

## ESERCIZIO 1

Si consideri il seguente sistema affetto da disturbi di tipo additivo:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + 2x_2 + 2w_1 + u \\ \dot{x}_2 = x_1 + 2w_1 + 3w_2 \\ y = 0.5x_1 + x_2 + v \end{cases}$$

$$\text{con } w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad R_w = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix} \quad R_v = 0.001$$

Si consideri il problema di controllo ottimo stazionario avente la seguente cifra di merito:

$$J = \int (y' Q y + u' R u) dt \quad (*)$$

dove Q ed R sono matrici identità.

1. Riportare le ipotesi necessarie per l'applicazione della tecnica di filtraggio alla Kalman per la ricostruzione dello stato in ambiente non deterministico.

2. Realizzare uno script MATLAB che consenta di determinare la legge di controllo e il guadagno del filtro di Kalman. Riportare di seguito, nel corretto ordine progettuale, i principali comandi (comprensivi dei test necessari per la verifica delle ipotesi indispensabili alla risoluzione dell'esercizio) dello script e i valori numerici del guadagno di retroazione  $K$  e del guadagno  $L$  del filtro di Kalman.

3. Indicare i poli del sistema complessivo, giustificando la risposta.

4. Simulare l'evoluzione del sistema (durata simulazione pari a 30 secondi) con ingresso pari a un impulso di durata 4s e ampiezza 10 che inizia al tempo  $T=3s$  e a partire da condizioni iniziali nulle. Rispondere alle seguenti domande (i blocchi Simulink richiesti per la realizzazione dello schema si trovano nella cartella "cpc/esame" in "**scambio dati con il docente**" accessibile dal Desktop del proprio computer).
- Quanto vale il massimo dell'uscita del sistema?
  - Quanto vale il massimo (in modulo) della variabile di controllo?
  - Quanto vale il massimo del modulo dell'innovazione?
  - Quando vale il massimo modulo della differenza tra stato  $x_2$  vero e stimato?
  - Quanto vale la matrice di covarianza dell'errore di stima?
  - Indicare se, a fronte del vincolo sull'ingresso del sistema ad essere inferiore (in modulo) al valore 15 lo schema di controllo può nella pratica funzionare, motivando **la risposta (indicare il massimo valore in modulo dell'ingresso del sistema)**.

## ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema lineare tempo continuo  $\Sigma$ :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 41x_1 + 81x_2 + u \\ \dot{x}_2 = -20x_1 - 40x_2 + u \\ y = 6x_1 + 11x_2 \end{cases}$$

1. Determinare un guadagno di retroazione  $K$  tale che il sistema retroazionato assuma il valore di regime ad un tempo  $t=5$  sec (circa) non oscillando. Riportare i valori di  $K$ , degli autovalori di  $(A-BK)$  e i comandi matlab utilizzati per il calcolo.

2. Sia dato il problema di controllo ottimo LQ in cui la cifra di merito da minimizzare è la seguente:

$$J = \int_0^{\infty} (x' Q x + u' R u) dt \quad (*)$$

dove  $Q$  e  $R$  sono pari alla matrice identità.

- a. Realizzare uno script MATLAB che consenta di determinare la legge di controllo che minimizza la cifra di merito  $J$ . Riportare di seguito, nel corretto ordine progettuale, i principali comandi dello script (comprensivi dei test necessari per la verifica delle ipotesi indispensabili alla risoluzione dell'esercizio) e i valori numerici del guadagno di retroazione  $K$ .

- b. Fissati arbitrariamente i poli dell'osservatore (giustificare la decisione adottata), determinare la matrice  $L$  (guadagno dell'osservatore). Riportare di seguito il valore di  $L$ , degli autovalori di  $(A-LC)$  e i comandi matlab utilizzati, nel corretto ordine.

- c. Determinare un  $h$  t.c., posto  $R=h*I$  nella cifra di merito (\*), l'impatto massimo (non in valore assoluto) sull'uscita del sistema retroazionato di un impulso di durata 1s e ampiezza 4 che inizia al tempo  $t=2s$  sia inferiore al 70% (del valore di regime), e l'uscita sia sempre inferiore a 15.

Si considerino poli dell'osservatore pari  $[-96 \ -97]$ , e condizioni iniziali pari a  $[0.1 \ 0.1]$  per il sistema e nulle per l'osservatore.

**Riportare il valore di  $h$ .**

**Utilizzando la scala graduata sottostante, si disegni l'uscita del sistema in queste condizioni.**

