Università degli Studi di Brescia, Facoltà di Ingegneria
Corso di Elaborazione Numerica dei Segnali con Laboratorio
Esercitazioni di Laboratorio con Matlab, A.A. 2010/2011

Esercitazione N.2

[**Esercizio 1**] CONVOLUZIONE LINEARE

La convoluzione discreta lineare tra due sequenze di energia $x[n]$ e $y[n]$ è definita da:

$$z[n] = x[n] * y[n] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m] \cdot y[n-m]$$

i. Implementare una funzione **z=linconv(x,y)** che effettui la convoluzione lineare tra due sequenze a durata finita;

ii. Effettuare la convoluzione lineare tra le seguenti coppie di sequenze:

   A. $x[n] = rect_5[n-3]$ e $y[n] = rect_7[n+1]$;

   B. $x[n] = r[n] \cdot rect_6[n]$ e $y[n] = r[n] \cdot rect_9[n]$ (segnale rampa causale $r[n] = n \cdot \epsilon[n]$);

   C. $x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n \cdot \epsilon[n]$ e $y[n] = \delta[n+1] + \delta[n-1]$;

iii. Utilizzare la funzione di Matlab **conv** sulle stesse sequenze del punto precedente per verificare l'esattezza del risultato.

[**Esercizio 2**] CONVOLUZIONE CIRCOLARE

La convoluzione circolare tra due sequenze periodiche di periodo M_x e M_y rispettivamente è definita da:

$$x[n] \circledast_M y[n] = \sum_{m=n_0}^{n_0+M-1} x[m] \cdot y[n-m]$$

dove $M = m.c.m.(M_x, M_y)$.

i. Implementare una funzione **z=circconv(x,y)** che effettui la convoluzione circolare tra due sequenze periodiche;

ii. Effettuare la convoluzione circolare tra le seguenti coppie di sequenze. Cosa si puó dire del periodo della sequenza d'uscita?

   A. $x[n] = [3\ 5\ 7]$ di periodo 3 e $y[n] = [1\ 2\ 1]$ di periodo 3;

   B. $x[n] = [2\ 1]$ di periodo 2 e $y[n] = [1\ 2\ 3\ 4]$ di periodo 4 (viste a esercitazione);

   C. $x[n]$=[2 5 4 0 3] di periodo 5 e $y[n] = [1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2]$ di periodo 7.

   D. $x[n] = cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right)$ e $y[n] = sen\left(\frac{2\pi n}{M}\right)$, M a scelta;

iii. Si consideri un singolo periodo delle sequenze $x[n]$ e $y[n]$ del punto ii.C (in cui $M_x = 5$ e $M_y = 7$), ed operare la convoluzione circolare usando M campioni ($M \geq \max(M_x, M_y)$). Osservare che per $M \geq M_x + M_y - 1$ i risultati della convoluzione circolare e di quella lineare coincidono, mentre per $M < M_x + M_y - 1$ si verifica il fenomeno dell'aliasing nel dominio temporale.

Suggerimenti per una possibile implementazione della convoluzione

- Utilizzare le matrici di Toeplitz per realizzare la traslazione del segnale. Il comando *toeplitz (c,r)* costruisce la matrice di Toeplitz con prima riga data dal vettore "r" e prima colonna data dal vettore "c". Osservare ad esempio cosa succede digitando il comando $Y = toeplitz([1, 2, 3, 4, 0, 0, 0], [1, 0, 0, 0])$.
- Quindi se convolviamo il segnale $x[n]$ di lunghezza N_x con il segnale $y[n]$ di lunghezza N_y, possiamo utilizzare la matrice di Toeplitz per far traslare il segnale y. In questo caso la colonna "c" avrà dimensione pari alla lunghezza del risultato di convoluzione (cioè $N_x + N_y - 1$) e conterrà il segnale y (attenzione!) seguito da $N_x - 1$ zeri, mentre la prima riga "r" avrà il primo campione non nullo di y (attenzione!) seguito da $N_y - 1$ zeri.In questo modo la convoluzione di $x[n]$ e di $y[n]$ può essere effettuata (con le dovute attenzioni) moltiplicando la matrice di Toeplitz Y per il vettore x, cioè $z = Yx$.

Suggerimenti per una possibile implementazione della convoluzione circolare

- Ottenere il risultato di convoluzione circolare attraverso la relazione di time-aliasing con la convoluzione lineare. Scrivere cioè una funzione che realizza aliasing nei tempi $y = time - alias(x, M)$ in cui il parametro M specifica la distanza a cui si verifica l'aliasing. Il segnale in uscita $y[n]$ deve avere la stessa lunghezza del segnale in ingresso, ma deve essere periodico di periodo M.