

Hausaufgabenblatt 13

1. Bestimmen Sie im Punkt $\left(\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right)$ das Taylorpolynom zweiter Ordnung von der Funktion

$$f(x, y) = \sin(y - x) + \sin(x) - \sin(y)$$

2. Berechnen Sie die Extrema der Funktion

$$f(x, y) = x^3 + y^2 - 3x - 2y + 1$$

3. Gegeben sind die Punkte $P_1 = (1, 1)$, $P_2 = (3, 10)$, $P_3 = (5, 7)$ und $P_4 = (7, 2)$. Bestimmen Sie einen Punkt (x, y) , so dass die Summe der Quadrate der Abstände minimal ist.

4. Optimieren Sie die gegebene Funktion

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

unter der Nebenbedingung

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 2^2 = 4$$

mit Hilfe der Lagrange Multiplikatoren.

5. Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{F}(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

- a) Bestimmen Sie $\int_K \vec{F} d\vec{X}$ entlang folgender Kurven:

i. $K_1 : \vec{X}(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ t \end{pmatrix}$ mit $0 \leq t \leq 2\pi$

ii. K_2 : geradlinige Verbindung von $(1, 0, 0)^T$ nach $(1, 0, 2\pi)^T$

- b) Ist das Kurvenintegral wegunabhängig? Bestimmen Sie ggfls. die Potentialfunktion.