Dr. Thomas Eifert, Yvonne Albrecht M.Sc. FH Aachen, FB 9; IT Center, RWTH Aachen

Hausaufgabenblatt 12

1. Bestimmen Sie die Konstante a wenn möglich so, dass $f(x)$ stetig ist.

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2+2y^2}{\sqrt{x^2+2y^2+9}-3} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ a & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

2. Gegeben seien die Funktion $f(x,y) = x \cdot y^2 - (2x+3y)^2$, der Punkt $(x_0,y_0) = (2,-2)$ und der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie

   a) den Gradienten von f an der Stelle (x_0,y_0).
   b) die Gleichung für die Tangentialebene von f an der Stelle (x_0,y_0).
   c) die Richtungsableitung von f an der Stelle (x_0,y_0) in Richtung des Vektors $\vec{a}$
   d) die Richtung an der Stelle (x_0,y_0), in der die Richtungsableitung von f maximal wird, und den Wert in dieser Richtung.
   e) die Richtung an der Stelle (x_0,y_0), für die die Richtungsableitung Null ist.

3. Differenzieren Sie die folgende Funktion nach dem Parameter t

$$f(x,y) = x^2 \cdot y + y^3, \qquad x = t^2, \quad y = e^t$$

   a) unter Verwendung der Kettenregel,
   b) nach Einsetzen der beiden Parametergleichungen in die Funktionsgleichung.

4. Bilden Sie die partiellen Ableitungen 1. Ordnung der jeweiligen Funktion $f = f(x,y)$ nach den Parametern unter Verwendung der Kettenregel:

   a) $f(x,y) = e^x \cdot \sin(y)$ mit $x(s,t) = s \cdot t^2$ und $y(s,t) = s^2 \cdot t$
   b) $f(x,y) = \sin(x^2 \cdot y)$ mit $x(s,t) = s \cdot t^2$ und $y(s,t) = s^2 + \frac{1}{t}$

5. Es sei bekannt, dass

$$\vec{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x \\ f_2(\text{unbekannt}) \\ x \cdot y \cdot z \end{pmatrix}$$

   ein quellen- und senkenfreies Strömungsfeld ist.

   a) Wie muss denn dann die 2. Komponente des Vektors lauten?
   b) Berechnen Sie anschließend von $\vec{f}(x,y,z)$ die
      i. Jacobi-Matrix ii. Gradient iii. Rotation