Übungsblatt 06

03./04.05.2021

1. Berechnen Sie das folgende 2-dimensionale Integral

$$\int \int _G (x^2 + y^2) \ dy \ dx \quad \ \mathrm{mit} \quad \ G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le y \le x^2, 0 \le x \le 2\}$$

2. (Präsentation der Lösung) Berechnen Sie folgendes Integral unter Verwendung der Polarkoordinaten

$$\int_{A} \left(3\sqrt{x^2 + y^2} + 4 \right) x \ dA$$

für den halben Kreisring A, dessen Mittelpunkt im Ursprung des kartesischen Koordinatensystems liegt, den inneren Radius 2 und den äußeren Radius 3 besitzt, und durch $x \geq 0$ bestimmt ist.

- 3. Ein Boot wird durch den Wasserwiderstand, der proportional zur Geschwindigkeit ist, langsamer wenn es ohne Antrieb im Wasser treibt. Wenn das Boot eine Anfangsgeschwindigkeit von $1,5 \mathrm{m/s}$ hat und nach $4 \mathrm{s}$ nur noch $1 \mathrm{m/s}$, wann beträgt die Geschwindigkeit nur noch $0,01 \mathrm{m/s}$?
- 4. (Präsentation der Lösung) Eine Leiche wird einige Zeit nach dem Ableben aufgefunden. In dieser Zeit hat sich die Körpertemperatur von der Normaltemperatur $36,5^{\circ}$ C (bekannt) auf $32,5^{\circ}$ C (gemessen) abgekühlt. Der Abkühlungskoeffizient der Haut wird durch K=0,03 (3% pro Grad Temperaturunterschied zwischen Körper und Umgebung kühlt sich der Körper pro Stunde ab) beschrieben. Die Außentemperatur in dieser Zeit kann als konstant $18,5^{\circ}$ C angenommen werden.
 - a) Beschreiben Sie diesen Vorgang durch ein passendes Modell.
 - b) Wann trat der Tod ein?
- 5. (Präsentation der Lösung) Auf einem Nährboden vermehrt sich eine Bakterienkultur. Zu Beginn umfasst die Bakterienkultur 15 Bakterien. Nach 10 Tagen sind es bereits 114 Bakterien. Der Nährboden bietet Platz für ca. 200 Bakterien.
 - a) Wie lautet die Gleichung des Wachstumsmodell?
 - b) Nach wie viel Tagen ist die Kapazität des Nährbodens erschöpft?