Università degli Studi di Brescia, Facoltà di Ingegneria
Corso di Elaborazione Numerica dei Segnali con Laboratorio
Esercitazioni di Laboratorio con Matlab, A.A. 2011/2012

Esercitazione N.6

[Es. 1] DFT E IDFT

In questo esercizio si implementano la DFT e la $IDFT$, definite come segue:

$$
\begin{aligned}
X[k] &= DFT_N\{x[n]\} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j2\pi\frac{k}{N}n}, \qquad k = 0, \ldots, N-1 \\
x[n] &= IDFT_N\{x[n]\} = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{j2\pi\frac{k}{N}n}, \qquad n = 0, \ldots, N-1
\end{aligned}
$$

i. Scrivere un programma che implementi la DFT_N e la $IDFT_N$ secondo la definizione;
ii. Si scriva una funzione per la rappresentazione grafica delle componenti di modulo e fase ottenute nel dominio frequenziale;
iii. Provare ad applicare la DFT ad un numero intero di periodi di un segnale sinusoidale di frequenza discreta $\frac{1}{4}$. Cosa accade alla DFT all'aumentare del numero di periodi?
iv. Provare ad applicare la DFT un segnale rettangolare. Cosa accade mantenendo fissa la lunghezza del rect ed allungando il segnale con un padding di zeri?
v. Provare ad applicare la DFT alla somma di due sinusoidi osservando e commentando i risultati relativi alla scelta di N in rapporto al periodo delle sinusoidi.

[Es. 2] FILTRAGGIO DI IMMAGINI E SUONI

Si considerino le immagnini ed i suoni delle esercitazioni precedenti nonché immagini sintetiche costruite in modo da stimolare certe componenti spettrali o una risposta nota (es. rettangolo bianco su sfondo nero equivalente a rect bidimensionale).

i. Utilizzando le funzioni di calcolo della DFT_N e $IDFT_N$ realizzate al punto precedente e diverse immagini di stessa dimensione (es. 256x256 pixel), si proceda al calcolo di una trasformata bidimensionale in modalità separabile (prima si trasformino le righe e successivamente le colonne).
ii. Scrivere una funzione per la rappresentazione tramite immagini delle componenti di modulo e fase ottenute nel dominio frequenziale bidimensionale. Osservare tali componenti facendo confronti visivi per diverse immagini. Quale componente tra modulo e fase sembra portare la maggiore 'informazione'?
iii. Si esegua il seguente esperimento: date coppie di immagini (A,B) e le loro trasformate TA e TB - considerate in modulo e fase (mTA,fTA,mTB,fTB) - si realizzi uno scambio dei moduli (o delle fasi) per poi antitrasformare le coppie (mTA,fTB) e (mTB,fTA). Cosa succede? Come si spiegano il fenomeno osservato? [Suggerimento: per riflettere sul fenomeno osservato eseguire anche antitrasformate dopo aver posto il modulo ad un valore costante oppure la fase ad un valore nullo o costante, per esempio (costante,fTA), (mTA, zero)]
iv. Si ripeta la stessa tipologia di esperimento su segnale audio. Si ottengono fenomeni percettivamente assimilabili? cosa cambia? Perché?

[**Es. 3**] CONVOLUZIONE CIRCOLARE INDIRETTA

Date due sequenze $x[n]$ e $y[n]$, $n \in [0, N-1]$, si definisce con il simbolo $\circledast_N$ la convoluzione circolare modulo N. Essa si calcola nel seguente modo:

$$x[n] \circledast_N y[n] = \sum_{m=0}^{N-1} x[m]y([n-m])_N$$

ove $x([n])_N = x[n \mod N]$ (questo permette di pensare $\circledast_N$ come operante sia su sequenze di lunghezza finita N che su sequenze periodiche di periodo comune N).

La convoluzione circolare puó essere implementata in via indiretta mediante la DFT sfruttando la nota proprietá:

$$x[n] \circledast_N y[n] \xleftrightarrow{DFT_N} X[k] \cdot Y[k]$$

i. Scrivere un programma che implementi la convoluzione circolare utilizzando la DFT e la IDFT;
ii. Produrre e visualizzare la convoluzione circolare tra coppie di sequenze di lunghezza N scelte a piacere (es. segnali elementari).
iii. Verificare la possibilità di utilizzare gli strumenti sviluppati in questo esercizio per eseguire una convoluzione lineare (filtraggio) tra due segnali con un metodo indiretto (ovvero passando per il dominio trasformato) evitando fenonmeni di aliasing temporale.