Università degli Studi di Brescia, Facoltà di Ingegneria
Corso di Teoria dei Segnali
Laboratorio di Matlab, A.A. 2010/2011

Lezione N.9, 27/05/2011

Questa sessione di laboratorio si occupa dei fondamenti della parte stocastica del corso: variabili casuali e processi stocastici.

[Esercizio 1] TRASFORMAZIONI DI VARIABILI CASUALI

In questo esercizio si costruiscono varie variabili casuali (VC) usando il comando **rand**, che genera valori (pseudo-)casuali nell'intervallo [0,1]. Per ciascuna variabile casuale calcolare media μ, varianza σ^2 e valore quadratico medio (o energia) usando i comandi **mean** e **var** (statistiche campionarie) e verificarne la correttezza analiticamente.

(i) Si generino 10000 campioni usando **rand** di una VC U distribuita uniformemente in $[0, 1]$.

(ii) Si costruisca a partire da U la V.C. U_1 con pdf uniforme in $[0, 3]$;

(iii) Si costruisca a partire da U la V.C. U_2 con pdf uniforme in $[3, 5]$;

(iv) Si costruisca a partire da U la V.C. U_3 con pdf $f_{U_3}(\alpha) = \frac{1}{2}\text{rect}\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{1}{4}\delta(\alpha + 2) + \frac{1}{4}\delta(\alpha - 2)$;

(v) *Extra:* Si costruisca con il metodo della funzione di distribuzione inversa (o *inverse transform sampling*) la VC Z con pdf $f_Z(\alpha) = \text{tri}(\alpha)$. Si vedano le scansioni dei conti.

[Esercizio 2] VARIABILI CASUALI CONGIUNTE

In questo esercizio si considerano 2 VC congiunte. Si vedano le scansioni dei conti.

(i) Si costruisca 2 VC X e Y con distribuzione congiunta $f_{XY}(\alpha_1, \alpha_2) = K\alpha_1\alpha_2,\ 0 \leq \alpha_1 \leq 2,\ 0 \leq \alpha_2 \leq \frac{\alpha_1}{2}$ (dove K è determinato dai conti), passando dalla definizione di distribuzione condizionata (si parta sempre da una coppia di VC distribuite uniformemente);

(ii) Si calcolino le medie $E[X]$ e $E[Y]$ e la correlazione $E[XY]$ e se ne verifichi il risultato con il calcolatore.

[Esercizio 3] SINUSOIDE A FASE CASUALE

In questo esercizio si verificano le proprietá del processo sinusoidale a fase casuale, definito da:

$$X(t, s) = A \cdot \sin(2\pi\frac{1}{4}t + \theta(s))$$

dove θ è una VC distribuita uniformemente su $[0, 2\pi]$. Per cominciare, si fissi l'ampiezza $A = 2$, l'asse temporale **t=-10:0.01:10** e il numero di realizzazioni **nReal=10000** o **nReal=1000** in caso di problemi di computazione.

(i) Si generi una matrice contenente nelle **nReal** righe le realizzazioni del processo;

(ii) Si disegni la pdf delle VC $X_1(= X(t_1, s))$, X_2 e X_3, ottenute dal processo negli istanti temporali $t_1 = -4.2$s, $t_2 = 0$s e $t_3 = 3$s, evidenziando anche il valore della media con il comando **mean**;

(iii) Si disegni per 3 volte la funzione di autocorrelazione $R_X(t, t')$ fissando $t = t_1$, t_2 e t_3 rispettivamente.

[Esercizio 4] ONDA QUADRA RETURN-TO-ZERO AD AMPIEZZA CASUALE

Si ripeta l'Esercizio 3 con il seguente processo:

$$X(t,s) = \sum_k A(k,s)\mathrm{rect}(t - 2k - \theta(s))$$

dove $A(k,s)$ è una VC distribuita uniformemente su $[-A, A]$ per qualunque k, nei seguenti casi:

- $\theta(s) = 0, \ \forall s$;
- $\theta(s)$ distribuita uniformemente in [0,2];
- $\theta(s)$ distribuita uniformemente in [0,1].

[Esercizio 5] RUMORE DIGITALE

Si ripeta l'Esercizio 3 con il processo $Z(t,s)$, rappresentato dal rumore generato dal comando **randn** (valori distribuiti secondo una distribuzione gaussiana a media nulla e varianza unitaria).