

Hausaufgabenblatt 05

1. Berechnen Sie das folgende Volumen über dem Gebiet G . Die angegebenen Gleichungen in G stellen die Ränder des Integrationsgebiets dar.

a) $\int \int_G x \cdot y^2 \, dx \, dy$ mit $G = \{(x, y) \mid y^2 = 2x, x = 2\}$

b) $\int \int_G x \cdot e^{x+y} \, dx \, dy$ mit $G = \{(x, y) \mid x = 0, y = 0, 2x + y = 1\}$

2. Gegeben seien folgende zwei Funktionen:

$$f(x) = x + 1 \quad \text{und} \quad g(x) = 1 - x^2$$

Berechnen Sie den Schwerpunkt der Fläche, die durch die Funktionen begrenzt wird.

3. Berechnen Sie die folgenden Integrale auf den angegebenen Gebieten

a) $\int \int_A (x^2 + y^2) \, dx \, dy$ mit $A : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \quad x, y \geq 0$

b) $\int \int_A e^{-(x^2+y^2)} \cdot \frac{xy}{x^2 + y^2} \, dx \, dy$ mit $A : x^2 + y^2 \leq 4, \quad x, y \geq 0$

4. Berechnen Sie mittels Polarkoordinaten das uneigentliche mehrdimensionale Integral

$$\int \int_{\mathbb{R}^2} e^{-(x^2+y^2)} \, dx \, dy = \int_{y=-\infty}^{\infty} \int_{x=-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} \, dx \, dy$$

5. Berechnen Sie die Dreifachintegral

$$\int_{x=1}^4 \int_{y=1}^3 \int_{z=0}^2 (x^2 - 2yz) \, dz \, dy \, dx$$