

Übungsblatt 04

19./20.04.2021

1. Bestimmen Sie die kritischen (stationären) Punkte der Funktion

$$f(x, y) = -8x^3 - 12x^2 + 3xy^2 + y^3 + 3y^2$$

2. Berechnen Sie die Extrema von

$$f(x, y) = x^2 + y$$

unter der Nebenbedingung

$$x^2 + y^2 = 9.$$

3. **(Präsentation der Lösung)** Welcher Punkt auf Normal-Hyperbel mit $y^2 - x^2 = 1$ hat den kleinsten quadratischen Abstand zum Ursprung bzw. zum Punkt $(0, 0)$? Skizzieren Sie zunächst das Problem.

4. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie das Kurvenintegral des Vektorfeldes

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} xy \\ x^2 \\ x - z \end{pmatrix}$$

entlang des Weges

$$\vec{X}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ 2t^3 \\ 4t \end{pmatrix}.$$

5. **(Präsentation der Lösung)** Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 3x + 2y \\ 2x \end{pmatrix}.$$

- a) Bestimmen Sie die Arbeit entlang des Weges $\vec{X}(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ 2 \sin(t) \end{pmatrix}$ mit $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

- b) Besitzt \vec{F} ein Potential? Berechnen Sie dies ggfls.

- c) Welche Arbeit wird unter Verwendung von b) längs des Weges \vec{X} verrichtet, der die Punkte $P_1 = (1, 0)$ und $P_2 = (0, 2)$ verbindet?