

Metody optymalizacji. Lista 3

Piotr Berezowski, 236749

30 maja 2020

1 Treść zadania

Zaimplementować w języku *julia* z użyciem pakietu *JuMP* algorytm aproksymacyjny oparty na programowaniu liniowym dla uogólnionego zagadnienia przydziału (the generalized assignment problem).

Oceń eksperymentalnie jakość proponowanego algorytmu aproksymacyjnego dla znacznej części danych z OR-Library.

2 Problem

Niech M oznacza zbiór maszyn, a J oznacza zbiór zadań. Każda maszyna może zostać przypisana do każdego zadania produkując w ten sposób koszt zależny od maszyny i zadania. Dodatkowo każda maszyna ma określoną maksymalną ilość zasobów jakie może rozdysponować pomiędzy zadania, i nie może jej przekroczyć. Ilość zasobów jakie zajmuje konkretne zadanie różni się w zależności od maszyny do której jest ono przypisane.

Uogólnione zagadnienie przydziału polega na znalezieniu takiego przypisania wszystkich zadań należących do J do maszyn należących do M , aby koszt całkowity był minimalny, przy jednoczesnym nieprzekroczeniu maksymalnej pojemności żadnej z maszyn.

3 Model

Uogólnione zagadnienie przydziału możemy zdefiniować jako zadanie programowania całkowitoliczbowego w następujący sposób:

Niech x_{ij} , $i \in M$, $j \in J$ będzie zmienną decyzyjną przyjmującą wartość ze zbioru $\{0, 1\}$. Jeśli zadanie j jest przypisane do maszyny i , to $x_{ij} = 1$, w przeciwnym przypadku $x_{ij} = 0$.

Niech c_{ij} oznacza koszt przypisania j -tego zadania do i -tej maszyny.

Niech p_{ij} określa ilość zasobów jaką zużywa rozwiązanie zadania j na maszynie i .

Niech T_i oznacza maksymalną ilość zasobów dla i -tej maszyny.

Funkcja celu ma następującą postać:

$$\text{minimize } \sum_{i \in M} \sum_{j \in J} x_{ij} c_{ij}$$

Ograniczenia, które muszą zostać spełnione:

- Nie można przekroczyć maksymalnej pojemności maszyn:

$$\sum_{j \in J} x_{ij} p_{ij} \leq T_i, \text{ dla wszystkich } i \in M$$

- Przypisanie każdego z zadań do jednej maszyny:

$$\sum_{i \in M} x_{ij} = 1, \text{ dla wszystkich } j \in J$$

- Ograniczenia na zmienne decyzyjne:

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \text{ dla wszystkich } i \in M, j \in J$$

4 Algorytm aproksymacyjny

W algorytmie zastosowano relaksację modelu całkowitoliczbowego. Ograniczenia na zmienne decyzyjne zastąpiono ograniczeniami

$$0 \leq x_{ij} \leq 1, \text{ dla wszystkich } i \in M, j \in J$$

Dzięki usunięciu ograniczeń całkowitoliczbowych problem NP-trudny zmienił się w rozwiązywalny w czasie wielomianowym (programowanie liniowe).

Ostateczny algorytm jest algorytmem iteracyjnym. W każdej iteracji rozwiązujemy relaksację problemu i budujemy na jego podstawie rozwiązanie częściowe. Następnie uaktualniamy problem, usuwając z niego przydzielone zadania, zmniejszamy odpowiednio pojemność maszyn i usuwamy część maszyn.

Algorytm wygląda w następujący sposób:

1. Inicjalizacja $F \leftarrow \emptyset$, $M' \leftarrow M$
2. Dopóki $J \neq \emptyset$:
 - (a) Rozwiąż relaksację modelu całkowitoliczbowego zadania. Usuń wszystkie zmienne decyzyjne $x_{ij} = 0$.
 - (b) Dla zmiennych decyzyjnych $x_{ij} = 1$ uaktualnij $F \leftarrow F \cup \{i, j\}$, $J \leftarrow J \setminus \{j\}$, $T_i \leftarrow T_i - p_{ij}$.
 - (c) Jeśli istnieje maszyna i , której stopień jest równy 1, lub której stopień jest równy 2 i spełnia $\sum_{j \in J} x_{ij} \geq 1$, wtedy uaktualnij $M' \leftarrow M' \setminus \{i\}$.
3. Zwróć rozwiązanie F .

Rozwiązanie wyznaczone dla opisanego algorytmu jest zawsze nie gorsze niż rozwiązanie optymalne dla oryginalnego problemu, ale istnieje możliwość przekroczenia pojemności maszyn. Wiemy jednak, że pojemność może zostać przekroczona maksymalnie dwukrotnie dla każdej z maszyn.

W kolejnej sekcji zaprezentowano wyniki dla prezentowanego algorytmu aproksymacyjnego, oraz jego zestawienie z wynikami dokładnymi. Implementacja algorytmów znajduje się w dołączonym pliku *zad.jl*.

5 Wyniki eksperymentów

W tabelach poniżej przedstawiono wyniki dla różnych zbiorów danych pochodzących z **OR-Library**. Każda tabela odpowiada pojedynczemu zbiorowi zadań (pojedynczy plik z danymi). W kolumnie oetykietowanej jako *Wynik dokładny* zaprezentowane zostały wyniki uzyskane przy pomocy solvera **GLPK** dla

zadania sformułowanego jako zagadnienie programowania całkowitoliczbowego. Dokładniejsze sformułowanie modelu znajduje się w sekcji *Model*.

Kolumna oznaczona jako *Aproksymacja* przedstawia wyniki uzyskane przy pomocy algorytmu aproksymacyjnego opisanego w sekcji *Algorytm aproksymacyjny*.

Kolumna $|M|$ zawiera informacje o ilości maszyn w rozważanym egzemplarzu problemu, podobnie kolumna $|J|$ opisuje ilość zadań do przypisania. Dla rozwiązania dokładnego oraz aproksymacji zamieszczono informację o czasie potrzebnym do wyznaczenia rozwiązania (podany w sekundach), wartości funkcji celu dla znalezionej rozwiązania (*koszt*) oraz o stosunku wykorzystanej pojemności maszyny do pojemności całkowitej. W przypadku pojemności przedstawiono 3 wyniki - minimalna pojemność (*min*), średnia pojemność liczona ze wszystkich maszyn (*avg*) oraz maksymalna pojemność (*max*).

W przypadku wyników dokładnych, dla niektórych egzemplarzy zadań nie udało się otrzymać wyników w zadowalającym czasie. W takim wypadku wyniki dokładne zostały pominięte.

$ M $	$ J $	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	cap/cap_{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap_{max} (*)			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
5	15	261.0	0.0093	0.815	0.912	0.947	249.0	0.009	0.909	1.114	1.368	4	
5	15	269.0	0.1737	0.789	0.905	0.955	249.0	0.0065	0.773	1.04	1.271	4	
5	15	256.0	0.0149	0.914	0.958	1.0	245.0	0.0079	0.6	0.995	1.459	4	
5	15	274.0	0.028	0.842	0.915	0.973	260.0	0.0058	0.842	1.077	1.278	4	
5	15	251.0	0.0088	0.895	0.925	0.971	243.0	0.0062	0.743	1.159	1.647	5	

Tabela 1: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gap1.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

$ M $	$ J $	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	cap/cap_{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap_{max} (*)			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
5	20	277.0	0.0335	0.885	0.955	1.0	259.0	0.0094	0.872	1.071	1.167	5	
5	20	269.0	0.052	0.907	0.973	1.0	255.0	0.0062	0.902	1.042	1.239	4	
5	20	260.0	0.0388	0.922	0.949	1.0	249.0	0.0092	0.8	1.043	1.312	4	
5	20	269.0	0.0395	0.904	0.945	0.981	250.0	0.008	0.961	1.148	1.269	5	
5	20	267.0	0.002	0.952	0.969	1.0	255.0	0.0058	0.796	1.074	1.311	3	

Tabela 2: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gap2.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

M	J	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	$\frac{cap}{cap_{max}} (*)$			koszt	czas (s)	$\frac{cap}{cap_{max}} (*)$			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
5	25	438.0	0.1387	0.948	0.977	0.984	428.0	0.0087	0.933	1.024	1.156	4	
5	25	415.0	0.0315	0.868	0.954	1.0	408.0	0.0613	0.885	1.113	1.208	5	
5	25	446.0	0.1385	0.954	0.987	1.0	436.0	0.0096	0.875	1.048	1.196	5	
5	25	430.0	0.1705	0.899	0.973	1.0	421.0	0.0078	0.925	1.021	1.172	4	
5	25	411.0	0.0275	0.847	0.931	0.981	406.0	0.0079	0.811	1.105	1.375	4	

Tabela 3: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gap3.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

M	J	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	$cap/cap_{max} (*)$			koszt	czas (s)	$cap/cap_{max} (*)$			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
5	30	423.0	0.4939	0.944	0.986	1.0	411.0	0.0096	0.759	1.023	1.222	4	
5	30	424.0	0.9735	0.947	0.981	1.0	407.0	0.0101	0.681	1.044	1.21	4	
5	30	426.0	0.3826	0.972	0.989	1.0	407.0	0.0059	0.886	1.055	1.218	3	
5	30	395.0	0.4293	0.955	0.977	1.0	380.0	0.0081	0.93	1.046	1.128	4	
5	30	406.0	0.3569	0.914	0.957	0.985	382.0	0.0106	1.029	1.113	1.2	5	

Tabela 4: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gap4.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

M	J	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
8	24	403.0	0.1203	0.871	0.94	1.0	390.0	0.0156	0.395	1.135	1.486	5	
8	24	389.0	0.0507	0.469	0.856	0.971	381.0	0.0104	0.469	1.003	1.325	4	
8	24	383.0	0.1688	0.595	0.891	1.0	378.0	0.0131	0.595	0.947	1.211	4	
8	24	384.0	0.0696	0.719	0.89	0.974	375.0	0.0124	0.5	1.031	1.469	3	
8	24	396.0	0.5945	0.9	0.964	1.0	386.0	0.013	0.892	1.032	1.394	3	

Tabela 5: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gap5.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

M	J	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	$\frac{cap}{cap_{max}}$ (*)			koszt	czas (s)	$\frac{cap}{cap_{max}}$ (*)			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
8	32	525.0	1.3843	0.755	0.918	1.0	516.0	0.018	0.786	1.034	1.356	5	
8	32	527.0	6.1483	0.843	0.956	1.0	513.0	0.0247	0.8	1.053	1.245	6	
8	32	519.0	1.5917	0.736	0.898	1.0	510.0	0.0118	0.733	1.059	1.444	4	
8	32	516.0	0.1575	0.804	0.916	0.98	511.0	0.0135	0.804	1.087	1.512	4	
8	32	521.0	0.2499	0.906	0.966	1.0	513.0	0.0178	0.571	1.081	1.46	5	

Tabela 6: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gap6.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

M	J	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	cap/cap_{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap_{max} (*)			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
8	40	646.0	4.5159	0.914	0.972	1.0	633.0	0.0272	0.914	1.044	1.19	6	
8	40	662.0	61.2787	0.9	0.973	1.0	649.0	0.0261	0.783	1.062	1.214	4	
8	40	662.0	21.3268	0.897	0.964	1.0	650.0	0.0156	0.741	1.03	1.298	4	
8	40	645.0	0.3687	0.892	0.961	1.0	638.0	0.0234	0.542	1.024	1.293	5	
8	40	649.0	3.6064	0.912	0.969	1.0	639.0	0.0186	0.732	1.034	1.276	4	

Tabela 7: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gap7.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

M	J	Wynik dokładny					Aproksymacja					# iteracji
		koszt	czas (s)	cap/cap_{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap_{max} (*)			
				min	avg	max			min	avg	max	
8	48	797.0	31.2847	0.962	0.983	1.0	786.0	0.0225	0.68	1.016	1.192	4
8	48	—	—	—	—	—	770.0	0.022	0.812	1.016	1.146	5
8	48	—	—	—	—	—	786.0	0.0242	0.894	1.028	1.204	5
8	48	789.0	9.8674	0.958	0.987	1.0	782.0	0.0195	0.804	1.011	1.17	5
8	48	792.0	105.0515	0.961	0.988	1.0	778.0	0.0232	0.88	1.041	1.211	5

Tabela 8: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gap8.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

M	J	Wynik dokładny					Aproksymacja					# iteracji
		koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			
				min	avg	max			min	avg	max	
10	30	482.0	1.8879	0.8	0.932	1.0	474.0	0.0294	0.649	1.003	1.25	5
10	30	476.0	0.297	0.655	0.885	1.0	468.0	0.0253	0.806	1.054	1.237	6
10	30	496.0	14.7399	0.75	0.915	1.0	481.0	0.0151	0.639	1.096	1.613	4
10	30	497.00000000000006	64.2967	0.711	0.932	1.0	482.0	0.0236	0.667	1.039	1.368	6
10	30	488.0	7.9434	0.816	0.958	1.0	473.0	0.0191	0.75	1.097	1.471	5

Tabela 9: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gap9.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

M	J	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
10	40	638.0	143.0175	0.804	0.918	1.0	626.0	0.014	0.652	1.009	1.306	3	
10	40	638.0	6.2855	0.796	0.939	1.0	628.0	0.0376	0.617	1.055	1.417	6	
10	40	654.0	1476.1584	0.92	0.976	1.0	640.0	0.0183	0.583	1.045	1.364	4	
10	40	635.0	0.2374	0.864	0.962	1.0	627.0	0.0205	0.727	1.019	1.408	4	
10	40	639.0	0.7224	0.833	0.939	1.0	631.0	0.0253	0.756	1.003	1.157	5	

Tabela 10: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gap10.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

M	J	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
10	50	573.0	17.3361	0.899	0.973	1.0	563.0	0.0233	0.725	1.038	1.279	4	
10	50	583.0	21.1853	0.903	0.974	1.0	574.0	0.021	0.722	1.01	1.344	4	
10	50	589.0	5.7646	0.94	0.981	1.0	580.0	0.0313	0.565	0.993	1.243	5	
10	50	578.0	632.2081	0.877	0.95	1.0	563.0	0.0314	0.652	1.078	1.314	5	
10	50	581.0	1.2922	0.783	0.927	1.0	576.0	0.0467	0.536	0.989	1.213	6	

Tabela 11: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gap11.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

M	J	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
10	60	—	—	—	—	—	967.0	0.0225	0.696	1.024	1.203	4	
10	60	—	—	—	—	—	944.0	0.0374	0.689	1.009	1.181	4	
10	60	941.0	19.7449	0.932	0.986	1.0	932.0	0.4628	0.905	1.063	1.242	3	
10	60	—	—	—	—	—	943.0	0.0241	0.73	1.037	1.246	4	
10	60	945.0	76.0044	0.729	0.948	1.0	934.0	0.3714	0.836	1.085	1.278	5	

Tabela 12: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gap12.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

M	J	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
5	100	1698.0	0.008	0.781	0.895	0.991	1696.0	0.0127	0.781	0.894	1.056	2	
5	200	3235.0	0.0324	0.793	0.89	0.991	3234.0	0.0251	0.784	0.889	1.025	2	
10	100	1360.0	0.0547	0.38	0.777	1.0	1358.0	0.0277	0.344	0.789	1.052	3	
10	200	2623.0	0.1042	0.532	0.81	1.0	2623.0	0.0468	0.608	0.806	1.016	2	
20	100	1158.0	0.0829	0.0	0.73	0.99	1157.0	0.0446	0.05	0.736	1.09	2	
20	200	2339.0	0.231	0.442	0.759	1.0	2337.0	0.1578	0.417	0.758	1.035	3	

Tabela 13: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gapa.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

M	J	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap _{max} (*)			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
5	100	1843.0	3.0848	0.986	0.996	1.0	1819.0	0.0305	0.976	1.006	1.029	4	
5	200	3552.0	173.3528	0.998	0.999	1.0	3537.0	0.0525	0.972	1.004	1.032	5	
10	100	1407.0	16.861	0.939	0.976	1.0	1397.0	0.0493	0.794	1.011	1.168	6	
10	200	—	—	—	—	—	2801.0	0.1279	0.955	1.013	1.045	6	
20	100	—	—	—	—	—	1148.0	0.0896	0.559	0.996	1.235	4	
20	200	—	—	—	—	—	2321.0	0.2235	0.534	0.982	1.153	5	

Tabela 14: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gapb.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

$ M $	$ J $	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	cap/cap_{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap_{max} (*)			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
5	100	1931.0	2.691	0.991	0.997	1.0	1904.0	0.0373	1.0	1.018	1.06	5	
5	200	3456.0	181.1441	1.0	1.0	1.0	3441.0	0.0544	0.98	1.005	1.02	5	
10	100	—	—	—	—	—	1375.0	0.0799	0.839	1.02	1.158	5	
10	200	—	—	—	—	—	2772.0	0.1191	0.971	1.023	1.075	5	
20	100	—	—	—	—	—	1200.0	0.174	0.81	1.053	1.322	7	
20	200	—	—	—	—	—	2365.0	0.2369	0.87	1.02	1.126	5	

Tabela 15: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gapc.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

$ M $	$ J $	Wynik dokładny						Aproksymacja					
		koszt	czas (s)	cap/cap_{max} (*)			koszt	czas (s)	cap/cap_{max} (*)			# iteracji	
				min	avg	max			min	avg	max		
5	100	—	—	—	—	—	6230.0	0.0257	0.969	1.027	1.078	5	
5	200	—	—	—	—	—	12663.0	0.0359	0.99	1.009	1.029	3	
10	100	—	—	—	—	—	6170.0	0.0576	0.858	1.036	1.176	5	
10	200	—	—	—	—	—	12258.0	0.1693	0.954	1.019	1.077	7	
20	100	—	—	—	—	—	5890.0	0.1443	0.617	1.058	1.444	6	
20	200	—	—	—	—	—	11918.0	0.3548	0.888	1.036	1.204	6	

Tabela 16: Wyniki dla przypadków testowych z pliku *gapd.txt*. (*) cap/cap_{max} przedstawia stosunek użytej pojemności maszyny w wyznaczonym rozwiązaniu do maksymalnej pojemności maszyny. W tabeli przedstawiono minimalny, średni i maksymalny stosunek.

6 Analiza wyników

Wyniki przedstawione w poprzedniej sekcji pokazują, że każde rozwiązanie wyznaczone przy użyciu algorytmu aproksymacyjnego jest nie gorsze niż rozwiązanie optymalne. Pojemność maszyn nie została przekroczona o więcej niż 2 razy. Dodatkowo możemy zauważyć znaczącą różnicę w czasie, jakiego algorytmy potrzebowały na znalezienie rozwiązania. Czas jakiego potrzebował algorytm aproksymacyjny nie przekroczył sekundy dla żadnego z testowanych przypadków, dla większości z nich był nawet 2 rzędy wielkości mniejszy. Algorytm dokładny potrzebował dużo więcej czasu. Dla niektórych przypadków nie udało się wyznaczyć rozwiązania ze względu na zbyt długi czas działania algorytmu. Co do przekroczenia pojemności maszyny, to widzimy też, że w żadnym z testowanych zadań największy stosunek pojemności maszyny do pojemności maksymalnej nie zbliżył się nawet do 2. Algorytm aproksymacyjny potrzebował około 2 - 7 iteracji na znalezienie rozwiązania w zależności od zadania.