Università degli Studi di Brescia, Facoltà di Ingegneria
Corso di Teoria dei Segnali
Laboratorio di Matlab, A.A. 2010/2011

Lezione N.4, 18/03/2011

Questa sessione di laboratorio si occupa del calcolo della trasformata di Fourier, con applicazione al calcolo delle convoluzioni tra segnali. Si consiglia di utilizzare in tutti gli esercizi un asse temporale **t=-10:0.01:10** e un asse delle frequenze **f=-15:0.01:15** [1].

[Esercizio 1] TRASFORMATA DI FOURIER DIRETTA E INVERSA

In questo esercizio si costruiscono le funzioni per il calcolo della trasformata di Fourier e della sua inversa. La coppia trasformata/anti-trasformata è qui riportata:

$$\begin{aligned} X(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \\ x(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi ft} df \end{aligned}$$

(i) Scrivere una funzione Matlab **T_Fourier(x,t,f)** che implementi il calcolo della traformata di Fourier. La funzione riceve in ingresso il vettore del segnale **x**, l'asse temporale **t** su cui é definito e l'asse delle frequenze **f** su cui si vuole calcolare la trasformata (calcolare **dt** all'interno della funzione anziché passarlo come parametro). Utilizzare la funzione **integrale**, scritta nelle lezioni scorse, per il calcolo dell'integrale che definisce la trasformata in ogni punto dell'asse delle frequenze;

(ii) Scrivere una funzione Matlab **Inv_T_Fourier(X,f,t)** che implementi il calcolo della trasformata inversa (in modo analogo a **T_Fourier(x,t,f)**).

[Esercizio 2] TRASFORMATE DI FOURIER NOTE

In questo esercizio vengono utilizzate le funzioni **T_Fourier(x,t,f)** e **Inv_T_Fourier(X,f,t)** su semplici segnali.

(i) Utilizzare le funzioni scritte nell'esercizio precedente per verificare le seguenti trasformate note:
   A. $\mathrm{rect}(t) \longleftrightarrow \mathrm{sinc}(f)$;
   B. $\mathrm{tri}(t) \longleftrightarrow \mathrm{sinc}^2(f)$;
   C. $e^{-\pi t^2} \longleftrightarrow e^{-\pi f^2}$.

(ii) Utilizzare le funzioni scritte nell'esercizio precedente per calcolare le seguenti trasformate e poi verificarne analiticamente la correttezza:
   A. $\mathrm{sinc}^2(t)\cos(10\pi t) \longleftrightarrow \cdots ??? \cdots$
   B. $\mathrm{sinc}(t)\cos^2(10\pi t) \longleftrightarrow \cdots ??? \cdots$

[1] N.B., il calcolo della trasformata di Fourier su dati numerici porta all'uso di strumenti non trattati nel corso (la trasformata di Fourier a tempo discreto, o DTFT). Qui cerchiamo semplicemente di riprodurre per quanto possibile la trasformata di Fourier (FT o CTFT) e il calcolo di convoluzioni per segnali a tempo continuo. Per questo motivo suggeriamo, se si volessero fare diversi esperimenti, di scegliere un passo sufficientemente piccolo per il campionamento dell'asse dei tempi e delle frequenze, e intervalli di osservazione sufficientemente grandi.

[Esercizio 3] PROPRIETÁ DELLA TRASFORMATA DI FOURIER

In questo esercizio si verificano alcune delle proprietá della trasformata di Fourier, vale a dire la proprietá di convoluzione e la proprietá di traslazione.

(i) Utilizzare la trasformata di Fourier per calcolare le seguenti convoluzioni (convoluzione indiretta) e verificarne analiticamente la correttezza (provare anche a verificare il risultato usando il codice che effettua la convoluzione diretta):

A. $\mathrm{rect}(t) * \mathrm{tri}(t)$;

B. $\mathrm{rect}(t) * \mathrm{sinc}(3t)$;

C. $\mathrm{sinc}^2(t) * \mathrm{sinc}(3t)$.

(ii) Verificare la proprietá di traslazione della trasformata di Fourier, visualizzando parte reale ed immaginaria delle trasformate dei seguenti segnali (usare i comandi **abs** e **angle** per visualizzare il modulo e la fase delle trasformate oppure **real** e **imag** per visualizzare la parte reale e la parte immaginaria):

A. $\mathrm{sinc}(5t)$;

B. $\mathrm{sinc}\left(5(t-\frac{1}{2})\right)$;

C. $\mathrm{sinc}(5(t-1))$.

[Esercizio 4] FENOMENI DI GIBBS

In questo esercizio si osserva la comparsa dei fenomeni di Gibbs dovuta al troncamento nei tempi. Si consideri un filtro ideale passa-basso, quindi con risposta in frequenza:

$$H(f) = \mathrm{rect}\left(\frac{f}{2B}\right) \longleftrightarrow h(t) = 2B\mathrm{sinc}(2Bt)$$

(i) Si fissi $B = 2$. Visualizzare la risposta in frequenza della risposta all'impulso del filtro ideale passa-basso troncata:

A. $h(t) \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t}{4}\right)$;

B. $h(t) \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t}{10}\right)$;

C. $h(t) \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t}{20}\right)$.

(ii) Si ripeta quanto fatto al punto (i) prendendo $B = 10$.