

Hausaufgabenblatt 04

1. Bestimmen Sie die Kandidaten für relativen Extrema der Funktionen

$$f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{x+y+1}$$

2. Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = 4x^2 - 3xy$$

Bestimmen Sie alle Punkte, die auf der Kreislinie (Nebenbedingung)

$$x^2 + y^2 = 1$$

liegen und untersuchen Sie die Funktion auf Extrema.

3. Gegeben sei die Kurve $\vec{X}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ t^3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Arbeit im Vektorfeldes

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + yz \\ y + xz \\ z + xy \end{pmatrix}$$

entlang der Kurve.

4. Gegeben ist das Vektorfeld

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} z^3 + \alpha xy \\ x^2 \\ \beta xz^2 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie die reellen Konstanten α und β so, dass \vec{v} ein Gradientenfeld ist.
- b) Berechnen Sie für diesen Fall die zugehörige Potentialfunktion.

5. Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{F}_\alpha(x, y) = \begin{pmatrix} e^{x+y} + \alpha \cdot xy \\ e^{x+y} + x^2 \end{pmatrix}$$

mit einem freien Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$.

- a) Bestimmen Sie den Parameter α derart, dass \vec{F}_α ein Potential besitzt. Bestimmen Sie dieses Potential.
- b) Berechnen Sie für $\alpha = 0$ und $\vec{X}(t) = (t^2; t^3)^T$, $t \in [0; 1]$ die zu leistende Arbeit.

Hinweis: Klammern Sie in b) bei der Integration den Faktor $e^{t^2+t^3}$ aus.