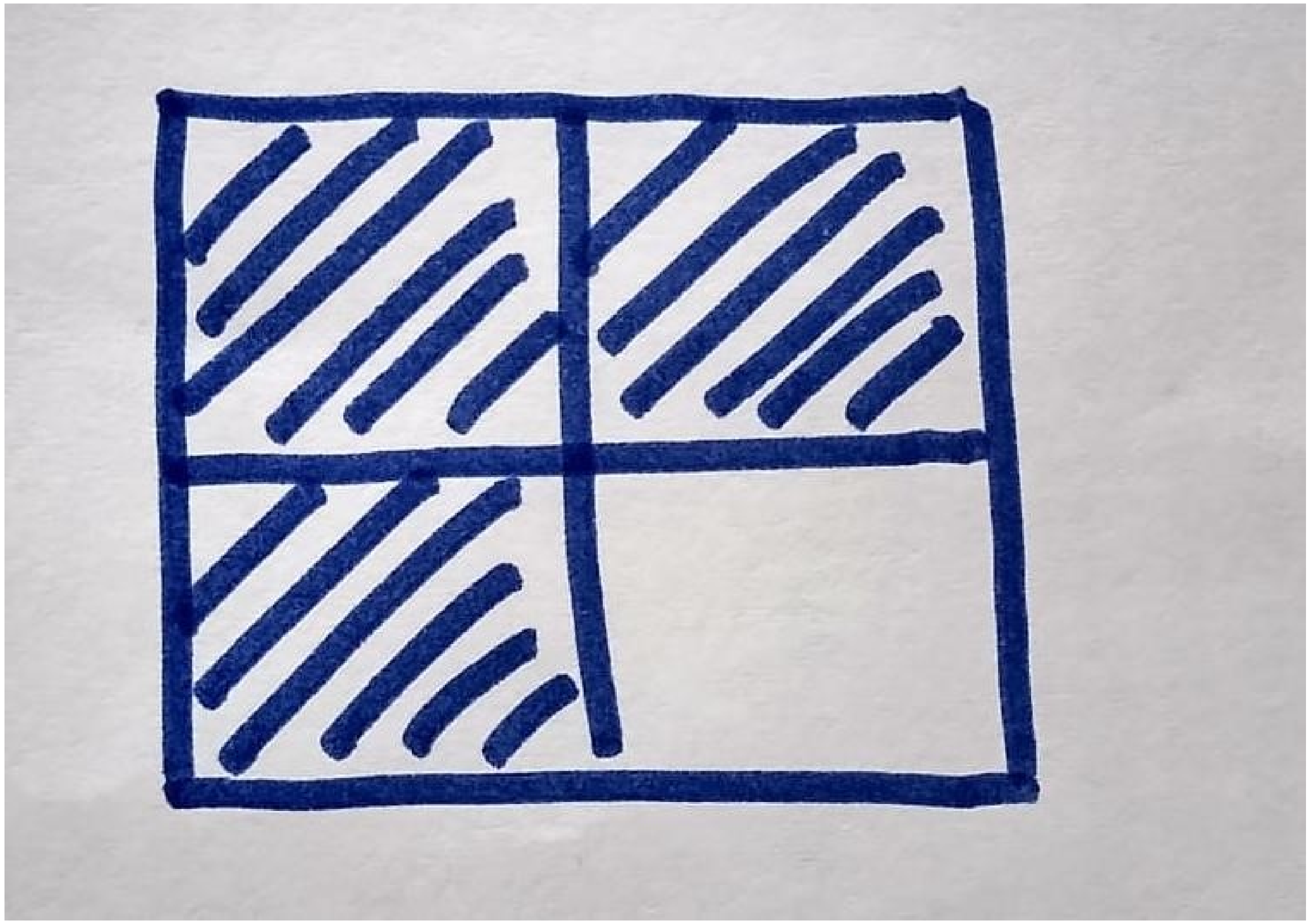
NÚMEROS RACIONALES

Saber sobre los diferentes significados es un conocimiento especializado didáctico-matemático.

- Parte-todo.
- Medida.
- Cociente.
- Razón.

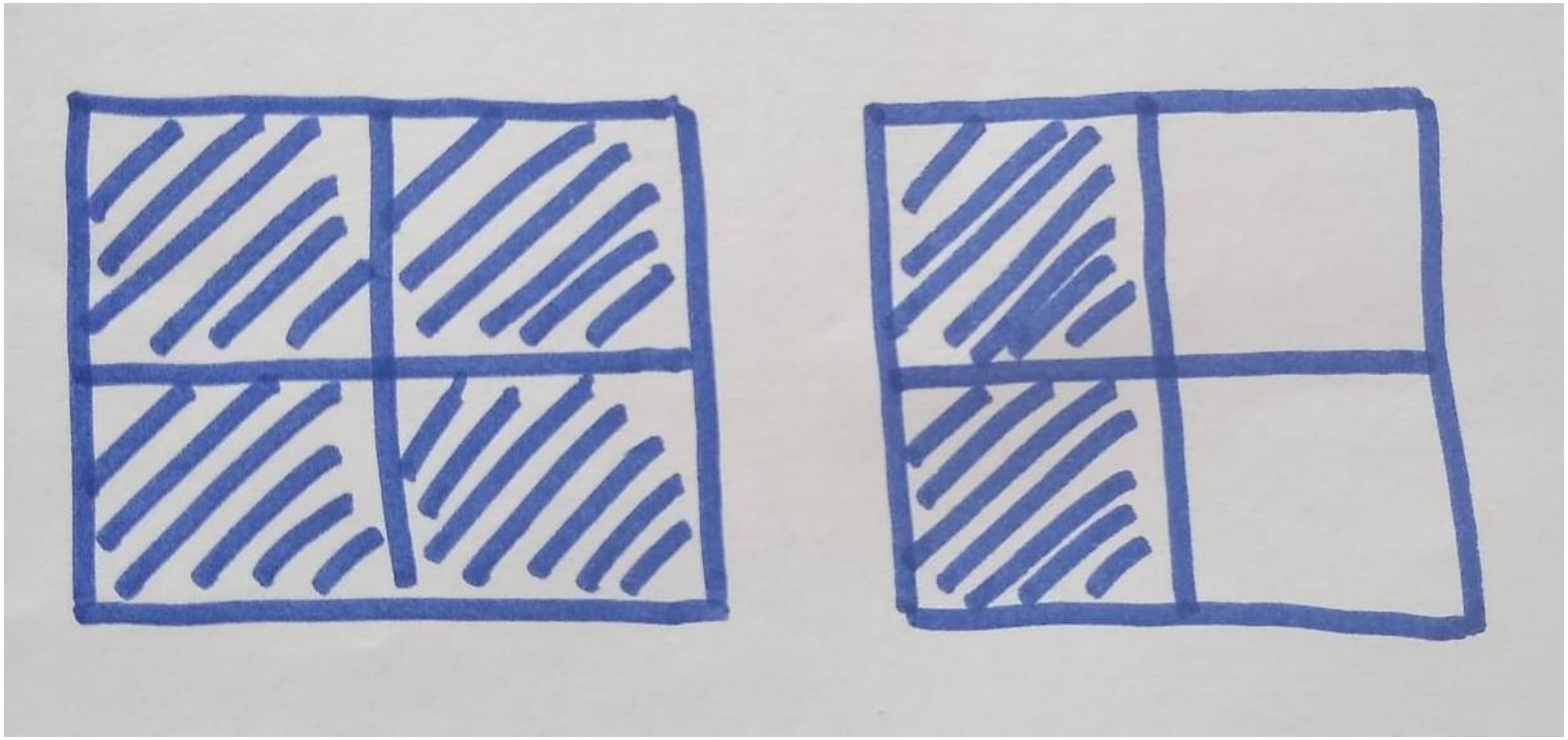
¿CÓMO AFECTA EL MODELO?

¿Qué fracción hemos representado aquí?

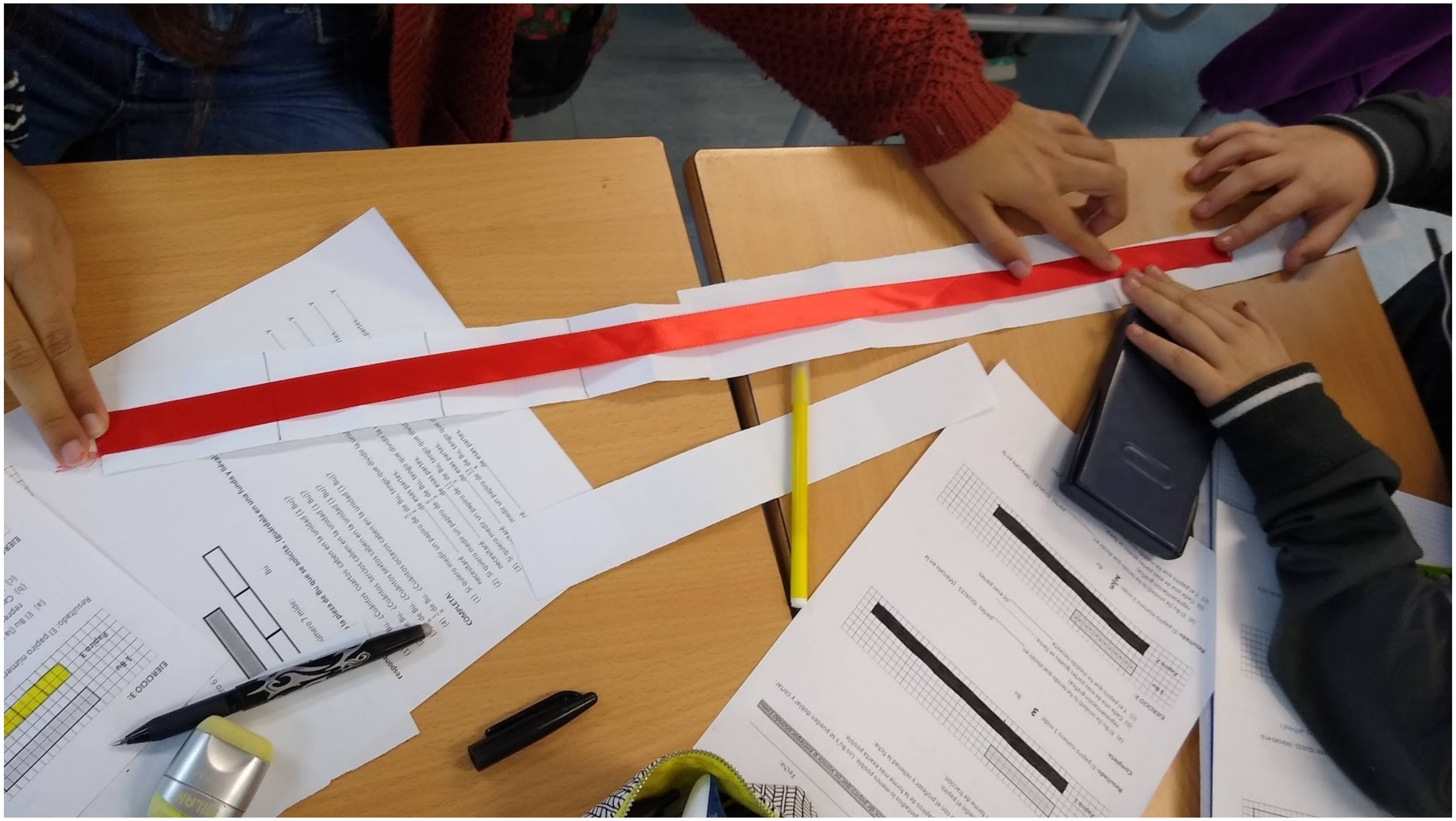


¿CÓMO AFECTA EL MODELO?

¿Qué fracción hemos representado aquí?

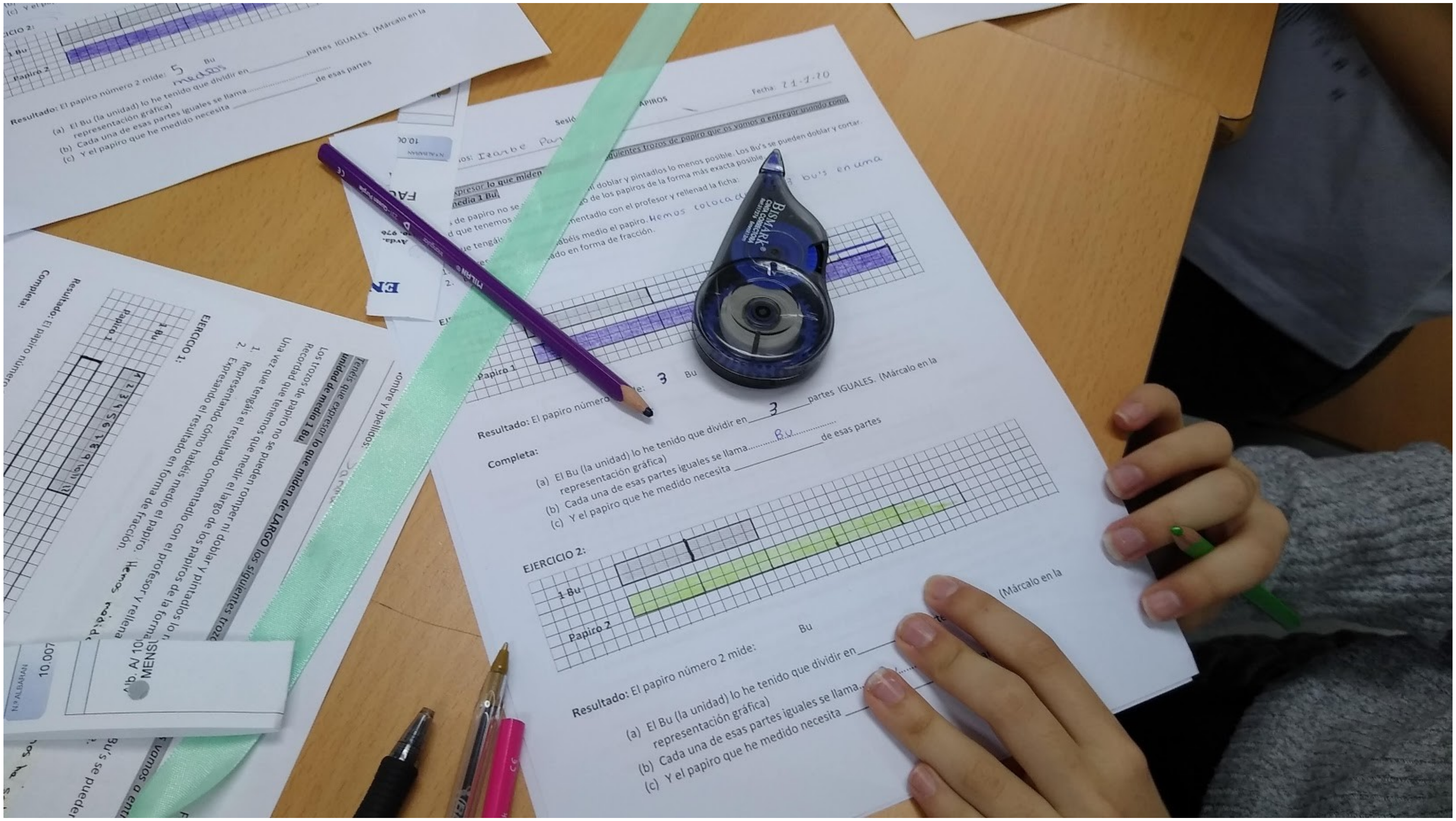


NÚMEROS RACIONALES



Materiales de SergioMJGR y auroradp64 y actividades basadas en trabajos de Escolano, Gairín y otros dm_unizar.

NÚMEROS RACIONALES



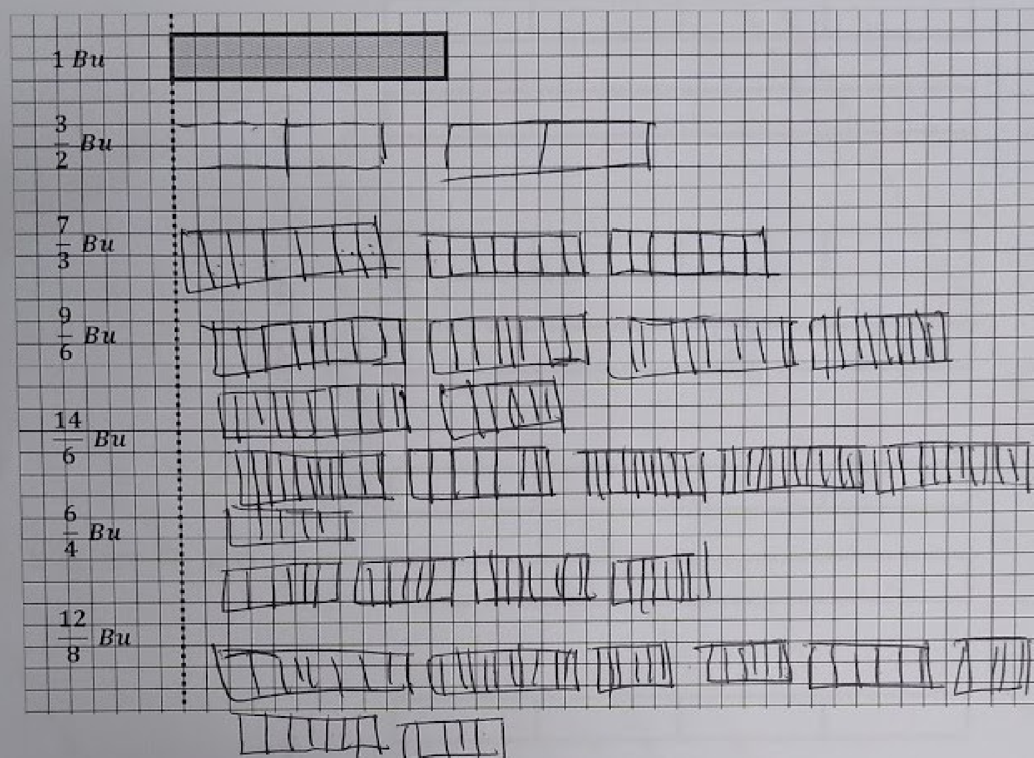
NÚMEROS RACIONALES

NÚMEROS RACIONALES

Sesión 3: DISTINTAS FORMAS DE MEDIR LO MISMO

Nombre y apellidos: Fecha:

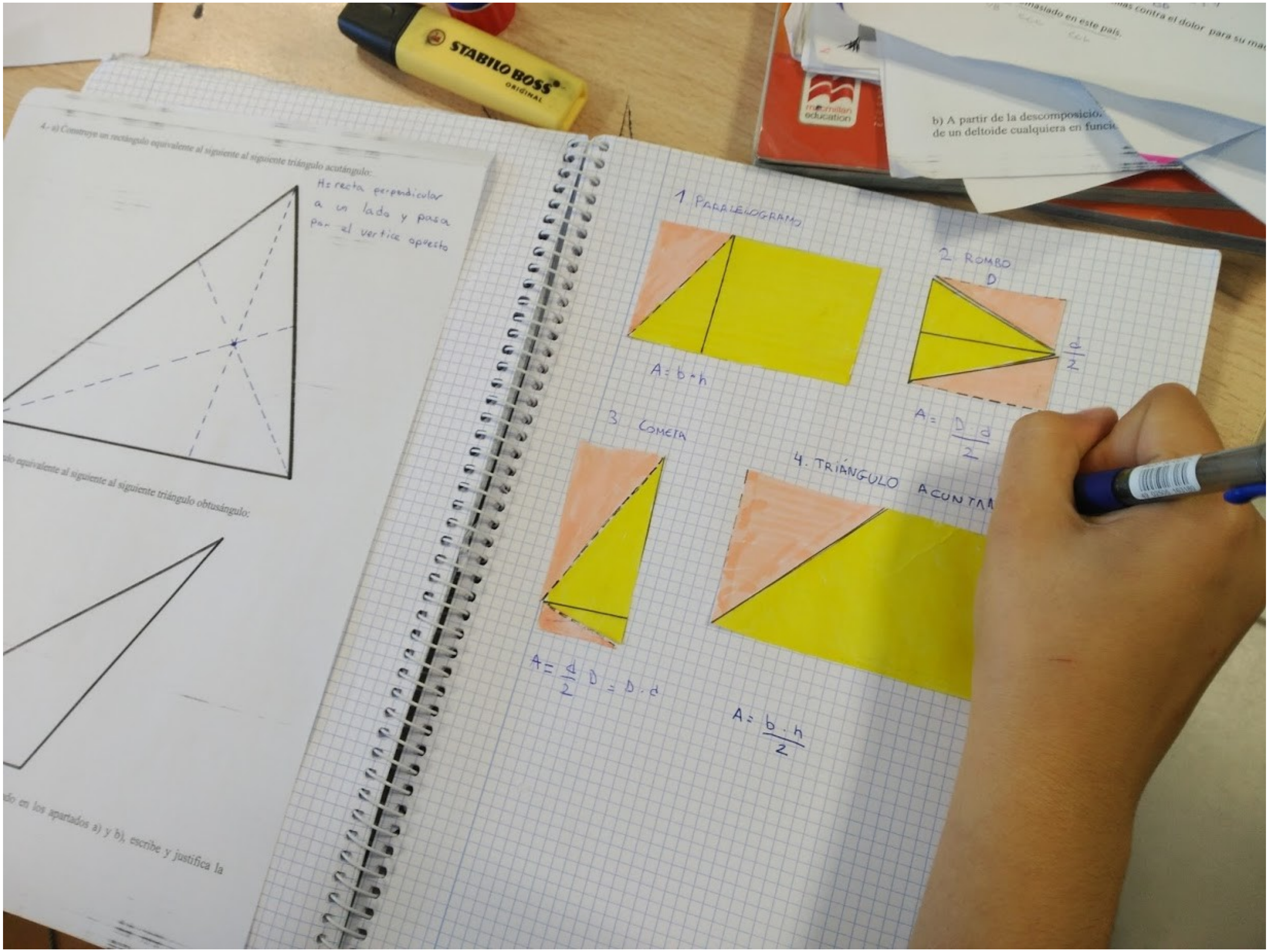
[1] Representa gráficamente las siguientes fracciones que representan medidas de papiro, utiliza el tamañ
subunidad que se indica.



[2] Agrupa las fracciones anteriores según representen la misma longitud de papiro.

$\frac{3}{2} = \frac{9}{6} = \frac{6}{4} = \frac{12}{8} \;//\; \frac{7}{3} = \frac{14}{6}$

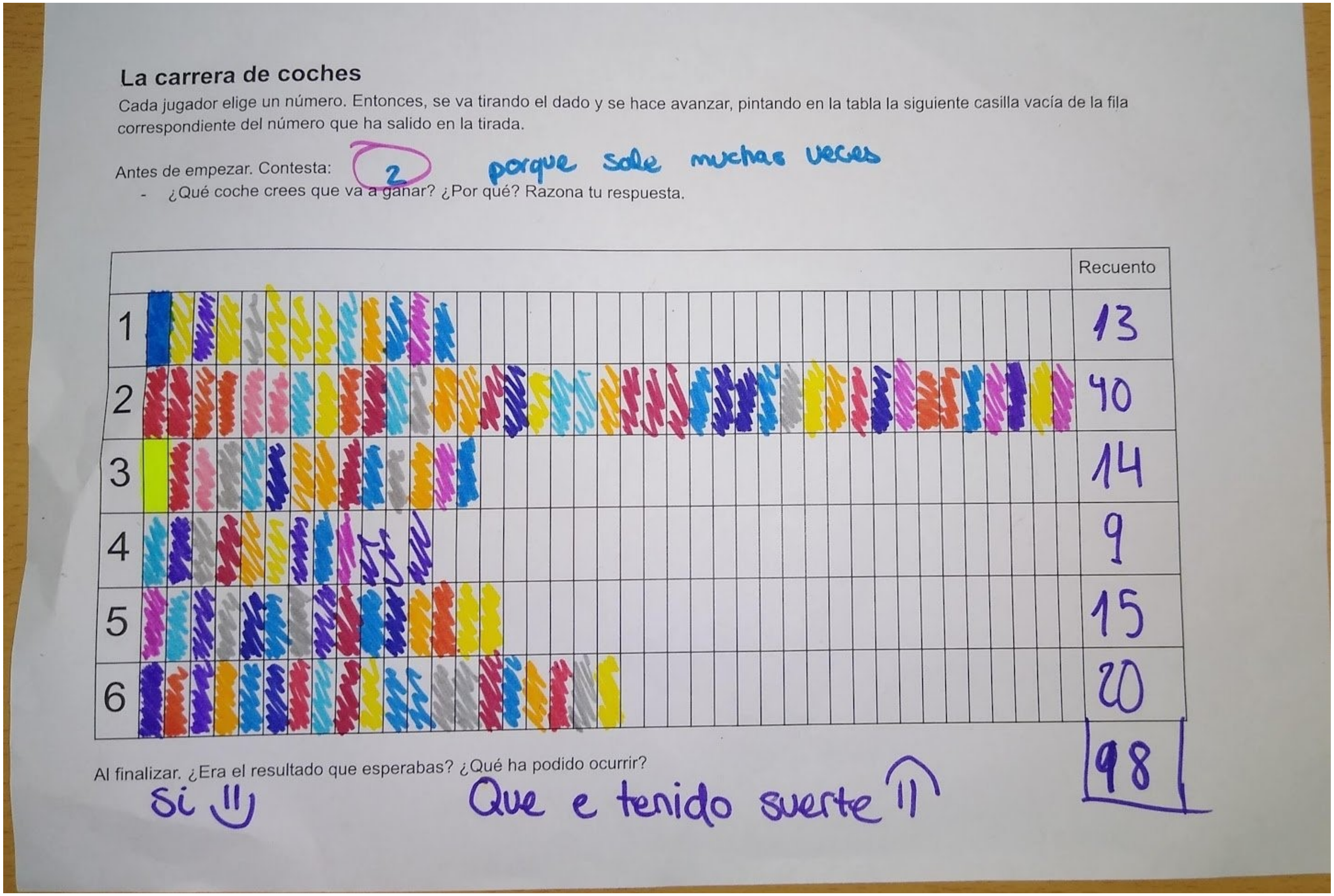
GEOMETRÍA: ÁREAS



PROBABILIDAD (Y GEOMETRÍA)

¿Por qué experimentar en probabilidad?

PROBABILIDAD (Y GEOMETRÍA)



La carrera de coches

Cada jugador elige un número. Entonces, se va tirando el dado y se hace avanzar, pintando en la tabla la siguiente casilla vacía de la fila correspondiente del número que ha salido en la tirada.

Antes de empezar. Contesta: 2 porque sale muchas veces

- ¿Qué coche crees que va a ganar? ¿Por qué? Razona tu respuesta.

	Recuento
1	13
2	40
3	14
4	9
5	15
6	20
	$\boxed{98}$

Al finalizar. ¿Era el resultado que esperabas? ¿Qué ha podido ocurrir?

Si !!

Que e tenido suerte !!

Y AHORA, ¿QUÉ?

ALGUNOS CRITERIOS PARA SELECCIONAR

ALGUNOS CRITERIOS PARA SELECCIONAR

- Son para uso del alumnado, no del docente, y deben permitir poner en juego estrategias informales.

ALGUNOS CRITERIOS PARA SELECCIONAR

- Son para uso del alumnado, no del docente, y deben permitir poner en juego estrategias informales.
- Cuidado con seleccionar material estructurado antes de tiempo. Por ejemplo, se corre el riesgo de crear un nuevo sistema de numerales.

ALGUNOS CRITERIOS PARA SELECCIONAR

- Son para uso del alumnado, no del docente, y deben permitir poner en juego estrategias informales.
- Cuidado con seleccionar material estructurado antes de tiempo. Por ejemplo, se corre el riesgo de crear un nuevo sistema de numerales.
- Algunos manipulativos son «de largo recorrido» (¿policubos?).

ALGUNOS CRITERIOS PARA SELECCIONAR

- Son para uso del alumnado, no del docente, y deben permitir poner en juego estrategias informales.
- Cuidado con seleccionar material estructurado antes de tiempo. Por ejemplo, se corre el riesgo de crear un nuevo sistema de numerales.
- Algunos manipulativos son «de largo recorrido» (¿policubos?).
- Para introducir un objeto matemático, considerar las ventajas de ceñirse a un solo manipulativo. No desdeñar el uso de varios.

ALGUNOS CRITERIOS PARA SELECCIONAR

- Son para uso del alumnado, no del docente, y deben permitir poner en juego estrategias informales.
- Cuidado con seleccionar material estructurado antes de tiempo. Por ejemplo, se corre el riesgo de crear un nuevo sistema de numerales.
- Algunos manipulativos son «de largo recorrido» (¿policubos?).
- Para introducir un objeto matemático, considerar las ventajas de ceñirse a un solo manipulativo. No desdeñar el uso de varios.
- Valorar y utilizar **virtuales** cuando sea adecuado. Son lo mismo.

TERMINANDO

TERMINANDO

- Se trata de hacer que los manipulativos formen parte del trabajo **habitual** de aula.

TERMINANDO

- Se trata de hacer que los manipulativos formen parte del trabajo **habitual** de aula.
- El manipulativo ha de resultar familiar (dar tiempo) o intuitivo y permitir organizar acciones sobre las que reflexionar y que representen bien el objeto matemático en cuestión.

TERMINANDO

- Se trata de hacer que los manipulativos formen parte del trabajo **habitual** de aula.
- El manipulativo ha de resultar familiar (dar tiempo) o intuitivo y permitir organizar acciones sobre las que reflexionar y que representen bien el objeto matemático en cuestión.
- Nada es tan natural como nos puede parecer.

TERMINANDO

- Se trata de hacer que los manipulativos formen parte del trabajo **habitual** de aula.
- El manipulativo ha de resultar familiar (dar tiempo) o intuitivo y permitir organizar acciones sobre las que reflexionar y que representen bien el objeto matemático en cuestión.
- Nada es tan natural como nos puede parecer.
- Asumir la diversidad.

UNA BREVE REFLEXIÓN COMO TAREA

UNA BREVE REFLEXIÓN COMO TAREA

1. Realizar una lista de los manipulativos físicos existentes en el centro.
2. Complementar dicha lista con alguno de los manipulativos mencionados en la charla (imprimibles o fácilmente realizables).
3. Indicar qué contenido(s) matemático(s) se puede abordar con ellos.
4. Si has conocido en la charla algún nuevo manipulativo (o forma de utilización de alguno que ya conocías), señala si vas a considerar su empleo en el aula y cómo (a grandes rasgos).

Entregar un documento de texto (no más de una página) en formato pdf, vía la plataforma de las jornadas.

CRÉDITOS Y REFERENCIAS

ALGUNAS REFERENCIAS

Baroody, J. (1989). Manipulatives Don’ t Come with Guarantees. *The Arithmetic Teacher, 37*(2), 4–5.

Baroody, A. J. (1993). Introducing Number and Arithmetic Concepts with Number Sticks. *Teaching Exceptional Children, 26*(1), 7–11.

Bartolini M.G., Martignone F. (2014) Manipulatives in Mathematics Education. In: Lerman S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Dordrecht.

ALGUNAS REFERENCIAS

Clements, D. H., & McMillen, S. (1996). Rethinking “Concrete” Manipulatives. *Teaching Children Mathematics, 2*(5), 270–279.

Sinclair, N., & Baccaglini-Frank, A. (2016). Digital technologies in the early primary school classroom. En English, L. D., & Kirshner, D. *Handbook of international research in mathematics education*. New York & London: Routledge.

Szendrei J. (1996) Concrete Materials in the Classroom. In: Bishop A.J., Clements K., Keitel C., Kilpatrick J., Laborde C. (eds) *International Handbook of Mathematics Education. Kluwer International Handbooks of Education*, vol 4. Springer, Dordrecht

CRÉDITOS

Compartir el conocimiento de forma libre es una buena práctica.

Siéntete libre de trabajar con este material y de contactar para compartir tus reflexiones.

Presentación realizada con Reveal.js, Pandoc, MathJax y Markdown. El código fuente está disponible en https://github.com/pbeltran

La fuente de las imágenes es propia, salvo las que se ha citado la fuente en su diapositiva y las de dominio público obtenidas en Unsplash.