

Esercitazione 7: filtro di kalman

Si consideri il seguente sistema affetto da disturbi di tipo additivo:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_2 + w_1 + u \\ \dot{x}_2 = -4.5x_1 - 10x_2 + w_2 + u \\ y = x_1 + x_2 + v \end{cases}$$

con

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad R_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix} \quad R_v = 0.01$$

Si consideri il problema di controllo ottimo (stazionario) avente la seguente cifra di merito:

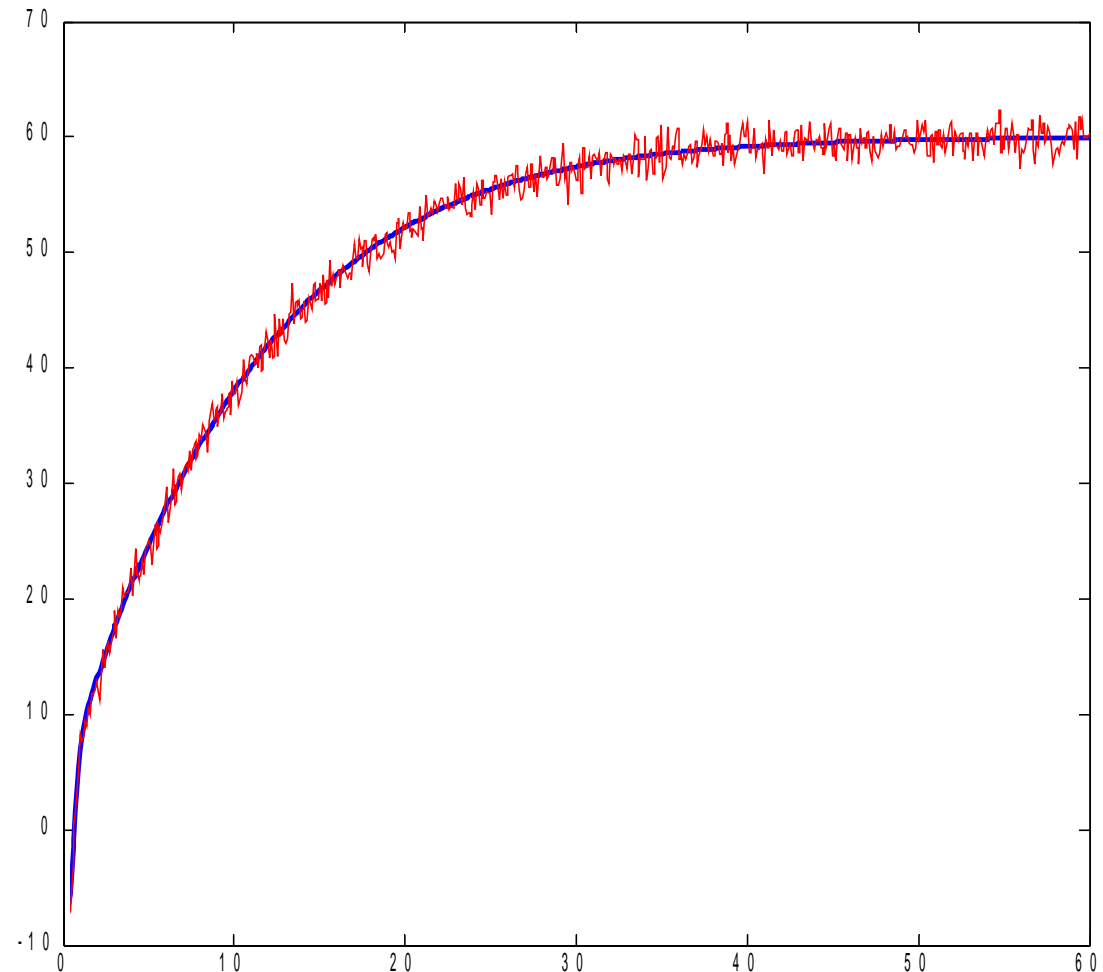
$$J = \int (x'Qx + u'Ru) dt$$

dove Q ed R sono matrici identità.

- Dopo aver riportato le ipotesi necessarie alla soluzione di un problema di controllo ottimo in ambiente non deterministico, realizzare uno script MATLAB che consenta di determinare la legge di controllo e il guadagno del filtro di Kalman. Riportare di seguito, nel corretto ordine progettuale, i principali comandi dello script e i valori numerici del guadagno di retroazione K e del guadagno L del filtro di Kalman. Indicare inoltre i poli del sistema complessivo, giustificando la risposta.
- Si simuli l'evoluzione libera del sistema a partire da condizioni iniziali nulle.

Esercitazione 7: il concetto di rumore

- Rumore sull'uscita: Quanto è buono il sensore?
- Rumore sullo stato: Quanto è buona la nostra modellizzazione?
 - N.B.: per la stima dello stato (in ambiente deterministico e non deterministico) si necessita del modello del sistema. Per sistemi complessi non è facile da ottenere e a volte viene approssimato.



Esercitazione 7: filtro di kalman

IPOTESI:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + Gw(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + v(t)$$

$$x(0) = x_0$$

- (A,B) deve essere raggiungibile (NECESSARIA PER IL CONTROLLO, NON PER LA STIMA DELLO STATO)
- (A,C) deve essere osservabile
- (A,G) deve essere raggiungibile
- $w(t)$ e $v(t)$ sono processi stocastici **bianchi** con nuclei di covarianza noti:
 - $E[w(t) w^T(t)] = R_w \delta(t-\tau) \quad R_w > 0$
 - $E[v(t) v^T(t)] = R_v \delta(t-\tau) \quad R_v > 0$
- $w(t)$ e $v(t)$ sono processi stocastici **mutuamente incorrelati**
- x_0 è un vettore aleatorio con valor medio e covarianza noti (*)
- i processi stocastici $w(t)$ e $v(t)$ sono incorrelati con il vettore aleatorio x_0