Dr. Thomas Eifert, Yvonne Albrecht M.Sc. FH Aachen, FB 9; IT Center, RWTH Aachen

Übungsblatt 01 29./30.03.2021

Wiederholung aus Analysis 1: Stetigkeit

1. Ist die Funktion
$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & \text{für } x \leq \pi \\ \frac{\sin(x)}{x-\pi} & \text{für } x > \pi \end{cases}$$
stetig?

Analysis 2

2. Zeigen Sie, dass
$$d(\vec{x}, \vec{y}) = \max_{k=1\dots n} \{|x_k - y_k|\}$$
eine Metrik ist.

3. Konvergieren die angegebenen Folgen $< \vec{X}_n >$ $(n \in \mathbb{N})$ im $\mathbb{R}^n$? Bestimmen Sie ggfls. den Grenzwert.

   a) $\vec{X}_n = \begin{pmatrix} \frac{1}{n} \cdot \sin(n) \\ \frac{1}{n+1} \cdot \cos(n+1) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$

   b) $\vec{X}_n = \begin{pmatrix} \left(\frac{4}{7n} - 1\right)^n \\ \frac{n^2-13}{n^2+3} \\ \cos(5\pi) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ Tipp: $\forall\, x \in \mathbb{R} : \lim\limits_{n\to\infty} (1 + \frac{x}{n})^n = e^x$

   c) $\vec{X}_n = \begin{pmatrix} \ln\left(\frac{3n}{n+1}\right) \\ e^{-1} \cdot s^{567n} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ mit $s > 0$

4. Berechnen Sie die partiellen Ableitung 1.ter Ordnung der folgenden Funktionen.

   a) $f(r, \varphi) = e^{3r} \cdot \sin(\varphi)$

   b) $f(x, y, z) = x \cdot \cos(y \cdot z)$

   c) $f(x, y) = \sin(3x + 2y) + \cos(4y - x)$

   d) $f(x, y, z) = z^3 - 3x^2y + 6xyz$

5. Sind die folgenden Funktionen im Punkt $(0, 0)$ stetig?

   a) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \cdot y^2}{x^2+y^4} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

   b) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \cdot y^2}{x^2+y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$