

Hausaufgabenblatt 06

1. Berechnen Sie das Volumen der Funktion $f(x, y) = x + y$ über die Fläche

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + 4y^2, x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Skizzieren Sie zunächst die Fläche.

2. Berechnen Sie das folgende Integral

$$\int_A x \cdot y \, dA$$

über dem Integrationsgebiet A gegeben durch die Ungleichungen

$$-2 \leq y \leq 2, \quad x \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 4$$

- a) in kartesischen Koordinaten. b) mithilfe der Polarkoordinaten.

3. In einer Bakterienkultur sind zu Beginn einer Beobachtung 6.000 Bakterien vorhanden. Dabei ist bekannt, dass sich bei diesen Bakterien die Anzahl in 5 Stunden verdreifacht.

- a) Begründen Sie, dass dieses Wachstum durch die Funktionsgleichung:

$$N(t) = 6.000 \cdot 1,24573^t$$

beschrieben werden kann.

- b) Berechnen Sie die Anzahl der Bakterien 3 Stunden nach Beobachtungsbeginn.
c) Nach wie viel Stunden hat sich die Anzahl der Bakterien verzehnfacht?

4. Die relative Gewichtszunahme einer Fischzucht betrage pro Woche 5%. Anfangs sei insgesamt 1t Fisch im Fischteich. Der Fischer beabsichtigt, wöchentlich 55kg Fisch zu entnehmen.

- a) Entscheiden Sie, ob damit eine Überfischung gegeben ist.
b) Wann kommt die Produktion ggfls. zum Erliegen?

5. In einem Zoo bricht unter einer Affenart eine Krankheit aus, für die nur sie anfällig ist. Als dem Personal die Krankheit auffällt, sind bereits 4 Affen der 204 Affen infiziert, nach 4 Wochen sind bereits 24 Affen erkrankt.

- a) Ermittle anhand der gegebenen Werte eine Funktionsgleichung, mit der sich die Ausbreitung der Krankheit unter den Affen beschreiben lässt.
b) Wann wird die Hälfte der Affen erkrankt sein?
c) Nach 3 Monaten glaubt ein Arzt, ein Gegenmittel gefunden zu haben. Aus Vorsicht injiziert er es zunächst nur 10% der noch gesunden Affen. Wie vielen Affen wird das Medikament verabreicht?