Università degli Studi di Brescia, Facoltà di Ingegneria
Corso di Elaborazione Numerica dei Segnali con Laboratorio
Esercitazioni di Laboratorio con Matlab, A.A. 2011/2012
Esercitazione N.3

[Es. 1] [Trasformata di Fourier a tempo discreto]

Scrivere un programma Matlab in grado di calcolare la trasformata di Fourier a tempo discreto $X(f)$ di una sequenza $x[n]$:

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \cdot exp(-j2\pi fn)$$

Suggerimenti passo-passo (in caso di difficoltà):

- Specificare un asse temporale, ad esempio $n = [-100 : 100]$ ed un un asse delle frequenze, ad esempio $f = [-2 : 0.005 : 2]$. Il segnale $x[n]$ ha le stesse dimensioni di n e la trasformata $X(f)$ ha le stesse dimensioni di f;
- Calcolare $X(f_0)$ usando l'equazione, per ogni f_0 elemento del vettore f;
- Disegnare con il comando **plot** il vettore $X(f)$.

Calcolare a mano la trasformata di Fourier dei seguenti segnali:

i. $x_1[n] = e^{j2\pi\frac{1}{4}n} \longleftrightarrow X_1(f) = \ldots\ldots$
ii. $x_2[n] = sin(2\pi\frac{1}{5}n) \longleftrightarrow X_2(f) = \ldots\ldots$
iii. $x_3[n] = sin(2\pi\frac{6}{5}n - \frac{\pi}{3}) \longleftrightarrow X_3(f) = \ldots\ldots$
iv. $x_4[n] = rect_{10}[n] \longleftrightarrow X_4(f) = \ldots\ldots$
v. $x_5(t) = rect_5[n-2] \longleftrightarrow X_5(f) = \ldots\ldots$
vi. $x_6[n]$, sequenza che rappresenta l'indicizzazione del segnale $x_6^c(t)$ ottenuto dal campionamento del segnale a tempo continuo $x_6(t) = 4 \cdot tri(\frac{t}{4})$ con periodo di campionamento $T_c = 0.01$, cioè $x_6^c(t) = x_6(t) \cdot \delta_{T_c}(t) \longleftrightarrow X_6(f) = \ldots\ldots$;

Verificare con Matlab i risultati ottenuti visualizzando $X(f)$ in modulo e fase (comandi *abs* e *angle*). Visualizzare il modulo sia in scala lineare che in scala logaritmica (cioè $20 \cdot log(|X(f)|)$.

[Es. 2] [Confronto frequenziale e percettivo tra filtri su immagini e audio]

Considerare i seguenti segnali:

- $f_a = \frac{1}{4}[1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0]$,
- $f_b = \frac{1}{4}[0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1]$,
- $f_c = \frac{1}{4}[0.1155, -0.2066, 0.1520, 0.0186, 0.8845, 1.2066, 0.8480, 0.9814]$,
- $f_d = \frac{1}{4}[1.1724, 0.7575, 0.7699, -0.1393, -0.1724, 0.2425, 0.2301, 1.1393]$.

Attraverso il calcolo della loro trasformata di Fourier a tempo discreto se ne fornisca un'interpretazione spettrale in termini di banda passante (filtri passa basso, passa alto, passa banda,..). In che cosa i filtri f si assomigliano? In che cosa differiscono?

Si considerino ora diverse tipologie di immagine:

- Immagini test (v. eservitazione precedente)
- Immagini sintetiche di dimensione 256x256 con contenuto frequenziale variabile spazialmente, create ad esempio nel seguente modo
  - `t=0:0.01:2.55;`
  - `y=chirp(n,0,1,150);` o altre configurazioni
  - `Y=y'*y;`
  - `Z=(Y-(min(min(Y)))).*255./(max(max(Y))-min(min(Y)));`
  - `imshow(uint8(Z));`

Si applichi, come nell'esercitazione precedente, un filtraggio separabile (orizzontale e verticale, si veda anche l'istruzione `conv2`) sulle immagini considerate attraverso i filtri f_a,...,f_d. Si osservi l'effetto visivo dei vari filtri e si commentino i risultati, ricercando la causa di eventuali differenze di comportamento. Tutti i filtri si comportano come ci si aspettava dall'analisi frequenziale?

Ripetere ora i vari filtraggi questa volta applicandoli ad un segnale audio (vedi per es. `http://www.soundempire.com/`). Cosa si può dire delle differenze percettive dei segnali filtrati? Rispecchiano in qualche modo quelle osservate per le immagini? Ne nascono di nuove?
Per aprire un file audio in formato MP3 può essere utile `http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/6152-mp3write-and-mp3read` e l'installazione (anche in cartella locale di lavoro del software mpg123 `http://www.mpg123.org/download/win32/`).

[Es. 3] [Aliasing di una sinusoide]

Dato il segnale sinusoidale a tempo continuo $x(t) = \sin 2\pi f_0 t$, si consideri il segnale a tempo discreto $x[n]$ ottenuto campionando (e indicizzando) $x(t)$ con frequenza di campionamento f_s:

$$x[n] = x(t)|_{t=\frac{n}{f_s}} = \sin\left(2\pi \frac{f_0}{f_s} n\right)$$

Si utilizzi l'asse temporale continuo $\mathbf{t = 0 : 1e - 6 : 1e - 2}$ (da 0 a 10ms) e frequenza di campionamento f_s pari a 8 KHz.

i. Ponendo $f_0 = 2300$ Hz, si visualizzi il segnale $x(t)$ con il comando **plot** e il segnale campionato $x[n]$ con il comando **stem**;
ii. Si incrementi f_0 con passo 500 Hz fino a 5800 Hz e si osservi come la frequenza *apparente* della sinusoide prima cresca e poi diminuisca (utilizzare **subplot**). Spiegare analiticamente questo comportamento.