

## Hausaufgabenblatt 02

1. Berechnen Sie die Gradienten der folgenden Funktionen

a)  $f(x, y) = xe^{x^2+y^2}$  an der Stelle  $(1, 1)$ .

b)  $f(x, y, z) = x^3 + y^2 + z$  an der Stelle  $(1, 2, 3)$ .

2. Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 2)^2$$

Geben Sie die Tangentialebene in den folgenden Punkten  $(x_0, y_0)$  an:

a)  $(1, 0)$

b)  $(0, 2)$

3. Berechnen Sie die Richtungsableitung der Funktion

$$f(x, y) = x^2y - y^3x + 1$$

im Punkt

$$(x_0, y_0) = (1, 2)$$

in Richtung des Vektors

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

4. Eine Funktion  $f$  habe

in Richtung des Vektors  $\vec{v}_1 = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  eine Steigung von  $D_{v_1}(f) = 20$

und in Richtung des Vektors  $\vec{v}_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$  eine Steigung  $D_{v_2}(f) = 15\sqrt{2}$ .

- a) Wie lautet der Gradient dieser Funktion?  
b) Welches ist die größtmögliche Steigung, die die Funktion in diesem unbekannten Punkt annehmen kann?  
c) Welchen Winkel hat der Vektor  $\vec{v}_1$  zum Gradienten?

5. Sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x, y) = (x^2 - y^3)^{\frac{1}{2}}$  und  $(x_0, y_0) = (\sqrt{2}, 1)$ . Bestimmen Sie

- a) den Gradienten von  $f$ .  
b) die Gleichung der Tangentialebene an der Stelle  $(x_0, y_0)$ .  
c) die Richtungsableitung an der Stelle  $(x_0, y_0)$  in die Richtung  $\vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ .  
d) die Richtung, in der die Steigung im Punkt  $(x_0, y_0)$  am größten ist und den Wert der größten Steigung,  
e) die Richtung, in der die Steigung im Punkt  $(x_0, y_0)$ , gleich Null ist.